Digitized by Google

10. 1. 22

Digitized by Google

A

Digitized by Google

B

10 1-22

Digitized by Google

C 1

Digitized by Google

SCRITTI

DI

LEONARDO PISANO

MATEMATICO DEL SECOLO DECIMOTERZO

PUBBLICATI

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI, E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL' ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

VOLUME I.

(LEONARDI PISANI, LIBER ABBACI)

BIBLIOTECA NAZIONALE FIRENZE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
VIA LATA NUM.° 211
MDCCCLVII.

Digitized by Google

10. 1. 22

IL

LIBER ABBACI

DI

LEONARDO PISANO

PUBBLICATO

SECONDO LA LEZIONE DEL CODICE MAGLIABECHIANO
C. I, 2616, *Badia Fiorentina*, n.° 73.

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI, E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

BIBLIOTECA NAZIONALE FIRENZE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
VIA LATA NUM.° 211
MDCCCLVII.

Digitized by Google

Incipit liber Abaci Compositus a leonardo filio Bonacij Pisano In Anno. M° cc° ij.°

SCRIPSISTis mihi domine mi magister Michael Scotte, summe philosophe, vt librum de numero, quem dudum composui, uobis transcriberem: vnde uestrae obsecundans postulationi, ipsum subtiliori perscrutans Indagine ad uestrum honorem et aliorum multorum utilitatem correxi. In cuius correctione quedam necessaria addidj, et quedam superflua resecaui. In quo plenam numerorum doctrinam edidj, iuxta modum indorum, quem modum in ipsa scientia prestantiorem elegi. Et que arismetrica et geometria (*sic*) scientia sunt connexe, et suffragatorie sibi ad inuicem, non potest de numero plena tradi doctrina, nisi intersecantur geometrica quedam, uel ad geometriam spectantia, que hic tantum iuxta modum numerj operantur; qui modus est sumptus ex multis probationibus et demonstrationibus, que figuris geometricis fiunt. Verum in alio libro, quem de practica Geometrie composui, ea que ad Geometriam pertinent et alia plura copiosis explicaui, singula subiectis approbationibus geometricis demonstrando. Sane hic liber magis ad theoricam spectat quam ad praticam. Vnde qui per eum huius scientie practicam bene scire uoluerint, oportet eos continue usu et exercitio diuturno in eius praticis perstudere: quod scientia per practicam uersa in habitum, memoria et intellectus adeo concordent cum manibus et figuris, quod quasi uno impulsu et anelitu in uno et eodem instanti circa idem per omnia naturaliter consonent: et tunc cum fuerit discipulus habitudinem consecutus, gradatim poterit ad perfectionem huius facile peruenire. Et ut facilior pateret doctrina, hunc librum per .xv distinxi capitula : ut quicquid de his lector uoluerit, possit leuius inuenire. Porro si in hoc opere reperitur insufficientia uel defectus, illud emendationi uestre subicio.

Cvm genitor meus a patria publicus scriba in duana bugee pro pisanis mercatoribus ad eam confluentibus constitutus preesset, me in pueritia mea ad se uenire faciens, inspecta utilitate et commoditate futura, ibi me studio abbaci per aliquot dies stare uoluit et doceri. Vbi ex mirabili magisterio in arte per nouem figuras indorum introductus, scientia artis in tantum mihi pre ceteris placuit, et intellexi ad illam, quod quicquid studebatur ex ea apud egyptum, syriam, greciam, siciliam et prouinciam cum suis uariis modis, ad que loca negotiationis tam postea peragraui per multum studium et disputationis didici conflictum. Sed hoc totum etiam et algorismum atque arcus pictagore quasi errorem computaui respectu modi indorum. Quare amplectens strictius ipsum modum indorum, et attentius studens in eo, ex proprio sensu quedam addens, et quedam etiam ex subtilitatibus euclidis geometrice artis apponens, summam huius libri, quam intelligibilius potui, in .xv. capitulis distinctam componere laboraui, fere omnia que inserui, certa probatione ostendens, ut extra, perfecto pre ceteris modo, hanc scientiam appetentes instruantur, et gens latina de cetero, sicut hactenus, absque illa minime inueniatur. Si quid forte minus aut plus iusto uel necessario intermisi, mihi deprecor indulgeatur; cum nemo sit qui uitio careat, et in omnibus undique sit circumspectus.

Digitized by Google

Explicit prologus. Incipiunt capitula.

De cognitione nouem figurarum yndorum, et qualiter cum eis omnis numerus scribatur; et qui numeri, et qualiter retineri debeant in manibus, et de introductionibus abbaci. 1

De multiplicatione integrorum numerorum. 4

De additione ipsorum ad inuicem. 8 | [1]

fol. 1 verso. De extractione minorum numerorum ex maioribus.

De diuisione integrarum (*sic*) numerorum per integros.

De multiplicatione integrarum (*sic*) numerorum cum ruptis atque ruptorum sine sanis.

De additione ac extractione et diuisione numerorum integrarum cum ruptis atque partium numerorum in singulis partibus reductione.

De emptione et venditione rerum uenalium et similium.

De baractis rerum uenalium et de emptione bolsonalie, et quibusdam regulis similibus.

De societatibus factis inter consocios.

De consolamine monetarum atque eorum regulis, que ad consolamen pertinent.

De solutionibus multarum positarum questionum quas erraticas appellamus.

De regula elcataym qualiter per ipsam fere omnes erratice questiones soluantur.

De reperiendis radicibus quadratis et cubitis ex multiplicatione et diuisione seu extractione earum in se, et de tractatu binomiorum et recisorum et eorum radicum.

De regulis proportionibus geometrie pertinentibus: de questionibus aliebre et almuchabale.

Incipit primum capitulum.

Nouem figure indorum he sunt

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Cvm his itaque nouem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur. Nam numerus est unitatum perfusa collectio siue congregatio unitatum, que per suos in infinitum ascendit gradus. Ex quibus primus ex unitatibus, que sunt ab uno usque in decem, constat. Secundus ex decenis, que sunt a decem usque in centum, fit. Tertius fit ex centenis que sunt a centum usque in mille. Quartus fit ex millenis que sunt a mille usque in decem milia, et sic sequentium graduum in infinitum, quilibet ex decuplo sui antecedentis constat. Primus gradus in descriptione numerorum incipit a destera. Secundus uero uersus sinistram sequitur primum. Tertius secundum sequitur. Quartus tertium, et quintus quartum, et semper sic uersus sinistram gradus gradum sequitur. Figura itaque que in primo reperitur gradu se ipsam representat, hoc est: si in primo gradu fuerit figura unitatis, unum representat; si binarii, duo; si ternarij, tria, et ita per ordinem que secuntur, usque si nouenarij: nouem figure quidem que in secundo gradu fuerint, tot decenas representant, quot in primo unitates; hoc est si figura unitatis secundum occupat gradum, denotat decem; si binarij, uiginti; si ternarij, triginta; si nouenarij, nonaginta.

Figura namque que in tertio fuerit gradu, tot centenas denotat, quot in secundo decenas, uel in primo unitates, ut si figura unitatis centum; si binarij, ducenta ; si ter-

---

[1] Nei margini laterale esterno ed inferiore del *recto* della carta 1 del sopraccitato codice Magliabechiano *C. I.* 2616. *Badia Fiorentina* n.° 73, presso alla linea 40 ed ultima del medesimo *recto*, trovasi scritto in due linee in carattere più moderno del rimanente di questo *recto*: « Leonardi Pisani Algorismi Geometriae || Inter » Codices designatur num: 44: ».

Digitized by Google

narij, trecenta, et nouenarij, nongenta. Ipsa igitur que fuerit in quarto gradu tot millenas quot in tertio centenas, aut in secundo decenas, uel in primo unitates denotat; et sic semper mutando gradum, numerus decuplando ascendit. Et ut hoc quod dictum est lucidius declarescat, ipsum cum figuris ostendatur. Si figura septenarij fuerit in primo gradu, et ternarij in secundo, ambe insimul 37 denotant; uel econtra : figura ternarij in primo, et septenarij in secundo, 73 denotabunt. Item si figura quaternarij fuerit in primo, et unitatis in secundo sic 14, nimirum .xiiii. denotabunt: uel si figura unitatis fuerit in primo, et quaternarij in secundo sic 41, denotabunt xli. Rursus in primo 72, et in secundo faciunt 27; contrarium enim facit 72. Si autem septuaginta tantum scribere uo||luerit, ponat in primo gradu 0, et post ipsum ponat figuram septenarii, sic 70; si octua- fol. 2 recto
ginta sequatur zephyrum figuram octonarij sic 80: hac itaque demonstratione quemlibet numerum a decem usque in centum cum duabus figuris scribere potes. Cum tribus uero a centum scribitur usque in mille; ut si figura octonarii fuerit in primo, et quinarii in secundo, et unitatis in tertio 158, centum quinquaginta octo denotabunt ; et econuerso : si figura unitatis fuerit in primo, et quinarii in secundo, et octonarii in tertio 851, octigenta et quinquaginta unum denotabunt ; uel econtra : si figura octonarii fuerit in primo , et unitatis in secundo , et quinarii in tertio, denotabunt 518. Item si permutatim figura quinarii fuerit in primo, octonarii in secundo, et unitatis in tertio, denotabunt 185. Item si figura unitatis fuerit in primo, octonarii in secundo, et quinarii in tertio, nimirum denotabunt 581: tres uero unitates sic 111, centum undecim faciunt. Verum si quinquaginta tantum scribere uolueris, in primo et in secundo gradu ponas zephyra, et in tertio figuram quinarii hoc modo 500; et sic cum duobus zephyris quemlibet centenariorum numerum scribere poteris. Et si centenaria cum decenis siue unitatibus scribere uolueris, ponas in primo gradu zephyrum, in secundo decenas, et in tertio centenas quas uolueris. Verbi gratia: si in primo gradu fiat zephyrum, et in secundo figura nouenarii, et in tertio binarii, denotabunt 290. Si autem absque decenis centenaria cum unitatibus scribere uolueris , pones in secundo gradu , scilicet in loco decenarii zephyrum, et in primo numerum unitatum quem uolucrit, et in tertio centenariorum: ut si in primo fuerit figura nouenarii, et in secundo zephyrum, et in tertio binarii 209; et sic secundum supradictam demonstrationem qualem uolueris , numerus a centum usque in mille scribes cum tribus figuris. Cum quattuor namque a mille usque in decem milia, ut in sequenti cum figuris numeris super notatis ostenditur.

M .i	MMxxiii	MMMxxii	MMMxx	MMMMMdc	MMM	Mcxi	Mccxxxiiii	MMMMcccxxi
1001	2 0 2 3	3 0 2 2	3 0 2 0	5 6 0 0	3 0 0 0	1111	1 2 3 4	4 3 2 1

Et sic in reliquis numeris est procedendum. Cum quinque namque figuris scribuntur omnes numeri, incipiendo a decem milia usque ad centum milia. Cum sex uero, a centum milibus usque in mille milia, et sic deinceps, addendo figuram figuris, numerus gradatim in decuplum ascendit. Vnde si contigerit quod aliquem numerum multarum figurarum propter multitudinem figurarum, quis legere uel intelligere nequeat, qualiter legere et intelligere ipsum debeat, ostendere procurabo.

Digitized by Google

De prima itaque figura, hoc est de figura primi gradus, dicat unum.

De secunda que est in secundo gradu, dicat decem.

De tertia que erit in tertio gradu, dicat centum, et adcentet eam in superiori parte.

De quarta namque figura eiusdem numeri, dicat mille, et adcentet eam in inferiori parte.

De quinta uero dicat decem milia.

De sexta itaque centum milia, et adcentet eam in superiori parte.

De septima dicat mille milia, et adcentet eam rursum in inferiori parte.

De octaua dicat decem milia milium.

De nona dicat centum milia milium, et adcentet eam in superiori parte.

De decima dicat mille milia milium, et adcentet eam in inferiori parte; et sic semper per hos tres numeros, scilicet per millenos, et decem millenos, et centum millenos et adcentando millenos in inferiori parte, et centum millenos in superiori, usque c. 2 recto ad ultimum gradum numeri studeat adcentare. Et inde | incipiat legere numerum ab ultimo gradu ipsius per acenta predicta, dicendo semper de inferioribus adcentis tot milia milium quot adcenta fuerint ante ipsa in inferiori parte uersus primum gradum, et de superioribus adcentis, dicens tot centum milia, quot adcenta fuerint ante ipsam in inferiori parte similiter uersus primum gradum numeri; et de figuris que non fuerint adcentate post quartum gradum numeri dicet tot decem millenas, quot adcenta fuerint ante ipsas in inferiori parte; et sic poterit cognoscere et legere qualem uoluerit numerum multarum figurarum. Et ut hoc melius intelligatur, quendam numerum octo figurarum proponamus 87654321. De uno namque qui est in primo gradu, dicet unum; de binario 2, que sunt in secundo, dicet decem; de ternario 3, qui sunt in tertio, dicet centum que adcententur in superiori parte. De quaternario est 4, qui sunt in quarto gradu, dicet mille, que adcententur in inferiori parte, ut in prescripto numero ostenditur. De quinario 5 qui est in quinto gradu, dicet decem milia; de senario 6 qui sunt in sexto gradu, dicet centum milia, que adcententur in superiori parte; de septenario 7 que est in septimo gradu, dicet mille milia que adcententur in inferiori parte; de octonario qui est in ultimo gradu, dicet decem milia: ergo habetur in supradicto numero octuaginta septem milia milium, propter duo inferiora adcenta, quorum unum est sub 7 et aliud sub 4, et insuper sexcenta quinquaginta quattuor miliaria, et insuper .cccxxi. Item proponamus alium numerum de nouem figuris 257604813, que pro ordine adcentato cognoscitur quod continetur in ipso ducenta quinquaginta septem milia miliaria, et sexcenta quattuor miliaria, et octingenta tredecim. Item alius numerus de tredecim figuris proponatur 1007543289081, pro cuius adcentis cognoscitur ipsum esse mille, septem milia milia miliaria, et quingenta quadraginta tria milia miliaria, et ducenta octuaginta nouem miliaria, et insuper octuaginta unum. Possumus enim aliam tradere regulam leuiam que (*sic*) poteris citissime legere numerum plurium figurarum. Verbi gratia: proponamus numerum 15 figurarum 678935784105296, dimissis tribus primis figuris, scilicet 296, super quibuslibet aliis tribus protrahe uirgulam in modum arcus ut in premisso exemplo; et pro qualibet uirgula dices; et illas tres figuras, quas in principio dimisistis, leges sicut stant; et sic dices sexcenta septuaginta octo milia milia milia milium, cum quattuor sint uirgule, et noningenta et triginta quinque milia milia milium, cum super sint tantum tres uirgule et septingenta octuaginta quattuor milia milium, cum

Digitized by Google

due super sint linee et 105 milia, cum una tantum sit uirgula, et 296 pro illis tribus quas in principio dimisisti: et si per ultimum cum remanent una figura uel due, pone ipsas sub ultima uirgula, et leges eas omnes .IIII.^or uel omnes quinque simul, et sic poteris legere numerum quot cumque poteris figurarum.

Paedictis figuris earumque gradibus secundum materiam superius descriptam cum frequenti usu bene cognitis, opportet eos qui arte abbaci uti uoluerint, ut subtiliores et ingeniores appareant scire computum per figuram manuum, secundum magistrorum abbaci usum antiquitus sapientissime inuentam. Que signa sunt hec. Curuatio auricularis digiti sinistre manus super medium uole .1. palme manus notat unum. Curuatio quidem eiusdem cum anulari similiter super mediam uolam duo, cum quibus curuatur medius tria. Curuatio autem anularis et medis 4 super mediam uolam. Curuatio uero medii tantum 5. Anularis 6. Positio quippe auricularis sursum super uolam 7, super quem locum cum ponitur auricularis et anularis notantur 8: positio quidem eorumdem cum medio super eundem locum .9. Cum ab extremitate indicis et pollice fit circulus in nodo pollicis, denotant 10. Cum pollex et index sunt extensi et tangunt se 20. Cum ab extremitate eorumdem sit circulus 30. Cum ponitur pollex super indicem in exteriori parte indicis 40. Curuatio pollicis super principium indicis 50. Curuatio indicis super curuatum pollicem 60. Curuatio indicis super extremitatem extensi pollicis 70. Curuatio itaque indicis super uirgulam extensi pollicis 80. Item curuatio totius indicis in se 90. Centenaria quoque et miliaria fiunt in dextera manu eodem ordine, scilicet signum unitatis facit 100 in dextera manu; binarii quidem 200; decenarii autem mille, et signum nonagesimum facit 9000, ut in sequenti pagina (¹) pictis (*sic*) manibus demonstratur. Componuntur itaque in manibus cum his signis omnes reliqui numeri qui sunt a decem usque in decem milia hoc modo: ex signo uigenarii, et ex signo ternarii componuntur 23; et ex signo trium milium et ex signo quingentarum componuntur in dextera manu tria milia quingenta, et sic intelligas in reliquis.

(¹) Nel suddetto Codice *C. I.* 2616 manca la intera carta, numerata 3, che doveva essere quella indicata colle parole « *sequenti pagina* » che trovansi nella linea 39 della carta 2 *verso* di questo codice, e nella linea 22 della presente pagina 5.

fol. 4 recto.

Introductiones in ac ditione (sic) et multiprichatione numerorum

2 *et* 2	*fiunt*	4
2	[illegible]	5
2	4	6
2	5	7
[illegible]	6	8
2	7	9
[illegible]	8	10
2	9	11
2	10	12

Ianua ternarii

3 *et* 3	*fiunt*	6
[illegible]	[illegible]	7
3	5	8
3	6	9
3	7	10
3	8	11
[illegible]	9	[illegible]
3	10	13

Ianua quaternarii

4 *et* 4	*fiunt*	8
4	[illegible]	9
4	6	10
[illegible]	7	11
4	8	12
4	9	13
4	10	14

Ianua Quinarii

5 *et* 5	*fiunt*	10
5	6	11
5	7	12
5	8	13
5	9	[illegible]
5	10	15

Ianua senarii

6 *et* 6	*fiunt*	12
6	7	13
6	8	14
6	9	[illegible]
6	10	16

Ianua sectenarii

7	7	14
[illegible]	8	15
7	9	[illegible]
7	10	17

8 *et* 8	*fiunt*	16
8	9	17
8	10	18

9 *et* 9	*fiunt*	18
9	[illegible]	19

10 *et* 10	*fiunt*	[illegible]

20 et 20	fiunt	40
20	[illegible]	50
20	40	60
20	50	70
20	60	80
20	70	90
20	80	100
20	90	110

30 *et* 30	*fiunt*	60
30	40	70
30	50	80
30	60	90
30	70	100
30	80	110
30	90	120

40 *et* 40	*fiunt*	80
40	50	90
40	60	100
40	70	110
40	80	120
40	90	130

50 *et* 50	*fiunt*	100
50	60	110
50	70	120
50	80	130
50	90	140

60 *et* 60	*fiunt*	[illegible]
60	70	130
60	80	140
60	90	[illegible]

70 *et* 70	*fiunt*	140
70	80	150
70	90	160

80 *et* 80	*fiunt*	160
80	90	170

et	*fiunt*	
90	90	180

Expliciunt iunctiones

Incipiunt multiplicationes

De binario

2 *uices* 2	*fiunt*	4
2	[illegible]	6
2	[illegible]	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20

De ternario

3 *uices* 3	*fiunt*	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	[illegible]

De quaternario

4 *uices* 4	*fiunt*	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40

De Quinario

5 *uices* 5	*fiunt*	25
5	6	[illegible]
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50

De senario

6 *uices* 6	*fiunt*	36
6	7	[illegible]
6	8	48
6	9	54
6	10	60

De sectenario

7 *uices* 7	*fiunt*	49
7	8	56
7	9	63
7	10	70

De octonario

8 *uices* 8	*fiunt*	64
8	9	72
8	10	80

De nouenario

9 *uices* 9	*fiunt*	81
9	10	90

De decenario

10 *uices* 10	*fiunt*	100
10	20	200

Expliciunt multiplicationes

Digitized by Google

Prescriptas itaque in tabulis iunctiones et multiplicationes in manibus addiscendo semper utantur colligere, vt animus pariter cum manibus in additationibus et multiplicationibus quorumlibet numerorum expeditior fiat. fol. 4 verso.

Incipit capitulum secundum de multiplicatione integrorum numerorum.

Capitulum secundum de multiplicationibus integrorum numerorum in octo partes diuidimus, ut differentie atque proprietates earum melius intelligantur. Quarum prima pars erit de multiplicatione duarum figurarum contra duas, atque unius figure contra plures. Secunda de multiplicatione trium figurarum contra tres, atque duarum figurarum in tribus. Tertia de multiplicatione quattuor figurarum contra quattuor, etiam et duarum figurarum et trium in quattuor figuris. Quarta de multiplicacione quinque figurarum in quinque. Quinta de multiplicatione plurium figurarum quam quinque, qualiter multiplicentur ad inuicem. Sexta de multiplicatione numerorum secundi gradus per numeros eiusdem gradus, hoc est duarum figurarum per duas, atque unius figure contra plures, qualiter cordetenus in manibus multiplicentur. Septima de multiplicatione trium figurarum per tres similiter qualiter in manibus cordetenus multiplicentur. Octaua de multiplicatione omnium numerorum alium modum.

Incipit pars prima de multiplicatione duarum figurarum contra duas.

Nvmerus se ipsum multiplicare dicitur, quando similis per similem multiplicatur, ut 12 per 12, uel 26 per 26. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando numeri se inuicem multiplicantes fuerint ad inuicem inequales, ut 12 per 37 et 46 et per 59 : denique nos primum numeros secundi gradus ut promisimus, scilicet a 10 usque in centum in semetipsos multiplicare doceamus. Cum autem uis multiplicare aliquem numerum secundi gradus per aliquem numerum eiusdem gradus, siue equales sint numeri, siue inequales, scribes numerum sub numero, ita ut similis gradus sit sub simili gradu; et si numeri sunt inequales, sit maior sub minore, et incipiat multiplicationem a primo gradu numerorum in tabula prescriptorum. Siquidem multiplicet figuram primi gradus superioris numeri in tabula prescripti per figuram primi gradus subterioris, et scribantur unitates super primum gradum numerorum prescriptorum, et per unam quamque decenam retineat in manu sinistra unum : deinde multiplicet figuram primi gradus superioris numeri per figuram secundi gradus, per ultimam silicet subterioris numeri, et econtra: figura primi gradus subterioris multiplicetur per ultimam figuram superioris, et addantur in manu cum seruatis decenis; et iterum unitates scribantur super secundum gradum, et retineantur in manu decene. Item multiplicetur ultima figura superioris numeri per ultimam subterioris, et quod ex multiplicatione euenerit cum seruatis decenis in manu super addatur, et unitates in tertio gradu, et decene super fuerint in quarto ponantur, et habebitur multiplicatio quorumlibet numerorum a decem usque in centum. Verbi gratia : ut si quesierit multiplicationem de 12 in 12, scribantur 12 bis in tabula dealbata in qua littere leuiter deleantur, sicuti in hac margine scriptum cernitur, primus gradus subterioris numeri sub primo superioris, hoc est figura binarii sub figura binarii, et secundus gradus subterioris sub secundo superioris, scilicet figura unitatis sub figura unitatis, et multiplicet binarium per binarium, erunt 4, que ponat super utrumque binarium ut in prima descriptione posita sunt. Iterum multiplicentur superiora 2 qui est in secundo gradu inferioris numeri, erunt 2 que seruentur in manu, et multiplicet ite-

« tabula dealbata .... diximus, et » (fol. 4 verso, lin. 25-35; pag. 7, lin. 27 — pag. 8, lin. 8).

descriptio prima	4 12 12
Secunda	44 12 12
Vltima	144 12 12

Digitized by Google

rum 2 subterioris numeri per 1 superioris, erunt 2; que addat cum duobus superius seruatis, erunt 4, que ponat super unitatem utramque facient ipsa 4 secundum gradum, post priora posita 4 que fecerant primum gradum, ut in secunda descriptione describitur; et adhuc multiplicetur 1 de superiori numero per unum de subteriori, faciet 1; quod 1 scribatur in tertio gradu, scilicet post 44 descripta, ut in tertia et ultima descriptione ostenditur. Et in tot ascendit multiplicatio de 12 in se ipsa, scilicet 144.

Iterum ut lucidius clarescat, 37 per 37 multiplicentur. Scribantur quidem 37 sub 37, ut superius de 12 diximus, et multiplicentur 7 per 7, erunt 49: ponantur itaque 9 super utrumque 7 ut in prima descriptione ostenditur, et pro quattuor de decenis, que sunt in 49, seruentur 4 in manu, et multiplicentur 7 de superiori numero per 3 de inferiori, et 7 de inferiori per 3 de superiori, et iungantur insimul, erunt 42, quibus additis cum 4 superius seruatis, erunt 46: scribantur unitates de 46, que sunt 6 super utrumque 3, ut in secunda descriptione denotatur. Et 4 pro quattuor decenis que sunt

fol. 5 recto.

in 46 | in manu seruentur, et adhuc multiplicentur 3 de superiori numero per 3 de inferiori, erunt 9; que adde cum 4 modo in manu seruatis, erunt 13: ponantur 3 de 13 in tertio gradu et 1 in quarto, ut continetur in tertia et ultima descriptione.

• Qve multiplicatio ... multiplicationis de 9 (fol. 5 recto, lin. 3-15; pag. 3, lin. 17-36)

	9
prima	37
	37
	69
secunda	37
	37
	1369
proba est .1.	37
	37

Qve multiplicatio, si recta est, ita cognoscitur. Iungantur quidem figure que sunt in superioribus 37, scilicet 3 cum 7, erunt 10, de quibus dematur 9, remanebit 1, quod seruetur. Eodemque modo colligantur figure de 37 inferioribus, et demantur inde 9, remanebit similiter 1: multiplicetur ergo 1 quod remansit de superioribus 37 per 1 quod remansit de inferioribus, faciet 1, quod nocetur pensa uel portio, et seruetur in tabula super ipsam multiplicationem, ut in tertia descriptione cernitur: postea colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, et de collecta quantitate demantur 9 quotiens potuerit; et si 1 remanebit sicuti pro pensa seruatum est, recta utique erit multiplicatio. Verbi gratia: ut si iunximus figuras que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 3 et 6 et 9, et erunt 19, de quibus extrahe bis nouenarium, remanebit 1, ut pro pensa prediximus eum debere remanere: uel de dictis 19 dele 9 que sunt in primo gradu ipsorum, remanebit similiter 1. Et nota cum additis figuris de 37, scilicet 3 cum 7, tunc diuidis 37 per 9, de qua diuisione remanet 1, sicut remansit ex 10 que procreata fuerint ex addictione 3 et 7, cum ex eis extracta fuerunt 9: nam residuum quod remanet ex quouis numero diuiso per 9, est summa que ponitur ex additatione omnium figurarum facientium ipsum numerum. Et notandum rursus, cum aliquis numerus diuiditur in partes, et una queque partium multiplicatur per aliquem numerum, sunt ille multiplicationes in unum collecte equales multiplicationi totius numeri diuisi in numerum, in quem multiplicate fuerunt omnes partes ipsius. Ergo multiplicationes de 36 per 37, et de 1 per 37 in unum coniuncte, equantur multiplicationi de 37 in 37. Sed ex multiplicatione de 36 in 37 prouenit numerus qui creatus est ex aliqua multitudine nouenariorum, cum 36 sint concreta ex nouenariis. Quare numerus surgens ex 36 in 37, si diuisus fuerit per 9, nichil ex eo remanebit indiuisibile. Item multiplicatio de 1 in 37, est equalis summe multiplicationis de 1 in 36 et de 1 in 1. Sed ex multiplicatione de 1 in 36 prouenit numerus qui integraliter diuiditur per 9: multiplicatio ergo de 1 in 1, scilicet 1, remanet indiuisibilis per 9. Ergo de 37 in 37 diuisa per 9 remanet 1, quod habetur ex collectione figurarum omnium que sunt in summa de 37 in 37, ut su-

Digitized by Google

perius inuenimus: uel ex dicta summa prohice 9, remanebunt 136, de quibus deme 3 et 6 cum coniunta faciant 9, remanebit similiter 1 indiuisibiles de 1369 diuisis per 9.

Item si multiplicare uis 98 per 98, scribantur ut predixi 98 sub 98 et multiplicentur 8 per 8, erunt 64: ponantur 4 super utrumque 8, et seruentur pro decenis in manu 6, et multiplicentur 8 per 9, erunt 72; et iterum econtra multiplicentur 8 de inferiori per 9 de superiori, erunt similiter 72, que iungantur cum aliis 72 et cum 6 in manu seruatis, erunt 150; et cum non sit unitas in predictis 150, ponendum est zephyrum super utrumque 9, et seruentur pro decenis in manu 15, et multiplicentur 9 per 9, erunt 81, que addantur cum 15 in manu seruatis, erunt 96, de quibus 96 scribantur 6 in tertio gradu et 9 in quarto, ut in hac descriptione cernitur. Modo uideamus si hec multiplicatio recta est: iungantur figure de superiori 98, scilicet 9 cum 8, et dematur 9, remanebunt 8. Iterum illud idem fiat de inferioribus 98, remanebunt similiter 8; et multiplicentur 8 per 8, erunt 64, de quibus extrahantur omnes nouene que sunt in eisdem 64, remanebit pro pensa 1, uel aliter: iungantur figure que sunt in predictis 64, scilicet 6 cum 4, erunt 10, de quibus demantur 9, remanebit similiter 1, postea colligantur figure, que sunt in summa multiplicationis, scilicet 9 et 6 et 0 et 4 tamen non est necesse ut figura nouenarii colligatur in aliqua persimili probatione, cum nouenarius semper erit, ut extrahi precipiatur unde colligantur 6 et 0 et 4, erunt 10, de quibus demantur 9, remanebit 1 pro pensa, sicuti remanere oportebat. Cum autem uolueris multiplicare aliquem numerum de secundo gradu in se non habentem unitates, uel in primo gradu, ut in 10 et 40 uel 90, in quorum capitibus zephyrum semper esse necesse est, sic erit faciendum: scribarum (*sic*) numerum hoc ut supra dixi; et multiplicabitur secundus gradus per secundum tantum, et ponatur ante summe duo zephyra, et sic habebimus summam cuiuslibet dictarum multiplicationum. Vt pote si queratur multiplicatio de 70 in 70, scribantur itaque utraque 70 supradicto modo, et multiplicetur figura septenarii que est in secundo gradu superiori (*sic*) numeri per 7 inferioris, erunt 49, ante quem numerum ponantur duo zephyra, scilicet pro his que sunt ante utraque 7, faciunt 4900, que sunt summa quesite multiplicationis, scilicet queratur | de 37 in 49, scribantur 49 sub 37, scilicet maior numerus sub minori, et similis gradus sub simili gradu, ut in hac margine cernitur; et multiplicentur 7 per 9, erunt 63; ponantur 3 super 7, et pro decenis seruentur in manu 6, et multiplicentur 7 per 4 in cruce, erunt 28, que addantur cum 6 in manu seruatis, erunt 34. Item multiplicentur 9 per 3, erunt 27, que addantur cum 34, erunt 61: ponatur 1 super 3 et pro decenis seruentur in manu 6, et multiplicentur 3 per 4, erunt 12, que addat cum 6, erunt 18, que ponat post 13 superius posita, egredientur pro summa dicte multiplicationis 1813, ut hic ostenditur.

« Item si ... hac descriptione » (fol. 5 *recto*, lin. 23-28, pag. 9, lin. 3-10).

proba est .1.	
	9604
	98
	98

« gradu ut ... ponantur » (fol. 5 *recto*, lin. 35 36, pag. 9, lin. 20-21, lin. 27).

4900
70
70

fol. 5 *verso*.

« de 37 .... ostenditur » (fol. 5 *verso*, lin. 1-6; pag. 9, lin. 28-35).

	1813
proba est .4.	37
	49

Et si multiplicatio recta est, ita cognoscitur: diuidantur 37 per 9, hoc est, addantur figure de 37, scilicet 3 cum 7, erunt 10, de quibus demantur 9, remanebit 1, quod seruet; similiter addantur figure de 49, scilicet 4 cum 9, erunt 13, de quibus demantur 9, remanebunt 4, que multiplicet cum 1 seruato, erunt 4, que seruet pro pensa, et colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 8 et 1 et 3, erunt 13, de quibus demantur 9, remanebunt 4, ut oportet pro pensa remanere.

Procedit hic modus multiplicandi ex his que dixi superius de numero in partes diuiso, et multiplicato in alium quem uis numerum. Nam multiplicatio de 37 in 49,

Digitized by Google

equatur collectioni multiplicationum de 7 in 49 et de 30 in 49. Sed multiplicatio de 7 in 49 equatur coniuncto multiplicationum de 7 in 7 et de 7 in 40, et multiplicatio rursus de 30 in 49 equatur multiplicationibus de 30 in 9 et de 30 in 40. Ergo multiplicatio de 37 in 49 equatur quattuor multiplicationibus que sunt 7 in 9 et 7 in 40 et 30 in 9 et 30 in 40. Que .IIII.^{or} multiplicationes accepte sunt super per ordinem: multiplicauimus primum 7 per 9, et posuimus unitates super primum gradum; quia primus gradus quemcumque gradum multiplicat, ipsum gradum facit, uel terminante in ipso. Secundo multiplicauimus 7 per 4; tertio 9 per 3, et harum multiplicationum accepimus summam, de qua posuimus unitates in secundo gradu; quia cum primus gradus secundum multiplicat, secundum gradum facit. Et hoc fuit multiplicare 7 per 40 et 9 per 30; postea ad ultimum multiplicauimus 3 per 4, scilicet secundum gradum per secundum. Et ex ipsa multiplicatione addita cum decenis seruatis posuimus unitates in tertio gradu, et decenas que super fuerunt in quarto; et hoc fuit multiplicare 30 per 40, quia secundus gradus quemcumque multiplicat, secundum gradum facit post ipsum quem multiplicat. Similiter tertius gradus numeri quemcumque gradum multiplicat, tertium gradum facit post ipsum quem multiplicat. Et quartus facit quartum post ipsum quem multiplicat, et quintus quintum, et est. Significabo itaque, quid est dicere primum gradum quemcumque multiplicat, ipsum facit, aut facit numerum terminantem in ipso. Cum multiplicatur figura per figuram, et ex multiplicatione non prouenit ultra. Item multiplicatio illa facit ipsum gradum; et cum ex multiplicatione eadem prouenit numerus secundi gradus, ut 20 uel 30, aut compositus ex secundo et primo ut 15 et 28; tunc facit numerum terminantem in ipso gradu quem primus gradus multiplicat; et ideo cum multiplicauimus primum gradum per aliquem gradum ponimus unitates illius multiplicationis super ipsum gradum et decenas seruamus ad sequentem gradum: hoc idem intelligas de multiplicatione reliquorum graduum.

De multiplicatione unius figure contra plures.

• inferioris .... egrediuntur pro; • (fol. 5 verso, lin. 35-38; pag. 10, lin. 31-36).

392
8
49

Item si queratur multiplicatio unius figure contra duas, uel contra plures, scribatur ipsa sola figura super figuram primi gradus ipsius numeri, cum quo ipsam multiplicare uoluerit, et multiplicet ipsam solam cum prima ipsius numeri, et ponantur unitates super ipsam et in manu retineantur decene, et multiplicetur eadem sola figura per secunda inferioris numeri, et addatur cum decenis seruatis, et ponantur semper unitates, et decene seruentur, et ipsa figura per ordinem multiplicetur per tertiam et per quartam, et deinceps per reliquas. Verbi gratia: ut si queratur multiplicatio de 8 cum 49, ponatur 8 super 9 et multiplicentur 8 per 9, erunt 72; ponantur 2 super 8 et seruetur in manu 7 et multiplicetur ipsa 8 per 4, erunt 32; super que addat seruata 7 erunt 39; et ponantur 9 et 3, egredientur pro dicta multiplicatione 392, ut in margine ostenditur. Item si queratur multiplicatio de 7 cum 308 scribantur 7 | super 8 et multiplicetur 7 per 8, erunt 56 ponantur 6 et retineantur 5, et multiplicentur 7; per 0, facient 0, quod addat cum 5 seruatis faciet 5, que ponat post posita 6, et multiplicet 7 per 3, facient 21, que ponat post 56 posita, et egredientur 2156 que sunt summa dicte multiplicationis, et sic una figura contra plures multiplicatur.

fol. 6 *recto.*

• super 8 .... 367 • (fol. 6 *recto*, lin. 1-4; pag. 10, lin. 37—pag. 11, lin. 4).

2156
7
308

De eodem.

Item si uolueris multiplicare 70 per 81, dematur 0 de 70, remanent 7; et multiplicentur

Digitized by Google

7 per 81, erunt 567 cum numero ante ponatur 0 pro eo quod de 70 abstulimus, erunt 5670.

« cum numero ....sub unitatibus » (fol. 6 recto, lin. 6-8; pag. 11, lin. 1-6).

5670
70
81

Incipit pars secunda secundi capituli.

Cvm autem tres figuras per tres figuras quis multiplicare uoluerit, uniuersalem regulam ei leuiter edocemus. Scilicet, ut scribatur gradus unius numeri contra gradum alterius, hoc est unitas sub unitatibus, decene sub decenis, et centene sub centenis, et multiplicetur prima superioris numeri per primam subterioris, et ponat unitates super primum gradum numerorum, et decene seruentur in manu, et multiplicet primam superioris per secundam subterioris, et primam subterioris per secundam superioris, et addat utrasque multiplicationes cum seruatis unitatibus, et ponat unitates et decenas seruet; et multiplicet primam superiorem per tertiam inferiorem, et primam subteriorem per tertiam superiorem, et secundam per secundam, et addat tres dictas multiplicationes cum numero seruato, et ponat unitates super tertium gradum, et per unam quamque decenam seruet in manu 1; et multiplicet secundam superioris numeri per tertiam subterioris, et secundam inferioris per tertiam superioris; et de collecta summa ponat unitates et decenas reseruet, et multiplicet tertiam per tertiam, et addat cum seruatis decenis, et ponat unitates et postea ponat decenas si superfuerint positis unitatibus; et si habebit multiplicationem quorumlibet numerorum trium figurarum, siue equales fiant siue inequales.

« Ad cuius .... figurarum » (fol. 6 recto, lin. 18-35; pag. 11, lin. 20 — pag. 12, lin. 2).

Ad cuius rei euidentiam sint equales numeri 345 et 345, quos insimul multiplicare opportet, qui collocentur ad inuicem sicuti in pagina collocati esse cernuntur; et multiplicet 5 per 5 erunt 25, ponat 5 super utrumque 5, sicuti in secunda descriptione cernitur, et pro decenis seruet in manu 2 et multiplicet 5 superioris numeri per 4 subterioris, et 5 inferioris per 4 superioris; quibus additis cum 2 seruatis, erunt 42: ponat 2 super utrumque 4, sicuti in tertia continetur descriptione, et seruentur pro quattuor decenis 4; et multiplicet 5 superioris per 3 subterioris et 5 inferioris per 3 superioris, et 4 per 4, et summa ipsarum trium multiplicationum addatur cum 4 in manu seruatis, erunt 50: ponat 0 super utrumque 3, ut in quarta descriptione ostenditur, et seruentur in manu 5, et multiplicet 4 superioris per 3 inferioris, et 4 inferioris per 3 superioris, et addantur cum 5, erunt 29: ponat 9 post 0, ut in quinta patet descriptione, et seruentur in manu 2, et multiplicet 3 per 3, erunt 9, que addat cum 2, erunt 11, que ponat, ut in sexta et ultima descriptione ostenditur. Que multiplicatio si recta est, per supradictum modum cognoscitur, uidelicet ut addantur figure de 345 superioribus, et dematur inde 9, remanebunt 3; similiter fiat de 345 inferioribus et remanebunt similiter 3; et multiplicentur 3 per 3, de quibus dematur 9, remanet 0 quod habeat pro pensa, tunc colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 1 et 2 et 5, erunt 9, de quibus trahantur 9, remanet 0 ut opportet. Assignabo quidem quare multiplicatio secunde figure per secundam additur cum multiplicatione primarum figurarum, in tertias; quia ut dictum est primus gradus quicumque multiplicat ipsum gradum, facit secundus gradus, quicumque multiplicat secundum gradum, facit post ipsum quem multiplicat. Et sic est primus gradus multiplicat tertium, tertium gradum facit. Et cum secundus multiplicat secundum, facit eundem, silicet tertium, qui est secundus post ipsum quem multiplicat. Ergo opportet cum multiplicatio secundi gradus per secundum

prima	
	345
	345
	5
secunda	345
	345
	[illegible]
tertia	345
	345
	025
quarta	345
	345
	9025
quinta	345
	345
	119025
Vltima	345
	345

Digitized by Google

iungatur multiplicationibus primarum in tertios. Sequuntur multiplicatio secundarum figurarum in tertias, de qua prouenit quartus gradus, silicet secundus ab eo quem multiplicat. Ad ultimum multiplicatur tertius gradus per tertium, de qua multiplicatione prouenit quintus gradus, silicet tertius ab eo quem tertius gradus multiplicat. Et hac ratione ex his que procreantur ex multiplicatione primarum in tertias et secunde in secundam: posuimus unitates in tertio gradu, et seruauimus decenas ad quartum gradum. Et ex his que procreantur ex multiplicatione secundarum in tertias, | et ex decenis seruatis posuimus unitates in quarto gradu, et seruauimus decenas ad quintum gradum, que decene adduntur cum multiplicatione tertii gradus in tertium, et ponuntur eorum in quinto gradu, et decene in sexto, et sic habetur multiplicatio supradicta.

fol. 6 *verso*.

« et ex decenis .... retineat 4 » (fol. 6 *verso*, lin. 1-4; pag. 12, lin. 7-8 — lin. 14).

3 6 8 4 4 9
6 0 7
6 0 7

De eodem.

Item si uoluerit multiplicare 607 cum 607, collocatis numeris, multiplicetur 7 per 7, erunt 49: ponat 9 et retineat 4, et multiplicet 7 per 0 et 7 per 0 in cruce, et addantur cum 4 seruatis, erunt 4, que ponat; et multiplicet 7 per 6 et 7 per 6 et 0 per 0, erunt 84: ponat 4 retineat 8, et multiplicet 0 per 6 et 0 per 6, et addatur cum 8, erunt 8 et ponat 8, et multiplicet 6 per 6, erunt 36: ponat 6 et 3, et sic habebis pro summa dicte multiplicationis 368449.

« et multiplicet .... multiplicationis » (fol. 6 *verso*, lin. 5-9; pag. 12, lin. 14-22.

6 0 8 4 0 0
7 8
7 8

De eodem.

Item si uoluerit multiplicare 780 per 780, dematur de utrisque 780 suum 0, remanebit 78 et 78; et multiplicet 78 per 78, erunt 6084, ante quam ponantur duo zephyra, et habebitur pro summa dicte multiplicationis 608400. Item si uoluerit multiplicare 900 cum 900, demantur zephyra de utroque numero, et multiplicet 9 per 9, erunt 81, quibus ante ponantur zephyra quattuor, silicet pro quattuor demptis zephyris de utroque 900, et habebitur pro summa dicte multiplicationis 810000.

De eodem cum inequalibus numeris.

Si autem inequales numeros quis multiplicare uoluerit, eadem uia et ordine erunt multiplicandi; ut si oportuerit multiplicare 123 cum 456, scribantur ad inuicem numeri ut supradictum est, ut multiplicentur 3 per 6, erunt 18: ponantur 8, retineatur 1 et multiplicentur 3 per 5, erunt 15, que addantur cum 1 seruato, erunt 16 et 6 per 2, et addantur cum 16, erunt 28: ponantur 8 et retineantur 2, et multiplicentur 3 per 4 et 6 per 1 et 2 per 5, et addatur cum 2 seruatis, erunt 30: ponatur 0, retineantur 3, et multiplicentur 2 per 4 et 5 per 1, et addantur cum 3 seruatis, erunt 16: ponantur 6, et retineantur 1, cum quo addatur multiplicatio de 1 in 4, erunt 5 que ponantur, et habebitur pro summa multiplicationis dicte 56088. Si autem hoc probare uoluerit, iungantur figure de 123, erunt 6, et figure de 456, erunt 15, de quo numero dematur 9, remanebunt 6, que multiplicentur cum 6, erunt 36, quibus per 9 diuisis remanet 0 quod pro pensa habeatur. Tunc colligantur figure que sunt in summa dicte multiplicationis, erunt 27, quibus per nouenarium diuisis, remanet 0, ut expedit pro pensa remanere. Item si proponatur multiplicare 370 cum 451, quamuis per supradictam doctrinam multiplicari possint, tamen cum zephyrum sit in primo gradu unius numerorum, silicet de 370, aliter multiplicari doceantur, silicet ut dematur ipsum 0 de 370, remanebunt 37, que multiplicentur cum 451; erit itaque illorum multiplicatio duarum figurarum per tres, que multiplicatio sic fieri

« retineatur .... 56088. Si » (fol. 6 *verso*, lin. 15-18; pag. 12, lin. 29-35).

8 1 0 0 0 0
9
9

« remanere .... 1 per 8 » (fol. 6 *verso*, lin. 22-25; pag. 12, lin. 39 — pag. 13, lin. 2).

5 6 0 8 8
1 2 3
4 5 6
proba est 0.

Digitized by Google

docetur. Scribantur 37 super 51 de 451, et multiplicentur 7 per 1, erunt 7 que ponantur. Et 7 per 5 et 1 per 3 multiplicentur, erunt 38: ponantur 8 et retineantur 3, et 7 per 4 et 3 per 5 multiplicatis, et additis cum 3 seruatis, erunt 46: ponantur 6 et retineantur 4, et multiplicentur 3 per 4 et addantur cum 4 seruatis, erunt 16; et ponantur 6 et 1, et habebimus pro summa dicte multiplicationis duarum illarum figurarum in tres, 16687; quibus ante ponatur 0 pro demto 0 de 370, exibunt 166870: hac itaque uia quelibet due figure per quaslibet tres figuras multiplicantur. Item si queratur multiplicatio de 320 per 570, dematur 0 de utroque numero, remanebunt 32 et 57, qui numeri insimul multiplicentur, erunt 1824, quibus ante ponantur duo zephyra, et habebitur pro summa dicte multiplicationis 182400.

« ponantur 6 .... ante ponitur » (fol. 6 verso, lin. 27-31; pag. 13, lin. 3-9).

166870
37
451

Pars tertia de multiplicatione quattuor figurarum.

Cvm autem quattuor figuras contra quattuor quis multiplicare uoluerit, describat numeros, et collocatis gradibus sub gradibus similibus, multiplicet primam per primam et ponat, reminiscendo tamen seruare decenas semper cum posuerit unitates, et multiplicet primam per secundam, et primam per secundam, et ponat; et primam per tertiam, et primam per tertiam, et secundam per secundam, et ponat; et primam per quartam, et primam per quartam, et secundam per tertiam, et secundam per tertiam, et ponat; et secundam per quartam, et secundam per quartam, et tertiam per tertiam et ponat; et tertiam per quartam, et tertiam per quartam, et ponat; et quartam per quartam et ponat; et sic habebit multiplicationem quorumlibet numerorum quattuor figurarum siue equales uel inequales extiterint.

« et primam .... extiterint » (fol. 6 verso, lin. 35-38; pag. 13, lin. 15-21).

182400
32
57

Ad cuius rei euidentiam proponatur multiplicatio de 1234 in se ipsa, et descripto ipso numero, bis multiplicetur prima per | primam ut prediximus, silicet 4 per 4, erunt 16; et ponantur 6 super utrumque 4 et retineatur 1, et multiplicentur 4 per 3 et per 3, et addantur cum 1 seruato erunt 25, ponantur 5 super utrumque 3 et retineantur 2. Item multiplicentur 4 superioris numeri per 2 inferioris, et 4 per 2 et 3 per 3, et addantur cum 2 seruatis, erunt 27: ponantur 7 super utrumque 2 et retineantur 2: multiplicentur 4 per 1 et 4 per 1 et 3 per 2 et 3 per 2, et addantur hee quattuor multiplicationes cum 2 seruatis, erunt 22: ponantur 2 super utrumque 1, et retineantur in manu 2, et multiplicentur 3 per 1 et 3 per 1 et 2 per 2, et addantur cum 2 seruatis, erunt 12: ponantur 2 et retineatur in manu 1, et multiplicentur 2 per 1 et 2 per 1 et addantur cum 1 seruato, erunt 5, que ponantur, et multiplicentur 1 per 1 erit 1 quod ponatur; et sic habebitur pro summa ipsius multiplicationis 1522756.

fol. 7 non numerato, r°

« 2 et addantur .... cum » (fol. 7 recto, lin. 2-6; pag. 13, lin. 25-32).

1522756
1234
1234

De eodem.

Iterum ut intelligibilius intelligatur, multiplicatio de 2345 in 6789 proponatur: descriptis itaque numeris, multiplicentur 5 per 9, erunt 45, ponantur 5 et retineantur 4, et multiplicentur 5 per 8 et 9 per 4, et addantur cum 4 seruatis, erunt 80: ponatur 0 et retineantur 8, et multiplicentur 5 per 7 et 9 per 3 et 4 per 8, et addantur cum 8 seruatis, erunt 102; ponantur 2 et retineantur in manu 10, et multiplicentur 5 per 6 et 9 per 2 et 4 per 7 et 8 per 3, et addantur cum 10 seruatis, erunt 110: ponatur 0 et retineantur 11, et multiplicentur 4 per 6 et 8 per 2 et 3 per 7, et addantur cum 11 seruatis, erunt 72: ponantur 2, retineantur 7, et multiplicentur 3 per 6 et 7 per 2, et addantur cum 7 seruatis, erunt 39: ponantur 9 et retineantur 3, quibus addatur multipli-

« itaque .... seruatis » (fol. 7 recto, lin. 9-13; pag. 13, lin. 36-43).

	15920205
proba est 6.	2345
	6789

Digitized by Google

catio de 2 in 6, erunt 15, et ponantur 5 et 1, et sic habebitur multiplicatio dictorum numerorum, ut hic ostenditur.

Probatio.

Qve si recta fuerit, ita probatur: multiplicetur pensa de 2345 que est 5 cum pensa de 6789 que est 3, erunt 15, de quibus demantur 9 remanent 6 que sunt pensa summe multiplicationis.

« Quamuis .... 35000000 » (fol. 7 *recto*, lin. 18-21; pag. 14, lin. 7-11).

3 7 8 9 3 0 0 0
5 1
7 4 3

Qvamuis ita ut dictum est omnes numeri quattuor figurarum multiplicandi sint, tamen sunt inter eos qui aliter et leuius multiplicari possunt: illud (*sic*) silicet, qui habent in capitibus zephyra; ut si queratur multiplicatio de 5000 cum 7000, multiplicentur 5 per 7, erunt 35, ante que ponatur tot zephyra, quot sunt cum ipsis numeris que sunt sex, et sic habebitur pro summa dicte multiplicationis 35000000.

Item si queratur multiplicatio de 5100 cum 7430, multiplicentur 51 per 743, erunt 37893, quibus ante positis zephyra tria que sunt in capitibus utrorumque numerorum, et sic habebitur pro summa dicte multiplicationis 37893000.

« Item si .... 3 seruatis » (fol. 7 *recto*, lin. 24-27; pag. 14, lin. 15-20).

9 2 5 2 5 0 0
2 5
3 7 0 1

Item si quereret multiplicationem de 2500 cum 3701, demat duo zephyra que sunt in capite de 2500, remanebunt 25, que multiplicet per 3701, silicet duas figuras contra quattuor, quarum ordo hic est: describat 25 super 3701 ut inferius cernitur, et multiplicabit 5 per 1, erunt 5, que ponat; et 5 per 0 et 1 per 2, erunt 2, que ponat; et 5 per 7 et 2 per 0, erunt 35; ponat 5 et remanebit 3, et multiplicet 5 per 3 et 2 per 7 et addat cum 3 seruatis, erunt 32; et ponatur 2, retineatur 3 et 2 per 3, erunt 6, que addat cum 3 seruatis; erunt 9, que ponat. Et sic habetur pro multiplicatione de 25 in 3701, ut in descriptione ostenditur, 92525, quibus ante ponantur duo zephyra, ut habeatur summa prioris multiplicationis quesite.

Pars quarta secundi capituli.

Cvm autem quemlibet numerum quinque figurarum per quemlibet numerum eiusdem gradus quis multiplicare uoluerit, silicet quinque figuras per quinque, collocatis numeris multiplicet primam per primam, et ponat; et primam per secundam, et primam per secundam, et ponat; et primam per tertiam, et primam per tertiam, et secundam per secundam, et ponat; et primam per quartam, et primam per quartam, et secundam per tertiam, et secundam per tertiam, et ponat; et primam per quintam, et primam per quintam, et secundam per quartam, et secundam per quartam, et tertiam per tertiam, et ponat; et secundam per quintam, et secundam per quintam, et tertiam per quartam, et tertiam per quartam, et ponat; et tertiam per quintam, et tertiam per quintam, et quartam per quartam, et ponat; et quartam per quintam, et quartam per quintam, et ponat; et quintam per quintam, et ponat. Et sic habebit multiplicationem quorumlibet numerorum quinti gradus: et ut hic apertius demonstretur, quedam multiplicatio proponatur, ut per eam equales et inequales multiplicationes eiusdem gradus intelligantur: ut si uoluerit multiplicare 12345 per 12345, descriptis numeris, ut | supra docuimus, multiplicet 5 per 5 erunt 25: ponat 5 et retineat 2, et 5 per 4 et 5 per 4, et addat cum 2 seruatis, erunt 42: ponat 2 et retineat 4, et 5 per 3 et 5 per 3 et 4 per 4, et addat cum 4 seruatis, erunt 50: ponat 0 et retineat 5, et 5 per 2 et 5 per 2 et 4 per 3 et 4 per 3, et addat cum 5 seruatis, erunt 49: ponat 9 et retineat 4, et 5 per 1 et 5 per 1 et 4 per 2 et 4 per 2 et 3 per 3, et addat cum 4 seruatis, erunt 39: ponat 9 et retineat 3, et 4 per 1 et

fol. 7 non numerato, *verso*.

Digitized by Google

4 per 1 et 2 per 2 et 3 per 2, et addat cum 3 seruatis, erunt 23; ponat 3 et retineat 2, et 3 per 1 et 3 per 1 et 2 per 2, et addat cum 2 seruatis erunt 12; ponat 2 et retineat 1, et 2 per 1 et 3 per 1, et addat cum 1 seruato, erunt 5, que ponat; et 1 per 1 erit 1 quod ponat; et sic habebit summam dicte multiplicationis. Ostendam rursus hunc modum multiplicandi procedere ex his que accidit (*sic*) inter numeros sibi inuicem proportionales. Nam cum tres numeri proportionales sunt, ita quod sicut primus est ad secundum, ita secundum sit ad tertium; tunc multiplicatio primi in tertium equatur multiplicationi secundi in se. Et cum quattuor numeri sunt proportionales, fueritque sicut primus ad secundum, ita tertius ad quartum. Tunc multiplicatio primi in quartum equa est multiplicationi secundi in tertium, ut in euclide reperitur. Ascendit enim numerus in infinitum per gradus continuos; quia sicut primus gradus est ad secundum, ita secundus est ad tertium, et tertius ad quartum, et unusquisque antecedentium ad suum consequentem. Quare multiplicatio secundi gradus in se facit eundem gradum factum ex multiplicatione primi in tertium. Et multiplicatio secundi gradus in tertium facit gradum factum ex multiplicatione primi in quartum. Incipitur quidem in multiplicationibus a figuris primi gradus, ex qua multiplicatione aut prouenit numerus primi gradus, aut terminans in ipso. Et ideo ex multiplicatione prime figure per primam ponuntur unitates super primum gradum, et decene seruantur ad secundum, cum quibus adduntur multiplicationes primarum in secundas, et prouenit numerus secundi gradus, uel terminans in ipso. Quare ponuntur unitates super secundum gradum, et pro unaquaque decena que habetur, servatur .1. ad tertium gradum. Deinde multiplicantur prime per tertias, et additur cum eis multiplicatio secunde in secundam; quia multiplicatio secundi gradus in secundum facit eundem gradum, quam facit multiplicatio primorum graduum in tertios. Et ideo ex multiplicationibus primarum figurarum in tertias, et secundarum in secundas, ponuntur unitates super tertium gradum; post hec multiplicantur prime per quartas, et secunde per tertias, cum sint in quattuor gradibus proportionalibus; quia sicut primus est ad secundum, ita tertius ad quartum, et prouenit ex ipsis multiplicationibus numerus terminans in quarto gradu. Et idcirco ponuntur unitates super quartum gradum, et multiplicantur postea prime per quintas, et secunde per quartas, et tertie per tertias; quia est sicut primus gradus ad secundum, ita quartus ad quintum. Quare multiplicatio secundi gradus in quartum, facit gradum factum ex multiplicatione primi in quintum, silicet quintum gradum; et est rursus secundus gradus ad tertium sicut tertius ad quartum. Quare multiplicatio tertii gradus in tertium facit gradum factum ex multiplicatione secundi in quartum, scilicet quintum gradum. Et ideo ponuntur unitates super quintum gradum, et sic secundum proportionalitatem efficitur summa quorumlibet numerorum multiplicationis. Et hec possunt manifeste intelligi in his que secuntur. Et notandum quia sicut primus gradus est ad secundum, ita penultimus est ad ultimum; et sicut primus est ad tertium, ita tertius ab ultimo est ad ultimum; et sicut primus est ad quartum, ita quartus ab ultimo est ad ultimum et cetera. In hac siquidem multiplicatione quinque figurarum in quinque, post positionem quinte figure super quintas, multiplicantur secunde per quintas, et tertie per quartas; que multiplicationes faciunt sextum gradum; quia cum secundus gradus multiplicat quintum, sextum gradum facit, quem facit multiplicatio tertiarum in quartas, cum sit sicut

« ponat 0 .... habebit summam » (fol. 7 *verso*, lin. 2-7; pag. 14, lin. 41 — pag. 15, lin. 4).

1	5	2	3	9	9	0	2	5
				1	2	3	4	5
				1	2	3	4	5

Digitized by Google

gradus ad tertium, ita quartus ad quintum. Deinde multiplicantur tertie per quintas et quarta per quartam, et prouenit sepius gradus; quia cum tertius gradus multiplicat quintum, facit tertium gradum ad quinto, silicet septimum: deinde multiplicantur quarte per quintas, que faciunt octauum gradum. Ad ultimum multiplicantur quinta per quintam que facit nonum gradum; et sic habetur summa dicte multiplicationis. Post hec enim que de multiplicatione dicta sunt, quilibet ingeniosus potest per supradictam do-
fol. 8 recto. ctrinam multiplicandi habere: tamen ut rudes hic perfectam habeant doctrinam |, multiplicationi octaui gradus ostendere procuraui.

Pars quinta secundi capituli.

Cvm autem quemlibet numerum octo figurarum per quolibet (*sic*) numerum eiusdem gradus quis multiplicare uoluerit, multiplicet primam per primam, et ponat; et primam per secundam, et primam per secundam, et ponat; et primam per tertiam, et primam per tertiam, et secundam per secundam, et ponat; et primam per quartam, et primam per quartam, et secundam per tertiam, et secundam per tertiam, et ponat; et primam per quintam, et primam per quintam, et secundam per quartam, et tertiam per tertiam, et ponat; et primam per sextam, et primam per sextam, et secundam per quintam, et secundam per quintam, et tertiam per quartam, et tertiam per quartam, et ponat; et primam per septimam, et primam per septimam, et secundam per sextam, et secundam per sextam, et tertiam per quintam, et tertiam per quintam, et quartam per quartam, et ponat; et primam per octauam, et primam per octauam, et secundam per septimam, et secundam per septimam, silicet eas que sunt secus primam et octauam, et tertiam per sextam, et tertiam per sextam, eo quod sibi secus secundas et septimas, et quartam per quintam, et quartam per quintam; ideo quia sunt secus tertias et sextas, et ponat. Et sic semper in omnibus multiplicationibus ab interiori parte ipse figure ab (*sic*) inuicem semper ab utraque parte multiplicande sunt, que secus eas existunt, que primum multiplicantur: donec eas ita multiplicando se ad inuicem coniunxerint; et tunc ponende sunt unitates et decene in manibus seruande. Et cum multiplicatio primarum figurarum, in reliquis per ordinem gradatim ascendendo, completa fuerit usque ad ultimas; tunc penitus relinquende sunt prime figure utrorumque numerorum, et secunde per ultimas multiplicande, hoc est ut in hac questione multiplicet secundam per octauam, et secundam per octauam, et tertiam per septimam, et tertiam per septimam; quia sunt secus secundas et octauas; et quartam per sextam, et quartam per sextam; quia sunt secus tertias et septimas; et quintam per quintam; quia sunt inter quartam et sextam, et ponat; et tunc relinquat secundas; et multiplicet tertiam per octauam, et tertiam per octauam, et quartam per septimam, et quartam per septimam, et quintam per sextam, et quintam per sextam, et ponat; et relinquat tertias, et multiplicet quartam per octauam, et quartam per octauam, et quintam per septimam, et quintam per septimam, et sextam per sextam, et ponat; et relinquat quartas, et multiplicet quintam per octauam, et quintam per octauam, et sextam per septimam, et sextam per septimam, et ponat; et relinquat quintas, et multiplicet sextam per octauam, et sextam per octauam, et septimam per septimam, et ponat; et septimam per octauam, et septimam per octauam, et ponat; et octauam per octauam, et ponat; et sic habebitur multiplicatio omnium numerorum octo figurarum: et ut in numeris clarius intelligatur: sit numeri 12345678 et 87654321, qui ut multiplicentur

Digitized by

ad inuicem describantur, secundum quod supra dictum est, et multiplicet 8 per 1, erunt 8, que ponat; et 8 per 2 et 1 per 7 erunt 23, ponat 3 et retineat 2, et 8 per 3 et 1 per 6 et 7 per 2, et addantur cum 2 seruatis erunt 46, ponat 6 et retineat 4, et 8 per 4 et 1 per 5 et 7 per 3 et 2 per 6 erunt 74, ponat 4 et retineat 7, et 8 per 5 et 1 per 4 et 7 per 4 et 2 per 5 et 6 per 3 erunt 107, ponat 7 et retineantur 10, et 8 per 6 et 1 per 3 et 7 per 5 et 2 per 4 et 6 per 4 et 3 per 5 erunt 143, ponantur 3 et retineantur 14, et 8 per 7 et 1 per 2 et 7 per 6 et 2 per 3 et 6 per 5 et 3 per 4 et 5 per 4 erunt 182, ponantur 2 et retineantur 18, et 8 per 8 et 1 per 1 et 7 per 7 et 2 per 2 et 6 per 6 et 3 per 3 et 5 per 5 et 4 per 4 erunt 222, ponat 2 et retineat 22, et 7 per 8 et 2 per 1 et 6 per 7 et 3 per 2 et 5 per 6 et 4 per 3 et 4 per 5 erunt 190, ponat 0 et retineat 19, et 6 per 8 et 3 per 1 et 5 per 7 et 4 per 2 et 4 per 6 et 5 per 3 erunt 152, ponat 2 et retineat 15, et 5 per 8 et 4 per 1 et 4 per 7 et 5 per 2 et 3 per 6 erunt 115, ponat 5 et retineat 11, et 4 per 8 et 5 per 1 et 3 per 7 et 6 per 2 erunt 81, ponat 1 et retineat 8, et 3 per 8 et 6 per 1 et 2 per 7 erunt 52, ponat 2 et retineat 5, et 2 per 8 et 7 per 1 erunt 28, ponat 8 et retineat 2, et 1 per 8 erunt 10, que ponantur; et sic habebitur summa dicte multiplicationis.

« 8 per 7 et 1 per 2 .... et 4 per 1 et 4 per 1 (fol. 8 recto, lin. 30-33; pag. 17, lin. 7-12).

1082152022374638
12345678
87654321

Uerum si in quorumlibet capitibus numerorum zephyra fuerit demantur de ipsis numeris omnia zephyra que in capitibus extiterint, et reliquas figuras insimul multiplicet, et multiplicationi dempta zephyra, ante ponat, et habebit ipsorum numerorum multiplicationem, ut in secundi et tertij, et quarti gradus multipli|cationes denotauimus, et si per supradictas multiplicationum demonstrationes quis multiplicationem paucarum figurarum contra plures scire non poterit, describat numeros, sed maiorem sub minori, hoc est numerum plurium figurarum sub ipso numero paucarum, collocans primum gradum unius sub primo alterius, et deinceps, ut supra diximus, alios gradus collocabit, et ponat post numerum paucarum figurarum tot zephyra, quot figure superhabundant de maiori numero, et sic habebit equales numeros in multiplicatione, ut si quereret multiplicare tres figuras contra sex, ponat numerum sex figurarum sub numero trium figurarum, et ponat post tres figuras tria zephyra, ut sint in multiplicatione sex figure contra sex, quas secundum per supradictam doctrinam multiplicet. Verbi gratia: ut si queratur multiplicare 345 cum 698541 describat eos hoc ordine, scilicet, tria zephyra post 345. Verum quod de positione zephyrorum post figuras dictum est, non nisi rudibus necessarium fore arbitror, quia subtiles non indigent tali positione zephyrorum.

fol. 8 verso

« maiori numero .... non indigent » (fol. 8 verso, lin. 4-5 — lin. 9-10; pag. 17, lin. 26-32

2 4 0 9 9 6 6 4 5
0 0 0 3 4 5
6 9 8 5 4 1

Pars sexta secundi capituli.

Uerum cum suprascriptam multiplicandi doctrinam, frequenti usu in tabula quis operari sciuerit, et uoluerit eandem doctrinam cordetenus et in manibus, absque tabule descriptione, in numeris secundi et tertij gradus habere, retineat descriptionem numerorum in corde quos multiplicare uoluerit, et incipiat multiplicare secundum prescriptum ordinem, et primam positionem in manu sinistra in loco unitatum ponat, et secundam scilicet positionem, in eadem manu in loco decenarum. Tertia uero in manu dextera in loco centenariorum. Quartam uero in loco miliarorum studetur ponere consuescat. Quintam uero et deinceps in corde retineat, cum in manibus amplius retinere non possit; et sic habebit quorumlibet numerorum multiplicationem. Verbi gratia: ut si uoluerit multiplicare 12 per 12, retineat descriptionem illorum in corde, et multiplicet 2 per 2 fa-

Digitized by Google

« per 12 .... signo quadragenario » (fol. 8 verso, lin. 18-20; pag. 17, lin. 43 — pag. 18, lin. 3-4).

144	
	12
	12

ciunt 4, que 4 ponat in sinistra manu in loco unitatum, et multiplicet 2 de superioribus 12 per 1 de inferioribus, et 2 de inferioribus per 1 de superioribus, et addat insimul erunt 4, que ponat in eadem manu sinistra in loco decenario, hoc est in signo quadragenario, et multiplicet 1 per 1, scilicet secundam figuram per secundam, faciunt 1, quod ponat in manu dextra in loco centenariorum. Et sic habebit pro quesita multiplicatione 144, ut in hac pagina cernitur.

« in loco .... uoluerit » (fol. 8 verso, lin. 24-28, pag 18, lin 8-14).

48
48

Item si cordetenus uoluerit multiplicare 48 per 48, multiplicet 8 per 8 erunt 64, ponat ergo 4 in manu sinistra in loco unitatum, et 6 retineat in manu dextra in loco centenariorum. Et multiplicet 8 per 4 et 8 per 4 et addat insimul erunt 64, que addat cum 6 seruatis in manu dextra erunt 70, ex quibus ponat 0, hoc est nihil, in manu sinistra in loco decenariorum, et 7 retineat in manu dextra, cum quibus addat multiplicationem de 4 in 4, scilicet 16, erunt 23, ex quo ponat 3 in manu dextra in loco centenariorum. Et 2 ponat in eadem manu in loco miliariorum, hoc est in signo bis milleno. Et sic habebit pro quesita multiplicatione 2304. Item si multiplicare uoluerit 23 per 57, retineat eorum descriptionem in corde, et multiplicet 3 per 7 erunt 21, ponat 1 in loco unitatum in manu sinistra, et retineat in manu dextra 2, et 3 per 5 et 7 per 2, et addat cum 2 seruatis erunt 31, ponat 1 in loco decenarum et retineat in manu dextra 3, et 2 per 5, et addat cum 3 seruatis, 13 erunt, ponat 3 in loco centenariorum in manu dextra et in loco miliariorum, et sic habebitur pro ista multiplicatione 1311.

« 23 per 57 .... multiplicatione 1311 » (fol. 8, verso, lin. 29-32; pag. 18, lin. 14-19).

13	11
	23
	57

Pars VIJ^a secundi capituli.

Item si uoluerit cordetenus multiplicare 347 per 347, multiplicet 7 per 7, retenta numerorum descriptione in corde, erunt 49, ponat 9 in manu sinistra in loco unitatum et in dextra retineat 4, et bis 7 per 4, et addat cum 4 seruatis erunt 60, ponat 0 in loco decenariorum in manu sinistra, hoc est nihil, et retineat in dextra 6, et bis 7 per 3, et 4 per 4, et insimul iunctis erunt 64, ponat 4 in dextra in loco centenariorum, et 6 retineat in loco miliarorum, uel in corde, et bis 4 per 3, et addat cum 6 erit seruatis, erunt 30, deleat de loco, multiplicet 6 et ponat ibidem pro 0 nichil, et retineat in corde 3, et 3 per 3, et addat cum 3 seruatis in corde erunt 12, que iterum retineat cum non possit ipsum in manibus ponere, et sic habebitur pro hac multiplicatione 120409. Et ita si numeros in corde retinere sciue (*sic*) sciuerit et que ad modum edocetur proegreditur (*sic*) leuius quam in tabula, poterit multiplicationes quorumlibet numerorum secundi gradus ettertij cordetenus in manibus inuenire.

Incipit capitulum tertium de additione integrorum numerorum.

Cvm autem quoslibet numeros et quotcumque quis addere uoluerit, collocet eos in tabula, secundum quod in multiplicationibus numerorum prediximus, hoc est primum gradum cunctorum numerorum quos addere uoluerit sub primo ipsius qui ante in iunctionem positus fuerit. Et secundum sub secundo, et deinceps qui secuntur. Et tunc incipiat in manibus colligere numeros figurarum que in primis gradibus cunctorum numerorum que in iunctionem positi fuerint, ab inferiori numero usque ad su|periorem, ascendendo: ponat itaque unitates super primum gradum numerorum et decenas in manu reseruet, quibus decenis superaddat numeros qui in secundis gradibus extiterint, et ponat unitates super secundum gradum, et iterum decenas reseruet. Cum quibus collectionem tertii gradus numerorum super addat, et sic ponendo unitates, et decenas reseruando,

fol. 9 recto.

Digitized by Google

gradatim numeros colligendo, potest collectionem cunctorum numerorum usque ad infinitum habere. Et ut melius intelligatur iunctiones duorum numerorum et etiam tertij, nec non et plurium ostendantur.

« infinitum habere .... maioris » (fol. 9 recto, lin. 4-5 — lin. 10; pag. 19, lin. 1-2 — lin. 10)

Est enim alius modus multiplicandi ualde laudabilis, maxime in multiplicandis magnis numeris, quem ostendam in multiplicatione de 567 in 4321. Constituatur quadrilaterum in forma scacherii, habens puncta 5 in longitudine, scilicet unum plus numero figurarum maioris numeri, et habeat in latitudine puncta 3, sicuti sunt tres figure in minori numero, et ponatur maior numerus super quadrilaterum supradictum, et minor ponatur ante ipsum, ut hic cernitur, et multiplicetur prima figura minoris numeri, scilicet 7, per 1, scilicet per primam maioris numeri facies 7, que ponantur in primo puncto superioris linee, scilicet sub ipso 1, et multiplicentur 7 per secundam figuram maioris numeri, scilicet per 2, erunt 14, ponantur 4 sub 2 post posita 7, scilicet in secundo puncto superioris linee, et seruetur 1, cum quo addatur multiplicatio eorumdem 7 in 3, erunt 22, ponantur 2 in tertio puncto post 4 posita, et seruentur 2, cum quibus addatur multiplicatio de 7 in 4, scilicet in ultimam figuram maioris numeri erunt 30, ex quibus ponatur 0 in quarto puncto et 3 in quinto. Simili quoque modo multiplicabuntur 6 singulariter per 1 et per 2 et per 3 et per 4, exibunt 6 in primo puncto secunde linee, et 2 in secundo, et 9 in tertio, et 5 in quarto, et 2 in quinto; quod idem fiat de quinque que sunt in ultimo gradu minoris numeri, et habebitur 5 in primo puncto tertie linee, et 0 in secundo, et 6 in tertio, et 1 in quarto, et 2 in quinto. Deinde pro 7 que posita sunt in primo puncto ponantur 7 super 1, et addantur 6 et 4 que sibi inuicem sunt opposita; post ipsa 7 erunt 10: ponatur 0 super 2 et seruetur 1, cum quo addatur 5 et 2 et 2 que item sibi inuicem sunt opposita: post predicta 6 et 4 erunt 10: ponatur iterum 0 super tertium gradum, scilicet super 3, et seruetur iterum 1 quod addatur cum 0 et 9 et 0 que item sibi inuicem sunt opposita: post dicta 5 et 2 et erunt 10: ponatur iterum 0 super 4, scilicet super ultimum gradum maioris numeri et seruetur iterum 1: quod addatur cum 6 et 5 et 3 que sunt in sequenti oppositione erunt 15: ponantur 5 in quinto gradu, et seruetur unum quod addatur cum .1. et .2. que sunt in sequenti oppositione, erunt 4 que ponantur in sexto gradu. Deinde ponantur 2 in septimo gradu pro 2 que sunt in angulo quadrati post dictam oppositionem de 1 et 2 et habebis predictam summam.

2 4 5 0 0 0 7

4 3 2 1

3	0	2	4	7	7
2	5	9	2	6	6
2	1	6	0	5	5

« Ut si ... et sic habebit » (fol. 9 recto, lin. 24-25 — lin. 36; pag. 19, lin. 31 — pag. 20, lin. 3)

Ut si quesieris scire aditationem de 25 cum 49 collocet 49 sub 25 tamquam deberet eos ad inuicem multiplicare, et addat 9 cum 5, erunt 14: ponat 4 super primum gradum et pro decenis reseruet in manu 1 quod addat cum 4 et cum 2, erunt 7 que ponat, et sic habebuntur pro eorum collectione 74, ut hic ostenditur.

74
25
49

Item si uoluerit scire collectionem de 123 cum 4567, describat eos ut hic cernuntur; et addat 7 cum 3, erunt 10; ponat 0 et retineat 1 quod addat cum 6 et cum 2, erunt 9 que ponat. Item addat 5 cum 1 que sunt in tertio gradu, erunt 6 que ponat super eundem gradum, et per 4 que sunt in quarto gradu inferioris numeri, ponet 4 in quarto gradu exeuntis summe, cum non sit aliqua figura super ipsa in alio numero, scilicet in 123, et sic habebit pro eorum additatione 4690.

4 6 9 0
1 2 3
4 5 6 7

Item si uoluerit addere 4321 cum 506789, descriptis eis ordine prescripto, addat 9 cum 1, erunt 10: ponet 0 et retineat 1 quod addat cum 8 et cum 2, erunt 11: ponet 1, retineat 1 quod addat cum 7 et cum 3, erunt 11. Iterum ponat 1 et retineat 1 quod addat cum

5 1 1 1 1 0
4 3 2 1
5 0 6 7 8 9

Digitized by Google

0 quod est in inferiori numero, erit 1 quod ponat, faciens in summa quintum gradum; et pro 5 que restant in inferiori numero, ponat in summa 5 facienti ad sextum gradum, et sic habebit in summa iunctionis ipsorum.

Probatio.

Si autem ipsam collectionem per pensam probare uoluerit, accipiat pensam per nouenarium de 4321 que est 1, sicuti in multiplicationibus docetur; que addat cum pensa

fol. 9 verso. de 506789 que est 8, erunt 9 de quo dematur 9, re|manet 0 quod est pensa; et ita si acceperit pensam de summa iunctionis, scilicet de 511110, inueniet eam esse 0 ut opportet. Demum ut ostendat unde talis probatio procedat, sint duo numeri *.a. b.* et *b. g.* quos insimul addere uolumus, erit ergo coniunctus ex eis numerus *.a. g.* Dico quidem quod ex addita pensa numeri *.a. b.* cum pensa numeri *.b. g.* prouenit *.g.* Sit primum quod unusquisque numerorum *.a. b.* et *.b. g.* diuidatur integraliter per 9, erunt itaque 9 comunis mensura numerorum *.a. b.* et *.b .g.* Quare totus numerus *.a. g.* diuidetur integraliter per 9 erit ergo pensa ipsius zephyrum ut habetur ex aditione probarum uel proba numerorum *.a. b.* et *.b. g.* Item unus illorum diuidatur integraliter per 9 alius non exit numerus *.a. b.* ille qui integraliter diuiditur per 9 et ex numero *b. g.* diuiso per 9. remaneat numerus *.d. g.*: ergo numeri *.d. b.* et *.b. a.* diuiduntur integraliter per 9. Et totus ergo *.d. a.* numerus per 9 diuidetur. Et quia numerus *.a. g.* superhabundat numerum *.a. d.* in numero *.b. d.*, et numerus *.a. d.* diuiditur integraliter per 9, remanebit ergo ex toto *.a. g.* numerus: ergo *.d.* indiuisibilis per 9 qui prouenit ex additione probe numeri *.a. b.* que est zephyrum cum proba numeri *.b. g.* que est numerus *.d. g.* Rursus nullus numerorum *.a. b.* et *.b. g.* diuidatur integraliter per 9. Sed ex numero *.a. b.* remaneat numerus *a. e.* et ex numero *.b. g.* remaneat numerus *.d. g.* Residui quidem, scilicet numeri *.e. b.* et *.b. d.* diuiduntur integraliter per 9. Quare et totus *.e. d.* diuisibilis est, cum sit ex aliqua multitudine nouenariorum concretus: remanent ergo indiuisibiles numeri *.a. e.* et *.d. g.* ex toto numero *.a. g.* qui sunt probe numerorum *.a. b.* et *.b. g.*, ex quorum coniunctione prouenit pensa numeri *.a. g.* ut oportebat ostendere.

• dictorum .... ostenditur a (fol. 9 verso, lin. 21-27, pag. 20, lin. 31-39)

18542
25
461
6789
58
10718
491

Item si uoluerit addere 25 et 461 et 6789 et 58 et 491 et 10718, describantur omnes numeri per ordinem, sicuti in positione positi sunt, et addat numerum figurarum, que figure sunt in capitibus cunctorum dictorum numerorum, incipiendo ab inferiori, scilicet 8 et 1 et 8 et 9 et 1 et 5, semper in manu sinistra colligendo, erunt 32: ponat 2 et retineat 3, super que colligat numeros figurarum que in secundo gradu numerorum sunt, scilicet 1 et 9 et 5 et 8 et 6 et 2, erunt 34: ponat 4 et retineat 3, super quem ascendat colligendo numerum figurarum tertii gradus, scilicet 7 et 4 et 7 et 4, erunt 25: ponat 5 et retineat 2 super quem addat numerum figurarum que sunt in quarto gradu, scilicet 0 et 6, erunt 8 que ponat: post hec ponat 1 pro 1 quod restat in quinto gradu inferioris numeri, cum non sint in reliquis numeris figure facientes eundem gradum; et sic habebis pro eorum collectione 18542, ut hic ostenditur.

Quam collectionem si probare uoluerit, colligat omnes figuras que sunt in omnibus numeris, et colligendo semper, relinquat nouenas; et quod super fuerit relictis nouenis, pro pensa summe habeantur. Nam in multorum numerorum iunctione non indigemus probatione, cum non minus cito possimus recolligere summam quam pensam. Volo demon-

Digitized by Google

strare unde hic modus addendi prouenit: adduntur quidem primum omnes figure que sunt in primo gradu omnium numerorum, quos addere uolumus, ex qua coniunctione, cum omnes ipse figure sint unitates, colligitur numerus unitatum. Quare ponende sunt unitates in primo gradu et decene reseruande ad secundum, cum decene sint de secundo gradu: quare cum ipsis decenis seruatis addimus omnes numeros figurarum que sunt in secundo gradu numerorum omnium; et quot unitates ex eorum collectione proueniunt, tot decene habentur in summa collectionis: quare ponuntur unitates in secundo gradu, cum ipse unitates decene sint, et pro unaque decena seruatur unum ad tertium gradum. Nam ex decem decenis efficitur centenarius numerus; cum quibus unitatibus adduntur numeri tertii gradus omnium numerorum, et quicquid procreatur ex eorum collectione est ex numero tertii gradus, scilicet centenariorum. Et ideo ponuntur unitates in | tertio fol. 10 recto gradu, et seruantur decene ad quartum; et ideo gradatim per continuos gradus, colligendo et in continuis gradibus figuras, ponendo usque ad finem numerorum prouenimus.

Cvm autem, secundum prescriptam iunctionis doctrinam, numeros adhibet quis sciverit, et uoluerit colligere summas expensarum nauium et similium in quibus continentur libre et solidi et denarii. Intelligat a camerario uel scriba, uel a renuntiatore, secundum quod dicitur singulariter expensas, uel emptiones singulariter quarumlibet rerum; et describat in tabula linealiter pretium unius cuiusque rei collocans libras sub libris, soldos sub soldis, denarios sub denariis expensarum unius cuiusque facici, uel cautele; et tunc faciat se optime ab ipso qui expensas renuntiat absecultari, ne forte aliquam fallaciam scripserit in tabula; et correcta in tabula descriptione expensarum colligat omnes denarios, et faciat inde soldos; et quartis qui superfuerint soldis reseruet et factis soldis, describat sub soldis in tabula et colligat eos, et de eorum summa faciat libras, quas ponat inferius in lineatione librarum: et soldis qui superfuerint factis libris super soldos post denarios seruatos reseruet: post hec accipiat summam librarum, et sic habebit summam ipsius pagine uel cartule. Verbi gratia: ut si quidam renuntiet in quadam expensa quod dedisset in tali et in talibus rebus, ut in sequenti pagina denotatur, adiscat scribere numeros librarum, soldorum et denariorum, sicut in eadem pagina describuntur, in qua pagina denarii qui sunt in ea sunt in summa 73, qui sunt soldi 6 et denarii 1: cum quibus soldi 6 junctis soldi, qui sunt in eadem pagina, fiunt 122 qui sunt libre 6 et soldi 2; et cum ipsis libris 6 colligat libras, reperiet in summa libras 368: est ergo summa librarum omnium soldorum et denariorum insimul iunctorum libre 368 et soldi 2 et denarii 1 que summa est reseruanda in fine pagine, de qua expensa collecta est; et sic per ordinem colligat expensas per paginas et unicuique pagine summa faciendo: post hec rescribat in tabula summas cunctarum paginarum, et faciet inde summam summarum; et sic poterit colligere quaslibet expensas bizantiorum, et karatorum, et auri unciarum, et tarenorum genouinorum, cantariorum, etiam et rotulorum et cunctarum rerum numeris adiacentium.

Digitized by Google

	368 libre	2 .soldi.	1 .denarii.
Pro tali re libre LII et soldi IIII et denarii II	52	4	2
Pro tali libre XII et soldi XV et denarii V	12	15	5
Pro tali libre LIII	53		
Pro tali libre LXXX	80		
Pro tali soldi XV		15	
Pro tali soldi XVIII		18	
Pro tali soldi VIIII et denarii X		9	10
Pro tali denarii XI			11
Pro tali denarii VII			7
Pro tali libre V et soldi VI et XI denarii	5	6	11
Pro tali libre VIII et soldi VII et denarii V	8	7	5
Pro tali libre LXXXVII et denarii VIIII	87		9
Pro tali libre VIII et soldi VI	8	6	
Pro tali libre XXVII et soldi XV et denarii VI	27	15	6
Pro tali soldi XIII		13	
Pro tali denari VII			7
Pro tali libre XXX et soldi VIII	30	8	
Summa libre CCCLXVIII et soldi II et denarii I	6	6	

fol. 11 recto.

Incipit capitulum quartum de extratione minorum numerorum de maioribus.

Cvm autem numerum de numero quis extrahere uoluerit, describat minorem numerum sub maiori, collocans similes gradus sub similibus, et incipiat extrahere primam figuram minoris numeri de prima maioris; et ponat super habundantem numerum super primas figuras. Et secundam extrahat de secunda, et ponat residuum super secunda, et tertiam de tertia. Et reliquas de reliquis per ordinem, semper residua ponendo. Et cum figura minoris numeri, de figura eiusdem gradus maioris numeri extrahi non ualuerit, ideo quia ipsa de minori numero maior erit in eodem gradu quam ipsa de maiori: tunc figure maioris numeri addendus est decenarius, et de coniuncto numero, figura minoris numeri erit extrahenda. Et pro iunctione dicti decenarii in manu unitas erit reseruanda. Et ipsa sequenti figure minoris numeri super addenda et concreata quantitas de superiori figura eiusdem gradus, si possibile fuerit, erit extrahenda: sin autem de addito decenario, ut supradiximus, extrahatur; et sic gradatim usque ad ultimam figuram minoris numeri operando erit gradiendum: et si maior numerus minorem in gradibus super habundauerit figure que in ipsis gradibus extiterint, in fine erit ponendus. Et sic habebitur residuum de quorumlibet extractionibus numerorum. Verbi gratia, ut si uoluerit quis de 89 extrahere 35, ponantur 35 sub 89, ut in hac margine ostenditur: extrahantur itaque 5 de 9, remanent 4, quem (*sic*) ponatur super 9 et extrahantur 3 de 8, remanent 5 que ponat super et sic habebuntur per residuo posite extractionis 54: et si 39 de 85 extrahere uoluerit, descriptis numeris, extrahat 9 de 5, quod est impossibile. Vnde addat 10 eiusdem 5, erunt 15, de quibus extrahat 9, remanent 6 que ponat; et pro additis 10, retineat in manu 1 quod addat cum 3, erunt 4 que extrahat de 8 remanent 4 quem ponat super dictam 8, et sic habebit 46 pro residuo posite extractionis.

« figure que ... extractionis » (fol. 10 verso, lin. 12-20; pag. 22, lin. 33-41).

54
89
35

46
85
39

Item si uoluerit extrahere 80 de 392, ponat 80 sub 392 et extrahat 0 de 2, remanent

Digitized by Google

2 que ponat, et 8 demat de 9, remanet 1 quod ponat: post hoc ponat 3 que habundant in minori numero, et sic habebuntur 312 pro residuo dicte extractionis.

« Item .... dicte extractionis. » (fol. 10 verso, lin. 20-36; pag. 22. lin. 42 — pag. 23, lin. 17).

3 1 2
3 9 2
8 0

Item si econtra de 380 uoluerit extrahere 92, descriptis 92 sub 380, et cum sit impossibile de 0 extrahere 2 addantur eidem zephyro 10, erunt 10 de quibus extrahantur 2 que sunt in minori numero, remanent 8 que ponat et pro additis 10 retineat in manu 1, quod addat cum 9, erunt 10 que extrahenda essent de 8 si foret possibile: sed cum possibile non sit, extrahantur de 18, remanent 8 que ponat et retineat 1, quod extrahat de 3, remanent 2 que ponat, et sic habebit 288 pro residuo dicte extractionis.

2 8 8
3 8 0
9 2

Item si queratur residuum de 457, extractis de 939 descriptis numeris, extrahat 7 de 9, remanent 2 que ponat et 5 extrahat de 13, cum sit impossibile ipsa extrahere de 3, remanent 8 que ponat, et retineat in manu 1 que addat cum 4, erunt 5 que extrahat de 9, remanent 4 que ponat; et sic habebit 482 pro residuo dicte extractionis.

4 8 2
9 3 9
4 5 7

Item si uoluerit extrahere 841 de 15738, extrahat 1 de 8, remanent 7 que ponat et remanet 9 que ponat, et retineat in manu 1 quod addat cum 8, erunt 9 que extrahat de 17, remanet 8 que ponat et retineat 1 quod extrahat de 5 que sunt in quarto gradu superioris numeri, remanent 4 que ponat, et postea ponat 1 quod restat in quinto gradu eiusdem numeri; et sic habebit 14897 pro residuo dicte extractionis.

1 4 8 9 7
1 5 7 3 8
8 4 1

Item si uoluerit extrahere 28391 de 81728, extrahat 1 de 8, remanent 7 que ponat et 9 extrahat de 12, remanent 3 que ponat, et retineat 1 quod addat cum 3, erunt 4 que extrahat de 7, remanent 3 que ponat. Item 8 que sunt in quarto gradu minoris numeri extrahat de 11, scilicet de 1 quod | est in eodem gradu maioris numeri, et de decenario ei super addito remanent 3 que ponat et retineat 1 quod addat cum ultima figura minoris numeri, scilicet cum 2, erunt 3 que extrahat de ultima figura maioris numeri, scilicet de 8, remanent 5 que ponat; et sic habebit 53337 pro residuo dicte extractionis. fol. 11 recto.

Probatio.

Si autem pensam prescriptarum extractionum, uel quarumlibet aliarum quis nosse uoluerit, accipiat pensam utrorumque numerorum secundum quod in multiplicationibus edocuimus. Et extrahat pensam minoris numeri, si possibile fuerit, de pensa maioris numeri; sin autem addat super pensam maioris numeri numerum pense, scilicet 9 et residuum pro pensa eiusdem extractionis habeatur. Verbi gratia: pensa maioris numeri, scilicet de 81728 est 8 et minoris, scilicet de 28391 est 5; et extractis 5 de 8, remanent pro pensa 3 ut in summa neutraliter residui extractionis reperitur.

« Si autem .... residui » (fol. 11 recto, lin. 4-8, pag. 23, lin. 25-31).

proba est 3
5 3 3 3 7
8 1 7 2 8
2 8 3 9 1

Item extractis 4562 de 8383 remanent 3821 pensa maioris numeri est 4 minoris numeri est 8; et cum non possit extrahi 8 de 4, scilicet pensa minoris numeri de pensa maioris numeri, addantur 9 super pensam maioris erunt 13, de quibus extrahantur 8, scilicet pensam minoris numeri, remanent 5 que sunt pensa residui dicte extractionis, scilicet de 3821, de ut hic ostenditur.

« Item .... integrorum » (fol. 11 recto, lin. 8-13; pag. 23, lin. 31-37).

proba est 5	3 8 2 1
	8 3 8 3
	4 5 6 2

Incipit capitulum quintum de diuisionibus integrorum numerorum.

Uolentibus scire diuidere quoslibet numeros per quoslibet numeros, necessarium est eis ut addiscant prius diuidere omnes numeros per numeros qui sunt a binario usque in decenarium; et cum hoc scire non possint, donec quasdam introductiones diuisionum quorumdam numerorum per ipsos cordetenus, sciant quorum diuisiones in sequentibus paginis in tabulis declarantur. Sed et doceatur primum qualiter cuncta minuta numerorum perfecte scribantur.

Digitized by Google

Cum super quemlibet numerum quedam uirgula protracta fuerit, et super ipsam quilibet alius numerus descriptus fuerit, superior numerus partem uel partes inferioris numeri affirmat; nam inferior denominatus, et superior denominans appellatur. Vt si super binarium protracta fuerit uirgula, et super ipsam unitas descripta sit ipsa unitas unam partem de duabus partibus unius integri affirmat, hoc est medietatem sic $\frac{1}{2}$ et super ternarium ipsa unitas posita fuerit sic $\frac{1}{3}$, denotat tertium: et si super septenarium sic $\frac{1}{7}$ septimam; et si super 10 decimam; et si super 19, nonamdecimam partem unius integri affirmat, et sic deinceps. Item si binarius super ternarium extiterit sic $\frac{2}{3}$, duas partes de tribus partibus unius integri affirmat, hoc est duas tertias. Et si super 7 duas septimas sic $\frac{2}{7}$ et si super 23 duas uigesimas tertias denotabunt, et sic deinceps. Item si septenarius super nouenarium positus fuerit sic $\frac{7}{9}$ septem, nouenas unius integri affirmant; et si 7 super 97, septem nonagesimas septimas denotabunt. Item 13 posita super 29, tredecim uigesimas nonas affirmant. Et si 13 sunt super 347, tredecim trecentesimas quadragesimas septimas indicabunt, et sic de reliquis numeris est intelligendum.

Item si sub una eadem uirgula plures numeri positi fuerint, et super unum quemque ipsorum alii numeri describentur, numerus qui in capite uirgule dextere partis super numerum positus fuerit ipsius, sub positi numeri partem uel partes ut prediximus denotabit. Qui uero super secundum ipsius secundi partes de partibus primi sub positi numeri declarat. Qui autem super tertium, ipsius tertii partes partium secundi de partibus primi affirmat, et sic semper qui sequentur super uirgulam partes partium cunctorum antecedentium sub uirgula denotant, ut si sub quadam uirgula fiat 2 et 7 et super 2 sit 1 et super 7 sint 4 ut hic cernitur, denotantur quattuor septime, et medietas unius septime. Si autem super 7 esset zephyrum sic $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ medietas tantum unius septime denotaretur. Item sub quadam alia uirgula sint 2 et 6 et 10; et super 2 sit 1; et super 6 sint 5 et super 10 sint 7 ut hic ostenditur $\frac{1\ 5\ 7}{2\ 6\ 10}$ septem que sunt super 10 in capite uirgule representant septem decenas, et 5 que sunt super 6 denotant quinque sextas unius decime partis, et 1 quod est super 2 denotat medietatem sexte unius decime partis, et sic singulariter de singulis intelligatur: tamen monendum est ut semper mi-
fol. 11 r. nores numeri sint uersus sinistram sub eadem uirgula : sed si | plures fuerint uirgule rupti unius uirgule non respondent ruptis alterius, et illa uirgula que est maior pars integri, semper est ponenda uersus dexteram manum. Dicuntur quidem fractiones, que sunt in una uirga, esse in gradibus, et est primus gradus earum fractio, que est in capite uirge a dextera parte. Secundus est fractio sequens uersus sinistram quereret. Verbi gratia in suprascripta uirga, scilicet in $\frac{1\ 5\ 7}{2\ 6\ 10}$ sunt $\frac{7}{10}$ in primo gradu ipsius uirge et $\frac{5}{6}$ sunt in secundo, et $\frac{1}{2}$ est in tertio, hoc est in ultimo gradu eiusdem uirge, et sic quot sunt numeri sub uirga, tot sunt gradus eiusdem. Et si in uirga fuerint plures rupti, et ipsa uirga terminauerit in circulo, tunc fractiones eius, aliter quam dictum sit denotabunt, ut in hac $\frac{2\ 4\ 6\ 8}{3\ 5\ 7\ 9}$o cuius uirge fractiones denotant, octo nonas unius integri, et sex septimas de octononis, et quattuor quintas sex septimarum de octo nonis et duas tertias quattuor quintarum sex septimarum de octo nonis unius integri. Et si hec uirga terminaret ab alia parte in circulo sic. $\frac{8\ 6\ 4\ 2}{9\ 7\ 5\ 3}$ denotaret tantum duas tertias de quattuor quintis de sex septimis de octo nonis unius integri. Item si uirgule protraherentur super uirgam in hunc modum $\frac{1\ 1\ 1\ 5}{5\ 4\ 3\ 9}$, denotant fractiones eius quinque nonas et tertiam et

Digitized by Google

quartam et quintam unius none. His itaque intellectis, introductiones predicte, ut inferius cernitur, describantur, cum cordetenus summo studio addiscantur.

DIUISIONES PER BINARIUM

$\frac{1}{2}$ de 1 est	0	et remanet	1
$\frac{1}{2}$ 2 est	1		
$\frac{1}{2}$ 3	1		1
$\frac{1}{2}$ 4	2		
$\frac{1}{2}$ 5	2		1
$\frac{1}{2}$ 6	3		
$\frac{1}{2}$ 7	3		1
$\frac{1}{2}$ 8	4		
$\frac{1}{2}$ 9	4		1
$\frac{1}{2}$ 10	5		
$\frac{1}{2}$ 11	5		1
$\frac{1}{2}$ 12	6		
$\frac{1}{2}$ 13	6		1
$\frac{1}{2}$ 14	7		
$\frac{1}{2}$ 15	7		1
$\frac{1}{2}$ 16	8		
$\frac{1}{2}$ 17	8		1
$\frac{1}{2}$ 18	9		
$\frac{1}{2}$ 19	9		1
$\frac{1}{2}$ 20	10		

DIUISIONES PER TERNARIUM

$\frac{1}{3}$ de 1 est	0		1
$\frac{1}{3}$ 2	0		2
$\frac{1}{3}$ 3	1		
$\frac{1}{3}$ 4	1		1
$\frac{1}{3}$ 5	1		2
$\frac{1}{3}$ 6	2		
$\frac{1}{3}$ 7	2		1
$\frac{1}{3}$ 8	2		2
$\frac{1}{3}$ 9	3		
$\frac{1}{3}$ 10	3		1
$\frac{1}{3}$ 11	3		2
$\frac{1}{3}$ 12	4		
$\frac{1}{3}$ 13	4		1
$\frac{1}{3}$ 14	4		2
$\frac{1}{3}$ 15	5		
$\frac{1}{3}$ 16	5		1
$\frac{1}{3}$ 17	5		2
$\frac{1}{3}$ 18	6		
$\frac{1}{3}$ 19	6		1
$\frac{1}{3}$ 20	6		2
$\frac{1}{3}$ 21	7		
$\frac{1}{3}$ 22	7		1
$\frac{1}{3}$ 23	7		2
$\frac{1}{3}$ 24	8		
$\frac{1}{3}$ 25	8		1
$\frac{1}{3}$ 26	8		2

INTRODUCTIONES QUATERNARII

$\frac{1}{4}$	1	0	1
$\frac{1}{4}$	2	0	2
$\frac{1}{4}$	3	0	3
$\frac{1}{4}$	4	1	
$\frac{1}{4}$	5	1	1
$\frac{1}{4}$	6	1	2
$\frac{1}{4}$	7	1	3
$\frac{1}{4}$	8	2	
$\frac{1}{4}$	9	2	1
$\frac{1}{4}$	10	2	2
$\frac{1}{4}$	11	2	3
$\frac{1}{4}$	12	3	
$\frac{1}{4}$	13	3	1
$\frac{1}{4}$	14	3	2
$\frac{1}{4}$	15	3	3
$\frac{1}{4}$	16	4	
$\frac{1}{4}$	17	4	1
$\frac{1}{4}$	18	4	2
$\frac{1}{4}$	19	4	3
$\frac{1}{4}$	20	5	
$\frac{1}{4}$	21	5	1
$\frac{1}{4}$	22	5	2
$\frac{1}{4}$	23	5	3

fol. 12 recto.

$\frac{1}{4}$	24	6	
$\frac{1}{4}$	25	6	1
$\frac{1}{4}$	26	6	2
$\frac{1}{4}$	27	6	3
$\frac{1}{4}$	28	7	
$\frac{1}{4}$	29	7	1
$\frac{1}{4}$	30	7	2
$\frac{1}{4}$	31	7	3
$\frac{1}{4}$	32	8	
$\frac{1}{4}$	33	8	1
$\frac{1}{4}$	34	8	2
$\frac{1}{4}$	35	8	3
$\frac{1}{4}$	36	9	
$\frac{1}{4}$	37	9	1
$\frac{1}{4}$	38	9	2
$\frac{1}{4}$	39	9	3
$\frac{1}{4}$	40	10	

INTRODUTIONES QUINARII

$\frac{1}{5}$	de 5	est	1
$\frac{1}{5}$	10		2
$\frac{1}{5}$	15		3
$\frac{1}{5}$	20		4
$\frac{1}{5}$	25		5
$\frac{1}{5}$	30		6
$\frac{1}{5}$	35		7
$\frac{1}{5}$	40		8
$\frac{1}{5}$	45		9
$\frac{1}{5}$	50		10

INTRODUTIONES SEXNARII

$\frac{1}{6}$	de 6	1
$\frac{1}{6}$	12	2
$\frac{1}{6}$	18	3
$\frac{1}{6}$	24	4
$\frac{1}{6}$	30	5
$\frac{1}{6}$	36	6
$\frac{1}{6}$	42	7
$\frac{1}{6}$	48	8
$\frac{1}{6}$	54	9

INTRODUTIONES SEPTENARII

$\frac{1}{7}$	de 7	est	1
$\frac{1}{7}$	14		2
$\frac{1}{7}$	21		3
$\frac{1}{7}$	28		4
$\frac{1}{7}$	35		5
$\frac{1}{7}$	42		6
$\frac{1}{7}$	49		7
$\frac{1}{7}$	56		8
$\frac{1}{7}$	63		9
$\frac{1}{7}$	70		10

DIUISIONES OCTONARII

$\frac{1}{8}$	de 8	est	1
$\frac{1}{8}$	16		2
$\frac{1}{8}$	24		3
$\frac{1}{8}$	32		4
$\frac{1}{8}$	40		5
$\frac{1}{8}$	48		6
$\frac{1}{8}$	56		7
$\frac{1}{8}$	64		8
$\frac{1}{8}$	72		9
$\frac{1}{8}$	80		10

DIUISIONES NOUENARII

$\frac{1}{9}$	de $\frac{1}{9}$	est	1
$\frac{1}{9}$	18		2
$\frac{1}{9}$	27		3
$\frac{1}{9}$	36		4
$\frac{1}{9}$	45		5
$\frac{1}{9}$	54		6
$\frac{1}{9}$	63		7
$\frac{1}{9}$	72		8
$\frac{1}{9}$	81		9
$\frac{1}{9}$	90		10

INTRODUTIO DIUISIONUM RER 11

$\frac{1}{11}$	de 11	est	1
$\frac{1}{11}$	22		2
$\frac{1}{11}$	33		3
$\frac{1}{11}$	44		4
$\frac{1}{11}$	55		5
$\frac{1}{11}$	66		6
$\frac{1}{11}$	77		7
$\frac{1}{11}$	88		8
$\frac{1}{11}$	99		9
$\frac{1}{11}$	110		10

INTRODUCTIO DIUISIONUM PER

$\frac{1}{12}$	de 12	est	1
$\frac{1}{12}$	24		2
$\frac{1}{12}$	36		3
$\frac{1}{12}$	48		4
$\frac{1}{12}$	60		5
$\frac{1}{12}$	72		6
$\frac{1}{12}$	84		7
$\frac{1}{12}$	96		8
$\frac{1}{12}$	108		9
$\frac{1}{12}$	120		10

INTRODUCTIO DIUISIONUM PER

$\frac{1}{13}$	de 13	est	1
$\frac{1}{13}$	26		2
$\frac{1}{13}$	39		3
$\frac{1}{13}$	52		4
$\frac{1}{13}$	65		5
$\frac{1}{13}$	78		6
$\frac{1}{13}$	91		7
$\frac{1}{13}$	104		8
$\frac{1}{13}$	117		9
$\frac{1}{13}$	130		10
$\frac{1}{13}$	143		11
$\frac{1}{13}$	156		12
$\frac{1}{13}$	169		13
$\frac{1}{13}$	182		14
$\frac{1}{13}$	195		15

Digitized by Google

Regula uniuersalis de diuisione numerorum per numeros primi gradus.

fol. 12 verso.

Notis igitur prescriptis diuisionibus atque eius frequenti usu optime perscrutatis, et si quis uoluit quemlibet numerum cuiuslibet gradus per quemlibet dictorum numerorum, scilicet eorum qui sunt a binario usque in decenarium diuidere, describat numerum in tabula, et ponat figuram, per quam figuram numerum diuidere uoluerit sub primo gradu ipsius numeri; et incipiat diuisionem ab ultima figura numeri, et diuidat eam, si possibile fuerit, per numerum figure, per quam numerus diuidere uoluerit, ponens diuisionem inferius in tabula sub eodem ultimo gradu: et si aliquid ex diuisione superfuerit, ponat ipsum superfluum super eandem ultimam figuram; et copulet ipsum cum consequenti figura, et diuidat eas duas figuras, tanquam facientes numerum duarum figurarum, et ponat diuisionem sub eadem sequenti figura; et superfluum si fuerit, super ipsam describat. Et sic semper prescripto ordine superfluum sequenti figure cupulando, et numerum, qui ex diuisione prouenerit, ponendo et superfluum superius describendo gradatim usque ad primam figuram numeri deuenerit procedendo. Nam cum sepe contigerit, quod figure in quibus numeri diuidentur maiores ultimis figuris ipsorum numerorum extiterint, tunc cum non ualeant ipse per ipsas diuidi, incipiat diuisionem ab ultimis, et a consequentibus figuris; et diuidat eas prescripta ratione copulatas, et diuisiones ponat sub penultimis, et de superfluis uadat usque ad finem, ut prediximus, operando: si superfluum quinque non fuerit, diuidat tantum ipsam figuram, quousque superfluum inuenerit, que copulari edocetur: et si ipsam diuidere non poterit, ideo quia sit minor ipsa, per quam diuiditur, ponat sub ipsa zephyrum, et totam ipsam tanquam superfluum consequenti figure copulando adiungat; et sic habebit quarumlibet dictarum diuisionum quantitates.

* ipsam diuidere .... remaneat 2 * (fol. 12 verso, lin. 16-31, pag. 27, lin. 21-42)

Ut si uoluerit diuidere 365 per 2, describat 2 in quadam parte tabule, et desuper protrahat uirgulam, et alia 2 ponat sub 5, et incipiat diuidere 3 per 2, scilicet ultimam figuram, dicens $\frac{1}{2}$ de 3 est 1, et remanet 1: describat 1 sub eisdem 3 et 1 quod remanet describat superius, ut in prima descriptione cernitur; et remanente 1 copulato cum 6, que sunt iuxta ultimam dictam figuram, facient 16: accipiat $\frac{1}{2}$ de 16 quod est 8; ponat ergo 8 sub 6 antepositum, 1 sub 3, ut in secunda descriptione cernitur; et cum nichil sit superfluum in diuisione de 16, diuidat 5 per 2, exibunt 2 et remanet 1: describat 2 sub 5 et 1 quod remanet scribat super posita 2 que ex parte cum uirgula seruare iussimus; et erit medietas unius integri: et ante ipsum $\frac{1}{2}$ describat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 182, ut in ultima descriptione patet. Nam rupti uel fracti semper ponendi sunt post integra, quamuis prius integra quam rupti pronuntiari debeant. Et notandum rursus, quia quando aliquis numerus diuisus est per aliquem numerum, tunc ex multiplicatione diuisoris in exeuntem prouenit diuisus numerus. Vt si 40. diuidantur per 4., ueniunt 10. Quare si multiplicamus 4. per 10 quadraginta, scilicet diuisum numerum faciunt. Similiter si multiplicabunt $\frac{1}{2}$ 182 per 2, scilicet exeuntem numerum per diuisorem, prouenient 365, scilicet numerus diuisus.

(2)
1
3 6 5
2
1 8

(2)
3 6 5
1 8

(2)
3 6 5
1 8 2

Summa diuisionis

$\frac{1}{2}$ 1 8 2

Item si eadem 365 per 3 diuidere uoluerit, describat 3 sub 5 et diuidat 3 per 3, exibit 1., quod ponat sub 3. Item diuidat 6 per 3, exibunt 2 que ponat sub 6; et diuidat 5 per 3, exibit 1 et remanent 2.: ponat 1 sub 5 et 2 super uirgulam de 3 ex parte seruata, et ante ipsum ponat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 121 et

Digitized by Google

sic habebitur $\frac{2}{3}$ 121 pro quesita diuisione, ut hic ostenditur. Et notandum quod numerus qui diuiditur uocatur diuisus uel diuidendus; et numerus qui diuidit uocatur diuidens, uel diuisor; et numerus qui prouenit ex diuisione uocatur procedens uel exiens.

Diuisio 1346 *per* 4.

Item si uoluerit quis diuidere 1346 per 4, ponat 4 sub 6 et diuidat 13 per 4, cum non possit diuidere 1, quod est in ultimo gradu numeri, exibunt 3 et remanet 1: ponat 3 sub 3 et remanens 1 ponat sub eadem 3, et copulet ipsum 1 cum 4 que antecedunt 3 in numero, erunt 14: sumat quartam de 14 que est 3 et remanent 2: ponat 3 inferius sub 4 et remanentia 2 superius, quibus copulatis cum 6, faciunt 26; que diuidat per 4, exibunt 6 et remanent 2: ponat 6 sub 6 et remanentia 2 ponat sub uirgula de 4 ex
fol. 13 recto. parte seruata | que notant duas quartas unius integri, que equales sunt medietati unius integri; et ante ipsas ponat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 336; et sic habebuntur $\frac{1}{2}$ 336 pro quesita diuisione. Verbi gratia: diuisimus primum 13 per 4, que 13 terminantur in tertio gradu. Quare ipsa esse centenaria cognoscimus, cum tertius gradus sit centenariorum. Diuisis ergo tredecim centenariis per 4, ueniunt centenaria tria et remanet unum centenarium indiuisibile. Quare posuimus 3 in tertio gradu, scilicet in loco centenariorum et 1, quod fuit superfluum, posuimus super 6 et est denotans centum; et copulauimus ipsum 1 cum 4, fecerunt 14 que terminantur in secundo gradu, scilicet in loco decenarum. Quare denotant centenas decenas 14, quas diuisimus per 4, uenerunt tres decene, et duedecene remanserunt indiuisibiles: quare posuimus 3 sub 4 et 2 super 4 in loco, uidelicet decenarum, et copulauimus ipsa 2 cum 6 primi gradus. Ex quorum copulatione habuimus 26 unitates; cum ipsa copulatio terminet in primo gradu; et diuisimus ipsas 26 unitates per 4, et uenerunt unitates 6, et remanserunt 2. Quare posuimus 6 in loco unitatum, et duo posuimus super uirgam de 4; et sic intelligatur de reliquis similibus diuisionibus.

Diuisio 5439 *per* 5.

Item si uoluerit diuidere 5439 per 5, ponat 5 sub 9 et dicat $\frac{1}{5}$ de 5 est 1, quod ponat sub 5 et $\frac{1}{5}$ de 4 est 0, et remanent 4: ponat 0 sub 4, et pro remanentibus 4 copulet ipsa 4 cum 3 et dicat: $\frac{1}{5}$ de 43 sunt 8 et remanent ipsa 3: ponat 8 sub 3 et accipiat quintam de ipsis 3 copulatis cum 9, scilicet de 39, exibunt 7 et remanent 4: ponat 7 sub 9 et 4 super uirgulam de 5 ex parte seruatis et ante ponat numerum exeuntem ex diuisione.

Diuisio 9000 *per* 7.

Item si uoluerit diuidere 9000 per 7, ponat 7 sub primo zephyro, et diuidat 9 per 7, exibit 1 et remanent 2: ponat ergo 1 sub 9 et 2 desuper, quibus copulatis cum 0, quod est secus 9, faciunt 20 que diuidat per 7, exibunt 2 et remanent 6: ponat 2 sub illo zephyro, et 6 desuper, quibus copulatis cum sequenti zephyro, faciunt 60 que diuidat per 7, exibunt 8 et remanent 4: ponat 8 sub illo zephyro 0, et desuper ponat 4, quibus copulatis cum zephyro primi gradus, faciunt 40, que diuidat per 7, exibunt 5, et remanent 5: ponat 5 sub ipso 0 et remanentia 5 ponat super uirgulam de 7 ex parte descripta, et ante ipsam ponat numerum exeuntem ex diuisione.

Diuisio 10000 *per* 8.

Item si uoluerit diuidere 10000 per 8, ponat 8 sub 0 primi gradus et dicat: $\frac{1}{8}$ de 10

Digitized by Google

est 1 et remanent 2: ponat 1 sub 0 tertii gradus, et desuper ponat 4 et accipiat $\frac{1}{8}$ de 40 que est 5 que ponat sub secundo gradu; et ut expleatur ordo graduum exeuntis numeri, ponendum est 0 sub 0 primi gradus, ut in hac descriptione cernitur.

ponat .... per 9 (fol. 12 recto, lin. 23-27; pag. 28, lin. 41 — pag. 29, lin. 4).

2 4
1 0 0 0 0
8
1 2 5 0

Diuisio 120037 *per* 9.

Item si 120037 per 9 diuidere uoluerit, describat 9 sub 7 et dicat: $\frac{1}{9}$ de 12 est 1 et remanent 3: ponat 1 sub 2 et superius 3, et $\frac{1}{9}$ de 30 est 3 et remanent 3: ponat 3 sub 0 quarti gradus, et desuper ponat 3; et iterum accipiat 9 de 30 quod est 3 et remanent 3: ponat 3 sub 0 tertii gradus et 3 ponat super ipsum 0: iterum et $\frac{1}{9}$ de 33 est 3 et remanent 6: ponat 3 sub 3 et superius 6 et $\frac{1}{9}$ de 67 est 7 et remanent 4: ponat 7 sub 7 et remanentia 4 ponat super uirgulam de 9 ex parte descripta. Et ita si secundum prescriptum diuidendi ordinem diuidere sciuerit in aliquibus similibus diuisionibus nunquam poterit deuiare: etiam per eundem modum omnes numeri diuidi possunt per 11 et per 13: tamen oportet primum scire introductiones ipsorum ordinum aliorum suprascriptorum ut in tabulis diuisionum superius continentur. Nam introductio de 11 ascendit ab uno usque in decies 11, scilicet in 110. Et introductio de 13 ascendit ab 1 usque in decies 13, scilicet 130.

Diuisione numerorum per 11.

Notis quidem dictis introductionibus, et uoluerit quis diuidere 12532 per 11, ponat 11 sub 32. Et accipiat $\frac{1}{11}$ de 12, que sunt in capite diuidendi numeri quod est 1, et remanet 1. Ideo quia $\frac{1}{11}$ de 11 est 1 sicut in suprascriptis tabulis ostenditur; ergo $\frac{1}{11}$ de 12 est 1 et remanet 1. Pone itaque 1 sub 2 de ipsis 2 et remanens 1 ponat super 2, |et copulet ipsum 1 cum antecedente figura, scilicet cum 5, facient 15, de quibus accipiat $\frac{1}{11}$ que est 1 et remanet 4 dicta ratione; et ponat 7 sub 5 et remanentia 4 super 5 que copulet cum antecedente figura, scilicet cum 3, facient 43: de quibus iterum accipiat $\frac{1}{11}$ que est 3 et remanet 10: ideo quia $\frac{1}{11}$ de 33 est 3, a quibus usque in 43 sunt 10: ergo $\frac{1}{11}$ de 43 est 3 et remanent 10 ut diximus: ponat ergo 3 sub 3, et 10 ponat super 43, hoc est ponat 1 super 4, que posita fuerunt super 5 et 0 ponet super 3, et copulet rursus ipsa 10 cum antecedente figura, scilicet cum 2 que sunt in primo gradu, erunt 102, de quibus iterum accipiet $\frac{1}{11}$, erunt 9 et remanent 3: ponat 9 sub dictis 2 et remanentia 3 ponat super uirgulam de 11 ex parte seruata, et habebit pro quesita diuisione $\frac{3}{11}$ 1139. fol. 13 recto.

Diuisio de

Item si uoluerit diuidere 123586 per 13, positis 13 sub 86, diuidat 123 per 13; cum 12 minus sit de 13, exibunt 9 et remanent 6. Nam tertia decima de 117 est 9, a quibus usque in 123 desunt 6: ponat 9 sub 3 de ipsis 123 et remanentia 6 ponat super eisdem 3 et copulabit ea cum 5, erunt 65, quorum $\frac{1}{13}$ est 5: quare ponat 5 sub 5 et sub 8 ponat 0 cum 8 minus sint de 13, et copulabit ipsa 8 cum 6 que sunt in primo gradu, erunt 86, quorum $\frac{1}{13}$ cum sit 6 et remanent 8: ponet 6 in primo gradu exeuntis numeri, et 8 super uirgam de 13, et habebit pro quesita diuisione $\frac{8}{13}$ 9506: per hunc etiam modum possunt diuidi numeri per 17 et per 19; tamen oportet scire introductiones ipsorum ordine aliorum suprascriptorum numerorum. Sed cum graue uideatur ipsorum introductiones cordetenus posse retineri, qualiter per alium modum numeri diuidantur per 17 et per 19, etiam et per alios numeros duarum figurarum, in suo loco demostrabimus.

Digitized by Google

De diuisione numerorum cordetenus in manibus per eosdem numeros.

Uerum si materia consimilium diuisionum cordetenus in manibus operari uoluerit, retineat numerum in manibus quem diuidere uoluerit, et eat semper per manus, gradatim diuidendo, incipiendo ab ultima figura, ponens semper in manibus numeros ex diuisione exeuntes, superflua semper cordetenus retinendo; et numerum diuidendum gradatim de manibus delendo. Verbi gratia: ut si proposuerit diuidere 7343 per 6, retineat prescriptum numerum in manibus, et diuidat 7 per 6, que 7 sunt in manu dextera in loco miliariorum, exibit 1 et remanet 1: deleat 7 de manu et ponat ibidem 1, et remanens 1 retineat in corde, quod copulet cum 5 que sunt in manu dexetra in loco centenariorum, erunt 15, que diuidat per 6, exibunt 2 et remanent 3: deleat 5 de manu et ponat ibidem 2 et in corde retineat 3; quibus copulatis cum 4 que sunt in sinistra manu in loco decenarum, faciunt 34, que diuidat per 6, exibunt 5 et remanent 4: deleat 4 de manu, et ponat ibidem 5 et remanentia 4 in corde retineat, que copulet cum 3 que sunt io eadem manu in loco unitatum, erunt 43 que diuidat per 6, exibunt 7 et remanet 1: deleat 3 de manu et ponat ibidem 7, et pro remanenti 1 dicat sextam; et sic habebit in manibus pro quesita diuisione $\frac{1}{6}$ 1237.

Diuisio 8059 per 5.

Uel si uoluerit diuidere 8059 per 5, retineat numerum in manibus et dicat: $\frac{1}{5}$ de 8 que sunt in loco miliarorum est 1 et remanent 3: deleat 8 de manu et ponat ibidem 1, et in corde retineat 3; et cum in hoc numero in loco centenariorum non habeatur aliquid in manu, dicendum est quod sit ibi zephyrum, cum quo copulet 3 seruata, facient 30, quorum $\frac{1}{5}$ est 6 que ponat in corde loco, scilicet centenariorum; et ducat diuisionem de manu dextera ad sinistram, dicens $\frac{1}{5}$ de 5, scilicet de eis que sunt in loco decenarum est 1: deleat 5 et ponat ibidem 1 et accipiat $\frac{1}{5}$ de 9 que est 1 et retineat 4, scilicet de eis que sunt in loco unitatum: deleat ipsa 9 de manu et ponat ibidem 1 et pro remanentibus 4 dicat $\frac{4}{5}$; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{4}{5}$ 1611, et sic in reliquis similibus diuisionibus intelligatur.

Cvm aliquis aliquem numerum per 10 diuidere uoluerit, deleat ex ipso numero
fol. 14 recto figuram primi gradus | et ponat eam super quedam 10 positum ex parte cum uirgula, et ante ipsa ponat numerum qui remanserit post delectionem dicte prime figure; et sic poterit quemlibet numerum per 10 diuidere. Verbi gratia: ut si uoluerit diuidere 167 per 10, deleat ex ipsis figuram primi gradus, scilicet 7 et ponat ea super quedam 10, ut diximus, ex parte seruata cum uirgula, et ante ipsam ponat remanentem numerum, scilicet 16; et sic habebis pro quesita diuisione $\frac{7}{10}$ 16. Et si 1673 per 10 diuidere uoluerit, deletis 3 de 1673, remanent pro quesita diuisione $\frac{3}{10}$ 167.

Incipiunt diuisiones numerorum per numeros incompositos secundi gradus.

Nvmerorum quidam sunt incompositi, et sunt illi qui in arismetrica et in geometria primi appellantur. Ideo quia a nullis numeris minoribus existentibus ipsis, preter quam ab unitate, metiuntur uel numerantur. Arabes ipsos hasam appellant. Greci coris canon, nos autem sine regulis eos appellamus; ex quibus illi qui sunt infra centum, in quadam tabula in sequentibus describuntur. Alios uero primos, qui sunt ultra centum, per regulam inuenire docebo. Reliqui uero compositi, uel epipedi, idest superficiales, a peritissimo geometriae Euclide appellantur. Ideo quia componuntur ex multiplicatione ali-

Digitized by Google

quorum numerorum, ut duodecim que componuntur ex multiplicatione binarii in .6., uel ternarii in 4, nos autem ipsos regulares numeros appellamus. Et cum diuidendi doctrina per primos et compositos non sit eadem, in primis, scilicet per eos qui sunt sine regulis infra centum, quoslibet numeros ipsis maiores existentes diuidere ostendamus.

Cvm autem quemlibet numerum per aliquem prescriptorum, qui sit sine regula, quis diuidere uoluerit, describat numerum in tabula, et sub ipso ponat ipsum primum numerum, per quem diuidere uoluerit, collocans siquidem similem gradum sub simili et uideat, si due ultime numeri diuidendi figure maiorem numerum facient, uel equalem uel minorem ipso primo numero, per quam numerus diuidetur. Et si maiorem uel equalem numerum fecerint, incipiendus est ultimus gradus exeuntis numeri sub sequenti ultimo gradu diuidendi numeri, hoc est sub penultima, et ponat ibidem arbitrio talem figuram, que multiplicata per ipsum diuisorem numerum, faciat numerum duarum figurarum ultimarum predictarum, uel fere. Et tunc multiplicabis ipsam per ultimam figuram ipsius primi numeri, scilicet diuisoris, et exeuntem summam de ultima figura extrahat. Et si aliquid super habundauerit, describat habundantiam super ipsam figuram. Et multiplicet eamdem positam figuram per primam eiusdem primi numeri, scilicet diuisoris, et multiplicationem de copulatione dicte super habundantie et penultime figure extrahat, et residuum si fuerit numerus dvarum figurarum, hoc est quod sit amplius de 10, ponat primum gradum ipsius numeri super penultimam figuram, et ultimum super ultimam. Si autem primi gradus ipsum superfluum extiterit, scilicet minus 10, ponat figuram ipsius super penultimam, et copulet ipsum superfluum cum tertia figura ab ultima. Et sub ipsa tertia figura ponat arbitrio talem figuram, que multiplicata per eundem diuisorem, faciat numerum dicte copulationis, uel fere: quod arbitrium qualiter ex arte habeatur; in sequentibus diuisionibus, secundum differentiam ipsorum, ostendere procurabo. Et tunc multiplicet ipsam positam figuram sub tertia per ultimam diuisoris, et summam extrahat, si possibile fuerit, ex ultimo gradu dicti superhabundantis et coniuncti numeri. Sin autem extrahet eam de copulatione ultime et sequentis, et superfluum ponat super eundem gradum. Et multiplicet iterum ipsam per primam diuisoris, et summam extrahat de remanenti numero, et superfluum ponat desuper. Et sic semper copulando superflua cum figuris per gradus sequentes, et sub ipsis gradibus figuras ponendo arbitrio, et secundum prescriptum ordinem multiplicando usquequo ad finem numeri deuenerit, procedere studeat. Verum cum sepe contigerit quod de copulatione superflui et antecedentis figure numerus diuisor extrahi non poterit, tunc scribendum erit zephyrum sub eadem antecedente figura, et copulabit eos, scilicet antecedenti uel sequenti, et superfluo aliam, uel sequentem antecedentem figuram, et sub ipsa ponat illam figuram, que multiplicata per divisorem numerum faciat numerum illarum dictarum trium figurarum, scilicet ipsarum que exibunt ex copulatione superhabundantis figure, et duarum antecedentium, uel sequentium figurarum. Vnde si due ultime figure | diuidendi numeri minorem numerum diuisore, ut prediximus, fecerit, incipiendus erit ultimus gradus exeuntis numeri sub tertia figura ab ultima; et ita quoslibet numeros per predictos primos numeros diuidere poteris. Et ut intelligibilius que dicta sunt intelligantur, ea cum numeris ostendantur.

« appellamus....numerus dvarum » (fol. 14 recto, lin. 12 e 13 — 24 e 25; pag. 31, lin. 2-18).

Tabula numerorum [illegible] >

11	37	67
13	41	71
17	43	73
19	47	79
23	53	83
29	59	89
31	61	97

fol. 14 verso

Diuisio de 18456 *per* 17.

Si quis uoluerit diuidere 18456 per 17, describat 17 sub 56 de 18456, et accipiat $\frac{1}{17}$ de

« ul|time due .... habeatur » (fol. 14 verso, lin. 4 e 5 — 9; pag. 32, lin. 1-7).

descriptio prima

1
18456
17
108

« uideatur .... extrahet » (fol. 14 verso, lin. 10 — 14 e 15; pag. 32, lin. 7-14).

secunda

6
149
18456
17
108

« extrahet .... posita sunt » (fol. 14 verso, lin. 14 e 15 — 22; pag. 32, lin. 14-25).

Descriptio Vltima

6
149
18456
17
1085
$\frac{11}{17}$ 1085

« de 184 .... multiplicata per » (fol. 14 verso, lin. 28-33; pag. 32, lin. 32-40).

Descriptio prima

913
18456
19
9

« 6 et .... gradu » (fol. 14 verso, lin. 35-38; pag. 32, lin. 41 — pag. 33, lin. 3).

secunda

6
9132
18456
19
97

18 que sunt ultime due figure diuidendi numeri que est 1, et remaneat 1; et ponat 1 sub 8 de ipsis 18, et remanens 1 ponat super 8, ut in prima descriptione ostenditur. Et copulet ipsum 1 cum antecedente figura, scilicet cum 4, facient 14 que 14 cum minus sint diuisore numero, scilicet de 17, ponet 0 sub ipsis 4, scilicet antepositum 1 sub 8 et copulabis ipsa 14 cum antecedente figura, scilicet cum 5, facient 145: ponet itaque sub dictis 5 talem figuram arbitrio, que per 17 multiplicata, faciat fere dicta 145: nam ut ipsum arbitrium ex arte habeatur, uideatur de diuisore numero, scilicet de 17 cui decenario numero propinquior est : est enim propinquior 20: diuidat ergo dicta 145 per 20 quod sic fit: de 20 reliquat primam figuram, scilicet zephyrum, remanebunt 2 de ipsis 20; et relinquat iterum primam figuram de 145, scilicet 5, remanebunt 14, que diuidat per dicta 2, exibunt 7; et talis debet esse figura quam debet ponere sub 5 uel 1 amplius, scilicet 8 et hic contigit, quia 17 minus sunt de 20: unde maior pars est $\frac{1}{17}$ de 145 quam $\frac{1}{20}$. Ponat itaque 8 sub 5 de 145, quia hic itaque opportet et multiplicet ipsa 8 per 17 et extrahet multiplicationem ipsorum de 145 quod sic fit: multiplicabis itaque 8 per ultimam figuram de 17, scilicet per unum, erunt 8, que extrahat de 14, remanebunt 6 que ponat super 4 de 14 et copulet ipsa 6 cum antecedente 5, facient 65, de quibus extrahat multiplicationem eorumdem 8 in aliam figuram de 17, scilicet in 7 que multiplicatio est 56, remanent 9 et tot remanet de 145, extracta inde multiplicatione de 8 in 17, ut in secunda descriptione ostenditur: ponat itaque 9 super 15 et copulet ipsa cum antecedente figura, scilicet cum 6, facient que restant diuidenda per 17, 96, et ponat sub 6. Iterum talem figuram que multiplicata per 17 faciet proprius quam poterit de 96. Vnde ut sciat qualis sit illa figura, relinquat 6 de 96 et remanentia 9 diuidat per 2, sicut antea fecimus, de 14, exibunt $\frac{1}{2}$ 4: quare ponat 5, hoc est amplius de $\frac{1}{2}$ 4 sub 6, hoc est in primo gradu exeuntis numeri, et multiplicabis ipsa 5 per 1 de 17, scilicet per ultimam figuram ipsorum, facient 5, que extrahat de 9 que posita sunt super 5, reman[illegible] 4, que ponat super ipsis 9 et copulabis ipsa 4 cum antecedentibus 6, scilicet cum quibus a[illegible]tea copulauimus 9, facient 46, de quibus extrahet multiplicationem de eisdem 5 in 7, hoc est 35, remanebunt 11 remanebunt (*sic*), que ponat super 17 ex parte seruatis sub uirga, et exeuntem numerum, scilicet 1085, ponet ante ipsam; et sic habebis $\frac{11}{17}$ 1085 pro quesita diuisione, ut in hac ultima descriptione ostenditur.

Rvrsus si eadem 18456 per 19 diuidere uoluerit, describat 19 sub 56 de 18456. Et ponet sub 4 de 184 talem figuram que multiplicata in 19 faciat fere ipsa 184, que qualis sit, eodem modo quod 17 diximus, cognoscitur, hoc est quod relinquat 4 de ipsis 184, remanent 18 que diuidat per 2, exibunt 9; et talis debet esse figura ponenda, scilicet 9: quare ponat 9 sub 4, scilicet sub tertio gradu, et multiplicet 9 per 1 de 19, erunt 9, que extrahat de 18, remanent 9, que ponat super 8 et copulet ipsa 9 cum 4, facient 94, de quibus extrahat multiplicationem de eisdem 9 in 9 de 19 que est 81, remanent 13: ponet ipsa 13 super 94, scilicet 1 super 9 et 3 super 4, ut in prima descriptione ostenditur. Et copulabis 13 cum antecedente figura, scilicet cum 5, erunt 135. Et ponet sub 5 talem figuram que multiplicata per 19 faciat 135 uel fere, eritque 7: quia si relinquantur 5 de 135, remanebunt 13 que si per 2 diuiserit, exibunt 6 et amplius: unde ponet 7 sub 5 et multiplicabis 7 per 1 de 19, erunt 7, que extrahet de 13, remanent 6, que ponat super 3 de 13 et copulabis 6 cum 5, facient 65, de quibus extrahet multiplicationem de 7 in 9, sci-

Digitized by Google

licet 63, remanebunt 2, que pones super 5, ut in secunda descriptione ostenditur. Et copulabis 2 cum antecedente figura, scilicet cum 6 que sunt in primo gradu, facient 26, que diuidet per 19, ut ita dicamus, exibit 1 et remanent 7: ponet 1 in primo gradu exeuntis numeri, scilicet sub 6, et remanentia 7 ponat super uirgulam de 19, que debent ex parte seruari; et exeuntem | numerum, scilicet 971, ponet ante ipsam uirgulam; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{7}{19}$ 971, ut in hac ultima descriptione ostenditur.

(fol. 14 *verso*, margine inferiore esterno)

fol. 15 *recto*.

Vltima
16
932
18456
19
$\frac{7}{19}$ 971971

Demonstrata quidem materia in habendo arbitrium in positione figurarum, cum per 17 et per 19 numeros diuidimus; nunc uero ostendimus qualiter habeatur arbitrium in ponendis figuris, cum per reliquos asam qui sunt infra centum diuidere uoluerimus. Et hic est modus; quia sicut cum diuidimus per 17 uel per 19, accipimus medietatem ex diuidendis numeris, prima figura relicta et quinque, uno amplius: ideo quia 17 et 19 minus sunt de 20, ut prediximus; ita cum diuiserimus per 23, accipiemus medietatem, uel quinque, uno minus, quia 23 plus sunt de 20; et sic cum diuiserimus per 29, debemus accipere tertiam et quinque, 1 plus: ideo quia 29 minus sunt de 30, quibus propriora sunt quam aliis decenariis. Et cum diuiserimus per 31, debemus accipere tertiam, et quinque, uno minus. Et sic eodem modo cum diuiserimus per 37, debemus accipere quartam et quinque, 1 plus. Et cum per 41 uel per 43, debemus accipere quartam uel quinque minus. Et cum diuiserimus per 47, debemus accipere quintam et quinque, 1 plus. Et cum per 53, quintam et quinque, 1 minus; et cum per 59, sextam uel plus. Et cum per 61, sextam uel uno minus. Cum per 67, septimam uel uno plus. Cum per 71 uel per 73, septimam uel uno minus. Et cum per 79, debemus accipere octauam, uel plus. Et cum per 83, octauam uel minus. Et cum per 89, debemus accipere nonam, uel plus. Et cum per 97 diuiserimus, debemus accipere decimam diuidendorum numerorum, una figura relicta, uel quinque, uno plus. Vnde cum quis diuiserit quoslibet numeros per quemlibet prescriptorum numerorum; et ignorauerit utrum debeat dare plus uel minus quam diximus, ponat ipsam partem que ei superius declaratur, et multiplicet ipsam partem per numerum diuisorem; et si multiplicatio maior fuerit diuidendi numeri, detur unum minus. Et si minor ultra quam debeat fit multiplicatio, detur unum plus; et sic poterit quemlibet numerum per predictos numeros diuidere. Tamen nos in quibusdam diuisionibus hoc idem declarabimus.

Diuisio de 13976 *per* 23.

Item si 13976 per 23 quis diuidere uoluerit, ponat 23 sub 76; et cum 23 sint plus quam 13, silicet de numero duarum ultimarum figurarum diuidendi numeri, accipiende sunt tres ipse ultime figure, quarum numerus est 139. Vnde incipiendus est ultimus gradus exeuntis numeri sub eisdem 9; ponat ibi 6, que sic inueniuntur per materiam dicti arbitrii, scilicet quod debemus relinquere primam figuram de 139, scilicet 9, remanent 13, que debemus diuidere per 2: quia 23 proprior est 20 quam alio decenario numero, exibunt 6 et semis. Vnde cum debeamus ponere minus, cum 23 sint plus 20, relinquimus ipsum semis, et ponemus 6 sub 9, ut diximus; et multiplicet ipsa 6 per 2 de 23, erunt 12, que extrahat de 13, remanet 1, quod ponat super 3 et copulet ipsum cum 9, erunt 19. Et multiplicet 6 per 3 que sunt in 23, erunt 18, que extrahat de 19, remanet 1, quod ponat super 9, ut in prima descriptione cernitur. Et copulet ipsum 1 cum 7 que antecedit cum in numeris, erunt 17; et cum ipsa 17 minus sint quam 23, ponendum est zephirum sub ipsa 7 et 6 que sunt in primo gradu numeri sunt cum ipsis 17, copulanda erunt 176: post hec ponat sub dicta

« Item .... remanet 1 » (fol. 15 *recto*, lin. 19-24; pag. 33, lin. 31).

Descriptio prima
1
1 3 9 7 6
2 3
6

« quod ponat .... diuisione » (fol. 15 *recto*, lin. 25-30; pag. 33, lin. 39 — pag. 34, lin. 6)

Vltima
3
1 1 7
1 3 9 7 6
2 3
6 0 7
$\frac{15}{23}$ 6 0 7

Digitized by Google

6 talem figuram, que multiplicata in 23 faciat fere 176; eritque 7 prescripta ratione, hoc est minus medietate de 17: multiplicet itaque ipsa 7 per 2 que sunt in 23, erunt 14, que extrahat de 17, remanent 3, que ponat super 7 et copulet ipsa cum 6 primi gradus, erunt 36, ex quibus extrahat multiplicationem de 7 in 3 de 23, remanent 15, que ponat super uirgulam de 23 ex parte seruatis, ut in hac ultima descriptione describitur.

Probatio suprascripte diuisionis.

Uerum si prescriptam diuisionem per pensam nouenarii probare uoluerit, accipiat pensam de 13976 que sunt 8, et seruet eam ex parte. Et iterum accipiat pensam exeuntis numeri, scilicet de 607 que sunt 4, et multiplicet eam per pensam de 23 que sunt 5, erunt 20; de quibus accipiat pensam, que sunt 2 et addat eam cum 15 que sunt super uirgulam de 23, erunt 17, quorum pensa sunt 8, sicuti superius ex parte seruauimus. Verbi gratia: quoniam ex diuisore ducto in exeuntem numerum prouenit diuisus numerus; ergo si multiplicamus probam diuisoris per probam exeuntis, ueniet proba diuisi numeri: sed ex diuiso numero per 23, remanserunt 15, quibus extractis de 13976, remanent 13961, quibus diuisis per 23, ueniunt 607. Ergo ex multiplicatione de 23 in 607 proueniunt 13961. Quare si multiplicatur proba de 607 que est 4 per probam de 23 que est 5, ueniunt 20, quorum proba, scilicet 2, est proba de 13961, quibus additur proba de 15 que super sunt que est | 6, faciunt 8, scilicet proba de 13976, et hoc uolui demonstrare. Possunt enim multiplicationes, addictationes, minutiones seu diuisiones numerorum aliter per alias quasdam pensas probari, scilicet per eam de 7 et de omnibus numeris asam existentibus, ut per 11 uel per 13 et deinceps. Quam doctrinam, secundum quod nobis uidebitur congruum, in sequentibus demonstrabimus.

fol. 15 *verso*

• Item .... extrahat 6 (fol. 15 *verso*, lin. 5-12; pag. 34, lin. 23-31).

```
    2 2
    3 3 1 8
  2 4 0 5 9
        3 1
      7 7 6
 3/31 7 7 6
```

Item si uoluerit diuidere 24059 per 31, describat 31 sub 2459 et ponat sub zephirum 7: ideo quia 3 sunt circa 30 et sunt plus. Vnde si acceperimus $\frac{1}{3}$ de 24, scilicet, extracta prima figura de 240, habebimus pro tertia parte 8 que sunt plusquam 7. Vnde ponemus, ut diximus, 7 sub zephyro; et secundum prescriptum ordinem multiplicet ipsa 7 per 3 de 31, erunt 21 que extrahat de 24, remanent 3, que ponat super 4 et multiplicet eadem 7 per 1 de 31, erunt 7, que extrahat de 30, remanent 23; que ponat super 30 et dampnet ipsa 3, si uult; uel si non uult, eas in corde habeat pro dampnatis. Item copulet ipsa 23 cum 5, erunt 235, et ponat iterum prescripta ratione 7 sub 5, scilicet minus tertia parte de 23 et multiplicet ipsa per 3, erunt 21 que extrahat de 23, remanent 2: ponat 2 super 3 et dampnet ipsa 23 et copulet ipsa cum 5, faciunt 25; et semper intelligat antecedentium cum consequentibus copulationes, et multiplicet eadem 7 per 1, erunt 7, que extrahat de 25, remanent 18: ponat ipsa super 25 et dampnet ipsa 25. Post hec accipiat $\frac{1}{3}$ de 18, suprascripta ratione, erunt 6. Vnde ponat 6 sub 9 et sub 1 de 31, quibus positis, multiplicet ipsa per 3 de 31, erunt 18, per que dampnet super posita 18 et multiplicet eadem 6 per 1, erunt 6, que extrahat de 9, remanet 3, que ponat super uirgula de 31 ex parte descripta. Et sic habebis pro quesita diuisione $\frac{3}{31}$ 776, ut in hac descriptione cernitur. Volo demonstrare unde hic modus diuidendi proueniat: posuimus quidem sub tertio gradu numeri diuidendi, quam multiplicauimus per 3 que sunt in ultimo gradu diuisoris, et occupant secundum gradum; cum sint sub secundo gradu diuidendi numeri; et ex ipsa multiplicatione prouenit numerus terminans in quarto gradu: quare tertius gradus quencumque gradum multiplicat, tertium gradum facit ab ipso quem multiplicat, uel facit numerum terminantem

Digitized by Google

in ipso. Nam quartus gradus, tertius est a secundo. Et ideo extraximus multiplicationem de 7 in 3, scilicet 21 de 24 que terminantur in quarto gradu; et posuimus 3 super eundem quartum gradum, scilicet super 4, et intelleximus copulationem 3 cum 0 que est in tertio gradu numeri diuidendi, que copulatio est 30: et multiplicamus rursus eadem 7 per 1 quod est in ipso gradu diuisoris; et quia in hac multiplicatione multiplicamus tertium gradum per primum, quod est idem quod multiplicare primum per tertium. Et ideo multiplicationem de 7 in 1, scilicet 7 extraximus de 30, que 30 terminantur in tertio gradu: quare ex multiplicatione tertii gradus in primum, uel primi in tertium prouenit numerus tertii gradus, uel terminans in ipso gradu: et posuimus 23 super 30 uel in loco eorum, et copulauimus ipsa 23 cum 5 que sunt in secundo gradu, et habuimus 235; que terminantur in secundo gradu; et posuimus in secundo gradu alia 7 que multiplicamus iterum per 3 diuisoris, hoc est secundum gradum per secundum, ex qua multiplicatione prouenit numerus tertii gradus, uel terminans in ipso; et ideo extraximus 21 de 23; cum ambo terminentur in tertio gradu, et 2 que remanserunt posuimus super 3, et intelleximus copulationem eorum cum 5 sequentibus, que copulatio est 25 et terminantur in secundo gradu, quibus extracximus multiplicationem de 7 in 1, scilicet secundi gradus in primum, ex qua multiplicatione prouenit numerus secundi gradus, uel terminans in ipso, remanserunt 18 in eisdem gradibus, in quibus sunt 25, scilicet in tertio gradu et 8 in secundo; et copulauimus ipsa 18 cum 9 primi gradus, fuerunt 189, et posuimus 6 in primo gradu exeuntis numeri et multiplicauimus ea per 3, scilicet primum gradum per secundum, ex qua multiplicatione prouenit numerus terminans in secundo gradu, que multiplicatio fuit 18, pro quibus deleri fecimus supradicta 18, cum terminentur in secundo gradu: et multiplicauimus eadem 6 per 1, et fuerunt 6 in ipso gradu, que extraximus de 9 que sunt in eodem gradu, remanserunt 3, quibus diuisis per 31, proueniunt $\frac{3}{31}$; et sic habuimus $\frac{3}{31}$ 776: et secundum hoc intelligas in similibus diuisionibus. Nam si prescripte diuisionis probam per pensam de 7 cognoscere cupit, accipiat pensam per 7 de 24059, hoc est superfluum eiusdem numeri in 7 diuisi, quod superfluum sic erit accipiendum: dicatur de $\frac{1}{7}$ de 24, remanent 3 de 30, eundo, scilicet copulando, remanent 2; de 25 remanent 4; de 49 remanet 0 pro quesito superfluo, quod habeatur pro pensa: eodemque | modo accipiat pensam de 776 que sunt 6, et multiplicet ipsa per pensam de 31 que sunt sub uirgula, hoc est per 3, erunt 18 que diuidat per 7, remanent 4, que addat cum 3 que sunt super uirgulam de 31, erunt 7, que diuidat per 7, remanet 0, ut oportebat pro pensa remanere. fol. 16 *recto*

Diuisio de 780005 *per* 59.

Si autem 780005 per 59 diuidere uoluerit, descriptis numeris, ponat 1 sub 8; ideo quia si relinquerimus 8 de 78, remanent 7; que si diuiserimus per 6 propter hoc quod 59 sunt circa 60, exibit 1 et amplius. Vnde debemus ponere 1 sub 8, ut prediximus: quo posito multiplicet ipsum per 5, fuerit 5, que extrahat de 7, remanent 2, que ponat super 7 et multiplicet eundem 1 per 9, et extrahat ipsam multiplicationem de 28, remanent 19; et deleat 2 uel dampnet posita super 7, et ponat, dicat 19 super 78. Et ponat 3 sub 0 prescripta ratione quam gradus, et multiplicet ipsa per 5, erunt 15, que extrahat de 19, remanet 4: deleat ipsa 19, et in loco nouenarii ponat ipsa 4. Et multiplicet eadem 3 per 9, et extrahat de 40, remanent 13: deleat ipsa 4 et ponat in 1, et super 0 ponat 3: post

« ut prediximus.... et extrahentur » (fol. 16 *recto*, lin. 6 — 12 e 13; pag. 35, lin. 37 — pag. 36, lin. 4)

	1432
	2913122
	780005
	59
	13220
$\frac{25}{59}$	13220

hec diuidenda sunt 120 per 59, et danda 2 supradicta ratione pro ea diuisione et sub zephiro tertii gradus ponenda sunt ipsa 2, que 2 in 59 multiplicata et de 120 extracta, remanent 12; quod idem est si multiplicentur dicta 2 per 5, et extrahentur de 13, et multiplicarentur per 9, et extraherentur de 30: deleat itaque 13 et ponat 1 in loco ubi erat 3 de 13, et 2 ponat super 0 tertii gradus. Post hoc ponat 2 sub 0 secundi gradus, et multiplicet ipsa per 59, et extrahat de 120, remanent 2 super 0; et deleat in animo suo 120 que superfuerant de preterita diuisione, et que delere figuras dicitur uel dapnare sunt sicut eas deletas intelligere uel dapnatas: post hec copulet ipsa cum 5 que sunt in primo gradu numeri, faciunt 25, que cum sint minus 59, ponat 0 sub 5 primi gradus, et 25 super uirgulam de 59 ex parte descripta, ut in hac descriptione manifeste designatur.

Et ut que de diuisionibus dicta sunt lucidius initescant, quendam numerum per 97 diuidamus: sitque 5917200, positis 97 sub utroque zephyro, diuidat numerum trium ultimarum figurarum numeri diuidendi, silicet 591 per 97, pro qua diuisione eueniunt 6; ideo quia 97 propriora sunt 100 quam ab alio decenario numero. Vnde debemus diuidere 59, scilicet numerum duarum figurarum ultimarum per 10, ex qua diuisione proueniunt fere 6, scilicet decima minus; et cum 97 minus sint de 100, debemus accipere quinque amplius deciem. Vnde contingunt 6: ponat ipsa 6 sub primo gradu numeri ipsarum trium figurarum, hoc est sub 1′ quod est in quinto gradu totius numeri; et multiplicet ipsa 6 per 9 de 97, erunt 54, que extrahat de 59, scilicet ex numero duarum ultimarum figurarum, remanet 5 que ponat super 9; et multiplicet eadem 6 per 7 de 97, erunt 42, que extrahat de 51, scilicet de copulatione 5 super positarum cum 1 antecedente, remanent 9, que ponat super 1 et posita 5 uel dapnet, uel deleat in corde. Et predicta 9 que posita sunt super 1 remanent ex diuisione de 591 in 97; quibus 9 copulatis cum figura antecedente in gradibus, scilicet cum 7, que sunt in quarto gradu numeri, faciunt 97, que diuidat per 97, scilicet per diuisorem, exibit 1: ponat 1 sub 7 et multiplicet ideo per 9 de 97, erunt 9, pro quibus deleat 9 que superfuerant de 591, et multiplicet eundem 1 per 7, erunt 7, pro quibus relinquat 7 cum quibus 9 fuerat copulata; et cum nihil remaneat de ipsis 7 ad copulandum cum 2 antecedentia sibi, et ipsa 2 minus sint de 97, ponat 0 sub ipsis 2 et copulet ipsa 2 cum 0 ei antecedentem, et erunt 20. Item cum ipsa 20 minus sint de 97, ponendus erit 0 sub dicto 0 cum 2 copulatis, scilicet sub ipso quod est in secundo gradu numeri: post hec copulet ipsa 20 cum 0 ei antecedenti, scilicet cum illo quod est in primo gradu, facient 200, que diuidenda restant per 97, pro qua diuisione ponenda sunt 2 sub 0 primi gradus prescripta ratione; et multiplicet ipsa per 9, et extrahat de 20 superius copulatis, remanent 2, que ponat super 0 secundi gradus; et intelligat copulationem ipsarum cum 0 antecedente quod est in primo gradu que sunt 20, de quibus extrahat multiplicationem eorundem 2 in 7, remanebunt 6, que ponat super uirgulam de 97 ex parte descripta; et habebit pro quesita diuisione $\frac{6}{97}$ 61002.

• 97 minus . posita 1 (fol. 16 recto, lin. 22-26, pag. 36, lin. 16-22).

59
5917200
97
6

• 5 uel .... de ipsis 9 (fol. 16 recto, lin. 27-30; pag. 36, lin. 22-28).

5917200
$\frac{6}{97}$ 61002

Cvm satis de diuisione numerorum in numeris duarum figurarum qui sunt sine regulis, idest asam, dictum esse uideatur, nunc uero eorumdem diuisiones in eis que sunt compositi, idest cum regulis, ostendantur: et quamuis per conpositos numeros tanquam per | primos omnes numeros diuidere, multiplicamus tamen leuius et subtilius, in sequenti ostendit doctrina, scilicet ut reperiantur ipsorum regule. Scilicet numeri ex quibus componuntur, et ponantur sub quadam uirgula, ut semper minores sequantur maiores uersus sinistram, ut

fol. 16 verso.

Digitized by Google

supra in hoc eodem capitulo edocetur: post hoc diuidat numerum quem diuidere per minorem ex componentibus diuisorem, hoc est per minorem numerum; uel figura que fuerit sub uirgula; et si aliquid super habundauerit, ponat ipsum super eadem figura uel numerum et exiens numerus ex diuisione diuidatur per antecedentem numerum, uel figuram in uirgula, et superfluum, si fuerit, ponat super ipsum antecedentem numerum uel figuram. Et sic semper per ordinem per antecedentes conponentes numeros exeuntes ex diuisione, donec ad finem ipsarum deuenerit, diuidere studeat; et superflua super eas ponenda, et exeuntem numerum ex diuisione ultime conpositionis, idest ultimi numeri, sub uirgula existentis ante ipsam ponere consuescat. Et sic habebit diuisionem quorumlibet numerorum factam per quemlibet compositum numerum quorumlibet graduum. Nam ante quam hoc demonstrationibus declaretur, compositiones compositorum numerorum inuenire, nec non et eorum que sunt sine regulis cognoscere, demonstrare duximus necessarium. Et cum numeri duarum figurarum, qui sunt sine regulis, in quadam tabula superius sint demonstrati, compositorum regule duarum similiter figurarum singulariter sub uirgulis ostendantur; aliorum uero graduum compositiones per regulam reperire ostendemus.

COMPOSITIONES NUMERORUM DUARUM FIGURARUM HEC QUE CUM II^{abus} FIGURIS SCRIBUNTUR.

12	$\frac{1\ 0}{2\ 6}$	44	$\frac{1\ 0}{4\ 11}$	74	$\frac{1\ 0}{2\ 37}$
14	$\frac{1\ 0}{2\ 7}$	45	$\frac{1\ 0}{5\ 9}$	75	$\frac{1\ 0\ 0}{3\ 5\ 5}$
15	$\frac{1\ 0}{3\ 5}$	46	$\frac{1\ 0}{2\ 23}$	76	$\frac{1\ 0}{4\ 19}$
16	$\frac{1\ 0}{2\ 8}$	48	$\frac{1\ 0}{6\ 8}$	77	$\frac{1\ 0}{7\ 11}$
18	$\frac{1\ 0}{2\ 9}$	49	$\frac{1\ 0}{7\ 7}$	78	$\frac{1\ 0}{6\ 13}$
20	$\frac{1\ 0}{2\ 10}$	50	$\frac{1\ 0}{5\ 10}$	80	$\frac{1\ 0}{8\ 10}$
21	$\frac{1\ 0}{3\ 7}$	51	$\frac{1\ 0}{3\ 17}$	81	$\frac{0\ 0}{9\ 9}$
22	$\frac{1\ 0}{2\ 11}$	52	$\frac{1\ 0}{4\ 13}$	82	$\frac{1\ 0}{2\ 41}$
24	$\frac{1\ 0}{3\ 8}$	54	$\frac{1\ 0}{6\ 9}$	84	$\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 7}$
25	$\frac{1\ 0}{5\ 5}$	55	$\frac{1\ 0}{5\ 11}$	85	$\frac{1\ 0}{5\ 17}$
26	$\frac{1\ 0}{2\ 13}$	56	$\frac{1\ 0}{7\ 8}$	86	$\frac{1\ 0}{2\ 43}$
27	$\frac{1\ 0}{3\ 9}$	57	$\frac{1\ 0}{3\ 19}$	87	$\frac{1\ 0}{3\ 29}$
28	$\frac{1\ 0}{4\ 7}$	58	$\frac{1\ 0}{2\ 29}$	88	$\frac{1\ 0}{8\ 11}$
30	$\frac{1\ 0}{3\ 10}$	60	$\frac{1\ 0}{6\ 10}$	90	$\frac{1\ 0}{9\ 10}$
32	$\frac{1\ 0}{4\ 8}$	62	$\frac{1\ 0}{2\ 31}$	91	$\frac{1\ 0}{7\ 13}$
33	$\frac{1\ 0}{3\ 11}$	63	$\frac{1\ 0}{7\ 9}$	92	$\frac{1\ 0}{4\ 23}$
34	$\frac{1\ 0}{2\ 17}$	64	$\frac{1\ 0}{8\ 8}$	93	$\frac{1\ 0}{3\ 31}$
35	$\frac{1\ 0}{5\ 7}$	65	$\frac{1\ 0}{5\ 13}$	94	$\frac{1\ 0}{2\ 47}$
36	$\frac{1\ 0}{4\ 9}$	66	$\frac{1\ 0}{6\ 11}$	95	$\frac{1\ 0}{5\ 19}$
38	$\frac{1\ 0}{2\ 19}$	68	$\frac{1\ 0}{4\ 17}$	96	$\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 8}$
39	$\frac{1\ 0}{3\ 13}$	69	$\frac{1\ 0}{3\ 23}$	98	$\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 7}$
40	$\frac{1\ 0}{4\ 10}$	70	$\frac{1\ 0}{7\ 10}$	99	$\frac{1\ 0}{9\ 11}$
42	$\frac{1\ 0}{6\ 7}$	72	$\frac{1\ 0}{8\ 9}$	100	$\frac{1\ 0}{10\ 10}$

Digitized by Google

Regula uniuersalis de reperiendis compositionibus imparium numerorum.

Cvm autem regulas prescriptorum numerorum in tabulis ex frequenti usu quis sciverit, et uoluerit regulas, idest compositiones cuiuslibet numeri aliorum numerorum trium uel plurium figurarum reperire, uel qui primus numerus, idest secundum regulam extiterit, cognoscere uoluerit, describat numerum in tabula, et descripto prouideat si numerus par fuerit uel impar. Nam si par fuerit, ipsum compositum esse cognoscat. Si impar autem compositus, aut primus erit. Sunt enim numeri pares compositi aut ex paribus et imparibus, aut ex paribus tantum. Quare regule ipsorum primo inuestigande sunt a paribus numeris, ut in suo demonstrabitur loco. Inpares uero numeri componuntur ex imparibus tantum. Vnde componentes ipsos per impares tantum inuestigatur, a quibus sumamus initium. Cum itaque figura primi gradus cuiuslibet imparis numeri 5 extiterit numerus, a 5 compositum esse cognoscat, hoc est quod per 5 integraliter diuidetur. Si autem alia figura impar in primo gradu extiterit que facit totum numerum esse imparem, accipiat siquidem pensam ipsius per nouenarium, que si fuerit zephyrum, tunc $\frac{1}{9}$, et si 3 uel 6 pensa fuerit, tunc $\frac{1}{3}$ in sua erit compositione: si autem pensa nulla istarum extiterit, diuidat ipsum per 7; et si aliquid inde superfuerit, diuidat iterum numerum per 11; et si aliquid superfuerit, diuidet ipsum per 13 et semper eat diuidendo per primos numeros ordinate, secundum quod scribuntur in tabula superius descripta, donec aliquem primum numerum inuenerit, per quem propositum numerum absque aliqua superatione possit diuidere, uel donec ad eiusdem uenerit radicem: si per nullum ipsorum diuidi potuerit, tunc ipsum primum esse iudicabit. Si autem per aliquem predictorum primorum numerorum ipsum diuidere absque superatione potuerit, quod ex diuisione prouenerit, diuidat iterum per ipsum; et numerus qui ex diuisione extiterit, iterum per eumdem primum numerum diuidat, hoc est quod ab eodem incipiet querere componentes ipsius per ordinem per reliquos primos numeros usque ad ipsius radicem, si ipse non habuerit compositionem: et sic semper faciendo egrediatur, donec omnes ipsum habuit componentes. Quibus perfecte habitis, ipsas sub quadam uirgula minores per maiores summo studio studeat collocare. Et sic habebit regulam, idest compositionem cuiuslibet imparis numeri. Verbi gratia: sit numerus 805, cuius regula queratur: cum prima ipsius figura sit 5, nimirum $\frac{1}{5}$ in sua erit compositione. Quare diuidat eum numerum per 5, exient 161, quorum pensa accepta, que est 8, ostendit ipsa 161, nec per 3, nec per 9 posse diuidi integraliter. Vnde diuidat eum per 7, exient 23, qui numerus est sine regula: aptet repertos componentes, scilicet 5 et 5 et 7 et 23 sub quadam uirgula, et habebit $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 7\ 23}$ pro 805 compositione, hoc est quintam septime unius xx^a tertie partis que est una octingentesima quinta : quare ducta multiplicatione de quinque in septem, scilicet xxxii. in xx.^{ti} tria, surgit in 805. Item si regulam de 957 inuenire quesierit, diuidat ipsa per 3; ideo quia 3 est pensa ipsius numeri, exibunt 319, que per 3 iterum diuidenda non sunt, cum pensa ipsorum sit 4: et si diuiserit eam per 7, superabunt 4 per 11: itaque diuiduntur et est eorum xi^a pars 29, qui numerus primus est: collocata itaque reperta regula sub uirgula pro compositionibus 957 habebitur $\frac{1\ 0\ 0}{3\ 11\ 29}$, ut hic ostenditur.

De regula de 951 *reperienda.*

Uerum si regulam de 951 reperire uoluerit, diuidat ipsa per 3; ideo quia pensa ipsorum est 6, exibunt 317, quibus aliam regulam inuenire est impossibile, cum integraliter

Digitized by Google

non possit diuidi per 7, nec per 11, nec per 13, nec per 17. Et pro ipsorum regula amplius querendum non est; quare si diuisa fuerit per 19 exiret primo numerus quam 19 ex diuisione: ergo regula de 951 est $\frac{1\ 0}{3\ 317}$. Item si eam de 873 habere uoluerit, cum pensa ipsius numeri sit 0, diuidat eum per 9, exibunt 97, qui numerus 97 superius in tabula primus esse monstratur. Qua regula inuenta, si sub uirgula fuerit collocata, erit $\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{97}$.

Regulæ de 1469 inuentio.

Nam si regulam de 1469 habere uoluerit, accepta ipsius numeri pensa, que est 2, demonstrat ipsum carere regula ternarii et nouenarii. Nam si per 7 cum diuiserit, superant 6; si per 11, remanent similiter .6.; per 13 uero si eum diuiserit, exibunt 113, pro quibus non oportet amplius querere per aliquem sequentium primorum numerorum uel per eadem 13; cum sit plus ipsorum radice; unde ex primis numeris fore cognoscuntur. Est ergo regula de 1469, ut hic ostenditur $\frac{1}{13}$, $\frac{0}{13}$.

De regula de 2543 reperienda.

Item si eam de 2543 habere uoluerit, accepta ipsius numeri pensa, que est 5, demonstrat ipsum nec 3 nec 9 in sua regula posse habere. Nam ea diuisa per septenarium remanet 2. Et per 11, remanent 2, et per 13, superant 8. Et sic in|ueniet, quia nec per 17, uel fol. 17 verso.
per 19, aut per 23 seu per 29, uel per 31, nec per 37 aut per 41, nec etiam per 47 uel per 53 potest diuidi, et ultra quam per 53 non est querendum: quare 53 sunt plus radice ipsius. Et si possibile esset 2543 in sua compositione aliquem maiorem primum numerum quem 53 habere posse; ergo ipse maior numerus in quemlibet alium multiplicatur, faceret eundem 2543 quam oporteret esse minus de 53 quod est impossibile : ideo quia usque in 53 ipsius regulam querendo eum non inuenimus; ergo est sine regula.

· ipsius .... regule » (fol. 17 verso, lin. 6-14; pag. 39, lin. 22 35).

Item si eadem 624481 reperire uoluerit, ipsum numerum nec 3, nec 9, nec 7 habere dictis dispositionibus esse cognoscet: per 11 uero diuiditur cuius pars, uidelicet undecima, est 56771, que iterum per 11 diuidat, scilicet ut sciat si iterum $\frac{1}{11}$ habuerit: nam per eos numeri qui sunt minores de 11, scilicet per 9 et per 7 et per 3, non opportet ut diuidantur; ideo quia in 624481 reperti non fuerunt. Nec etiam in isto, scilicet in 56771, cum sit de ipsius compositione aliquo modo poterit reperiri. Ex qua uero diuisione, scilicet per 11, exibunt 5161, quibus iterum per 11 diuisis, remanet 2. Quare ipsa $\frac{1}{11}$ iterum habere est impossibile: post hec uidendum est si habeant $\frac{1}{13}$, scilicet diuidat ea per 13, ex qua diuisione exeunt 397, quibus nec $\frac{1}{13}$, nec $\frac{1}{17}$, aut $\frac{1}{19}$ reperiri poterint. Vnde ipsa 397 esse asam cognoscimus; quare inter 19 et ipsius radicem non est aliquis primus numerus, idest sine regula, nec ultra ipsius radicem, ut prediximus, erit querendum: est enim compositio, idest regula de 624481, ut hic ostenditur $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{11\ 11\ 13\ 397}$.

	624481
	11
	56771
	11
	5161
pensa	13
(4)	397
$\frac{1\ 0\ 0\ 0}{11\ 11\ 13\ 397}$	

Probatio suprascripte regule.

Nam si inuentam regulam per pensam de 7 probare uoluerit, accipiat pensam de 624481 per 7 que est 4, et seruet eam ex parte ; et sumat pensam de 11 primo positis sub uirgula, que est 4 ; et multiplicet eam per 4 , scilicet per pensam de aliis 11, erunt 16, que diuidat per 7, remanent 2, que multiplicet per 6, scilicet per pensam de 13, erunt 12, de quibus demat 7, remanent 5, que multiplicet per 5, scilicet per pensam de 397, erunt 25, que diuidat per 7, remanent 4, ut pro pensa seruata sunt.

De regula parium numerorum reperiendis modus uniuersalis.

Si uero ex aliquo numero pari quis regulam inuenire uoluerit, accipiat similiter pen-

Digitized by Google

sam eius per 9, que si fuerit 0, habebit $\frac{1}{9}$. Et si fuerit 3 uel 6 habebit $\frac{1}{3}$ in sua compositione. Si autem pensa nulla istarum extiterit, prouideat diuidendo per 8 numerum duarum figurarum que sunt in primo et secundo gradu quale fuerit superfluum: quod si fuerit 0, et figure tertii gradus par extiterit, uel 2 uel 4 uel 6 aut 8, uel 0, totum numerum cuiuslibet gradus per 8 diuidi posse cognoscat. Si autem ipsa tertia figura impar extiterit, ut 1 uel 3 uel 5 uel 7 aut 9, numerus ipse $\frac{1}{4}$ in sua compositione recipiet. Si uero illud superfluum 4 extiterit, et figura tertii gradus fuerit impar, totus numerus per 8 similiter diuidetur. Et si par extiterit, tantum $\frac{1}{4}$ in sua habebit compositione. Si autem illud superfluum 2, uel 6 extiterit, numerus tantum per 2 ex paribus numeris diuiditur. Et secundum hoc accipiat pares compositiones de paribus numeris, donec habeat regulam ipsius, uel ad aliquem imparem numerum occurrat: de quo impari, secundum suprascriptum imparium ordinem regulam, studeat inuenire. Nam si in ipso gradu aliquorum parium numerorum zephyrum extiterit, dematur ipsum, et pro ipso habeatur $\frac{1}{10}$ in compositione illius numeri. Et si aliud 0 in capite numeri remanserit, dematur iterum ipsum de numero; et iterum $\frac{1}{10}$ in eiusdem numeri compositione habeatur. Et sic semper, donec 0 in capite numerorum extiterit, debet intelligere. Et ut que dicta sunt de parium numerorum regularum inuentione lucidius deprehendantur, ea cum numerorum demostrationibus ostendantur.

De regula de 126 reperienda.

Ut si queratur regula de 126, quorum pensa cum sit 0, ostendit nonam eorum partem integram esse: quare 126 diuidat per 9, exibunt 14, quorum regula superius in tabula regularum compositorum numerorum duarum figurarum secundi gradus $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ esse utique demonstratur: unde pro regula de 126 habetur $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 9}$, ut hic ostenditur.

Item si queratur regula de 156, ipsorum pensa que est 3 demostrat quod per 6 possunt diuidi, quibus in 6 diuisis, exeunt 26, quorum regula est $\frac{1\ 0}{2\ 13}$; et sic habebitur pro regula de 156, ut hic notatur $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 13}$.

[illegible] 17 recto, lin. 35-39; pag. 40, lin. 24-31.

3
2112
6
3
352
8
44
$\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$

fol. 18 *recto*.

Si uero ea de 2112 reperire uoluerit, cum ipsarum pensa que est 6 ostendat ipsa per 6 posse diuidi. Diuidantur ergo 2112 per 6, exibunt 352, de quibus, accepta pensa que est 1, ostendit quod nec per 6 nec per 9 possunt diuidi: unde diuidenda sunt 52 per 8, scilicet numerus duarum figurarum, de qua diuisione remanet 4: ex qua remansione, et ex eo quod figura | tertii gradus numeri, scilicet 3 in prima existit, ostenditur 352 per 8 posse diuidi; diuidanturque per 8, exibunt 44, cuius regula est $\frac{1\ 0}{4\ 11}$: unde habentur pro regula de 2112, ut hic ostenditur $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$. Nam cum $\frac{1\ 0}{4\ 6}$ que in eadem uirgula continetur sint regula de 24, que laudabiliorem regulam habere in tabula compositionum numerorum reperiuntur, scilicet $\frac{1\ 0}{3\ 8}$; ideo quia maior figura est in ea quam in $\frac{1\ 0}{4\ 6}$, quia maior est 8 quam 6: quare semper sumende sunt regule numerorum extreme, que regule sunt composite ex numeris qui sunt a binario usque in 10, ut in sequentibus demonstrabitur. Vnde coattanda est regula inuenta, scilicet $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$ in $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 8\ 8\ 11}$.

De regula de 4644 reperienda.

Uerum si regula de 4644 reperire uoluerit, ipsorum pensa, que est 2, nec $\frac{1}{6}$ nec $\frac{1}{9}$ habere posse ostendit. Et quia ex numero duarum figurarum in capite existentium, scilicet 64 in 8 diuiso, remanet 0; et figura que est in tertio gradu, scilicet 6, est par; ideo 4664 habere $\frac{1}{8}$ cognoscet: quare si ea per 8 diuiserit, 583 nimirum ex diuisione egre-

Digitized by Google

dietur; quorum regula, si per doctrinam supradictam imparium numerorum quesierit $\frac{1}{11}\frac{0}{53}$, ipsam esse reperiet: unde pro regula de 4664 habetur $\frac{1}{8}\frac{0}{11}\frac{0}{53}$.

Nam si eamdem 13652 reperire uoluerit, pensa ipsorum que est 8, ea $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$ carere demonstrat. Nam si numerum duarum figurarum in eorum capite existentium per 8 diuiserit, 4 remanebunt. Vnde cum figura tertii gradus, idest 6, par existit, $\frac{1}{4}$ in ipsorum regula indicant esse: quare 13652 per 4 diuiserit, 3413 innascitur; que cum regula careant, habetur pro regula de 13652, ut hic denotatur, $\frac{1}{4}\frac{0}{3413}$.

De regula de 15560 reperienda.

Itaque si ipsam de 15560 reperire uoluerit, cum sit zephyrum in primo gradu, dematur ipsum, et pro ipso habeatur $\frac{1}{10}$ in regula prescripti numeri: deinceps studeat reperire regulam remanentis numeri, scilicet eam de 1556, quorum pensa que est 8, ostendit ipsa carere $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$. Et quia ex numero duarum figurarum ipsorum capitis, idest 56 in 8 diuiso, remanet 0. Et quia figura tertii gradus, idest 5, impar existit, nullam regulam de paribus numeris posse haberi maiorem quam 4 ostenditur. Denique 1556 per 4 diuisis, exeunt 389, que regula carere predictis ostensionibus reperiuntur. Vnde habetur pro regula de 15560, ut hic denotatur, $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{389}$.

Item si regulam de 32600 reperire uoluerit, cum in ipsorum primo gradu sit 0, debet in ipsorum regulam pro eodem zephyro $\frac{1}{10}$ habere. Et ipso 0 de numero dempto, remanet 3260. In quorum primo gradu similiter est 0, pro quo habendum est iterum $\frac{1}{10}$. Et dempto ipso de numero, remanent 326, quorum pensa, que est 2, negat ipsa $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{9}$ in suam habere posse compositionem. Nam 26, que sunt numerus duarum figurarum capitis de 326, si per 8 diuidatur, remanent 2: quare 326 per aliquem parem numerum, preterquam per binarium, non posse diuidi cognoscimus. Vnde ipsis 326 diuisis per 2 exeunt 163, que cum careant regula pro ipsa de 32600, habetur $\frac{1}{2}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{163}$.

Et si eam de 7546000 reperire uoluerit, demptis de ipso numero tribus zephyris, et pro ipsis habita $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, remanet 7546. Quorum pensa que est 4 negat ipsa posse habere $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{9}$ in sua compositione. Nam si 46, qui sunt in capite de 7546, per 8 diuiserit, remanent 6; quare nullum alium parem numerum, preter 2, post se habere cognoscetur: que scilicet 7546, si per 2 diuiserit, exibunt 3773. Quorum regula, si secundum parium numerorum doctrinam reperire studuerit, ipsam $\frac{1}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{11}$ fore reperiet. Quam si cum reperta superius regula, scilicet cum $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$ optime in uirgula coaptauerit pro regula de 7546000, habebitur $\frac{1}{2}\frac{0}{7}\frac{0}{7}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{11}$.

Diuisio de 749 per 75.

Nota siquidem regularum numerorum inuentione 5 uoluerit quis diuidere 749 per 75, reperta regula de 75, que est $\frac{1\,0\,0}{3\,5\,5}$, diuidat 749 per 3, exibunt 249, et remanent 2; que 2 ponat super 3 de uirgula in parte seruata, et diuidat 249 per 5, per ea scilicet que antecedunt 3 in uirgula, exeunt 49 et remanent 4; que 4 ponat super eadem 5, et 49 diuidat iterum per 5, per ea que sunt in fine uirgule, exeunt 9 et remanent 4; que 4 ponat super ipsa 5, et 9 ponat ante ipsam uirgulam; et sic habebit ex quesita diuisione, ut hic ostenditur, $\frac{2\,4\,4}{3\,5\,5}9$.

Diuisio de 67898 per 1760.

Uerum si 67898 per 1760 diuidere uoluerit, reperta regula de 1760, que est $\frac{1}{2}\frac{0}{8}\frac{0}{10}\frac{0}{11}$, diuidat 67898 per 2, exibunt 33949, et remanet 0; quod 0 ponat super 2, et diuidat

* reperie[illegible] .... $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{389}$ * (fol. 19 recto, lin. 6-20; pag. 40, lin. 39 — pag. 41, lin. 16).

62
4664
38
583
11
53
$\frac{1}{8}\frac{0}{11}\frac{0}{53}$

33
15560
4
3890
$\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{389}$

fol. 18 verso. 33949 per 8, exibunt 4243, et | remanet 5; que 5 ponat super 8 de uirgula, et diuidat 4243 per 10, exibunt 424 et remanet 3, hoc est ut dematur figura primi gradus de 4243; que 424 diuidat per 11, exibunt 38 et remanent 6, que 6 ponat super 11 de uirgula, et 38 ponat ante uirgulam; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{0}{2}\frac{5}{8}\frac{3}{10}\frac{6}{11}$ 38.

Probatio suprascripte diuisionis.

Qvam diuisionem, si per pensam de 13 probare uoluerit, diuidat prescripta 67898 per 13, remanent 12, que habeantur pro pensa. Post hec diuidat 38 ante uirgam posita per 13, remanent 12, que multiplicet per 11 de uirgula, et de super addat 6, que sunt super 11, erunt 138; que diuidat per 13, remanent 8; que multiplicet per 10 de uirgula, et de super addat 3 que sunt super 10, erunt 83; que diuidat per 13, remanent 5; que multiplicet per 8 de uirgula, et de super addat 5, que sunt per 8, erunt 45; que diuidat per 13, remanent 6; que multiplicet per 2 de uirgula, erunt 12, ut superius pro pensa seruatum est. Et cauendum est nequis aliquam diuisionem per aliquam pensam alicuius numeri existentis sub uirgula diuisionis nunquam probare consuescat: ideo quia leuiter per eam posset esse deceptus; quare in hac diuisione prohibetur per 11 probare; quia superfluo quod remaneret de 38, uel ex quolibet alio numero in 11, que sunt sub uirgula multiplicato, et per 11 de pensa diuiso, nil superaret: unde si ipsa 38 recta non essent, non possent per probationem de 11 cognosci. Et sciat quia in diuisionibus numerorum alia restat doctrina, scilicet cum numerus diuidendus aliquam habet comunitatem cum diuisore, scilicet quod diuidendus numerus diuidatur integraliter per aliquem numerum, uel numeros qui sint ex regula diuisoris. Tunc primum diuidatur numerus per numerum compositionis quam in uirgule diuisoris ipse diuidendus habuerit, siue maior in uirgula sit, uel minor: ideo quia cum ipsum per ipsum diuiserit, nihil ex diuisione remanebit. Et ut hec apertius intelligantur, ea cum numeris in sequentibus demonstrentur.

Diuisio de 81540 *per* 8190.

Ut si 81540 per 8190 diuidere uoluerit, reperiatur diuisoris regula, que est $\frac{1}{7}\frac{0}{9}\frac{0}{10}\frac{0}{13}$; et cum in regula de 81540 sit $\frac{1}{10}$, propter 0 quod est in primo gradu ipsorum, quamuis $\frac{1}{10}$ non sit in capite uirgule; tamen per 10 primitus 81540 sunt diuidenda, hoc est quod dematur 0 de ipso numero, remanebunt 8154 que restant diuidendam, extracto $\frac{1}{10}$ de uirgula, per $\frac{1}{7}\frac{0}{9}\frac{0}{13}$.

Item 8154 per 9 diuiditur, ideo quia 0 est pensa ipsorum per nouenarium. Vnde diuidat ipsa per 9 de uirga, exibunt 906, que restant diuidenda per $\frac{1}{7}\frac{0}{13}$: uerum 906 per 7 diuisis, exeunt 129 et remanent 3; que 3 ponat super 7. Et 129 per 13 diuidat, exeunt 9 et remanent 12, que 12 ponat super 13, et exeuntia 9 ponat ante uirgam, et habebit pro quesita diuisione $\frac{3}{7}\frac{12}{13}$9.

Nam si prescripta diuisione probare uoluerit, ponenda erunt 10 et 9 que extracta fuerunt de uirga sub eadem uirga post 7, et super ipsa ponenda sunt zephyra, ut in hac uirgula cernitur, $\frac{0}{10}\frac{0}{9}\frac{3}{7}\frac{12}{13}$: postea poterit ea probare secundum prescriptum probandi ordinem. Vel aliter habeantur 906 pro numero diuiso et $\frac{1}{7}\frac{0}{13}$ pro diuisore, et secundum hec probare studeas per modum supradictum. Satis enim de diuisionibus numerorum per compositos numeros dictum esse uideretur, nisi in eorum compositionibus numerum trium figurarum uel plurium existerent. Sed ut in hoc opusculo expleta doctrina di-

Digitized by Google

uidendi contineatur, numeros diuidere in eis, qui sunt trium figurarum uel plurium, in sequentibus ostendantur.

Diuisio numerorum per numeros asham tertii gradus.

Cvm autem quemlibet numerum cuiuslibet gradus per quemlibet numerum trium figurarum, hoc est tertii gradus, quis diuidere uoluerit, ponat similem gradum ipsius numeri trium figurarum sub simili gradu diuidendi numeri, et prouideat si numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri maior diuisore existerit : si enim maior uel equalis fuerit, incipiendus erit ultimus gradus exeuntis numeri sub tertia figura ab ultima; et si minor, incipiendus erit sub antecedente, hoc est sub quarta ab ultima. Et posita figura sub qualibet predictarum quam talem esse conuenit, quod multiplicata ipsa in numerum diuisorem, scilicet in eum, in quo numerus maior diuiditur, faciant numerum trium figurarum, uel quattuor ultimarum, uel ita fere, ut non remaneat inde numerus diuisoris uel ultra. Et tunc multiplicet eam per ultimam figuram diuisoris numeri. Et multiplicationem de numero ultime figure, si poteris, extrahat. Et si non, eam extrahat de numero duarum figurarum ultimarum, et superfluum ponat super eundem gradum de quo superfuerit. Et multiplicet iterum eandem positam figuram per antecedentem | ultime diuisoris numeri, scilicet per eam que est in ipsius secundo gradu; et uenientem fol. 19 recto. summam extrahat de suprascripto superfluo cum antecedente figura in maiori numero copulato : et si superfluum fuerit, ponat primum gradum ipsius super eandem antecendentem figurarum, et reliquos uero post ipsos delendo scilicet, uel dampnando aliud primum positum superfluum. Et adhuc multiplicet eandem positam figuram per figuram primi gradus eiusdem diuisoris numeri, et summam multiplicationis extrahat de copulatione secundi superflui cum antecedente figura maioris numeri ; et primum gradum ipsius superflui ponat super ipsam antecedentem figuram; reliquos uero post ipsum delendo, scilicet uel dampnando alium secundum dictum superfluum. Post hec studeat ponere aliam talem figuram sub alia antecedente figura maioris numeri, idest ante primam positam figuram,que multiplicata in prescriptum diuisorem numerum, faciat copulationem tertii superflui, et antecedentis figure uel fere, cum qua uadat multiplicando per ordinem per figuras diuisoris numeri, sicut in prima posita figura docetur, semper superflua per ordinem super ponendo; et deinceps in reliquis figuris, usque ad finem procedendo, similiter studeat operari. Si uero ex aliquo superfluorum supradictorum et antecedente figura procreabitur numerus minor diuisore, tunc ponat zephyrum sub ipsa antecedente figura; et copulabit eidem antecedenti figure, et superfluo aliam antecedentem figuram, sub qua ante predictum zephyrum erit utique ponenda figura : et si iterum numerus copulationis superflui, et duarum antecedentium figurarum, minor diuisore fuerit, erit iterum ante predictum zephyrum aliud 0 ponendum, et copulabis dicto superfluo, et dictis duabus figuris aliam eis antecedentem figuram sub qua ponat talem figuram, que multiplicata in diuisori numero faciat fere numerum copulationis superflui, et trium ei antecedentium figurarum; et habebis quorumlibet similium diuisiones: et ut que dicta sunt liquidius exponantur, ea cum numeris ostendantur.

Ut si uoluerit diuidere 1349 per 257, describat 257 sub 349 de 1349. Et quia numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri, idest 134, minor est de 257.,scilicet de diuiso-

Digitized by Google

re numero, ideo sub quarta figura ipsius diuidendi numeri, que primum occupat gradum, idest sub 9, figura exeuntis numeri erit ponenda; et talis que multiplicata in 257, faciat fere 1349 que erit 5; quibus positis sub 9, multiplicet ipsam per ultimam figuram diuisoris numeri, scilicet per 2, erunt 10, que extrahat de 13, scilicet de numero duarum ultimarum figurarum numeri diuidendi; cum non possint ea de numero ultime figure extrahere, remanent 3, que copulanda sunt cum antecedentibus 4, faciunt 34; de quibus extrahat multiplicationem positorum 5 in 5 diuisoris numeri, remanent 9, que ponat super 4 et multiplicet eadem posita 5 per 7, erunt 35, que extrahat de 99, scilicet de copulatione 9 primi gradus diuidendi numeri, remanent 64; que ponat super uirgam supradictorum 9 cum de 257 seorsum descriptam. Et exuntia 5 ponat ante ipsam uirgam, et habebit pro quesita diuisione $\frac{64}{257}$ 5.

• Uerum .... 1 quod • (fol. 19 *recto*, lin. 23-39; pag. 44, lin. 13-35).

4
3 0 7 4 9
3 0 7
1 0 0
$\frac{49}{307}$ 1 0 0

1
1 1 7 1 1
1 1 1 9 6 7
5 7 4 9 3 0
5 6 3
1 0 2 1
$\frac{101}{563}$ 1 0 2 1

Diuisio de 30749 *per* 307.

Uerum si 30749 per 307 diuidere uoluerit, describat 307 sub 749; et quia 307, qui est numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri, equalis est diuisori numero, ponendum est 1 sub primo gradu numeri predictarum trium figurarum, scilicet sub 7 que sunt in tertio gradu diuidendi numeri; et multiplicet ipsum 1 per 3 diuisoris, faciunt 3, pro quibus reliquantur 3 que sunt in ultimo gradu diuidendi; et multiplicet iterum eundem 1 per 0 diuisoris, faciet 0; pro quo relinquat ipsum 0 quod est indiuidendi numero; et iterum multiplicet eundem 1 per 7, faciunt 7, pro quibus relinquat ipsa 7 que sunt indiuidendi numero. Nam tertius gradus quemcumque gradum multiplicat, tertium gradum facit ab ipso quem multiplicat. Ergo cum multiplicat tertium, quintum gradum facit; et cum multiplicat secundum, facit quartum; et cum multiplicat primum, facit tertium. Et quia 4, que antecedunt 7 indiuidendi numero, minus sunt de 307, scilicet diuisore, ponendum est 0 sub ipsis 4; et iterum quia 49 eiusdem diuidendi numeri minus sunt eisdem 307, ponendum erit 0 sub 9, scilicet in primo gradu exeuntis numeri; et predicta 49 ponat super uirgulam de 307 ex parte seruata, et exeuntia 100 ponat ante uirgulam; et habebis $\frac{49}{307}$ 100 pro quesite diuisioni (*sic*).

Item si proposuerit diuidere 574930 per 563, positis 563 sub 930, ponat prescriptis dispositionibus 1 sub 4, scilicet in quarto gradu, et multiplicet ipsum per 5 diuisoris numeri, fiunt 5, pro quibus relinquat 5 que sunt in ultimo gradu diuidendi numeri: quia cum quartus gradus multiplicat tertium, sextum gradum facit, hoc est quartum ab ipso quem multiplicat; et multiplicet eundem 1 per 6 diuisoris, fiunt 6, que extrahat de 7, remanet 1, quod ponat super eadem 7: nam cum quartus gradus multiplicat secundum, quintum gradum facit; et iterum multiplicet 1 per 3 diuisoris, fient 3; que extrahat de 4, hoc
fol. 19 *verso*. est de 14, propter 1 quod | remansit super 7: nam cum quartus gradus multiplicat primum, quartum gradum facit uel terminante in ipso. Et ideo predicta 3 sunt extrahenda de 4, que sunt in quarto gradu, hoc est de 14 que terminant in ipso, remanebunt 11, scilicet 1 super quintum gradum et aliud super quartum; cum quibus 11 copulet 9 fiunt 119, que cum sint minus de 563, scilicet diuisore, ponendum est 0 sub ipsis 9; et copulet 3 que sunt in secundo gradu diuidendi numeri cum 119, fient 1193. Quare ponat in secundo gradu, arbitrio exeuntis, talem figuram que multiplicata per 563 faciat fere 1193, que figura erit 2, que multiplicet per 5 diuisoris, fiunt 10, que extrahat de 11 prescriptis, remanet 1; pro quo relinquat ipsum 1 quod fuerat positum super 4, et deleat aliud 1 quod est

Digitized by Google

super 7, et multiplicet 2 per 6 diuisoris fiunt 12; que extrahat de 19, remanent 7 que ponat super 9 et deleat 1 quod est super 4; et multiplicet 2 per 3 diuisoris fiunt 6; que extrahat de 73, remanent 67: deleat 7 que erant super 9 et ponat 67 super 93, ut in descriptione habetur. Et copulet ipsa 67 cum 0, fiunt 670; pro quibus dictis dispositis ponat 1 sub 0, et multiplicet ipsum per 5 diuisoris, fiunt 5, que extrahat de 6, remanet 1: deleat ipsa 6 et ponat ibidem 1; et multiplicet 1 per 6, fiunt 6; que extrahat de 7 remanet 1: deleat 7 et ponat ibi ipsum 1; et multiplicet 1 per 3 diuisoris, fiunt 3, que extrahat de 110, remanent 107, que ponat super uirgulam de 563 et ante ipsam ponat exeuntia 1021, ut in hac descriptione describitur.

Probatio suprascripte.

Qvam diuisionem si per pensam de 11 probare uoluerit, diuidat 574930 per 11, remanent 4, que serues pro pensa ; et diuidat exeuntia 1021 similiter per 11, remanent 9, que multiplicet per 2 que remanent ex diuisis 563 per 11, erunt 18; quibus addat pensam numeri remanentis super uirgam, scilicet de 107, que pensa est 8: quia diuisis 107 per 11, remanent 8; et sic habebit 26, quibus diuisis per 11, remanent 4, ut pro pensa opportet remanere. Ad habendum itaque arbitrium in ponendis figuris in exeuntibus numeris, cum numeri trium figurarum uel plurium diuiduntur per numeros trium figurarum, tale tradimus magisterium , ut consideret si diuisor numerus prope fuerit alicui numero centenario, siue plus, siue minus sit eo: et aspiciat contra quot figuras sit ponenda figura in numero exeunte, et ex illis figuris relinquat duas que sunt in secundo et in primo gradu earum. Residuum uero numeros diuidat per numerum centenariorum, cui diuisor proprior extiterit; et quot ex diuisione peruenerit, erit ponenda figura, uel parum plus si diuisor erit minus numero predicto centenariorum, uel parum minus, si diuisor fuerit plus eodem numero centenariorum. Verbi gratia: uolumus diuidere 1247 per 421, relinquamus 4 et diuidemus 12 que remanent per 4; cum 421 sint proprior 400 quam alio centenario numero, uenient 3; sed dandum erit minus, quia 421 sunt plus de 400: et si esset minus ut 379, dandum esset plus; et sic intelligas in reliquis. Et si diuisor numerus esset proprior alicui centenario, et dimidio ut 150, uel ducentis quinquaginta, et ceteris similibus: tunc, relictis duabus figuris predictis, reliquum numerum dupplicet, et dupplicatam summam per duplum centenariorum, et dimidium diuidat, et habebit arbitrium ponende figure. Verbi gratia: uolumus diuidere 2137 per 563 , diuidimus 21 per $\frac{1}{2}$ 5, hoc est duplum de 21, scilicet 42, per duplum de $\frac{1}{2}$ 5, hoc est per 11, exibunt 3 et plus; et hoc modo accipiatur arbitrium in similibus.

Item si 5950000 per 743 diuidere uoluerit, descriptis numeris, ponat 8 supradictis dispositis sub 0 quarti gradus, scilicet quia relictis 50 de 5945, remanent 59; quorum duplum si diuidatur per duplum de $\frac{1}{2}$ 7, propter diuisorem qui est prope 750, fere 8 ueniet ex diuisione; et multiplicet 8 per 7 diuisoris, erunt 56, que extrahat de 59, remanent 3; que ponat super 9. Et 8 per 4, fiunt 32, que extrahat de 35, remanent 3; que ponat super 5, et dapnet ipsa 3 que fuerunt posita super 9. Et 8 per 3 diuisoris fiunt 24, que extrahat de 30, remanent 6; que ponat super 0, et deleat 3 que fuerunt super 5; et sic semper multiplicata posita figura, singulariter per figuras diuisoris numeri, incipiendo scilicet ab ultima usque ad primam ueniendo, semper opportet diuisionem remanere in ipsa figura; sub qua figura poni precipitur, ut in prima huius diuisionis descriptione

([illegible] multiplicat[illegible] del 19 verso, lin. 34-37; pag. 45, lin. 36-41)

5 9 5 0 0 0 0
7 4 3
8

Digitized by Google

fol. 20 recto. | demonstratur. Post hec ponat duo zephyra sub duobus zephyris tertii et secundi gradus, ideo quod utraque zephyra copulata cum 6 minorem faciunt numerum quam 743. Vnde summenda sunt 6 cum tribus zephyris, scilicet 6000 et in 743 diuidenda, pro qua diuisione ponenda sunt 8 in primo gradu exeuntis numeri, scilicet sub 0 primi gradus: quare diuiso duplo de 60 per duplum de $\frac{1}{2}$ 7, ueniunt 8; quibus 8 in 7 multiplicatis, et de 60 extractis, remanent 4; que 4 ponat super 0 tertii gradus, et dapnet 6 que sunt super 0 quarti gradus; et iterum 8 in 4 diuisoris multiplicatis, et de 40 extractis, remanent 8 : nam sicut multiplicatio prescriptorum 8 per ordinem de gradu mutatur in gradu in diuisori numero; ita eorum multiplicationes in diuidendi numero de gradu in gradu mutari debent. Ponat siquidem remanentia 8 super 0 secundi gradus, et deleat ipsa 4 que fuerunt posita super 0 tertii gradus; et multiplicet 8 per 3, fiunt 24, que extrahat de 80, remanent 56; que ponat super uirgulam de 743, et ante ipsam ponat 8008; et habebit proposite diuisionis quantitatem. Et cum per ea que de diuisionibus dicta sunt plenum magisterium haberi possit in diuidendis numeris per numeros IIII^{or} figurarum et plurium; tamen, ut melius intelligantur, predictas diuisiones per aliquot numeros quattuor figurarum demonstrentur.

« remanent .... 1784 » (fol. 20 recto, lin. 9-13; pag. 46, lin. 12-20).

	5 6
	5 9 5 0 0 0 0
	7 4 3
	8 0 0 8
$\frac{56}{743}$	8 0 0 8

Diuisio de 17849 *per* 1973.

Ut si proponatur diuidere 17849 per 1973, describatur diuisor sub diuidendo, scilicet 1973 sub 7849 de 17849; et cum numerus quattuor ultimarum figurarum diuidendi numeri, idest 1784, minor sit diuisore, positio figure exeuntis numeri sub primo gradu diuidendi numeri fieri necesse est. Vnde ponat 9 sub primo gradu utrorumque numerorum; ideo quia ducto nouenario in diuisore, facit fere diuidendum numerum; uel quia diuisor est prope 20 centenariis, diuidenda sunt 17 per 2, et relinquende tres figure numeri diuidendi, scilicet 849: et tunc multiplicet ipsa 9 per 1 diuisoris, et extrahat de 17, remanent 8 que ponat super 7, et multiplicet 9 per 8 diuisoris, et extrahat de 88, remanent 7, que ponat super 8, et dapnet posita 8. Et iterum multiplicet 9 per 7 diuisoris, et extrahat de 74, remanent 11, que ponat super 74, et multiplicet 9 per 3 diuisoris numeri, et extrahat de 119, remanent 92, que ponat super uirgulam de 1973, et ante ipsam ponat 9; et habebit proposite diuisionis quantitatem.

« ponat 9 .... numeri » (fol. 20 recto, lin. 15-19; pag. 46, lin. 21-28).

	1 7 8 4 9
	1 9 7 3
$\frac{92}{1973}$	9 9

Diuisio de 1235689 *per* 4007.

Item si uoluerit diuidere 1235689 per 4007, descriptis numeris, ponat 3 sub tertio gradu numerorum, prescriptis scilicet dispositis; et multiplicet ipsa 3 per 4, fiunt 12, pro quibus relinquat 12 que sunt numerus duarum ultimarum figurarum diuidendi numeri. Et multiplicet 3 per 0, quod est in tertio gradu diuisoris, faciet 0; quod extrahat de 3, que sunt in diuidendi numero, remanet ipsa 3. Et iterum multiplicet 3 per 0 secundi gradus diuisoris, faciet 0. Quod extrahat de 35, remanent iterum ipsa 35. Et 3 per 7 faciunt 21, que extrahat de 356, remanent 335, que ponat super 356. Nam cum 3358 que sunt copulatio remanentis numeri; cum ei antecedente figura minus sint de 4007, ponendum est 0 ante posita 3, scilicet sub secundo gradu numerorum, et copulanda sunt 3358 cum antecedente figura, idest cum 9, sub quibus ponat 8 in exeunti numeri. Et multiplicet ipsam per 4, et extrahat de 33, remanet 1, quod ponat super 3 primi gradus de 33, et dapnet 33. Et 8 per 0 tertii gradus, et extrahat de 15, remanet 15. Et iterum multiplicet 8 per 0 secundi gradus diuisoris numeri, et extrahat de 158, remanet ipsa 158. Et 8 per 7 faciunt

« Item .... remanet » (fol. 20 recto, lin. 22-29; pag. 46, lin. 31-41).

	1 5
	3 3 5 3 3 5 8
	1 2 3 5 6 8 9
	4 0 0 7
	3 0 8
$\frac{1533}{4007}$	3 0 8

Digitized by Google

56, que extrahat de 1589, remanent 1533, que ponat super uirgulam de 4007, et ante ipsam ponat 308; et habebit quesite diuisionis quantitatem, ut in hac denotatur descriptione.

Uerum si eam, uel quamlibet aliam diuisionem aliter quam per pensas probare noluerit, multiplicet exeuntem numerum per diuisorem, et uenienti summe addat remanentem numerum ex diuisione, scilicet ipsum qui super uirgulam poni precipitur. Vt in hac multiplicet 308 per 4007, et multiplicationi super addat 1533 que sunt super uirgulam; et si collecta summa fecerit diuisum numerum, ipsam diuisionem rectam fore cognoscat.

Explicit capitulum quintum. Incipit capitulum sextum de multiprichatione integrorum numerorum cum ruptis.

| Cum autem quemlibet numerum cuiuslibet gradus cum quolibet rupto uel ruptis per quemlibet numerum cum quolibet rupto uel ruptis multiplicare uolueris, describe maiorem numerum cum suo rupto, uel ruptis sub minori numero cum suis minutis, scilicet numerum sub numero, et minuta sub minutis. Et accipe superiorem numerum cum suis minutis. Et fac inde talia minuta qualia sunt illa que sunt cum ipso numero. Et similiter de inferiori facies sua minuta. Et multiplicabis facta minuta superioris numeri per facta minuta inferioris. Et summam diuides per minuta utriusque numeri sub una uirgula, scilicet coaptata; et habebis cuiuslibet numerorum cum minutis multiplicationes. Et ut hec cum demonstrationibus numerorum intelligibiliter ostendatur

[illegible] 21 verso

Hoc capitulum in partes octo diuidimus.

Qvarum prima erit de multiplicatione numerorum integrorum cum uno rupto sub una uirgula.

Secunda de multiplicatione numerorum cum duobus et tribus ruptis sub una uirgula.

Tertia de multiplicatione numerorum cum duabus ruptis sub duabus uirgulis.

Qvarta de multiplicatione numerorum cum duabus uirgulis cum pluribus ruptis.

Qvinta de multiplicatione numerorum cum tribus uirgulis.

Sexta de multiplicatione ruptorum sine sanis.

Septima de multiplicatione numerorum et ruptorum, quorum uirge terminantur in circulo.

Octaua de multiplicatione partium numerorum et ruptis.

Incipit pars prima de multipricatione numerorum integrorum cum uno rupto sub una uirgula.

Si uoluerit multiplicare 11 et dimidium per 22 et tertiam, describe maiorem numerum sub minori, scilicet $\frac{1}{3}$ 22 sub $\frac{1}{2}$ 11, ut hic ostenditur: deinde fac dimidias de $\frac{1}{2}$ 11; ideo quia ruptus qui est cum 11 est medietas, quod sic fit: multiplicabis 11 per 2 que sunt sub uirgula post ipsa 11, et de super addes 1, quod est super uirgulam de 2, erunt medie 23: uel duplica $\frac{1}{2}$ 11, erunt 23: describe 23 super $\frac{1}{2}$ 11, ut in descriptione ostenditur: eademque ratione multiplicabis 22 per suam uirgulam, hoc est per 3 que sunt sub uirgula post 22, erunt tertie 66, cum quibus adde 1. quod est super 3, erunt tertie 67, que serua super $\frac{1}{3}$ 22, et hoc fuit triplicare $\frac{1}{3}$ 22: et multiplicabis dimidias 23 per tertias 67, erunt sexte 1541, quas diuides per ruptos qui sunt sub uirgulis amborum numerorum, scilicet per 2 et per 3; que diuisio sic fit: multiplica 2 per 3, erunt 6, in quibus diuide 1541, exibunt integra $\frac{5}{6}$ 256 pro quesita multiplicatione, ut in prescripta descriptione demostratur. Nam querenti quare ex multiplicatione medietatum in tertias proueniant sexte,

* describe .... amborum » (fol. 20 verso, lin. 19-24, pag. 47, lin. 22 [illegible]).

	23
$\frac{1}{2}$	11
	67
$\frac{1}{3}$	22
$\frac{5}{6}$	256
Summa	

Digitized by Google

respondes: quia cum semel tertia accipitur hoc cum multiplicatur per tertiam prouenit tertia. Quare cum multiplicatur medietas unius per tertiam, scilicet cum accipitur medietas tertie, sextam prouenire necesse est. Et ideo ex multiplicatione medietatum in tertias proueniunt sexte. Rursus cum secundum alium intellectum multiplicauimus duplum de $\frac{1}{2}$ 11, scilicet 23 per triplum de $\frac{1}{3}$ 22, scilicet per 67, tunc habuisse sexuplum summe multiplicationis eorum demonstrabo. Ex multiplicatione quidem de $\frac{1}{3}$ 22 in $\frac{1}{2}$ 11 prouenit summa quesita. Quare si multiplicatur $\frac{1}{3}$ 22 per duplum de $\frac{1}{2}$ 11, hoc est per 23, prouenit duplum quesite summe. Ergo si multiplicatur triplum de $\frac{1}{3}$ 22, hoc est 67 per 23, scilicet per duplum de $\frac{1}{2}$ 11, nimirum triplum dupli, hoc est sexuplum summe quesite proueniet. Quare sexta pars summe multiplicationis eorum est summa quesita, quod oportebit ostendere. Et scias quia ideo multiplicauimus 2 per 3 quando per 2 et per 3 diuidere debeamus; quia multiplicatio illorum non surgit ultra decenarium numerum; et sic debes facere de omnibus numeris, quorum multiplicationes non ascendunt ultra decem. Verbi gratia: ut cum debueris diuidere aliquem numerum per 2 et per 2, diuides ipsum per 4; ideo quia bis 2 faciunt 4; et si debueris ipsum numerum diuidere per 2 et per 4, diuides eum per 8; et si per 2 et per 5, diuides eum per 10; et si per 3 et per 3, diuides eum per 9; et si per 3 et per 5 numerum aliquem diuidere uolueris, diuidas eum per $\frac{1}{3}\frac{0}{5}$: ideo quia multiplicatio de 3 in 5 surgit in 15, quia numerus maior est de 10. Vnde melius est ut diuidas per | $\frac{1}{3}\frac{0}{5}$ quam per 15. (Fol. 21 recto.)

De eodem.

(Item. ... multiplicationis » (fol. 21 recto, lin. 2-6; pag. 48, lin. 21-27).

	25
	$\frac{1}{2}$ 12
	118
	$\frac{3}{5}$ 23
$\frac{0}{10}$ 295	
Summa	

Item si uolueris multiplicare $\frac{1}{2}$ 12 per $\frac{3}{5}$ 23, describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis 12 per 2 que sunt sub uirgula, et addes 1 quod est super ipsa 2, erunt medie 25. Item multiplicabis 23 per 5 que sunt sub uirgula, et addas 3 que sunt super ipsa 5, erunt quinte 118 : multiplicabis ergo medias 25 per quintas 118, erunt medie quinte, scilicet decime 2950: quare diuides per 2 et per 5, que sunt sub uirgulis, hoc est per 10, uel debes 2950 diuidere per 10; quia ex duplo de $\frac{1}{2}$ 12 in quincuplum de $\frac{3}{5}$ 23, scilicet de 25 in 118, prouenit decuplum multiplicationis de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{3}{5}$ 23, exibunt integra 295 et nihil aliud, ut superius in questione demonstratur. Potes enim summam dicte multiplicationis aliter reperire, scilicet ut ante quam multiplices 25 per 118, diuide 25 per 5 de uirgula; cum per ipsam integraliter possint diuidi, exibunt 5 que serua; et diuide 118 per 2 que sunt sub uirgula; cum eorum medietas sit integra, exibunt 59, que multiplica per 5 seruata fuerunt quinta pars de 25 erunt 295, que sunt summa dicte multiplicationis, ut superius repertum est: et hec talis est uitatio multum est consideranda, per quam euitatur labor multiplicandi et diuidendi: grauius enim est multiplicare 25 per 118, quam 5 per 59; quorum multiplicationem, scilicet de 5 in 59, non oportet per aliquem ruptum diuidere. Vnde cum debueris multiplicare aliquem numerum per aliquem numerum, et debueris summam illorum per aliquem numerum, uel numeros diuidere, per quem, uel per quos aliquem numerorum illorum possis integraliter diuidere, studebis semper diuidere hos quos integraliter diuidere poteris, ante quam multiplices: deinde multiplicabis residuum numerorum ad inuicem, et diuides per ruptum, uel per ruptos qui remanebunt ex euitatione, quod in sequentibus demonstrare curabimus. Sed primum uolo demonstrare unde talis euitatio procedat. Quia ex multiplicatione de 25 in 118 prouenit decuplum multiplicationis de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{3}{5}$ 23, ut habetur per ea que in antecedente

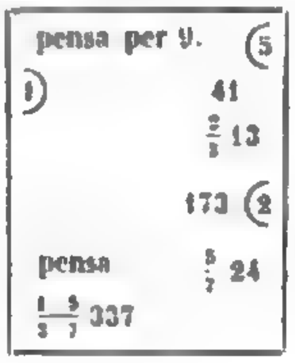
Digitized by Google

multiplicatione duximus. Ergo ex multiplicatione quinte partis de 25 in 118 proueniet quinta decupli triplicationis de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{2}{3}$ 23, scilicet diuisum ipsius multiplicationis: quare si multiplicetur quinta 25, scilicet 5 per dimidium de 118, scilicet per 59, prouenit ipsa multiplicatio de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{2}{3}$ 23.

De eodem.

Rvrsus si uolueris multiplicare $\frac{2}{3}$ 13 per $\frac{5}{7}$ 24, descriptis numeris ut hic ostenditur, multiplica 13 per 3 et adde 2, que sunt super ipsa 3, erunt tertie 41. Item multiplica 24 per eorum regulam, hoc est per 7, et adde 5, erunt septime 173, quas multiplica cum 41, erunt uigesime prime 7093. Quas diuide per 3 et per 7, que sunt sub uirgulis positis sub una uirgula sic $\frac{0\ 0}{3\ 7}$, exibunt integra $\frac{1\ 5}{3\ 7}$ 337: de hac enim multiplicatione non potes aliquid euitare, ideo quia 41 uel 173, nec per 3, nec per 7 integraliter diuiduntur. Si autem per pensam nouenarii cognoscere uolueris utrum recta fuerit hec multiplicatio, uel non: accipe pensam de 13 per eundem nouenarium que est 4, et multiplica eam per 3, que sunt sub uirgula post ipsa 13, erunt 12, et adde 2, que sunt super ipsa 3, erunt 14, de quibus accipe pensam, que est 5, et serua eam. Et uide de 41 si pensa ipsorum est 5, sicut modo seruasti; quia tunc scies ipsa 41 recta esse, si pensa eorum fuerit 5. Pensa enim de 41 est 5, ut opportet: quare seruabis 5 super 41, uel post ipsa: postea uidebis per eamdem pensam nouenarii de 173 si recta sunt, uidelicet multiplicabis pensam de 24, que est 6 per 7 que sunt sub uirgula, et addes 5 que sunt super ipsa 7, erunt 47, quorum pensa, que est 2, serua. Quia talis debet esse pensa de 173, et ita est: quare pones 2 super 173, et multiplicabis pensam de 41 per pensam de 173, scilicet 5 per 2, erunt 10; de quibus extrahe pensam, remanet 1, quod est pensa summe multiplicationis: seruabis enim ipsum 1 super summam multiplicationis, scilicet super $\frac{1\ 5}{3\ 7}$ 337. Et multiplicabis pensam de 337 que est 4 per 7, que sunt sub uirgula post 337; et super adde 5, erunt 33, quorum pensa que est 6 multiplicabis per 3, que sunt super eadem uirgula post 7, et adde 1, quod est super ipsa 3, erunt 19, quorum pensa est 1, ut pro pensa summe multiplicationis super 337 in questione seruatum est: ergo recta est dicta multiplicatione (*sic*); nam ordo probandi est cum inceperis multiplicare, debes incipere probare. Vt in hac multiplicatione, cum habuisti 41 ex multiplicatione de 13 in 3, duobus super additis, debuisti statim per pensam cognoscere, si ipsa 41 recta esset: similiter et cum habuisti 173, debuisti cognoscere per pensam si recta esset. Iterum cum | multiplicasti 41 per 173, debuisti cognoscere per pensam, si eorum multiplicatio recta esset. Et cum habuisti summam, scilicet $\frac{1\ 5}{3\ 7}$ 337, debuisti cognoscere similiter, secundum quod superius demonstrauimus, si illa diuisio recta esset. fol. 21 verso.

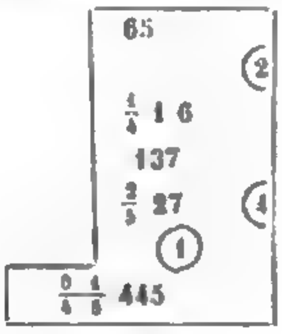
• Rvrsus .... Pensa » (fol. 21 recto, lin. 22-29, pag. 49, lin. 6-17).



De eodem.

Iterum si uolueris multiplicare $\frac{1}{4}$ 16 per $\frac{2}{5}$ 27, descripta questione, multiplica 16 per eorum uirgulam, scilicet per 4 et adde 1, erunt quarte 65, quem numerum proba per pensam sic: ut si per pensam septenarii probare uolueris, diuides 16 per 7, remanebunt 2, que multiplica per 4 de uirgula et adde 1, quod est super 4, erunt 9, que diuide per 7, remanent 2; et tot debet remanere de 65, si diuidantur per 7, et tot remanent. Ergo pensa de 65 est 2, que serua super 65: deinde multiplica 27 per eorum uirgulam, erunt quinte 137, quas pone super $\frac{2}{5}$ 27, et uide per pensam de 7 si ipsa 137 recta sint, sicuti uidisti de 65; et reperies quod pensa de 137 debet esse 4 et ita est: quia si diuiseris 137

• Iterum .... seruatum » (fol. 21 verso, lin. 3-10; pag. 49, lin. 36 — pag. 50, lin. 3)



Digitized by Google

per 7, nimirum 4 remanebunt. Quare seruabis 4 super 137 pro ipsorum pensa: deinde multiplicabis 65 per 137, erunt uigesime 8905. Que multiplicatio si recta fuerit, ita per eandem septenarij pensam cognosces: multiplicabis seruatam pensam de 65, scilicet 2, per pensam de 137 que est 4, erunt 8, que diuides per 7, remanet 1: et tot debet remanere de 8905 si diuidatur per 7, et ita fit. Vnde cognoscimus quod recta est illa multiplicatio. Postea diuide 8905 per ruptos qui sunt sub uirgulis, hoc est per 4 et per 5 positos sub una uirgula. Tamen diuide prius per 5; ideo quia 8905 integraliter per 5 diuiduntur, exibunt $\frac{0\ 1}{5\ 4}$ 445 pro summa quesite multiplicationis. Que diuisio si recta est, ita debet cognoscere: diuides 445 per 7, remanent 4. Que multiplica per 4 que sunt sub uirgula post ipsa 445, et adde 1 quod est super ipsa 4, erunt 17; que diuide per 7 remanent 3; que multiplica per 5, que sunt sub uirgula post 4, et adde zephyrum quod est super 5, erunt 15; que diuide per 7, remanet 1; quod 1 cum sit pensa de 8905, scimus quod prescripta diuisio recta est. Et scias quare 5 que sunt sub uirgula diuisionis post 4, cum super ipsa sit 0, nihil representant. Ergo descripta multiplicatio est $\frac{1}{4}$ 445. Posuimus enim ipsa 5 sub uirgula ut inueniretur pensa. Aliter promtius potes hanc eandem multiplicationem euitando reperire, scilicet ut diuidas 65 reperta per 5 que sunt sub uirgula, exibunt 13, que multiplica per 137, et diuides per 4 de alia uirgula, exibunt similiter $\frac{1}{4}$ 445, ut superius reperta sunt. Nam semper cum debemus aliquem numerum per 4 et per 5 diuidere, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 5}$, si ipse numerus habuerit $\frac{1}{5}$, consuescimus ipsum prius per 5 quam per 4 diuidere, propter integram ipsius diuisionem, sicuti modo fecimus de 8905. Et si numerus ipse per 4 integraliter diuiditur, consueuimus ipsum prius per 4 quam per 5 diuidere. Et si numerus ille nec per 4, nec per 5 integraliter diuidi possit, consueuimus ipsum diuidere per $\frac{1\ 0}{2\ 10}$; ideo quia quattuor quinque faciunt 20, quorum regula est $\frac{1\ 0}{2\ 10}$. Et hoc facimus propter pulchriorem locutionem; quia pulchrius est dicere $\frac{1\ 0}{2\ 10}$ quam $\frac{1\ 0}{4\ 5}$, quamuis idem sint. Similiter debes intelligere de quibusdam aliis numeris, scilicet cum debueris diuidere aliquem numerum per 3 et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0}{3\ 4}$; qui numerus non diuidatur per aliquem ipsorum integraliter, diuides eum per $\frac{1\ 0}{2\ 6}$ quod est pulchrius. Item cum debueris diuidere per 4, et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 4}$, diuides eum per $\frac{1\ 0}{2\ 8}$. Et cum debueris diuidere per 3 et per 6, hoc est per $\frac{1\ 0}{3\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{2\ 9}$; ideo quia tantum faciet multiplicatio de 2 in 9, quantum de 3 in 6. Item cum debueris diuidere per 4 et per 6, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{3\ 8}$. Et cum debueris diuidere per $\frac{1\ 0}{5\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{3\ 10}$. Et cum debueris diuidere per $\frac{1\ 0}{5\ 8}$, diuides per $\frac{1\ 0}{4\ 10}$. Et cum debueris diuidere per $\frac{1\ 0}{6\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{4\ 9}$; ideo quia utraque uirgula, scilicet $\frac{1\ 0}{6\ 6}$ et $\frac{1\ 0}{4\ 9}$, est regula de 36. Sed nos diligimus plus extremos numeros, qui sunt a decem et infra in compositionibus numerorum, et ideo pulchrius est $\frac{1\ 0}{4\ 9}$ quam $\frac{1\ 0}{6\ 6}$. Et hoc idem intelligas de precedentibus. Verum si diuidere uolueris aliquem numerum per aliquos alios numeros infra decenarium existentes, preter hos quos superius docuimus coaptare, cum ipsi coaptari non possint, diuides ipsum per ipsos; ut si debueris diuidere eum per 5, et per 7, diuides ipsum per $\frac{1\ 0}{5\ 7}$, et sic intelligas de reliquis.

Rvrsus si uolueris multiplicare $\frac{3}{8}$ 18 per $\frac{4}{9}$ 24, descripta questione, multiplica 18 per eorum uirgulam, hoc est per 8, et adde 3, erunt 147. Item multiplica 24 per 9, et adde 4, erunt 220. Que multiplica per 147 et diuide per ruptos, exibunt | $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ 449, quorum pensa est 0 per 11. Nam si de $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ que partes sint unius integri scire uolueris, multiplica 1 quod

fol. 22 recto.

est super 9 per 8, et adde 4, erunt 12; que serua pro numero denominante: et multiplica 9 per 8, que sunt sub uirgula, erunt 72 pro denominato; que diuide per seruata 12 exibunt 6; de quibus 1 dicas $\frac{1}{6}$; et talis pars sunt 12 de 72: similiter talis $\frac{4\,1}{8\,9}$ sunt $\frac{1}{6}$ unius integri. Dicam hoc pulcrius; quia ex multiplicatione de 8 in 9 surgunt 72: fac septuagesimas secundas de uno integro, erunt 72; de quibus accipe nonam et quattuor octauas unius none, erunt 8 et 4, scilicet 12, ut habentur ex multiplicatione de 1 quod est super 9 in 8, additis 4 que super 8. Ergo $\frac{4\,1}{8\,9}$ sunt $\frac{12}{72}$. Quare proportio de $\frac{4\,1}{8\,9}$ ad unum integrum est sicut 12 ad 72. Sed proportio de 12 ad 72 est sicut proportio duodecime partis de 12 ad duodecimam partem de 72, hoc est de 1 ad 6: quia ut in Euclide reperitur, sicut totum ad totum, ita pars est ad partem: est enim de 6 sexta pars que habetur pro summa prescripte multiplicationis de $\frac{1}{6}$ 449.

Aliter possumus hanc eandem summam euitandi reperire: sed cum debeas multiplicare 147 per 220, et postea diuidere per 8 et per 9, multiplica tantum tertiam partem de 149, que est 49, per quartam partem de 220, hoc est per 55, et diuides summam per tertiam partem de 9, hoc est per 3, et per quartam de 8, hoc est per 2. Ergo diuides eorum summam per 6, exibunt $\frac{1}{6}$ 449, ut superius repertum est. Et nota cum numerus denominans comunicat cum denominato, scilicet numerus qui est super uirgam cum numero qui est sub uirga, tunc debent aptari diuidendo eos per maiorem numerum, qui est comunis utrisque, a quo ipsi sunt comunicantes. Verbi gratia: habemus $\frac{6}{9}$: sunt enim 6 cum 9 comunicantes, et est eorum comunis mensura ternarius. Quare diuides utraque eorum per 3, et quod ex diuisione superioris prouenerit, scilicet 2, pones super quamdam uirgam; et quod egredietur ex diuisione inferioris pones (*sic*) pones sub ipsa; et habebis $\frac{2}{3}$ pro $\frac{6}{9}$. Item de $\frac{5}{10}$ est quinarius, scilicet numerus denominans comunis mensura eorum. Quare si diuidantur utrique numeri per 5, scilicet 5 et 10, proueniet $\frac{1}{2}$ pro aptatione de $\frac{5}{10}$; et hoc intelligas in similibus. Est enim modus inueniendi maximam comunitatem quam inter se habent numeri comunicantes, ut diuidas maiorem per minorem; et si ex ipsa diuisione nihil superauerit, tunc minor numerus erit maxima eorum comunis mensura, ut in $\frac{12}{72}$: et si ex ipsa diuisione aliquid superfuerit, serua illud pro residuo primo in quo diuides minorem numerum; ex qua diuisione, si nichil superfuerit, tunc residuum primum erit comunis mensura numerorum ut in $\frac{10}{22}$, quorum comunis mensura est 2: quare diuisis 22 per 10, remanent 2, in quibus 10 integraliter diuiduntur: et si ex diuisione minoris numeri per primum residuum aliquod superfuerit, uocabis illud residuum secundum: in quo si maior numerus integraliter diuidatur, tunc residuum secundum erit comunis mensura numerorum, ut in $\frac{12}{20}$, quorum comunis mensura est 4: quia, diuisis 10 per 12, remanent 8; in quibus diuisis 12, remanent 4, in quibus 12 integraliter diuiduntur: et si ex diuisione maioris numeri aliquid superfuerit, uocabisque eum residuum tertium, in quo diuides minorem numerum; et sic semper facies, donec aliquod residuum proueniat in maiori numero, per quod integraliter diuidatur minor, uel donec in minori proueniat residuum per quod diuidatur maior; et illud residuum erit comunis mensura et maxima, ut in Euclide apertis demonstrationibus declaratur.

Explicit pars prima sexti capituli. Incipit secunda

De multiplicatione numerorum cum pluribus ruptis sub una uirgula.

Si autem 13 et tres octauas, et dimidium unius octaue, quod sic scribuntur $\frac{1\,3}{2\,8}$ 13, uo-

* $\frac{4\,1}{8\,9}$ 449 .... ad unum » (fol. 22 recto, lin. 1-6; pag. 50, lin. 42 — pag. 51, lin. 7).

pensa est 147 (4)
per 11
$\frac{3}{8}$ 18
(0)
220 (0)
$\frac{4}{9}$ 24
$\frac{4\,1}{8\,9}$ 449

Digitized by Google

lueris multiplicare per 24 et duas nonas, et tres quartas unius none, que sic scribuntur $\frac{3\ 2}{4\ 9}$ 24, describe questionem ut hic ostenditur. Et multiplica 13 per 8, et adde 3, erunt octaue 107; que multiplica per 2, que sunt sub uirgula per 8 et adde 1, quod est super ipsa 2, erunt sexedecime 215; quia 2 et 8, que sunt sub uirgula, insimul multiplicata, faciunt 16: pone ergo 215 super $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 13. Similiter multiplica 24 per eorum uirgulam, scilicet per 9 et adde 2 que sunt super 9, erunt none 218; que per 4 que sunt sub uirgula post 9, et adde 3 que sunt super 4, erunt 875 trigesime sexte; quas pone super $\frac{3\ 2}{4\ 9}$ 24, et multiplica 215 per 875, et diuide per numeros qui sunt sub uirgulis utriusque numeri, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 4\ 8\ 9}$, uel per $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 8\ 9}$, quod est pulchrius, exibunt $\frac{5\ 1\ 0}{8\ 8\ 9}$ 326: et sic poteris multiplicare per quemlibet numerum cum duobus ruptis sub una uirgula per quemlibet numerum cum duobus ruptis sub alia. Item si | 14 et tres undecimas et tres octauas unius undecime et dimidium octaue unius undecime, que sic scribuntur $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14, multiplicare uolueris per 25 et quattuor tredecimas, et duas nonas unius tredecime, et tertiam unius none de una tredecima, que sic scribuntur $\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25, describe questionem, ut hic ostenditur; et multiplica 14 per eorum uirgulam, hoc est per 11, et adde 3; que per 8, et adde 3, que sunt super 8; que per 2 et adde 1, erunt centesime septuagesime sexte 2519, quas pone super $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14. Similiter multiplica 25 per eorum uirgulam, erunt trecentesime quinquagesime prime 8890, quas pone super $\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25: et multiplica 2519 per 8890, erunt 22393910; que diuide per reliquos ruptos qui sunt sub utraque uirgula, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 8\ 9\ 13}$, exibunt $\frac{2\ 5\ 4\ 6}{3\ 8\ 9\ 13}$ 362: quia cum de $\frac{1}{6}$ euitatur $\frac{1}{2}$, remanet $\frac{1}{3}$. Quam multiplicationem, si per pensam de 7 probare uolueris, accipe pensam de $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14, que sic accipitur: multiplicabis pensam de 14, que est 0, per pensam de 11, que est 4, et adde 3, que sunt super 11, erunt 3; que multiplica per pensam de 8 que est 1 et adde 3, que sunt super 8, erunt 6; que multiplica per 2 que sunt sub uirgula et adde 1, quod est super 2, erunt 13, quorum pensa, que est 6, est pensa de $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14. Eademque uia et ordine accipe pensam de $\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25, et inuenias eam esse 0, que multiplica per 6, scilicet per pensam de $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14 modo inuentam, erit 0, quod est pensa summe multiplicationis. Vnde uideas si pensa de $\frac{2}{6}\frac{6\ 6\ 5\ 6}{8\ 9\ 11\ 13}$ 362 est 0, tunc recta erit multiplicatio; et intellige pensam de 13, et suis fractionibus, scilicet 6 esse pensam numerorum, scilicet de 2519 et pensam de 25 et suis fractionibus, scilicet 0, est pensa de 8890: quare pensa que prouenit de 6 in 0, scilicet 0, est pensa multiplicationis de 2519 in 8890.

Si uis multiplicare 15, et tertiam et quartam unius integri, que sic scribuntur cum duabus separatis uirgulis $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ per — et quintam et sextam, que sic scribuntur $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ 26, describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica 15 per 3 que sunt sub prima uirgula et adde 1, quod est super 3, erunt tertie 46; quas multiplica per 4 que sunt sub alia uirgula, erunt duodecime 184, super quas adde multiplicationem de 1 quod est super 4 in 3: quia quarta equatur tribus duodecimis, erunt similiter duodecime 187, quas pone in questione super $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15. Similiter multiplica 26 per suas uirgulas, hoc est per 5, et addes 1, quod est super 5, erunt xxxme 791, quas pone super $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ 26; et multiplica 187 per 791, erunt 147917; que diuides per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 4\ 5\ 6}$ qui coaptati reuertuntur in $\frac{1\ 0\ \ 0}{4\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{4\ 7\ 8}{6\ 9\ 10}$ 410, ut in questione ostenditur.

Item si uolueris multiplicare $\frac{2}{9}\ \frac{3}{5}$ 16 cum $\frac{2}{11}\ \frac{5}{8}$ 27, descripta questione, multiplica 16 per 5 et adde 3; que omnia multiplica per 9, et adde multiplicationem de 2, que sunt super 9 in

• que sic .... Item si » (fol. 22 recto, lin. 32-39; pag. 52, lin. 1-11).

pensa est 215 (6
3 per 11 | $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 13
875
3) (6
$\frac{3\ 2}{4\ 9}$ 24
$\frac{5\ 2\ 5}{8\ 8\ 9}$ 326

fol. 22 verso.

• unius none .... pensa de » (fol. 22 verso, lin. 3-10; pag. 52, lin. 13-25).

pensa est 1
0 per 7) 2519 (6
$\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14
9) 8890 (0
$\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25
$\frac{2\ 5\ 4\ 6}{3\ 8\ 9\ 13}$ 362

• Si uis .... ostenditur (fol. 22 verso, lin. 16-22; pag. 52, lin. 32-41).

187
$\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15
791
$\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ 26
$\frac{4\ 7\ 8}{6\ 9\ 10}$ 410

Google

5, erunt 757, que pone super $\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16. Item multiplica 27 per suas uirgulas, erunt 2442, per que multiplica 757, et diuides summam per omnes ruptos, scilicet per $\frac{1000}{5\ 9\ 8\ 11}$, et coapta ruptos, exibunt $\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ 467. Quam multiplicationem, si per pensam de 7 probare uolueris, accipe pensam de $\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16, que sic accipitur: multiplicatur pensa de 16, que est 2, per 5 de uirgula, et super adduntur 3, que sunt super 5, fiunt 13, quorum pensa, que est 6, multiplicatur per pensam de 9 que est 2, fiunt 12; super que additur multiplicatio de 2, que sunt super 9 in 5, fiunt 22, quorum pensa, que est 1, est pensa de $\frac{2\ 3}{9\ 5}$ 16. Et tot debet esse pensa de 757 et ita est. Item accipe pensam de $\frac{2}{11}\frac{5}{8}$ 27 que accipitur secundum quod accepimus ipsam de $\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16; et inuenies pensam ipsorum esse 4, que 4 sunt pensa de 2447. Multiplica ergo 1 per 4, erunt 4, que 4 sunt pensa summe, scilicet de $\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ 467. Et si $\frac{3}{4}\frac{8\ 4\ 8}{9\ 10\ 11}$ in partes unius numeri reducere uis, multiplica 11 per 10, et eorum summam multiplica per 9, et hoc totum per 4, erunt 3960, qui numerus est denominatus: pone ergo ipsum sub quadam uirga, et multiplica 8 que sunt sub 11 per 10, et addes 4, que sunt super 10; que omnia multiplica per 9, et adde 8, que sunt super 9; que per 4 et adde 3, que sunt super 4, erunt 3059, qui numerus est denominatus. Quare pones eum super uirgam, et habebis $\frac{3059}{3960}$ pro re quesita. Item si uis multiplicare $\frac{4\ 1}{9\ 8}$ 17 per $\frac{1}{17}\frac{1}{8}$ 28, multiplica integra per eorum uirgas ordine suprascripto; et habebis pro superiori numero 1241, et pro inferiori numero 1448; quos numeros debes insimul multiplicare, et summam per omnes ruptos diuidere, scilicet per $\frac{1000}{8\ 8\ 9\ 17}$. Et quia comunicatio inter numerum diuidendum, et diuidentem, hoc est inter numeros multiplicantes et numeros qui sunt sub uirga, debes immitari modum euitationis supradictum, uidelicet accipies $\frac{1}{17}$ de 1241, scilicet 73 pro uno ex multiplicationibus (*sic*) numeris, propter quod relinquemus 17, que sunt sub uirga. Item accipies $\frac{1}{8}$ de 1448, | scilicet 181 pro alio; et relinques $\frac{1}{8}$ de uirgula. Ergo multiplicabis 73 per 181, et diuides summam per reliquos numeros, qui sunt sub uirga, scilicet per $\frac{1\ 0}{8\ 9}$, exibunt $\frac{1\ 8}{8\ 9}$ 489 pro quesita multiplicatione: cuius summae probam accipies ex proba de 73 et de 181; cum eorum multiplicationis summa sit diuisa. Nam pro $\frac{3}{9}$ dices $\frac{1}{3}$; pro $\frac{1\ 3}{3\ 9}$ dices $\frac{1}{3}$ et tertiam none. Item habemus in quadam uirga hoc $\frac{2\ 3\ 2\ 5}{4\ 6\ 8\ 10}$, quas pronuntiabis ita: pro $\frac{5}{10}$ dices $\frac{1}{2}$; et pro $\frac{2}{8}$ dices quartam decime; et pro $\frac{3}{6}$ dices dimidium octaue decima; et pro $\frac{2}{4}$ dices dimidium sexte octaue decima; et hec contingunt propter comunitates quas habent superiores numeri cum inferioribus. Et notandum quod multe fractiones, que sunt sub diuersis uirgis, possunt reduci ad unam uirgam, scilicet ad partes unius numeri, ut in suo demonstrabitur loco. Sed hic, qualiter due fractiones que sunt sub duabus uirgis coniunguntur, duxi necessarium demonstrare: multiplicabis numerum qui fuerit sub prima uirga per numerum qui fuerit sub secunda; et quot proueniet, pones sub quadam uirga: deinde multiplicabis numerum qui est super primam uirgam per numerum qui est sub secunda; et numerum qui est super secundam multiplicabis per numerum qui est sub prima; et has duas multiplicationes coniunges; et quot prouenerint pones super uirgam, et habebis optatum. Verbi gratia: uolumus addere $\frac{1}{2}$ cum $\frac{2}{5}$, multiplica 2 per 5 que sunt sub uirgis, erunt 10, que pone sub quadam uirga; et multiplica 1 quod est super 2 per 5, et 2 que sunt super 5 per 2 que sub uirga, erunt 5 et 4, scilicet 9: que 9 pone super uirgam, et habebis $\frac{9}{10}$ pro $\frac{2}{5}\frac{1}{2}$. Aliter fac de uno integro decimas, erunt decime 10: quare pro $\frac{1}{2}$ habebuntur $\frac{5}{10}$, et pro $\frac{2}{5}$ habebuntur $\frac{4}{10}$; et sic pro $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{5}$ habentur $\frac{9}{10}$, ut prediximus.

« Item .... secundum » (fol. 22 verso, lin. 22-29; pag. 52, lin. 42 — pag. 53, lin. 8).

757

$\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16

2447

$\frac{2}{11}\frac{5}{8}$ 27

$\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ 467

fol. 23 recto.

Digitized by Google

Et quamuis per os duos modos possunt quelibet due fractiones duarum uirgarum ad unam reduci uirgam; tamen, qualiter in fractionibus que habent sub uirgis numeros comunicantes, subtilius procedere edocebo. Vt si uolueris $\frac{2}{9}\frac{1}{3}$ in unam uirgam reducere; quia 3 et 9, que sunt sub uirgis, comunicant inter se, et est ternarius eorum comunicatio, diuide unum ex ipsis numeris, scilicet 3, uel 9 per 3, scilicet per eorum comunem mensuram; et quod proueniet multiplica per alium numerum, et prouenient 9 pro numero denominato. Verbi gratia: multiplicata quidem tertia parte de 3, scilicet 1 per 9, uel multiplicata tertia parte de 9 per 3, nimirum ex qualibet multiplicatione predictarum 9 prouenient: ponas ea sub quadam uirga, et multiplica 1, quod est super 3, per tertiam partem de 9, erunt 3 que serua in manu; et multiplica 2 que sunt super 9 per tertiam partem de 3, scilicet per 1, erunt 2; que adde cum 3 seruatis, erunt 5; que pone super uirgam sub qua posita sunt 9, et habebis $\frac{5}{9}$ pro $\frac{2}{9}\frac{1}{3}$. Item uolumus addere $\frac{5}{6}\frac{3}{4}$: quia binarius est comunis de 4 et de 6, multiplica dimidium de 4 per 6, uel dimidium de 6 per 4, uel accipe dimidium multiplicationis de 4 in 6, et habebis 12; que pone sub quadam uirga, et multiplicabis 3, que sunt super 4, per dimidium de 6, que sunt super 6, per dimidium de 4; et habebis 9 et 10; que insimul iunge, erunt 19; que 19 ponenda esset super 12 positis sub uirga, si esset minus quam 12: sed quia sunt plus, diuides 19 per 12, exibunt $\frac{7}{12}$ 1 pro coniunctione de $\frac{5}{6}\frac{3}{4}$. Et nota cum sub duabus uirgulis ponuntur numeri comunicantes, uel ex quorum multiplicatione non proueniat ultra decem, tunc propter dictam doctrinam debes ipsas fractiones reducere ad unam uirgam, et ipsarum habere loco illarum duarum uirgularum, ut in sequentibus demostrabo. Sed ponam prius in subscriptis tabulis duas fractiones quas aptare debes; et ante eas ponam aptationes earum, et incipiam a $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ que sunt 1: deinde secuuntur $\frac{1}{3}\frac{1}{2}$ que sunt $\frac{5}{6}$ et cetera, que in sequentibus tabulis describuntur.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1 sano	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$ 1 sano	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{8}$ 1 sano
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{10}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{5}$ 1
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{2}{5}$ 1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$ 1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

Digitized by Google

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	1 sano	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1\,3}{2\,9}$	1
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	1 sano	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{12}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1\,5}{2\,9}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{12}$	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1\,6}{2\,9}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2\,4}{3\,5}$	
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{9}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2\,0}{3\,5}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{9}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{8}$	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{7}{10}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{2\,2}{3\,5}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{9}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{17}{20}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{2\,3}{3\,5}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{9}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{20}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$		1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{9}{20}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1\,2}{3\,8}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1 sano	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{13}{20}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1\,4}{3\,8}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1\,6}{3\,8}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$		1
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{24}$	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1\,2}{4\,10}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{9}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1\,2}{2\,9}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1\,4}{4\,10}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{8}{9}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$		1	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1\,3}{2\,9}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1\,8}{4\,10}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1\,5}{2\,9}$		$\frac{1}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{40}$	1
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1\,6}{2\,9}$		$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{4}{9}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{9}{10}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1\,8}{2\,9}$		$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$		1
$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{9}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{18}$	1	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{4}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1\,1}{3\,5}$		$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3\,4}{4\,10}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$		1	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$		1	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1\,2}{3\,5}$		$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3\,6}{4\,10}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$		$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1\,4}{3\,5}$		$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{40}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{12}$	1	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{15}$	1	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{10}$		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$		$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3\,2}{4\,10}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$		$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{10}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{8}$			$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$		$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{3}{10}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{8}$			$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1\,7}{4\,10}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{8}$			$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1\,9}{4\,10}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{20}$		$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$			$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1\,3}{4\,10}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{11}{20}$		$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1\,8}{2\,9}$		$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1\,5}{4\,10}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{19}{20}$		$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{10}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{18}$	1	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	1
$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{3}{20}$	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1\,2}{2\,9}$	1	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3\,9}{4\,10}$	

Notis itaque prescriptis uirgularum attationibus; et proponantur multiplicare $\frac{1}{3}\frac{1}{2}$ 11 per $\frac{1}{5}\frac{1}{2}$ 22: multiplicabis $\frac{5}{6}$ 11 per $\frac{7}{10}$ 22. Similiter si uis multiplicare $\frac{5}{6}\frac{3}{4}$ 12 per $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$23, adde primum $\frac{3}{4}$ cum $\frac{5}{6}$, erunt $\frac{7}{12}$ 1, hoc est $\frac{1\,3}{2\,6}$1; quod adde cum 12, erunt $\frac{1\,3}{2\,6}$ 13: similiter adde $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$, erunt $\frac{7}{9}$: ergo multiplicabis $\frac{1}{2}\frac{3}{6}$ 13 per $\frac{7}{9}$ 23; et sic intelligas in similibus. fol. 24 recto.

Incipit pars quarta.

Si uis multiplicare 17 et quinque octauas et dimidias octaue et duas nonas et quintam none per 28 quattuor undecimas et tres octauas .xi.e, et quintam et duas quintas quinte, scribe numeros, ut in margine cernitur; et multiplica 17 per quam primam uirgam, scilicet per 8, et adde 5; quod totum per 2 et adde 1, erunt 283; que multiplica per numeros qui sunt sub secunda uirga, scilicet per 9; et illud totum per 5, erunt 12735: nunc proba si recte multiplicasti, scilicet pensam de 17, que est 3, per septenarium multiplica per

* Si uis ... probam » (fol. 24 recto, lin. 4-15; pag. 55, lin. 6 — pag. 56, lin. 11).

1 2 9 1 1	(3)
$\frac{1\,2}{5\,9}\frac{1\,5}{2\,8}$17	
6 3 0 9 1	(0)
$\frac{2\,1}{5\,5}\frac{3\,4}{8\,11}$28	
$\frac{1\,6\,4\,4\,2\,7\,2}{2\,8\,9\,10\,10\,10\,11}$514	

Digitized by Google

pensam de 8, que est 1, et adde 5 que sunt super 8; quorum pensa, scilicet 1, multiplica per 2 et adde 1, quod est super 2, erunt 3, que sunt pensa de 283; quam multiplica per pensam de 9, erunt 6; que multiplica per 5 que sunt sub uirga, erunt 30, quorum pensa est, scilicet 2, est pensa inuenti numeri, scilicet de 12735: deinde multiplica 2 que super 9 per 5, et adde 1, quod est super ipsa 5; que per 2; que per 8 que sunt sub prima uirga, erunt 176; de quibus accipe probam sic: multiplica 2 que sunt super 9 per 5 et adde 1, erunt 11; quorum probatio, scilicet 4, multiplica per 2, erunt 8; quorum proba, que est 1, multiplica per probam de 8, proueniet 1; et tot debet esse proba de 176: et quia ita est, scimus 176 recta esse: adde ergo ea cum 12735, erunt 12911, quorum proba est 3, que prouenit ex additione probarum iunctorum numerorum: serua ergo ea super 17; studeas ordine eodem multiplicare 28 per suas uirgulas, et prouenient 63091: serua ergo super 28, et probam eorum similiter, que est 0; et multiplica 12911 per 63091 diuide per omnes numeros qui sunt sub 4 uirgis, et apta uirgulam; et habebis quesitam summam, ut in questione ostenditur: cuius summe proba est quod prouenit ex multiplicatione seruatarum probatarum in se.

« eorum .... probare » (fol. 24 recto, lin. 16-29; pag. 56, lin. 12-30).

1183290	
$\frac{1\ 5\ 1}{2\ 6\ 8}\ \frac{3\ 2\ 3}{7\ 9\ 10}$ 19	
1070319	
$\frac{1\ 2\ 1}{8\ 5\ 7}\ \frac{5\ 8\ 8}{6\ 9\ 9}$ 23	
$\frac{1\ \ 5\ \ 6\ \ 3\ \ 4\ \ 2\ \ 1\ \ 3\ \ 6}{2\ \ 6\ \ 7\ \ 7\ \ 8\ \ 8\ \ 9\ \ 9\ \ 10}$ 461	

Rursus si uis multiplicare $\frac{1\ 5\ 1}{2\ 6\ 8}$ $\frac{3\ 2\ 3}{7\ 9\ 10}$ 19 per $\frac{1\ 2\ 1}{8\ 5\ 7}$ $\frac{5\ 8\ 8}{6\ 9\ 9}$ 23; et multiplica 19 per suas uirgulas, scilicet per 10, et adde 3 que sunt super 10; que per 9 et adde 2 que sunt super 9; que per 7 et adde 2 que sunt super 7, erunt 12175; que multiplica per 8; que per 6; que per 2 que sunt sub secunda uirga, erunt 1168800, quorum proba per pensam de 11 est 6: serua ea, et multiplica 1, quod est super 8, per 6 et adde 5 que sunt super 6; que per 2 et adde 1 quod est super 2, erunt 23; que multiplica per 7; que per 9; que per 10 que sunt sub prima uirga, erunt 14490, quorum proba per 11 est 3: adde ergo 14490 cum seruatis 1168800, erunt 1183290, quorum proba est 9, ut colligitur ex 6 et 3, que sunt probe horum dictorum numerorum. Multiplica ergo 118329 per 1070319 que proueniunt ex multiplicatione de 23 in suas uirgas, et eorum proba per 11 est 4: et diuides summam per numeros qui sunt sub omnibus quattuor uirgis: ut si uis euitare comunitates quas habent numeri multiplicantes cum diuidentibus, accipe $\frac{1}{10}$ de 1183290; et de decima accipies tertiam partem, uenient 39443. Similiter diuide 1064869 per 3, erunt 354953; que multiplicabis per 39443, et diuides summam per omnes ruptos predictos, extractis ex eis $\frac{100}{2810}$, hoc est $\frac{10}{910}$; et studebis aptare ruptos ordine suprascripto; et habebis quesitam summam, ut in questione ostenditur. Et si ipsa probare uolueris, multiplica probam de 39443 per probam de 354953, et habebis probam quesite summe.

Incipit pars quinta.

« Si uis .... quingentesime » (fol. 24 recto, lin. 31-38; pag. 56, lin. 32-42).

1307	
$\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 21	
16519	
$\frac{1}{8}\ \frac{2}{9}\ \frac{3}{7}$ [illegible]	
$\frac{3\ \ 2\ \ 7\ \ 3\ \ 9}{6\ \ 7\ \ 8\ \ 9\ \ 10}$ 713	

Si uis multiplicare 21 et $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ per 32 et $\frac{3}{7}$ et $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{8}$, describe numeros ut in margine cernuntur; et multiplica 21 per 3 et adde 1 quod est super 3, erunt 64; que per 4; que per 5 que sunt sub uirgis uel in una multiplicatione: multiplica 64 per 20, erunt 1280 sexagesime; et 1 quod est super 4 quod est quarta, multiplica per 5 que sunt sub tertia uirga; que per 3 que sunt sub prima, erunt sexagesime 15. Item 1, quod est super 5 quod est quinta, multiplica per 4 que sunt sub secunda uirga; que per 3 que sunt sub prima, erunt sexagesime 12: adde ergo 1280 et 15 et 12 sexagesimas, erunt sexagesime 1307; et tot sexagesime sunt in $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 21; quorum proba per 11 est 9, que habetur ordine quo multiplicantur numeri. Similiter fac sua minuta de $\frac{1}{8}\ \frac{2}{9}\ \frac{3}{7}$ 32, scilicet multiplica 32 per 7 et adde 3 que sunt super 7; que per 9; que per 8, erunt 16844 quingentesime quarte. Item 2 que sunt super 9 multiplica per 8; que per 7, erunt 112 similiter quingentesime

Digitized by Google

quarte. Item 1 quod est super 8 multiplica per 9, erunt 9 septuagesime secunde, quas multiplica per 7, erunt 63 quingente|sime quarte, quibus additis cum quingentesimis quartis 112 et cum 16344, erunt 16519 quingentesime quarte, quarum proba per 11 est 8: deinde multiplica 1307 per 16519, et diuides summam per sexagies quingenta 4.^{or}, hoc est per omnes numeros qui sunt sub sex uirgis, scilicet per $\frac{1}{3}\frac{0}{4}\frac{0\ 0\ 0\ 0}{5\ 7\ 8\ 9}$ et apta eos, scilicet de $\frac{10}{45}$ fac $\frac{40}{210}$, et de $\frac{40}{24}$ fac 6; et sic habebis pro aptatione uirgule $\frac{1\ 0}{6\ 7}\frac{0\ 0}{8\ 9}\frac{0}{10}$; et summa quesite multiplicationis est $\frac{5\ 6\ 7}{6\ 7\ 8}\frac{3}{9}\frac{9}{10}$ 713, ut in questione ostenditur. Et memento ut in similibus nunquam ponas sub uirgis unius lateris numeros sibi inuicem comunicantes: et si ab aliquo tibi propositi fuerint, adde eos, scilicet redige eos in unam uirgam si poteris, uel in duas, per doctrinam quam babes superius, et per ea que sunt in tabulis suprascriptis: sed ut hoc melius intelligas, proponam quasdam aptationes uirgularum: ut si uis aptare $\frac{1}{6}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de $\frac{1\ 1}{6\ 3}$ fac $\frac{1}{2}$, et de $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ fac $\frac{3}{4}$; et sic pro $\frac{1}{6}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ habes $\frac{3}{4}$. Item pro $\frac{1}{10}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ habebis $\frac{2}{3}$; quia $\frac{1}{10}\frac{2}{5}$ sunt $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{6}\frac{1}{2}$ sunt $\frac{2}{3}$. Rursus pro $\frac{1}{8}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ habentur $\frac{7}{8}$, et pro $\frac{1}{9}\frac{1}{6}\frac{1}{2}$ habentur $\frac{7}{9}$: quia $\frac{1}{6}\frac{1}{2}$ sunt $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$ sunt $\frac{7}{9}$; et pro $\frac{1}{8}\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ habentur $\frac{3}{8}\frac{1}{5}$; et pro $\frac{1}{10}\frac{1}{9}\frac{1}{3}$ habentur $\frac{1}{10}\frac{4}{9}$; et pro $\frac{1}{8}\frac{1}{6}\frac{1}{4}$ habentur $\frac{3}{8}\frac{1}{6}$; et pro $\frac{3}{8}\frac{1}{6}$ habeutur $\frac{13}{24}$, hoc est $\frac{1\ 4}{3\ 8}$: et si uis aptare $\frac{1}{9}\frac{1}{8}\frac{1}{6}$, adde primum $\frac{1}{6}$ cum $\frac{1}{9}$, erunt $\frac{5}{18}$: deinde adde $\frac{5}{18}\frac{1}{8}$, scilicet multiplica dimidium de 8 per 18, uel dimidium de 18 per 8, seu accipe dimidium multiplicationis de 8 in 18, et proueniunt 72 quodcumque feceris de predictis serua ea sub quadam uirga pro numero denominato: deinde ut habeas numerum denominantem, multiplica 1, quod est super 8, per dimidium de 18 et 5 que sunt super 18 per dimidium de 8, uenient 9 et 20, hoc est 29 pro numero denominante: pone ergo ea super 72 et habebis pro $\frac{29}{72}$ pro $\frac{1}{9}\frac{1}{8}\frac{1}{6}$: uel aliter inuento numero denominato qui columpna uocatur a multis; cum sit minimus integraliter diuidere per 6 et per 8 et per 9, scilicet 72, accipe ex eis $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$, exibunt 12 et 9 et 8, scilicet 29 pro numero denominante. Et si $\frac{29}{72}$ redigere uis in partes partium de 72, diuide 29 per regulam de 72, exibunt $\frac{3\ 3}{8\ 9}$, quam uirgam habeas loco de $\frac{1}{9}\frac{1}{8}\frac{1}{6}$.

Item si uis aptare $\frac{1}{10}\frac{1}{8}\frac{1}{6}$, inuenias minimum mensuratum numerorum 6 et 8 et 10, hoc est minor numerus qui integraliter diuidatur per unum quemque eorum, eritque 120: pone eum sub quadam uirga, et accipe $\frac{1}{10}\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ de 120, erunt 20 et 15 et 12, que adde simul, erunt 47, que pone super uirgam sic $\frac{47}{120}$: et si ea in partes partium de 120 redigere uis, diuide 47 per regulam de 120, exibunt $\frac{1\ 5\ 3}{2\ 6\ 10}$, quam uirgam habebis pro $\frac{1}{10}\frac{1}{8}\frac{1}{6}$. Comenda itaque hec omnia tenaciter memorie; et sic reuertamur ad propositum.

De multipricatione integrorum cum tribus uirgis et duobus ruptis sub uirga.

Si uis multiplicare 23 et duas septimas et duas tertias septime et duas nonas et octauam none et quintam et duas quintas quinte per 32, et quinque tredecimas et quartam tertie decime et tres decimas, et duas quintas x^e et quinque septimas decimas et dimidiam septime x^e, pone numeros ut in margine cernuntur, et multiplica 23 per primam suam uirgam, scilicet per 7, et adde 2; que per 3, et adde 2 que sunt super 3, erunt 491; que multiplica per 9; que per 8; que per 5; que per 5, que sub reliquis duabus uirgulis, erunt 883800; quorum pensa per pensam de 11 est 5. Item multiplica 2 que sunt super 9, per 8 que sunt sub eadem uirga; et adde 1 quod est super 8, erunt 17; que multiplica per 5; que per 5, que sunt sub tertia uirga, erunt 425; que per 3, que per 7 que sunt sub prima uirga, erunt 8925; quorum proba est 4: post hec multiplica 1, quod est super 5, per 5 que sunt sub eis retro, et adde 2 erunt 7; que multiplica

fol. 24 verso

* per 5 .... per suas » (fol. 24 [illegible], lin. 30-39; pag. 57, lin. 41 — pag. 58, lin. 11).

903309 (0)

$\frac{1\ 2}{5\ 5}\frac{1\ 2}{8\ 9}\frac{2\ 2}{3\ 7}$ 23

2923156 (5)

$\frac{1\ 5}{2\ 7}\frac{2\ 3}{5\ 10}\frac{1\ 5}{4\ 13}$ 32

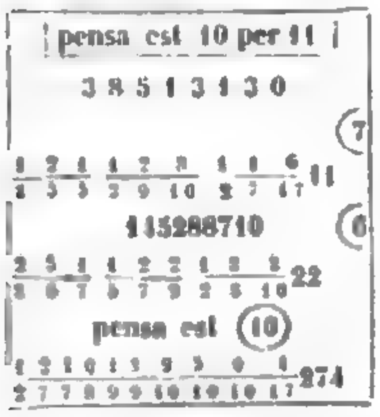
$\frac{1\ 0\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 8\ 3}{3\ 7\ 9\ 10\ 10\ 10\ 10\ 13\ 17}$ 790

per 8; que per 9; que per 7; que per 7 que sunt sub secunda et prima uirga, erunt 10584, quorum pensa est 2: adde primum tres inuentas pensas, ut 7 et 4 et 2, erunt 11, quorum pensa est, scilicet 0: serua et adde postea tres inuentos numeros, erunt 903309, quorum pensa est 0 quod seruasti, quam pensam requires in predicto numero sic: diuisis de primum 90, scilicet numerum duarum ultimarum figurarum per 11, remanent 2; quibus copulatis cum tribus, que sunt in quarto gradu, faciunt 23; quibus diuisis per 11, remanent 1: quo copulato cum 3 tertii gradus, faciunt 13; quibus diuisis per 11, remanent 2; quibus copulatis cum 0 secundi gradus, erunt 20; quibus diuisis per 11, remanent 2; quibus copulatis cum 9 primi gradus, faciunt 99; quibus diuisis per 11, remanent 0 ut oportet: et hic est modus inuestigandi probas in numeris: serua ergo 903309, et eorum fol. 25 recto. proba super 23: deinde multiplica 32 per suas | uirgas ordine quo multiplicasti 23 per suas, uenient 2923156; serua ea cum eorum pensa que erit 5 super 32; et multiplica 903309 per 2923156, et diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgis: sed primum propter euitationem qua fieri potest, diuide 903309 per 3, uenient 301103; et diuide 2925156 per 4, uenient 730789, que multiplica per 301103, et dele de diuisione 3 que sunt sub prima superiorum, et 4 que sunt sub prima uirga inferiorum, et reliquos numeros apta sub una uirga, quorum aptatio est $\frac{4\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 7\ 9\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 17}$; et sic habebis summam quesitam, ut in questione ostenditur. Et quia hanc summam habuisti ex diuisione numeri procreati ex multiplicatione de 301103 per 730789, debes pensam ipsius summe habere ex multiplicatione pense de 301103 que est 0, in pensa de 730789 que est 4: quare est summe pensa suprascripte est 0; quia multiplicato 0 per 4 facit 0.

De eodem cum tribus uirgis sub unaquaque uirga.

Item si tres ruptos sub unaquaque uirgula ponere uolueris, et in hac in qua ponitur multiplicatio de $\frac{1\,2\,1}{2\,5\,3}\ \frac{1\,2\,8}{3\,9\,10}\ \frac{1\,1\,6}{2\,7\,17}$ 11 in $\frac{2\,5\,1}{3\,6\,7}\ \frac{1\,2\,2}{5\,7\,9}\ \frac{1\,3\,8}{2\,8\,10}$ 22, descripta questione, multiplicabis 11 per primam suam uirgulam, erunt 2705; que multiplica per omnes numeros qui sunt sub aliis suis duabus uirgulis, erunt 36517500, que serua: et multiplica 3 que sunt super 10 de secunda uirgula per 9, et adde 2; que multiplica per 2, et adde 1, erunt 59, que multiplica per numeros qui sunt sub aliis duabus uirgulis, scilicet sub tertia et sub prima, erunt 1053150 que serua: deinde accipe numerum tertie uirgule, scilicet multiplica 1 quod est super 5 per alia 5, que sunt post ipsa, et adde 2; que per 3, et adde 1, erunt 22, que multiplica per omnes numeros qui sunt sub aliis duabus uirgulis, scilicet sub secunda et sub prima, erunt 942480: adde ergo 942480 cum 1053150 et cum 36517500, erunt 38513130, que pone super 11 et suas uirgulas: deinde multiplica 22 per suas uirgulas, sicuti modo multiplicasti 11 per suas, erunt in summa 145288710, que pone super 22 et suas uirgulas; et multiplica 38513130 per 145288710, et diuide per omnes ruptos qui sunt sub omnibus uirgulis, et habebis summam quesite multiplicationis. Nam si euitare uolueris ea que inde euitari possunt, diuide 38513130 per 10, que sunt sub secunda uirgula inferiori latere: ideo quia integraliter potes fieri, exibunt 3851313; que diuide per 3 que sunt sub tertia uirgula superioris numeri, exibunt 1283771 que seruabis; ideo quia non possunt diuidi per aliquem numerum existentem sub aliqua suprascriptarum sex uirgularum, et relinques * quod non diuides per 3, nec per 10, in quibus modo diuisisti: deinde diuidet 145288710 per 10, que sunt in prima uirgula inferioris numeri, et per 7 et per 9 que sunt sub secunda uirgula: quia in eis integraliter diuidi possunt, exibunt 230617; que multiplica

* in $\frac{251}{367}$ .... possunt » (fol. 25 recto, lin. 10-18; pag. 58, lin. 24-37).



Digitized by Google

per 1283771, erunt 2060594416707; que diuides per omnes alios numeros qui sunt sub prescriptis uirgulis, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 6\ 6\ 7\ 7\ 8\ 9\ 17}$. quos apta secundum suprascriptum aptandi modum, exibunt $\frac{1\ 2\ 1\ 0\ 1\ 3\ 9\ 5\ 0\ 1}{2\ 3\ 7\ 8\ 8\ 9\ 10\ 10\ 10\ 17}$ 274 pro summa quesite multiplicationis.

Explicit pars quinta sexti capituli.

Incipit sexta de multiplicatione ruptorum sine sanis.

Si uolueris multiplicare $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, multiplica 1 quod est super 3, per 1 quod est super 4, erit 1, quod diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, hoc est per $\frac{1\ 0}{3\ 4}$, uel per $\frac{1\ 0}{4\ 3}$. exibunt $\frac{1\ 0}{3\ 4}$ uel $\frac{1\ 0}{4\ 3}$, hoc est una pars de XII.^{cim} (*sic*) partibus unius integri: unde potes cognoscere quantum est si multiplicaueris $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, quantum si acceperis $\frac{1\ 0}{3\ 4}$ uel $\frac{1\ 0}{4\ 3}$; et hoc idem intelligas de omnibus ruptis; quia semper multiplicatio cuiuslibet rupti in quemlibet rupto (*sic*) facit quantum acceptio unius illorum ex alio: quia cum multiplicatur 1 per $\frac{1}{4}$, tunc semel accipitur $\frac{1}{4}$: ergo cum multiplicatur tertia per quartam, tunc accipitur tertia quarte, et sic ex multiplicatione de tertia in quartam prouenit XII.^{a}

De eodem.

Item si uolueris multiplicare $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$, multiplica 2, que sunt super 3, per 3 que sunt super 4, erunt 6; que diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{1}{2}$ unius integri.

De eodem.

Item si uolueris multiplicare $\frac{3}{7}$ per $\frac{4}{9}$, multiplica 3 per 4 qui sunt super uirgulis, erunt 12, que diuide per 7 et per 9 que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{5\ 1}{7\ 9}$ unius integri, hoc est XIIme partes de sexaginta tribus partibus unius integri, que sunt quattuor partes de 21 unius integri. Et hoc inuenies duplici modo. Primus quidem modus est ut diuidas 12 et 63 per 3; ideo quia hanc diuisionem unusquisque eorum integraliter recipit, exibunt 4 et 21: unde si diuiseris 4 per 21, exibunt $\frac{4}{21}$ unius integri. Vel aliter debuisti diuidere 12 per $\frac{1\ 0}{7\ 9}$, diuide prius 12 per 3, exibunt 4: similiter diuide 9 per 3, exibunt 3; in quibus etiam et in 7 diuides 4, exibunt $\frac{1\ 1}{3\ 7}$, hoc est septima pars unius integri, et insuper tertia pars ipsius septime partis, quod tantum est quantum | quattuor partes de 21.

De eodem cum tribus ruptis sub una uirgula.

Si uolueris multiplicare $\frac{1\ 4}{2\ 7}$ per $\frac{2\ 3}{3\ 5}$, describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis 4 que sunt super 7 de superiori uirgula, per 2 que sunt sub eadem uirgula, et adde 1 quod est super 2, erunt 9, que pone super $\frac{1\ 4}{2\ 7}$: similiter multiplica 3 que sunt super 5 de inferiori uirgula, per 3 que sunt sub eadem uirgula, et adde 2 que sunt super ipsa 3, erunt 11; que pone super $\frac{2\ 3}{3\ 5}$; et multiplicabis 9 per 11, erunt 99; que diuides per 2, et per 7, et per 3, et per 5, que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{5\ 4}{7\ 10}$ unius integri.

De eodem cum tribus ruptis sub una uirgula.

Item si uolueris multiplicare tres ruptos sub una uirgula per tres ruptos qui sint sub alia, ut dicamus $\frac{1\ 5\ 2}{2\ 8\ 11}$ per $\frac{1\ 4\ 7}{3\ 9\ 12}$, describe questionem, et multiplicabis 3 qui est super 11 per suam uirgulam, hoc est per 8 et adde 5, quem per 2 et adde 1, erunt 59, quem pone super $\frac{1\ 5\ 2}{2\ 8\ 11}$: deinde multiplica 7 que est super 12 per suam uirgulam, hoc est per 9, et adde 4; que per 3 et adde 1, erunt 202, que pone super $\frac{1\ 4\ 7}{3\ 9\ 12}$; et multiplica 59 per 202, ed diuide per omnes numeros qui sunt sub utraque uirgula, quorum aptatio est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{6\ 8\ 9\ 11\ 12}$, exibunt $\frac{2\ 2\ 5\ 5\ 2}{6\ 8\ 9\ 11\ 12}$.

fol. 23 verso.

• Si uolueris .... dicamus » (fol. 23 *verso*, lin. 2-6; pag. 59, lin. 30-39).

9

$\frac{1\ 4}{2\ 7}$

11

$\frac{2\ 3}{3\ 5}$

$\frac{5\ 4}{7\ 10}$

• $\frac{1\ 5\ 2}{2\ 8\ 11}$ .... $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ » (fol. 23 *verso*, lin. 7-12, pag. 59, lin. 39 — pag. 60, lin. 5).

59 3

$\frac{1\ 5\ 2}{2\ 8\ 11}$

202

$\frac{1\ 4\ 7}{3\ 9\ 12}$ 6

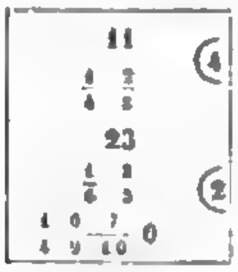
$\frac{1\ 2\ 5\ 5\ 2}{3\ 8\ 9\ 11\ 12}$ 0

Digitized by Google

De eodem cum duabus uirgulis.

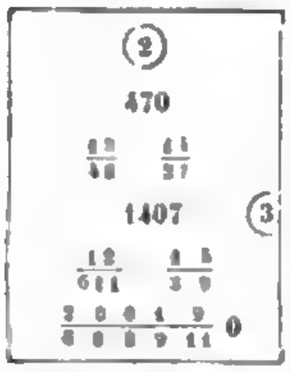
Si uolueris multiplicare $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, describe questionem ut hic ostenditur; et multiplica 2 que sunt super 3, per 4 que sunt sub secunda uirgula, erunt 8. Item multiplica 1 quod est super ipsa 4, per 3 que sunt sub prima uirgula, erunt 3; que adde cum 8 erunt 11, que pone super $\frac{1\ 2}{4\ 3}$: deinde accedas ad $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, et multiplica 2 que sunt super 5, per 6 et 1 quod est super 6, per 5, et adde insimul erunt 23, que pone super $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, et multiplica 11 per 23 erunt 253, que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis.

1 deinde .... Val e (fol. 25 verso, lin. 13-39; pag. 60, lin. 6 — pag. 61, lin. 6).



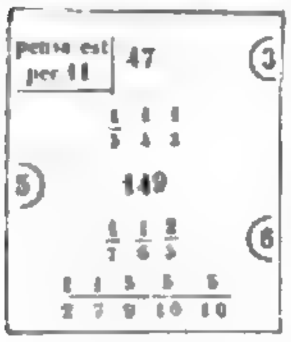
De eodem cum duobus ruptis sub unaquaque.

Et si uolueris ponere duos ruptos sub unaquaque uirgula, ut $\frac{1\ 3}{4\ 8}\frac{1\ 4}{2\ 7}$ cum $\frac{1\ 2}{6\ 11}\frac{1\ 5}{3\ 9}$, describe questionem, et multiplica 4 que sunt super 7 per suam uirgulam, hoc est per 2, et adde 1, erunt 9; que multiplica per 8 et per 4, que sunt sub secunda uirgula eiusdem lateris, erunt 288, que serua: et multiplica 3 que sunt super 8 per suam uirgulam, scilicet per 4 et adde 1, erunt 13; que multiplica per 2 et per 7, que sunt sub prima uirgula, erunt 182; que adde cum 288, erunt 470, que pone super ipsas uirgulas superiores: et multiplica similiter eodem modo reliquas duas uirgulas inferiores, et habebis in eorum multiplicatione 1407, que pone super ipsas uirgulas; et multiplica 470 per 1407, et diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis; et habebis quesitam multiplicationem: tamen si uis potes inde euitare, scilicet diuides 1407 per 7, exibunt 201; que diuide per 3, exibunt 67; que multiplica per 470, erunt 31490; que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, preter quam per 7 et per 3, in quibus diuidisti 1407. Et aptabis prescriptos ruptos sub una uirgula, exibunt $\frac{1\ 0\ 0\ 1\ 9}{6\ 8\ 8\ 9\ 11}$: per hunc enim modum potes multiplicare, si sub uirgulis ponerentur tres rupti uel plures.



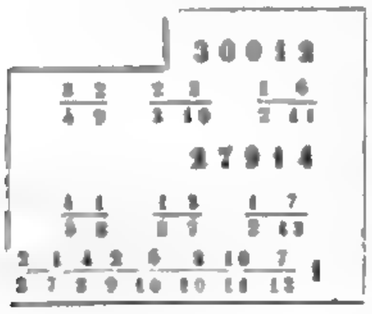
De tribus uirgulis.

Si uolueris multiplicare $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$, per $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{7}$, describe questionem, et incipe multiplicare superiores uirgulas, scilicet $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ in se ipsas sic: multiplicabis 1, quod est super 3, per 4 que sunt sub secunda uirgula; que per 5 que sunt sub tertia, erunt 20; et multiplicabis 1 quod est super 4 de secunda uirgula, per 5 que sunt sub tertia, et per 3 que sunt sub prima, erunt 15; et multiplicabis 1 quod est super 5 tertie uirgule per 4 que sunt sub secunda, et per 3 que sunt sub prima, erunt 12; que adde cum 15 et cum 20 seruatis, erunt 47; que pone super $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ in questione: post hec facies similiter de $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, et habebis in eorum summa 149, que pone super $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$; et multiplicabis 47 per 149, erunt 7003; que diuides per omnes ruptos, et apta eos, exibunt $\frac{1\ 1\ 5\ 5\ 5}{2\ 7\ 9\ 10\ 10}$.



De eodem cum duobus ruptis sub unaquaque.

Item si uolueris ponere duos ruptos sub unaquaque uirgula, ut $\frac{1\ 6}{2\ 11}$ et $\frac{2\ 3}{3\ 10}$ et $\frac{2\ 2}{4\ 9}$ cum $\frac{1\ 7}{2\ 11}$ et $\frac{1\ 3}{8\ 7}$ et $\frac{4\ 1}{5\ 8}$, describe questionem, et multiplica primas superiores tres uirgulas in se ipsas, hoc est 6, que sunt super 11, per 2, et adde 1, erunt 13; que multiplica per 10 et per 3, que sunt sub secunda; que omnia per 9 et per 4, que sunt sub tertia, erunt 14040, que serua: et multiplica 3 que sunt super 10 de secunda uirgula per 3 que sunt sub uirgula post ipsa, et adde 2 que sunt super ipsa 3, erunt 11; que multiplica per 9 et per 4 que sunt sub tertia uirgula, et per 2 et per 11 que sunt sub prima, erunt 8712, que serua; et multiplica 2, que sunt super 9 de tertia uirgula, per 4 et adde



Digitized by Google

3, erunt 11; que multiplica per 3 et per 10 que sunt sub secunda uirgula, et per 2 et per 11 que sunt sub prima, erunt 7260; que adde cum 8712, et cum 14040 seruatis, erunt 30012; que pone desuper in questione. Deinde multiplica inferiores tres uirgulas in se ipsas; et erit eorum summa 27914, que pone super ipsas uirgulas; et multiplica 30012 per 27914, et diuide summam multiplicationis per omnes ruptos qui sunt sub uirgulis; et habebis quesitam multiplicationem. Vel|si uolueris inde euitare, facies secundum quod superius demonstrauimus; et habebis pro quesita multiplicatione $\frac{2\ 1\ 4\ 2}{3\ 7\ 8\ 9}\frac{5\ \ 8\ 10\ 7}{10\ 10\ 11\ 12}1$. Si uero tres rupti sub unaquaque uirgula ponerentur, uel si plures uirgule similiter ponerentur cum integris, uel secundum integros, per prescriptum magisterium omnia poteris subtiliter operari. fol. 26 recto.

Incipit pars septima de multiplicatione numerorum et ruptorum quorum uirge terminantur in circulo.

Si uis 11 et quattuor nonas, et quinque octauas quattuor nonarum, et duas tertias quinque octauarum de quattuor nonis, que sic scribuntur $\frac{2}{3}\frac{5\ 4}{8\ 9}\circ$ 11, multiplicare per 22, et sex septimas octo nonarum ex nouem decimis, que sic scribuntur $\circ\frac{6}{7}\frac{8\ 9}{9\ 10}$ 22, describe questionem, et multiplica 11 per suam uirgulam, que multiplicatio sic: multiplicantur 11 per 9 et adduntur 4, et sunt 103 none; que multiplicantur per 8, et sunt 824 septuagesime secunde; quibus additur multiplicatio de 5 in 4 que sunt super uirgam, erunt 844 septuagesime secunde: quia cum multiplicantur 4 que sunt super 9 per 8 prouenit numerus, cuius proportio est ad numerum uenientem ex ductis 9 in 8, sicut proportio de 4 ad 9. Ergo 32 sunt $\frac{4}{9}$ de 72. Item proportio numeri uenientis ex ductis 5 in 4, scilicet 20, ad numerum uenientem ex ductis 8 in 4, scilicet ad 32, est sicut proportio de 5 ad 8. Ergo 20 que procreantur ex 5 in 4 sunt quinque octaue ex quattuor nonis de 72; et sic sunt 20 septuagesime secunde: deinde multiplicantur 844 per 3, et super adduntur 40, que proueniunt ex multiplicatione de 2 in 5; quam in 4 que sunt super uirgam, erunt 2572 ducentesime sexte x.e: serua eas super 11, cum eorum proba que accipitur ordine eodem, scilicet multiplicatur proba 11 per probam de 9, et addatur 4, quorum proba multiplicatur per 8, et additur multiplicatio de 5 in 4, cuius summe proba multiplicatur per 3, et additur multiplicatio de 2 in 5 ducta in 4, cuius summe proba est proba de 2572; et est 9 per probam de 11: deinde multiplica 22 per suam uirgam, quod sic fit: multiplicatur 22 per 10, que summa multiplicatur per 9; que per 7, exibunt 13860 sexcentesime trigesime; quibus adde multiplicationem de 6 in 8; que in 9, que sunt super uirgam, scilicet 432, erunt 14292 sexcentesime trigesime: serua eas super 22, cum eorum proba que est 3; et multiplica 2572 per 14292, et diuides summam per omnes ruptos, qui sunt sub ambabus uirgis; tamen euitabis que euitare poterunt; et habebis summam prescripte multiplicationis $\frac{1\ 0\ 1\ 1}{3\ 5\ 7\ 9}$ 270.

• Si uis .... ponere unum » (fol. 26 recto, lin. 4-12 e 13; pag. 61, lin. 13-24).

2 4 8 9

$\frac{2\ 5\ 4}{3\ 8\ 9}\circ$ 11

1 4 4 8 9

$\circ\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ 22

$\frac{1\ 0\ 1\ 1}{3\ 5\ 7\ 9}$ 270

Et si $\frac{2}{3}\frac{5\ 4}{8\ 9}\circ$ in partes unius numeri redigere uis, hoc dupliciter facere demonstrabo: multiplica primum 9 per 8; que per 3, erunt 216; de quibus fac columnam, et accipe ex eis $\frac{4}{9}$, erunt 96; de quibus accipe $\frac{5}{8}$, erunt 60; de quibus accipe $\frac{2}{3}$, erunt 40: adde itaque 96 et 60 et 40, erunt 196; que diuide per 216, exibunt $\frac{49}{54}$, hoc est $\frac{49}{54}$: uel aliter multiplica 4 que sunt super 9 per 8, et adde multiplicationem de 5 in 4, erunt 52; que multiplica per 3, et adde multiplicationem de 2 in 5; quam in 4, scilicet 40, erunt similiter 196 per quartam de 8 que sunt sub uirga, et per 3 et per 9, exibunt similiter $\frac{49}{54}$.

• Et si .... pone ut » (fol. 26 recto, lin. 21-27; pag. 61, lin. 36 — pag. 62, lin. 4).

1 9 6

$\frac{2\ 5\ 4}{3\ 8\ 9}\circ$

4 3 2

$\circ\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$

$\frac{3\ 5}{5\ 9}$

Digitized by Google

Item si $0\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ in partes unius integri numeri redigere uis, multiplica 6 per 8, que per 9, scilicet ea que super uirgam, erunt 432; que diuide per numeros qui sunt sub uirga, et euitabis quod euitari poterit, exibunt $\frac{26}{35}$, hoc est $\frac{4\ 4}{5\ 7}$. Et si $\frac{3\ 5\ 4}{5\ 8\ 9}0$ per $0\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ multiplicare uis, pone ut in margine cernitur; et multiplica inuenta 196, scilicet numerum superioris uirge per 432, scilicet per numerum inferioris; et diuide summam per omnes numeros qui sunt sub utraque; et euita, exibunt $\frac{2\ 3}{5\ 9}$.

• Si uis .... ex tribus » (fol. 26 recto, lin. 30-39; pag. 62, lin. 7-22).

2 5 1 7 6 4 8		
$\frac{3\ 5\ 5}{4\ 6\ 11}0$ $\frac{3\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}0$	11	(0)
4 2 5 7 9 3 6		
$0\frac{3\ 5\ 5}{4\ 6\ 11}$ $0\frac{3\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$	22	(4)
probatur per 7 (0)		
$\frac{5\ 3\ 3\ 0\ 0\ 8\ 7}{6\ 8\ 9\ 10\ 10\ 11\ 11}$	296	

Si uis multiplicare 11 et septem decimas, et quattuor nonas septem decimarum, et tres octauas quattuor nonarum septem decimarum, et quinque undecimas, et quinque sextas quinque xi^{arum}, et tres quartas quinque sextarum quinque xi^{arum} per 22, et tres octauas quattuor nonarum septem decimarum, et tres quartas quinque sextarum quinque undecimarum, describe hoc ut cernis in margine; et multiplica 11 per 10 et adde 7; que per 9 et adde quater septem; que per 8 et adde ter 4 uicibus 7, erunt 8732; que per 11; que per 6; que per 4 que sunt sub alia uirgula, erunt 2305248. Et multiplica 5 que sunt super 11 per 6, et adde quinquies 5; que per 4, et adde ter 5 quinquies, scilicet multiplicationem numerorum qui sunt super uirgam, erunt 295; que multiplica per numeros qui sunt sub prima uirga, scilicet per 8; que per 9; que per 10, erunt 212400, que adde cum alio inuento numero, erunt 2517648, que pone super 11, quorum proba per 7 est 0: et multiplica 22 per suas uirgas, scilicet per 10; que per 9; que per 8, et adde multiplicationem de 3 in 4 ductam in 7, scilicet 84, erunt 15924, que multiplica per 11; que per 6; que per 4, erunt 4203936. Cum quibus adde multiplicationem numeri secunde uirge in numeros qui sunt sub prima uirga, scilicet de 75 in 8; que in 9; que in 10. Nam 75 procreatur ex tribus | ductis in 5; quibus in 5, que sunt super uirgam, erunt 54000, que adde cum 4203936, erunt 4257936, que serua super 22, quorum proba est 4: deinde multiplica numerum positum super 11 per numerum positum super 22, et diuides summam per omnes numeros qui sunt sub uirgis, et euitanda euita; et habebis quesita ut in questione ostenditur.

fol. 26 verso.

Incipit pars septima sexti capituli de multiplicatione partium numerorum cum ruptis.

• Si uolueris .... numerus »(fol. 26 verso, lin. 4-11; pag. 62, lin. 29-43).

	6 2 1	
$\frac{4}{7}$	29	$\frac{3}{5}$
	6 9 6	
$\frac{2}{3}$	38	$\frac{6}{11}$
$\frac{2}{5}\frac{2\ 3}{7\ 11}$	374	

Si uolueris multiplicare $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}$ 29, que sic scribuntur $\frac{4}{7}$ 29, $\frac{3}{5}$ cum $\frac{6}{11}$ de $\frac{2}{3}$ 38, que sic scribuntur $\frac{2}{3}$ 38 $\frac{6}{11}$: describe questionem ut hic ostenditur. Et multiplica 29 per suam uirgulam que est eis retro, scilicet per 7, et adde 4, erunt 207; que multiplica per 3, que sunt super aliam uirgulam que est ante ipsam, scilicet super 5, erunt 621, que pone super $\frac{4}{7}$ 29 $\frac{3}{5}$: similiter multiplica 38 per suam uirgulam que est eis retro, scilicet per 3, et adde 2, erunt 116; que multiplica per 6 que sunt super 11, erunt 696, que pone super $\frac{2}{3}$ 38 $\frac{6}{11}$. Et multiplica 621 per tertiam de 696, et diuides per omnes reliquos ruptos utriusque lateris, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 7\ 11}$; et habebis pro summa quesite multiplicationis $\frac{2\ 2\ 3}{5\ 7\ 11}$ 374.

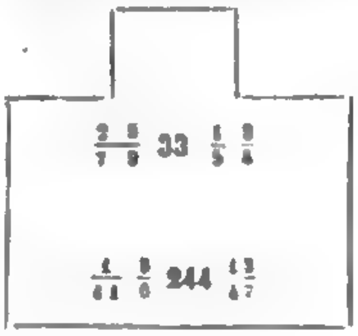
De eodem.

Item si $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{9}$ 33, que sic scribuntur $\frac{2\ 5}{7\ 9}$ 33 $\frac{1\ 3}{5\ 4}$ uolueris multiplicare per $\frac{1\ 3}{4\ 7}$ de $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244, que sic scribuntur $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244 $\frac{1\ 3}{4\ 7}$, describe ea ut in hac margine cernitur; et multiplica 33 per suam uirgulam que eis retro, scilicet per 9, et adde 5; que per 7, et adde 2 erunt 2116: deinde multiplica 3 que sunt super 4 per 5 et 1, quod est super 5, per 4, erunt 19, quod est numerus ipsarum duarum uirgularum, que sunt ante ipsa 33, que

Digitized by Google

per 19, multiplica 2116, erunt 40204, que super pone $\frac{2\,5}{7\,9}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$, quorum pensa per 13, ordine quo multiplicauimus, accepta est 8; que 8 pone super 40204 in questione. Item multiplica 244 per suas uirgulas que sunt retro eis, scilicet per 6, et adde 5; que per 11, et adde multiplicationem de 1 quod est super 11 in 6, erunt 16165; que multiplica per numerum uirgule que est ante ipsa 244, scilicet per 13, que surgunt ex multiplicatione de 3, que sunt super 7 in 4, ipso 1 super addito, quod est super 4, erunt 210145, que pone super 244 et suas uirgulas. Et super ipsa pone 0, quod est pensa ipsorum per 13; et multiplica 40304 per 210145, et diuide summam multiplicationis per omnes ruptos qui sunt sub omnibus uirgulis. Et sic habebis quesitam multiplicationem. Sed ut modus euitandi in hac retineatur multiplicatione, diuides 40204 per 4 que sunt sub una prescriptarum uirgularum, exibunt 10051, que serua; cum non possit ex eis amplius euitari. Item diuide 210145 per 5, que sunt sub alia uirgula, exibunt 42029; per que multiplica 10051, et diuides per omnes alios ruptos, exibunt $\frac{2\,6\,0\,1\,4\,4}{3\,7\,7\,8\,9\,11}$ 3628.

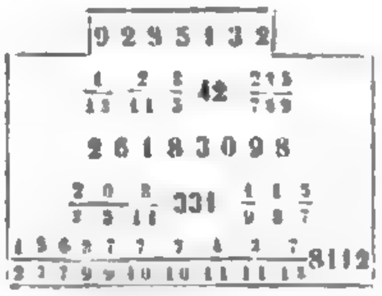
* ipsarum .... exibunt » (fol. 26 verso, lin. 12-20; pag. 62, lin. 43 — pag. 63, lin. 13).



De eodem cum pluribus ruptis.

Item si uolueris multiplicare $\frac{2\,3\,5}{7\,8\,9}$ de $\frac{1}{13}\frac{2}{11}\frac{3}{5}$ 42 per $\frac{4}{9}\frac{1}{8}\frac{5}{7}$ de $\frac{2\,0\,3}{3\,5\,11}$ 23, describe questionem, et incipias multiplicare 42 per suas uirgulas que sunt eis retro, erunt 30644; et accipe $\frac{2\,3\,5}{7\,8\,9}$, et inuenias numerum ipsorum ruptorum, scilicet multiplica 5 que sunt super 9 per 8, et adde 3; que per 7, et adde 2, erunt 303; per que multiplica 30644, erunt 9285132: deinde ut inuenias numerum inferioris lateris, multiplicabis 331 per suam uirgulam que est eis retro, uidelicet per 11, et adde 3, que sunt super ipsa 11; que multiplica per 5 et per 3, qui sunt sub eadem uirgula, et desuper adde 2 que sunt super ipsa 3, erunt 54662; et reperias numerum de $\frac{4}{9}\frac{1}{8}\frac{5}{7}$, qui est 479; per que multiplica 54662, erunt 26183098; que pone super 331 et suis uirgulis; et multiplica 9285132 per 26183098, et diuide per omnes ruptos qui sunt sub omnibus uirgulis, et euita inde ea que euitari poterunt; et habebis pro quesita multiplicatione, ut hic ostenditur, $\frac{1\,5\,6\,3\,7\,7\,7\,4\,3\,7}{2\,7\,7\,9\,9\,10\,10\,11\,11\,13}$ 8112.

* Item .... 8112 » (fol. 26 verso, lin. 22-29, pag. 63, lin. 15-25).



Incipit capitulum septimum de aditione et extractione et diuisione numerorum cum ruptis et de reductione plurium parcium in singulis partibus.

Septimum itaque capitulum in partes sex diuidimus. In prima quarum addictionem unius uirgule cum alia, nec non extractionem unius uirgule de alia demonstrabimus et diuisionem unius uirgule per aliam.

In secunda addictionem et extractionem duarum uirgularum cum duabus, et de diuisione earum ad inuicem.

In tertia diuisionem integrorum numerorum per integros et ruptos et eorum contrarium.

In quarta additionem et extractionem et diuisionem integrorum numerorum cum ruptis cum integris et ruptis.

In quinta autem addictationes extractiones seu diuisiones partium numerorum cum ruptis edocebimus.

In ultima quoque reductiones plurium partium in singulis partibus ostendemus.

De aditione $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, hoc te dupliciter facere docemus: primum quidem secundum uulgi modum. Inuenias in quo numero reperiatur $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$, qui numerus sic inuenitur: multiplica 3 per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 12, in | quibus reperiuntur $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; et ideo accipe tertiam partem eorum, que est 4, et quartam partem que est 3; et adde ea insimul, erunt 7; que diuide per 12, exibunt $\frac{7}{12}$, hoc est septem partes duodecimis partibus unius integri.

fol. 27 recto.

Digitized by Google

* Item .... de $\frac{1}{3}$ » (fol. 27 recto, lin. 3-6; pag. 64, lin. 1-7)

3	4
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{7}{12}$ addictio	

Item aliter describe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in hunc modum; et multiplica 1, quod est super 3 per 4, erunt 4; que pone super $\frac{1}{3}$, et 1 quod est super 4, multiplica per 3, erunt 3; que pone super $\frac{1}{4}$, et adde ea insimul, erunt 7; que diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, hoc est per 12, exibunt similiter $\frac{7}{12}$ pro eorum iunctione: et scias quia tale est addere $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, quale est dicere $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, que partes sunt unius integri: sunt enim $\frac{7}{12}$ unius integri; et sic intelligas de omnibus ruptorum additationibus.

De extratione $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$.

Et si uolueris $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ extrahere: tria que sunt super $\frac{1}{4}$, hoc est quartam de 12, extrahe de 4, que sunt super $\frac{1}{3}$, hoc est de tertia de 12, remanebit 1; quod diuide per 12 inuenta, uel per 3 et per 4 que sunt sub uirgis, exibit pro residuo dicte extractionis $\frac{1}{12}$, hoc est $\frac{1\,0}{2\,6}$. Et si $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ diuidere uis, diuide 4 que sunt super $\frac{1}{3}$ per 3, et habebis $\frac{1}{3}$ 1 pro eo quod contigit integre parti. Verbi gratia: proportio de $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{4}$ est sicut proportio duodecupli de $\frac{1}{3}$ ad duodecuplum de $\frac{1}{4}$, hoc est sicut 4 est ad 3, ita $\frac{1}{3}$ est ad $\frac{1}{4}$. Quare diuisio $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ prouenit illud quod ex diuisis 4 per 3: uel aliter, cum dicitur: diuide $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, tunc intelligitur quarte parti configere tertiam integri. Quare quadruplo quarte partis, scilicet parti integre contigit quadruplum unius tertie, scilicet $\frac{1}{3}$ 1, ut predixi. Et si $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{3}$ diuidere uis ut scias quid inde contingat uni parti integre, diuide 3 posita super $\frac{1}{4}$ per 4 posita super $\frac{1}{3}$, exibunt $\frac{3}{4}$: nam proportio de $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{3}$ est sicut proportio de 3 ad 4, uel cum tertie parti contingit $\frac{1}{4}$ tribus tertiis, scilicet parti integre contingent $\frac{3}{4}$.

* Item .... Et 4 » (fol. 27 recto, lin. 16-19; pag. 64, lin. 21-26)

12	10
$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1\,2}{3\,5}$ 1	

Item si uolueris addere $\frac{2}{3}$ cum $\frac{4}{5}$, inuenias similiter in quo numero reperiantur $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ sic: multiplicabis 3 per 5 que sunt sub uirgulis, erunt 15; et in ipso numero reperiuntur $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$: quare accipe $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et $\frac{4}{5}$ de 15, que sunt 12, et adde insimul erunt 22; que diuide per 15, exibit $\frac{7}{15}$ 1 pro adiunctione de $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Item aliter describes $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ ut in margine ostenditur; et multiplica 2 que sunt super 3 per 5, erunt 10; que pone super $\frac{2}{3}$, et 4 que sunt super 5 per 3, erunt 12; que pone super $\frac{4}{5}$ in questione. Adde ergo 10 cum 12, erunt 22 ut supra; que diuide per ruptos qui sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{1\,0}{3\,5}$, exibunt $\frac{1\,2}{3\,5}$ 1, ut in questione ostenditur, hoc est $\frac{7}{15}$ 1, ut per alium modum repertum est.

Uerum si $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ extrahere uolueris, inuenies 10 et 12 superius repertis per qualem uolueris modum descriptis duobus modis; et extrahe 10 de 12, remanent 2; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\,0}{3\,5}$, exibunt $\frac{2\,0}{3\,5}$, hoc est $\frac{2}{15}$ pro residuo quesite extractionis. Et si $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$ diuidere uis, diuide 12 per 10, exibit $\frac{1}{5}$ 1; et tot contingit unius parti integre ex ipsa diuisione. Et si $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ diuidere uis, diuide 10 per 12, exibunt $\frac{5}{6}$.

Additio de $\frac{5}{6}$ cum $\frac{7}{10}$.

Item si uolueris addere $\frac{5}{6}$ cum $\frac{7}{10}$, reperies similiter in quali numero reperiantur $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{10}$: multiplicabis ergo 6 per 10, erunt 60: reperiuntur etiam et in minori numero quam 60. Et hic contingit propter comunitatem quam habet 6 cum 10, uidelicet $\frac{1}{2}$; quia uterque numerus integraliter per 2 diuiditur. Vnde diuidas 60 per 2, exibunt 30, in quibus etiam reperiuntur $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{10}$: potes enim hec 30 aliter reperire, uidelicet ut multiplices 6 per medietatem de 10, scilicet per 5, et erunt 30; uel multiplica 10 per medietatem de 6, hoc est per 3, et erunt similiter 30; et accipe $\frac{5}{6}$ de 30, que sunt 25, et adde cum $\frac{7}{10}$ de 30, que sunt 21, erunt 46; que diuide per 30, exibit $\frac{16}{30}$ 1, hoc est $\frac{8}{15}$ 1.

Digitized by Google

De eodem aliter.

Item aliter describe sic $\frac{7}{10}\ \frac{5}{6}$; et quia 6 cum 10, que sunt sub uirgulis, habent comunem regulam, scilicet 2, diuide 10 per 2, exibunt 5; in quibus multiplica 5, que sunt super 6, erunt 25, sicuti superius pro $\frac{5}{6}$ de 30 reperta fuerunt. Item diuide 6 per eadem 2, exibunt 3, que pone sub 6; in quibus multiplica 7 que sunt super 10, exibunt 21 pro $\frac{7}{10}$ de 30: adde ergo 21 cum 25, erunt 46; que diuide per medietatem de 10, et per 6, hoc est per $\frac{0\ 0}{5\ 6}$, uel per medietatem de 6 et per 10, hoc est per $\frac{0\ 0}{3\ 10}$, exibit $\frac{1\ 5}{3\ 10}1$, quod tantum est quantum $\frac{16}{30}$ 1, uel quantum $\frac{8}{15}$ 1.

Extractio de $\frac{7}{10}$ de $\frac{5}{6}$.

Uerum si $\frac{7}{10}$ de $\frac{5}{6}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 21 et 25, et extrahe 21 de 25, remanent 4; que diuide per 30, uel per ipsorum regulam, que est $\frac{0\ 0}{3\ 10}$, exibit $\frac{1\ 1}{3\ 10}$ pro residuo quesite extractionis. Et si $\frac{5}{6}$ per $\frac{7}{10}$ diuidere uis, diuide 25 per 21, exibit $\frac{1\ 1}{3\ 7}$ 1. Et si $\frac{7}{10}$ uis diuidere per $\frac{5}{6}$, diuide 21 per 25, exibunt $\frac{1\ 4}{5\ 5}$.

Additio $\frac{1}{6}$ cum $\frac{5}{9}$.

Rursus si uolueris addere $\frac{1}{6}$ cum $\frac{5}{9}$, inuenias in quo numero reperiuntur $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{9}$, quod sic | inuenitur: quia 3 sunt communis regula de 6 et de 9, diuide 6 per 3, exibunt 2; que multiplica per 9, erunt 18; uel diuide 9 per 3, exibunt 3; que multiplica per 6, erunt similiter 18, in quibus reperiuntur $\frac{5}{9}\ \frac{1}{6}$: unde accipe $\frac{1}{6}$ de 18, que est 3, et adde cum $\frac{5}{9}$ de 18, que sunt 10, erunt 13; que diuide per regulam de 18, exibunt $\frac{1\ 6}{2\ 9}$: uel aliter describe ruptos, ut hic ostenditur; et multiplica 1, quod est super 6, per tertiam de 9 propter comunem regulam ipsorum, erunt 3, que pone super $\frac{1}{6}$; et multiplica 5 que sunt super 9 per tertiam de 6, scilicet per 2, erunt 10, que pone super $\frac{5}{9}$ et adde 3 cum 10, erunt 13; que diuide per tertiam multiplicationis de 6 in 9, hoc est per 18, exibunt $\frac{1\ 6}{2\ 9}$ pro iunctione ipsorum, ut in questione ostenditur.

fol. 27 verso

« exibunt 2 .... de $\frac{5}{9}$ » (fol. 27 verso, lin. 1 e 2-6; pag. 65, lin. 17-25).

10	3
$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1\ 6}{2\ 9}$	additio

Extractio $\frac{1}{6}$ de $\frac{5}{9}$.

Uerum si $\frac{1}{6}$ de $\frac{5}{9}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 3 et 10; et extrahe 3 de 10, remanebunt 7; que prescripta ratione diuide per 18, uel per ipsorum regulam que est $\frac{0\ 0}{2\ 9}$, exibunt $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ pro residuo dicte extractionis. Et si $\frac{5}{9}$ per $\frac{1}{6}$ diuidere uis, diuide 10 per 3, que sunt super $\frac{1}{6}$, exibunt $\frac{1}{3}$ 3. Et si $\frac{1}{6}$ per $\frac{5}{9}$ diuidere uis, diuide 3 per 10, exibunt $\frac{3}{10}$.

« Uerum .... diuisione » (fol. 27 verso, lin. 7-10; pag. 65, lin. 26-32).

10	3
$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1\ 3}{2\ 9}$	extratio

Pars secunda de additione et extractione duorum ruptorum adiunctione et de eorum diuisione.

Si uolueris addere $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$, uide de $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ in quo numero reperiantur, quod sic uidendum est: multiplica insimul numeros qui sunt sub uirgulis, uidelicet 3 per 4; que per 5; que per 7, erunt 420, que est minimus commensuratus prescriptorum numerorum, hoc est quod est minor numerus, in quo reperiuntur prescripti rupti; ideo quia non habent aliquam comunem regulam ad inuicem. Accipe ergo $\frac{1}{3}$ de 420, que est 140, et adde cum quarta de eisdem 420, que in 105, et cum quinta que est 84, et cum septima que est 60, erunt 389; quem diuide per 420, exibunt $\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$ pro iunctione prescriptorum ruptorum. Et est idem cum queritur de $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ que partes sint unius integri. Possumus enim aliter secundum magisterium numerorum addere $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$, uidelicet quod describantur rupti secundum quod hic cernuntur; et multiplica 1 quod est super 3 per 4, et 1 quod est super 4 per 3, erunt 7; que multiplica per 5, et per 7, que

« 420 que .... et adde » (fol. 27 verso, lin. 15-21; pag. 65, lin. 37 — pag. 66, lin. 5).

144	245
$\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$
$\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$	additio

Digitized by Google

sunt sub aliis duabus uirgulis alterius lateris, erunt 245, que sunt $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de 420, ut superius inuenimus: pone ergo 245 super $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ in questione; deinde accedas ad $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$; et multiplica 1, quod est super 5 per 7, et 1 quod est super 7 per 5, erunt 12; que multiplica per 3 et per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 144, que sunt $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ de 420: pone ergo 144 super $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$, et adde 144 cum 245, erunt 389; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 4\ 5\ 7}$, et apta prescriptos ruptos, exibunt $\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$, que equantur $\frac{389}{420}$.

Extractio de $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$.

Si uero $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 245 et 144 per equalem uolueris modum de duobus prescriptis modis; et extrahe 144 de 245, remanebunt 101; que supra prescripta ratione diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 7\ 10}$, exibunt $\frac{5\ 2\ 2}{6\ 7\ 10}$ pro residuo dicte extractionis. Et si $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ per $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ diuidere uis, diuide 245 per regulam de 144, exibunt $\frac{1\ 2\ 6}{2\ 8\ 9}$ 1. Et si 144 per regulam de 245 diuiseris, habebis $\frac{404}{577}$ pro eo quod contingit integre parti ex diuisione $\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, ut in questione ostenditur.

« exibunt .... 2232 » (fol. 27 verso, lin. 26-31; pag. 66, lin. 10-19).

144	245
$\frac{1}{7}\ \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$
$\frac{5\ 2\ 2}{6\ 7\ 10}$	extractio

Additio de $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$ cum $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$.

Item si uolueris addere $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$ cum $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$, reperies numerum in quo reperiantur rupti, eritque 2520, qui exiit ex multiplicatione quattuor numerorum qui sunt sub uirgulis; et non reperiuntur in minore numero, eo quod non habent aliquam comunem regulam ad inuicem: et accipe $\frac{3}{5}$ de 2520, que sunt 1512, et adde cum $\frac{2}{7}$ de 2520, que sunt 720, erunt 2232, que serua. Item accipe $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$ de 2520, que sunt 1505, que adde cum 2232 seruatis, erunt 3737; que diuide per regulam de 2520, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 9\ 10}$, exibit $\frac{1\ 3\ 7\ 4}{4\ 7\ 9\ 10}$1. Item aliter describe ruptos, ut inferius cernitur; et incipias a $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$ sic: multiplicabis 3, que sunt super 5, per 7, que sunt sub uirgula, erunt 21. Item multiplicabis 2, que sunt super 7, per 5, erunt 10, que addes cum 21, erunt 31; que multiplicabis per alios ruptos, uidelicet per 8 et per 9, hoc est per 72, exibunt 2232, ut per $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$ de 2520 superius reperta sunt: pone ergo 2232 super $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$, et accedas ad $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$; et multiplica 3, que sunt super 8 per 9, et 2, que sunt super 9, per 8, et adde insimul, erunt 43; que multiplica per alios ruptos, uidelicet per 5 et per 7, erunt 1505, ut superius pro $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$ de 2520 inuenimus: pone ergo 1505 super $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$: deinde adde 1505 cum 2232, erunt 3737; que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, et aptabis eos, exibit similiter $\frac{1\ 3\ 7\ 4}{4\ 7\ 9\ 10}$1. |

« que serua .... 1505 ut » (fol. 27 verso, lin. 32-37; pag. 66, lin. 21-27).

1505	2232
$\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$	$\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$
$\frac{1\ 3\ 7\ 4}{4\ 7\ 9\ 10}$ 1	addictio

fol. 28 recto

Extractio $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$.

Si autem $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 2232 et 1505, et extrahes 1505 de 2232, remanebunt 727; que prescripta ratione diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{3\ 6\ 7\ 2}{4\ 7\ 9\ 10}$, ut in hac alia cernitur descriptione. Et si $\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$ per $\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$ diuidere uis, diuide 2232 per regulam de 1505, et primus contrarium facies contrarium; et habebis optata, ut in questione cernitur.

« Si autem .... $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ » (fol. 28 recto, lin. 1-4; pag. 66, lin. 31-35).

2232	Residuum	1505
$\frac{2}{7}\ \frac{3}{5}$		$\frac{2}{9}\ \frac{3}{8}$
$\frac{3\ 6\ 7\ 2}{4\ 7\ 9\ 10}$		

Additio $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$.

Item si uolueris addere $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$, inuenies numerum in quo reperiantur prescripti rupti. Eritque 60, qui numerus reperitur ex multiplicatione de 3 in 4 et in 5; et non oportet ut multiplicentur 60 per 6 propter comunitatem regule, quam habent 6 cum 3 et cum 4: tota enim 3 sunt comunia eisdem 6: quare non opportet ut multiplicentur 60 nisi per tertiam de 6, que est 2, nec etiam per ipsa 2 oportet 60 multiplicare; quia 2 sunt in regula de 4: et ut hoc dicam promptius: regula de 6 est $\frac{1\ 0}{2\ 3}$. Ideo non repetimus 3, neque 2 in multiplicatione, que sunt regula de 6 propter 3 et 4, que multiplicauimus 4 cum habuimus 60. In omni enim numero, in quo reperiuntur $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, reperietur etiam $\frac{1}{6}$: accipe itaque $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$

Digitized by Google

$\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ de 60, et adde insimul, erunt 57; que diuide per 60, exibunt $\frac{57}{60}$: sed quia 57 cum 60 habent comunem regulam, scilicet $\frac{1}{3}$, possumus has $\frac{57}{60}$ pulchrius dicere, uidelicet ut diuidas 57 per 3, exibunt 19: similiter diuide 60 per eadem 3, exibunt 20; in quibus diuide 19, exibunt $\frac{19}{20}$, que sunt unum integrum minus uigesima. Item aliter describe ruptos ut hic ostenditur; et incipias a $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, et multiplicabis 1, quod est super 3, per 4, et 1, quod est super 4, per 3, erunt 7; que multiplica per 5 que sunt sub uirgula, erunt 35, que deberes multiplicare per 6, nisi relinqueres propter comitatem, quam habes 6 cum $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$: pone ergo 35 super $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, que sunt $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ de 60: deinde multiplica 1, quod est super 5, per 6, et 1, quod est super 6, per 5, erunt 11, que deberes multiplicare per 3 et per 4: sed relinques quod non multiplicabis per 3; quia sunt in regula de 6, neque per 2, que sunt in regula de 4; cum sint similiter in regula de 6: ergo multiplicabis prescripta 11 per 2 que remanent de 4, erunt 22, que sunt $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ de 60: pones ergo 22 super $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$, et addes 22 cum 35, erunt 57, ut superius inuenimus: et diuide ipsa per $\frac{1\,0\,0}{3\,4\,5}$; quia per 6 non debes diuidere eos, eo quia nos relinquimus ea in multiplicatione utriusque lateris, et aptabis prescriptos ruptos, exibunt $\frac{1\;\;9}{2\;10}$, hoc est $\frac{19}{20}$, ut in questione ostenditur.

« per eadem .... superius » (fol. 28 recto, lin. 12-17, pag. 67, lin. 3-12).

22	35
$\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$
5	2
$\frac{1\;\;9}{2\;10}$	additio

Dicam aliter et apertius in reperiendis suprascriptis 35 et 22. Multiplica 3 per 4, que sunt sub uirgis ab una parte, erunt 12: serua ea in manu dextera; et multiplica 5 per 6, que sunt sub aliis duabus uirgis alterius lateris, erunt 30, que serua in sinistra; et diuide utrumque numerorum seruatorum in manibus per maximam comunem mensuram eorum que est 6, exibunt in manu dextra 2, et in sinistra 5: pones 2 sub $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, et 5 sub $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$; et multiplicabis reperta 7 per 5 posita sub $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$, et 11 per 2 posita sub $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$; et habebis 35 et 22; quorum summam, scilicet 57, diuide per numeros, qui sunt sub uirgis unius lateris, et per numerum positum sub aliis, scilicet per 5 et per 6 et per 2 aut per 3, et per 4 et per 5, hoc est per regulam de 60.

« literas .... $\frac{1}{9}\,\frac{2}{5}$ » (fol. 28 recto, lin. 23-28, pag. 67, lin. 22-28).

22	35
$\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$
$\frac{1\;\;2}{6\;10}$ extractio	

Extratio $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ *de* $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$

Si autem $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 35 et 22, et extrahes 22 de 35, remanebunt 13; que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\;\;0}{6\;10}$, exibunt $\frac{1\;\;2}{6\;10}$ pro residuo dicte extractionis.

Additio $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ *cum* $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$.

Item si uolueris addere $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$, reperias numerum in quo reperiantur rupti prescripti, eritque 315; qui numerus exit ex multiplicatione ruptorum, euitatis tamen inde 3, que sunt comunis regula de 9 et de 3; que non oportet repetere in multiplicatione, ideo quia $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{9}$ reperiuntur in 9: unde omnis numerus, qui habet $\frac{1}{9}$, habet similiter et $\frac{1}{3}$: accipe ergo $\frac{2}{3}$ de 315, que sunt 210, et adde cum $\frac{1}{7}$ eorumdem, que est 45, erunt 255, que serua: et accipe $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ de eisdem 315, que sunt 234, et adde cum 255, erunt 489; que diuide per regulam de 315, que est $\frac{1\,0\,0}{5\,7\,9}$, exibit $\frac{4\,6\,4}{5\,7\,9}$ 1.

« 210 .... quam habet » (fol. 28 recto, lin. 31-37; pag. 67, lin. 31 — pag. 68, lin. 2).

additio	
224	255
$\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$	$\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$

Aliter secundum artem describe ruptos ut hic ostenditur, et incipias a $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$: multiplica 2 que sunt super 3 per 7, et 1 quod est super 7 per 3, et adde insimul, erunt 17; que multiplica per 5, erunt 85; que multiplica per tertiam de 9, hoc est per 3, propter comitatem regule quam habet 3, que sunt sub uirgula cum 9; eritque multiplicatio illa 255, que sunt $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ de 315, ut superius inuenimus. Pones ergo 255 super $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$, et accedas ad $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ multiplicando 3, que sunt super 5, per 9 et 1, que sunt super 9, per 5, erunt 32; que multiplica per 7, erunt 234, ut superius pro $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ de 315 reperta sunt:

Digitized by Google

que 234 non oportet multiplicare per 3, que sunt sub uirgula propter comitatem predictam, quam habet 3 cum 9: ponas igitur 234 super $\frac{4}{9}\,\frac{1}{5}$, et adde 234 cum 255, erunt 489; que diuide per $\frac{1\,0\,0}{5\,7\,9}$, que sunt sub uirgulis, et relinquas 3 quod non diuides per ipsa; ideo quia in multiplicatione utrarumque partium reliquisti quod non multiplicasti per 3: quare summam | iunctionis ipsarum partium non debes diuidere per 3; sed debes eam diuidere per alios ruptos, cum per ipsos multiplicasti, exibit $\frac{4\,6\,4}{5\,7\,9}\,1$, ut superius.

fol. 28 verso.

« exibit .... 180 que » (fol. 28 verso, lin. 2-7; pag. 68, lin. 6-15).

Extractio $\frac{4}{9}\,\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$.

Si autem $\frac{4}{9}\,\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 255 et 234: extrahes 234 de 255, remanebunt 21, que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\,0\,0}{5\,7\,9}$ tantum prius diuidas per 7 et per 9, quam per 5: ideo quia 21 integraliter diuiditur per 7 et per 3, que sunt de regula ipsorum 9, exibunt $\frac{7\,0}{9\,5}$ pro residuo dicte extractionis, hoc est $\frac{1\,0}{3\,5}$: de diuisione autem eorum ad inuicem fac ut supra.

Additio de $\frac{1}{5}\,\frac{3}{4}$ cum $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}$.

Rursus si uolueris addere $\frac{1}{5}\,\frac{3}{4}$ cum $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}$, multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, scilicet 4 per 5, erunt 20; que per 9, erunt 180; que 180 non oportet multiplicare per 10, cum in 180 reperiatur $\frac{1}{10}$. Quare accipies $\frac{1}{5}\,\frac{3}{4}$ de 180, scilicet 171, et addes ea cum $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}$ de 180, scilicet cum 58, erunt 229, que diuide per 180, exibit $\frac{1\,6\,2}{2\,9\,10}\,1$.

« 180 non .... in quibus » (fol. 28 verso, lin. 8-15, pag. 68, lin. 15-27).

Aliter describe ruptos, et multiplica 3, que sunt super 4, per 5 et 1, quod est super 5 per 4, erunt 19; que multiplica per 9, erunt 171, que relinque multiplicare per 10 propter comitatem quam habent cum 5 et cum 4: pone ergo 171 super $\frac{1\,3}{5\,4}$; quia ipsa sunt $\frac{1}{5}\,\frac{3}{4}$ de 180: deinde multiplica 2, que sunt super 9, per 10 et 1, quod est super 10 per 9, erunt 29; que multiplica per 2, et relinques comitatem quam habet 10 cum 1 et cum 5, erunt 58, que sunt $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}$ de 180: adde ergo 58 cum 171, erunt 229; que diuide per ruptos, qui sunt in uno latere, et per ruptum alterius lateris, qui multiplicatur in multiplicatione, hoc est, aut per 4 et per 5 que sunt in uno latere, et per 9 que sunt in alio latere, in quibus multiplicamus superius 19: uel diuides per 9 et per 10, que sunt ex altero latere, et per 2 que sumpsimus ex alio latere in multiplicatione, in quibus uidelicet multiplicauimus 29; nam $\frac{1\,0\,0}{4\,5\,9}$ uel $\frac{1\,0\,0}{2\,9\,10}$ unum est, et una queque ipsarum uirgularum est regula de 180, exibit $\frac{1\,6\,2}{2\,9\,10}\,1$.

« scilicet .... etiam et » (fol. 28 verso, lin. 22-27; pag. 68, lin. 28 — pag. 69, lin. 2).

Nam si $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}$ de $\frac{1}{5}\,\frac{3}{4}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 171 et 58, et extrahes 58 de 171, remanebunt 113; que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\,0\,0}{2\,9\,10}$, exibunt $\frac{1\,2\,6}{2\,9\,10}$ pro residuo dicte extractionis. Et si ea ad inuicem diuidere uis, fac ut supra. Volo demonstrare modum inueniendi minimum mensuratum datorum quotlibet numerorum: ut si uis inuenire numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{10}\,\frac{1}{9}\,\frac{1}{8}\,\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, multiplica maiorem numerum, qui est sub uirga per sequentem; cum non sint comunicantes, scilicet 10 per 9, erunt 90. Que multiplica per comitatem quam habent cum 8, scilicet per medietatem eorum; cum binarius sit eorum comunis mensura, erunt 360; que multiplica per 7; cum nulla sit euitatio inter ea, erunt 2520, que non oportet multiplicare per 6; cum ipsorum regula sit $\frac{1\,0}{2\,3}$, que partes sunt ex partibus numerorum multiplicatorum. Nam $\frac{1}{2}$ est de regula de 10, que regula est $\frac{1\,0}{2\,5}$; et $\frac{1}{3}$ est de regula de 9: neque etiam multiplicanda sunt 2520 per 5; cum 5 sint de regula de 10, nec etiam per 4, uel per 2 sunt multiplicanda; cum sint in regula de 8. Similiter nec per 3 oportet multiplicare 2520; cum sint de regula de 9: ergo in 2520 reperiuntur omnes suprascripti rupti; et est minimus commensuratus omnium numerorum, qui sunt sub prescriptis uirgis.

Digitized by Google

Incipit pars tertia de diuisione integrorum numerorum per integros cum ruptis etiam, et de eorum contrario.

Cvm uolueris diuidere aliquem integrum numerum cum uno rupto, uel pluribus, uel econtra integrum numerum cum ruptis per alium integrum numerum, fac ruptos de utroque numero quales fuerit ille, uel illi qui fuerint positi cum uno numerorum: deinde diuide summam ruptorum illius numeri per summam ruptorum alterius, et habebis qualem uolueris diuisionem. Et ut hec melius ad oculum deprehendas, quorumdam numerorum diuisiones in sequentibus demonstrare procurabimus.

Diuisio de 83 *per* $\frac{2}{3}$ 5.

Si uolueris diuidere 83 per $\frac{2}{3}$ 5, fac tertias de unoquoque numero sic: multiplicabis 5 per 3, que sunt sub uirgula, et adde 2, erunt tertie 17: et multiplica 83 per 3, ut facias tertias ex ipsis, erunt tertie 249: diuide ergo 249 per 17, exibunt $\frac{11}{17}$ 14 pro quesita diuisione.

Ex hoc ergo manifestum est, quod eadem est diuisio de 83 in $\frac{2}{3}$5, quam de 249 in 17; et hoc est quod Euclides peritissimus geometra in suo libro declarat: quod quam proportionem habet quilibet numerus ad quemlibet numerum, eandem proportionem habent equa quelibet multiplicia illorum; que multiplicia ergo sunt 17 de $\frac{2}{3}$5, tam multiplicia sunt 249 de 83: sunt enim 17 tripla de $\frac{2}{3}$ 5, et 249 tripla de 83. |

Et si econtra uolueris diuidere $\frac{2}{3}$ 5 per 83, diuide 17 per regulam de 249, que est $\frac{1\ 0}{3\ 83}$, exibunt $\frac{2\ 5}{3\ 83}$ pro quesita diuisione.

Diuisio de 94 *per* $\frac{2}{5}$ 6.

Item si uolueris diuidere 94 per $\frac{2}{5}$ 6, si materiam prescriptam secundum huius artis magisterium retinere uolueris, describe numeros ut hic ostenditur: et multiplica 6 per suam uirgulam, hoc est per 5, et adde 2, erunt quinte 32, quas pone super $\frac{2}{5}$ 6; et multiplica 94 per eadem 5, erunt quinte 470; quas pone super 94, et diuide 470 per regulam de 32, que est $\frac{1\ 0}{4\ 8}$, exibunt $\frac{2\ 5}{4\ 8}$ 14 pro quesita diuisione. Et si 32 per regulam de 470 diuiseris, habebis $\frac{2\ 3}{10\ 47}$ pro diuisione de $\frac{2}{5}$ 6 in 94, ut superius in descriptione ostenditur. Verum si 113 per $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 11 diuidere uolueris, ut hic cernuntur, numeros describe: quibus descriptis, multiplica 11 per suam uirgulam, erunt sexte decime 183, quas pone super $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 11: deinde multiplica 113 per 8 et per 2, que sunt sub uirgula, hoc est per 16, erunt similiter sexte decime 1808, quas pone super 113: diuide ergo 1808 per regulam de 183, exibunt $\frac{2\ 53}{3\ 61}$ 9 pro quesita diuisione: et si diuiseris 183 per regulam de 1808, habebis $\frac{1\ 3\ 11}{2\ 8\ 113}$ pro diuisione de $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 11 in 113. Et iam si plures rupti ponerentur sub eadem uirgula, similiter posses operari.

Diuisio de 217 *per* $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13.

Si uolueris diuidere 217 per $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13, describe numeros; et multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 167 duodecime, quas pone super $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13: deinde multiplica 217 per numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet per 3 et per 4, uel in una multiplicatione per 12, erunt similiter XII.[e] 2604, quas pone super 217; et diuide 2604 per 167, exibunt $\frac{99}{167}$ 15 pro quesita diuisione. Et si 167 per regulam de 2604 diuiseris, exibunt $\frac{1\ 5\ 6\ 1}{2\ 6\ 7\ 31}$ pro diuisione de $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13 in 217, ut in eadem superiori descriptione ostenditur.

Diuisio de 323 *per* $\frac{1}{9}$ $\frac{5}{6}$ 14.

Item si uolueris diuidere 323 per $\frac{1}{9}$ $\frac{5}{6}$ 14, quamuis hanc diuisionem, secundum demon-

* Et ut .... peritissimus » (fol. 28 verso, lin. 32-36, pag. 69, lin. 7-15).

diuisio maioris per minorem

17	249
$\frac{2}{3}$ 5	83
$\frac{11}{17}$ 14	

fol. 29 recto

* Et si .... erunt octaue » (fol. 29 recto, lin. 1 — lin. 22-23, pag. 69, lin. 19 — pag. 70, lin. 5).

diuisio minoris per maiorem

17	249
$\frac{2}{3}$ 5	83
$\frac{2\ 5}{3\ 83}$	

diuisio maioris per minorem

32	470
$\frac{2}{5}$ 6	94
$\frac{2\ 5}{4\ 8}$ 14	

diuisio minoris per maiorem

32	470
$\frac{2}{5}$ 6	94
$\frac{2\ 3}{10\ 47}$	

167	2604
$\frac{1\ 2}{4\ 3}$ 13	217
$\frac{99}{167}$ 15	

269	5814
$\frac{1\ 5}{9\ 6}$ 14	323
$\frac{165}{269}$ 21	diuisio maioris
$\frac{18\ 14\ 0}{29\ 17\ 19}$	diuisio minoris

stratum modum facere possis; tamen qualiter euitando comitatem ruptorum fieri debeat, ostendamus: primum describe questionem; deinde multiplica 14 per suas uirgulas, euitando tantum sic: multiplicabis 14 per 6 et adde 5, erunt sexte 89, quas multiplica per tertiam de 9 propter comitatem regule, quam habet 6 cum 9. Sunt enim 3 comunis regula ipsorum, erunt octaue decime 267; super quas adde multiplicationem de 1, quod est super 9, in tertiam de 6, que sunt sub uirgula, hoc est in 2, erunt octaue decime 269: uel aliter adde $\frac{5}{6}$ cum $\frac{1}{9}$, erunt $\frac{17}{18}$: quare numeri 14 per 18 et adde 17, erunt similiter 269 octaue decime, quas pone super $\frac{1}{9}\ \frac{5}{6}$ 14; et multiplica 323 aut per 6 et per tertiam de 9, aut per 9 et per tertiam de 6 propter comitatem regule ipsorum: ergo multiplicabis in una multiplicatione 323 per 18, quod idem est, erunt octaue decime 5814, quas pone super 323: deinde diuide 5814 per 269, exibunt $\frac{163}{269}$ 21 pro quesita diuisione. Nam si 269 per regulam de 5814 diuiseris, reperies $\frac{18\ 14\ 0}{29\ 17\ 19}$ pro diuisione de $\frac{1}{9}\ \frac{5}{6}$ 14 in 323, ut superius in descriptione ostenditur.

Diuisio de 1357 *per* $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83.

Si autem uolueris diuidere 1357 per $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83, describe numeros; et multiplica 83 per suas uirgulas, erunt sexagesime 5027: pone ergo 5027 super $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83, et proba ea secundum quod in multiplicationibus per ruptum tibi demostrabimus. Est enim pensa ipsorum 1 per septenarium, ut oportet; quam pensam pone super 5027: deinde multiplica 1357 per numeros qui sunt sub uirgulis post 83, hoc est per 3; que per 4; que per 5, uel in una multiplicatione per 60, erunt sexagesime 81420, quos pone super 1357. Et super ipsos pone pensam ipsorum per septenarium que est 3: deinde diuide 81420 per regulam de 5027, que est $\frac{1\ 0}{11\ 457}$, exibunt $\frac{9\ 89}{11\ 457}$ 16 pro quesita diuisione: quare si multiplicaueris ipsa per $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83, eadem 1357 prouenerint; et est pensa ipsius diuisionis 3 per 7, sicuti est pensa de 81420: et si 5027 per regulam de 81420 diuiseris, habebis $\frac{3\ 7\ 14\ 8}{6\ 10\ 23\ 59}$ pro diuisione de $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 83 in 1357, cuius diuisionis pensa est 1 per 7, sicuti sunt de 5027; et sic intelligas de pensis quarumlibet diuisionum similium.

5027 per ... 29 recto, lin. 33-39, pag. 70, lin. 24-35

Diuisio 2456 *per* $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15.

1454	221040
$\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$	2456

Item aliam huiusmodi cum tribus ruptis proponamus diuisionem, qui ad inuicem comunem habeant regulam: ut modum euitandi melius intelligas, proponimus enim tibi ut diuidas 2456 per $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15: describe questionem, et multiplica 15 per suas uirgulas, euitando sic: multiplicabis 15 per 6, et addes 5, erunt sexte 95; quas multiplica per tertiam de 9, que sunt sub uirgula; quia propter comitatem quam habet 9 cum 6, non oportet per ipsa tota multiplicare; erunt itaque octaue decime 285, quas multiplica per 5, que sunt medietas de 10 propter 2, que sunt comunis regula de 10 et de 6, erunt nonagesime 1425. Item multiplica 2 que sunt super 9, que sunt none | per 10, erunt nonagesime 20, quas non oportet multiplicare per 6; quia tota 6 comunia sunt regularum de 9 et de 10. Nam regula de 6 est $\frac{1\ 0}{2\ 3}$ et $\frac{1}{2}$ sequentis regule est de regula de 10, que est $\frac{1\ 0}{2\ 5}$. Et $\frac{1}{3}$, que remanet de 6, sunt in regula de 9; cum ipsa sit $\frac{1\ 0}{3\ 3}$: deinde multiplica 1, quod est super 10, per 9, erunt nonagesime 9, quas non oportet per 6, propter comitatem predictam, multiplicare.

1.4. 29 recto

Adde ergo nonagesimas 9 inuentas cum nonagesimis 20, et cum nonagesimis 1425, erunt nonagesime 1454, quorum pensa per septenarium est 5: pone ergo 1454 super 15 et super ruptos suos, et 5 pro pensa pone desuper. Potes enim aliter de $\frac{1}{10}\ \frac{2}{9}\ \frac{5}{6}$ 15 nonagesimas

Digitized by Google

facere: tamen notandum est primum, quare inde nonagesime fieri debeant. Debent enim fieri propter $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$ que reperiuntur in 90: et est minor numerus, in quo ipse fractiones reperiuntur: quare multiplica 15 per 90, erunt nonagesime 1350: super quas adde $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$ de 90, que sunt nonagesime 104, erunt similiter nonagesime 1454: postea fac nonagesimas de 2456, erunt nonagesime 221040; quas pone super 2456, et diuide 221040 per regulam de 81454, exibunt $\frac{0\ 16}{2\ 727}$ 152 pro quesita diuisione. Et si 1454 per regulam de 221040 diuiseris, habebis diuisionem de $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$ 15 in 2456. Que diuisio est $\frac{6\ 1\ 0\ 2}{8\ 9\ 10\ 307}$, ut superius in questione ostenditur.

Incipit pars quarta de aditione extratione seu diuisione integrorum numerorum cum ruptis.

Cum autem aliquem numerum cum uno rupto, uel pluribus addere uolueris cum quolibet alio numero, similiter cum uno rupto uel pluribus, uel minorem ipsorum cum suo rupto, uel ruptis de maiori cum suo rupto, uel ruptis extrahere, seu aliquem ipsorum per alterum diuidere, describe minorem numerum cum suo rupto, uel ruptis in dextera tabule parte. Maiorem uero cum suis ruptis in eadem linea uersus sinistram, sicuti in precedenti parte demonstrauimus: et multiplica minorem numerum per suam uirgulam, sicuti superius docuimus; et summam per omnes numeros, qui fuerint sub uirgula, uel uirgulis maioris numeri multiplica. Et multiplicatio, que euenerit super prescriptum numerum minorem, reserua. Deinde maiorem numerum per suam uirgulam, uel uirgulas, et per omnes numeros qui sunt sub uirgula, uel uirgulis minoris numeri multiplica. Et summam super ipsum maiorem numerum describe. Et tunc si uolueris addere, addes ipsos numeros repertos, et coadunatam summam per omnes ruptos qui fuerint in positione diuide, et habebis additationem ipsorum. Et si maiorem de maiori extrahere uolueris, extrahes repertum numerum, et positum super minorem numerum de reperto numero, et posito super maiorem, residuumque per omnes ruptos similiter diuide, et habebis residuum quod est inter maiorem et minorem. Et si maiorem per minorem diuidere uolueris, maiorem repertum numerum per minorem repertum numerum diuide. Et si minorem per maiorem diuidere uolueris, diuide minorem repertum numerum per maiorem repertum numerum; et sic habebis qualem uolueris ipsorum diuisionem. Et ut hec omnia apertius intelligantur, singulariter ea cum positionibus numerorum presentialiter proponimus demonstrare.

Additio de $\frac{1}{3}$ 12 cum $\frac{3}{4}$ 126.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ 12 cum $\frac{3}{4}$ 126, describe numeros ut hic ostenditur, et multiplica 12 per suam uirgulam, erunt tertie 37; quas multiplica per 4, que sunt sub uirgula post 126, erunt XIIe 148, quas pone super $\frac{1}{3}$ 12: deinde multiplica 126 per suam uirgulam, erunt quarte 507; quas multiplica per 3, que sunt sub uirgula post 12, erunt duodecime 1521, quas pone super $\frac{3}{4}$ 126: adde itaque duodecimas 148 cum duodecimis 1521, erunt duodecime 1669; quas diuide per utrumque ruptum, uidelicet per 3 et per 4, uel in una diuisione per 12, exibunt $\frac{1}{12}$ 139, ut in questione ostenditur.

* Si uolueris ... De eodem. (fol. 29 verso, lin. 31-36, pag. 71, lin. 33-40).

1521	148
$\frac{3}{4}$ 126	$\frac{1}{3}$ 12
Summa iunctionis	
$\frac{1}{12}$ 139	

De eodem.

Potes enim hanc eamdem additationem aliter reperire, ut addas integra cum integris, uidelicet 12 cum 126, erunt 138: deinde adde ruptos in unum, scilicet $\frac{1}{3}$ cum $\frac{3}{4}$, sicuti superius in prima parte huius capituli demonstrauimus, erit $\frac{1}{12}$ 1; que adde cum 138, erunt $\frac{1}{12}$ 139, ut modo pro suprascripta iunctione inuenimus. |

Digitized by Google

fol. 30 *recto*.

« Uerum .... descriptione » (fol. 30 *recto*, lin. 1-6 ; pag. 72, lin. 2-21).

1 5 2 1	1 4 8
$\frac{3}{4}$ 1 2 6	$\frac{1}{2}$ 1 2
Residuum extractionis	
$\frac{5}{12}$ 1 1 4	

« Item .... 3428 » (fol. 30 *recto*, lin. 7-12 ; pag. 72, lin. 10-15).

1 5 2 1	1 4 8
$\frac{3}{4}$ 1 2 6	$\frac{1}{2}$ 1 2
descriptio diuisionis maioris per minorem	

« erunt XX .... pensa de » (fol. 30 *recto*, lin. 13-20, pag. 72, lin. 15-30).

1 5 2 1	1 4 8
$\frac{3}{4}$ 1 2 6	$\frac{1}{2}$ 1 2
diuisio minoris per maiorem	
$\frac{1\;\;\;1}{9\;13\;13}$	

« 3428 .... de 275 » (fol. 30 *recto*, lin. 21-23, pag. 72, lin. 30 — pag. 73, lin. 4).

Descriptio iunctionis	
3 4 2 8	2 7 5
$\frac{2}{5}$ 1 7 1	$\frac{3}{4}$ 1 3
$\frac{1\;1}{2\;10}$ 1 8 5	
Descriptio extractionis	
$\frac{2}{5}$ 1 7 1	$\frac{3}{4}$ 1 3

Descriptio utriusque diuisionis	
$\frac{2}{5}$ 1 7 1	$\frac{3}{4}$ 1 3

Extractio de $\frac{1}{2}$ 12 de $\frac{3}{4}$ 126.

Uerum si $\frac{1}{2}$ 12 de $\frac{3}{4}$ 126 extrahere uolueris, describes questionem ut supra, et reperies prescripta 148 et 1521: et extrahes 148 de 1521, remanebunt duodecime 1373; quas diuide suprascripta ratione per 12, exibunt integre $\frac{5}{12}$ 114 pro residuo dicte extractionis, ut in questione ostenditur.

Uel aliter: extrahe integra de integris, uidelicet 12 de 126, remanent 114: deinde extrahe $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$, remanent $\frac{3}{12}$, quas adde cum 114, erunt $\frac{3}{12}$ 114 similiter. Et si diuidere uolueris $\frac{3}{4}$ 126 per $\frac{1}{2}$ 12, diuides 1521 per regulam de 148, que est $\frac{1\;0}{4\;37}$, exibunt $\frac{1\;10}{4\;37}$ 10 pro quesita diuisione, ut in sua demonstrabitur descriptione.

Item si minorem per maiorem diuidere uolueris, scilicet $\frac{1}{2}$ 12 per $\frac{3}{4}$ 126, repertis quidem 148 et 1521, diuides 148 per regulam de 1521, que est $\frac{1\;0\;0}{9\;13\;13}$, exibit $\frac{1\;1\;1}{9\;13\;13}$ unius integri pro quesita diuisione.

Addictio de $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{2}{5}$ 171.

Si uero $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{2}{5}$ 171 addere uolueris, describe numeros ut prediximus; et multiplica 13 per 4, et adde 3, que sunt super 4, erunt quarte 55; quas multiplica per 5, que sunt sub uirgula post 171, erunt uigesime 275, quas pone super $\frac{3}{4}$ 13: et multiplica 171 per suam uirgulam, scilicet per 5 et adde 2, erunt quinte 857; quas multiplica per 4, que sunt sub uirgula post 13, erunt uigesime 3428, quas pone super $\frac{2}{5}$ 171: deinde adde 275 cum 3428, erunt XXe 3703; quas diuide per ruptos, scilicet per 4 et per 5, qui sunt sub uirgulis utriusque numeri, exibunt $\frac{1\;1}{2\;10}$ 185 pro quesita iunctione.

Probatio suprascripte iunctionis.

Que iunctio, si recta est, ita per 7 cognoscitur: pensa de 13, que est 6, per 4 multiplica, et de super adde 3, que sunt super 4, erunt 27; quorum pensa que est 6 iterum per 5, que sunt sub uirgula multiplica, erunt 30, quorum pensa que est 2 est pensa de 275. Similiter studeas reperire pensam de 3428 per ipsorum originem sic. Pensam de 171, que est 3, per septenarium multiplica per 5, que sunt sub uirgula, et adde 2 que sunt super 5, erunt 17; quorum pensa que est 3 multiplica per 4, que sunt sub uirgula, erunt 12, quorum pensa que est 5 debet esse pensa de 3428: et quia scimus recte processisse, cum habuimus ipsa 3428 ita est: quam pensam pone super 3428; deinde adde pensam de 275, uidelicet 2 cum pensa de 3428, scilicet cum 5, erunt 7; quorum pensam, que est 0, habeas pro pensa summe iunctionis.

De eorumdem additione.

Potes enim prescriptam iunctionem aliter inuenire, uidelicet ut addas 13 cum 171, erunt 184; et $\frac{3}{4}$ cum $\frac{2}{5}$, erit $\frac{1\;1}{2\;10}$ 1; que adde cum 184, erunt $\frac{1\;1}{2\;10}$ 185, ut per eorum iunctionem repertum est.

Extractio de $\frac{3}{4}$ 13 de $\frac{2}{5}$ 171.

Et si $\frac{3}{4}$ 13 de $\frac{2}{5}$ 171 extrahere uolueris, extrahe 275 de 3428, remanent 3153; que diuide per ruptos, exibunt $\frac{1\;6}{2\;10}$ 157 pro residuo quesite extractionis.

Quod residuum, si rectum sit, ita per 7 cognoscitur: pensam de 275, que est 2, de pensa de 3428, que est 5, extrahe; residuum uero, quod est 3, habeas pro pensa de $\frac{1\;6}{2\;10}$ 157.

Possumus enim $\frac{3}{4}$ 13 aliter de $\frac{2}{5}$ 171 extrahere, uidelicet ut extrahas 13 et $\frac{3}{4}$ de 171, remanet $\frac{1}{4}$ 157; cum quibus adde $\frac{2}{5}$, erunt $\frac{1}{4}\frac{2}{5}$ 157, hoc est $\frac{1\;6}{2\;10}$ 157.

Diuisio $\frac{2}{5}$ 171 per $\frac{3}{4}$ 13.

Et si $\frac{2}{5}$ 171 per $\frac{3}{4}$ 13 diuidere uolueris, diuide 3428 per regulam de 275, que est $\frac{1}{5}\frac{0}{5}\frac{0}{11}$,

Digitized by Google

exibunt $\frac{3\ 0\ 3}{5\ 5\ 11}$ 12 pro quesita diuisione, quorum pensa debet esse 5 per 7, sicut est de 3428, que diuiduntur. Et si $\frac{3}{4}$ 13 per $\frac{2}{5}$ 171 diuidere uolueris, diuide 275 per regulam de 3428, que est $\frac{1\ 0}{4\ 857}$, exibunt $\frac{2\ 67}{4\ 857}$ unius integri, quorum ruptorum pensa per septenarium est 2, sicuti fuit de 275.

Addictio de $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231.

Item si uolueris addere $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231, describe numeros ut hic ostenditur. Et quamuis hanc iunctionem per suprascriptum modum facere possis; tamen propter comitatem quam habent $\frac{5}{6}$ cum $\frac{2}{9}$, qualiter hoc cum euitatione fieri debeat, indicemus. Multiplicabis itaque 14 per 6, et addes 5, erunt sexte 89; quas multiplica per 3, scilicet per tertiam partem de 9 propter comitatem quam habet 6 cum 9, erunt xviii.me 267, quas pone super $\frac{5}{6}$ 14, et proba eas per pensam quamlibet: est enim pensa ipsarum 7 per 13, quam pone super 267: deinde multiplica 231 per 9 et adde 2, erunt none 2081; quas multiplica per tertiam de 6, hoc est per 2, erunt similiter xviii.me 4162, quas pone super $\frac{2}{9}$ 231, et super eas pone pensam ipsarum inuentam similiter per | 13, que est 2: post hec adde 267 cum 4162, erunt 4429; que diuide per unum ex ruptis qualem uolueris, et per partem comitatis alterius, hoc est aut diuides per 6 et per tertiam de 9, scilicet per 3, aut diuides per 9 et per tertiam de 6, uidelicet per 2, exibunt $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ 246 pro quesita iunctione, cuius summe pensa est 9 per 13, que exit ex iunctione pense de 267, que est 7, et de 4162, que est 2. Et ut hec intelligibilius fiant, diuide 6 et 9 per comitatem eorum, scilicet per 3, exibunt 2 et 3: pone itaque 2 sub 6 et 3 sub 9; et multiplica inuenta 89 per 3 posita sub 9, et 2081 per 2 posita sub 6, et habebis numeros suprascriptos, quorum additionem diuide per unum ex numeris, qui sunt sub uirgis, et per numerum positum sub alio, scilicet per 6 et per 3, uel per 9 et per 2. Potes enim aliter $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231 addere, uidelicet ut addas primum 14 cum 231, erunt 245; deinde adde $\frac{5}{6}$ cum $\frac{2}{9}$ erit $\frac{1}{18}$ 1, que adde cum 245, erunt $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ 246, ut superius per priorem modum reperta sunt.

fol. 20 verso.

° 13 que est .... sub alio 2 (fol. 20 verso, lin. 1-6; pag. 73, lin. 14-23).

(2)	(7)
4162	267
$\frac{2}{9}$ 231	$\frac{5}{6}$ 14
3	2
$\frac{1\ 0}{2\ 9}$ 246	

Extractio $\frac{5}{6}$ 14 de $\frac{2}{9}$ 231.

Et si $\frac{5}{6}$ 14 de $\frac{2}{9}$ 231 extrahere uolueris, extrahes 267 de 4162, remanebunt 3895, quorum pensa est 8 per 13, que sic reperitur: scilicet cum non possis extrahere 7, que sunt pensa de 267, de pensa de 4162, hoc est de 2, debes addere numerum pense, uidelicet 13 cum 2 prescriptis, faciunt 15; de quibus extrahe predictam 7, remanent 8 pro pensa de 3895, ut prediximus: diuides itaque 3895 per $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ suprascripta ratione exibunt $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ 216 pro residuo dicte extractionis.

Aliter extrahe 14 de $\frac{2}{9}$ 231, remanent $\frac{2}{9}$ 217, de quibus extrahes $\frac{2}{9}$ 1: cum non possis $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{9}$ extrhare, remanebunt 216; et extrahes $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{9}$ 1, faciens xviii.as ex eis, remanebunt $\frac{7}{18}$; quibus additis cum 216, faciunt $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ 216, ut superius reperta sunt.

Diuisio de $\frac{2}{9}$ 231 per $\frac{5}{6}$ 14.

Uerum si $\frac{2}{9}$ 231 per $\frac{5}{6}$ 14 diuidere uolueris, diuide 4162 per regulam de 267, exibunt $\frac{1\ 32}{2\ 89}$ 15 pro quesita diuisione.

Diuisio de $\frac{5}{6}$ 14 per $\frac{2}{9}$ 231.

Item si $\frac{5}{6}$ 14 diuidere uolueris per $\frac{2}{9}$ 231, diuide 267 per regulam de 4162, exibunt $\frac{1}{2}\,\frac{133}{2081}$ pro quesita diuisione.

Digitized by Google

Additio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 *cum* $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322.

Item si $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 cum $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 addere uolueris, describe numeros ut hic ostenditur; et multiplica 15 per suas uirgulas, scilicet per 3, et adde 1; que per 4 et adde multiplicationem de 1, quod est super 4 in 3, erunt XIIe 187; quas multiplica per numeros qui sunt sub uirgulis post 322, scilicet per 5 et per 7, erunt quadrigentesime uigesime 6545, quas pone super $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15: deinde multiplica 322 per suas uirgulas, erunt trigesime quinte 11296; quas multiplica per numeros qui sunt sub uirgulis post 15, erunt quadrigentesime uigesime 135552, quas pone super $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322: deinde adde 6545 cum 135552, erunt CCCCXX. 142097; quas diuide per 420, hoc est per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, et aptabis ipsos, exibunt $\frac{5\ 1\ 3}{6\ 7\ 10}$ 338 pro quesita iunctione, cuius pensa est 10 per 11.

Aliter iunge 15 cum 322, erunt 337; et adde $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$, secundum quod docuimus in secunda parte huius capituli, erit $\frac{5\ 1\ 3}{6\ 7\ 10}$ 1; que adde cum 337, erunt $\frac{5\ 1\ 3}{6\ 7\ 10}$ 338, ut prediximus.

Extractio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 *de* $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322.

Et si $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 de $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 extrahere uolueris, extrahe 6545 de 135552, remanebunt 129007, que diuides suprascripta demonstratione per $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 7\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 4\ 1}{6\ 7\ 10}$ 307 pro residuo quesite extractionis.

Aliter extrahe 15 de 332, remanebunt 307; et extrahe $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$, remanebunt $\frac{1\ 4\ 1}{6\ 7\ 10}$; que adde cum 307, erunt $\frac{1\ 4\ 1}{6\ 7\ 10}$ 307, ut prediximus. Verum si $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 per $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 diuidere uolueris, diuide 135552 per regulam de 6545, exibunt $\frac{2\ 6\ 0\ 12}{5\ 7\ 11\ 17}$ 20 pro quesita diuisione.

Diuisio $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 *per* $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322.

Item si $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 15 per $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ 322 diuidere uolueris, diuide 6545 per regulam de 135552, exibunt $\frac{5\ 2\ 0\ 17}{6\ 8\ 8\ 353}$ pro quesita diuisione: et sic secundum prescriptum modum quoslibet numeros cum duobus ruptis addere, et extrahere, et diuidere potes: tamen alias quasdam questiones, ex quibus euitare possumus comitatem regule ruptorum, ad presens proponimus demonstrare.

Additio $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 *cum* $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 422.

Si uolueris addere $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 cum $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 422, descriptis numeris, multiplica primum 16 per
fol. 34 recto suas uirgulas, erunt | XXe 339; quas cum debeas multiplicare per 5 et per 9, que sunt sub aliis uirgulis non multiplicabis nisi tantum per 9 propter aliam 5, que sunt sub uirgula post $\frac{3}{4}$ 16, erunt C^e LXXXme 3051, quas serua super $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16: deinde multiplica 442 per suas uirgulas, erunt XLV^te 19931, quas multiplica tantum per 4, que sunt sub uirgula post 16: quare relinques quod non multiplicare (*sic*) per 5 supradicta ratione, erunt similiter C^e LXXXe 79724, quas pone super $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442: deinde adde 3051 cum 79724, erunt C^e LXXXe 82775, quas diuide per 180 uel per omnes numeros qui sunt sub uirgis, preter quam per unum ex duobus quinariis: quia sicuti relinquuntur quinque in multiplicatione unius cuiusque duorum numerorum prescriptorum, ita debent relinqui in diuisione summe iunctionis ipsorum: ergo diuide 582775 per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 5\ 9}$, et euitabis inde $\frac{1}{5}$, exibunt $\frac{3\ 7}{4\ 9}$ 459 pro quesita iunctione.

Uel potes addere integra cum integris, et quintam cum quintis, et $\frac{3}{4}$ cum $\frac{1}{9}$, ut in precedentibus docuimus; et habebis similiter summam eiusdem iunctionis.

Extractio $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 *de* $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442.

Iterum si $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 de $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442 extrahere uolueris, extrahes 3051 de 79724, remanebunt 76673: quesita ratione diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 9\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 5\ 9}{2\ 9\ 10}$ 425 pro residuo quesite extractionis:

Digitized by Google

uel extrahe $\frac{1}{5}$ 16 de $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442, remanet $\frac{1}{9}\frac{1}{5}$ 426; et tunc extrahes $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{9}\frac{1}{5}$, si possibile esset. Sed quia possibile non est, extrahe $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$1 de $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$426, remanent 425: deinde extrahes $\frac{3}{4}$ de prescripto $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$1, remanebunt $\frac{1\;5\;9}{2\;9\;10}$ amplius de 425 pro eodem residuo.

Rvrsus si $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442 per $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 diuidere uolueris, diuide 79724 per regulam de 3051, exibunt $\frac{2\;6\;11}{3\;9\;113}$ 26 pro quesita diuisione. Et si $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 per $\frac{1}{9}\frac{4}{5}$ 442 diuidere uolueris, diuide 3051 per regulam de 79724, exibunt $\frac{2\;762}{4\;19931}$ pro quesita diuisione.

Additio $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 *cum* $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523.

Si uero $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 cum $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523 addere uolueris, descriptis numeris, multiplica 5 per 6, que sunt sub uirgis, erunt 30; et 9 per 10, que sunt sub aliis uirgis alterius lateris, erunt 90: tene 30 in manu dextera, et 90 in sinistra, et diuide ea per maiorem cumitatem quam habent ad inuicem, scilicet per 30, exibit 1 in manu dextera et 3 in sinistra. Pone ergo 1 sub $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ et 3 sub $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$, ut in questione iacent: et multiplica 17 per suas uirgas, erunt 527 xxx^{e}; quas multiplica per 3 posita sub $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$, erunt 1581 nonagesime, quas pone super $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17: deinde multiplica 523 per suas uirgas, erunt similiter nonagesime 47149; quas multiplica per 1 positum sub $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, erunt similiter 47149 nonagesime; quas pone super $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523, et adde ea cum 1581, erunt 48730, que diuide per numeros qui sunt sub uirgis unius lateris, et per numerum positum sub uirgis alterius, hoc est per 5, et per 6, et per 3, uel per 9, et per 10, et per 1; et sic cadet diuisio in 90: quia opportet ut summa predicta nonagesimarum reintegretur, exibunt pro quesita iunctione $\frac{4}{9}$ 541: hunc enim modum studeas tenere in omnibus similibus, cum sit precautior ceteris et melior.

Et si $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 de $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523 extrahere uolueris, extrahes quidem 1581 de 47149; residua uero que sunt 45568, diuides suprascripta ratione per $\frac{10}{910}$, exibunt $\frac{42}{59}$ 506 pro residuo quesite extractionis. Vel extrahes 17 de 523, remanebunt 506; et extrahes $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$, remanebunt $\frac{42}{59}$, ut prediximus.

Diuisio de $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523 *per* $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17.

Nam si $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523 per $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 diuidere uolueris, diuides 47149 per 1581: et si diuiseris 1581 per 47149, habebis diuisionem de $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 in $\frac{4}{10}\frac{7}{9}$ 523, ut in precedentibus singulariter demonstrauimus.

« Si uolueris.....pro quesita » (fol 31 recto, lin. 33-39; pag 73, lin. 31-39).

Incipit pars quinta de additatione et extratione seu diuisione partium numerorum integrorum cum ruptis.

Si uolueris addere $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$ 29 cum $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{9}$ 128, describes numeros ut hic ostenditur; et multiplica 29 per 5 et adde 2, erunt 147; que multiplica per 3, que sunt super 4, erunt 441; que multiplica per 7 et per 9, que sunt sub uirgula alterius numeri, erunt 27783, que pone super $\frac{2}{5}$ 29, quorum pensa est 8 per 11, que reperitur secundum quod multiplicauimus: deinde multiplica 128 per 9, et adde 2; que per 5, que sunt super 7, erunt 5770; que multiplica per 5, et per 4 que sunt sub uirgulis alterius primi numeri, erunt 115400, que pone super $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$; et est pensa ipsorum 10 per 11: adde ergo 27783 cum 115400, erunt 143183; que diuide per omnes ruptos, scilicet per $\frac{1\;0\;0\;0}{4\;5\;7\;9}$, exibunt $\frac{1\;2\;3\;6}{2\;7\;9\;10}$ 113 pro quesita | iunctione.

(10)	(8)
115400	27783
$\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$	$\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$

addictio

$\frac{1\;2\;3\;6}{2\;7\;9\;10}$ 113

extractio

$\frac{1\;2\;3\;5}{2\;7\;9\;10}$ 69

fol. 31 verso.

Extratio de $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$.

Et si $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ extrahere uis de $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$, extrahes 27783 de 115400, remanent 87617; que similiter diuide per $\frac{1\;0\;0\;0}{2\;7\;9\;10}$, exibunt $\frac{1\;2\;3\;5}{2\;7\;9\;10}$ 69 pro residuo quesite extractionis.

Digitized by Google

Diuisio de $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{3}{7}$ per $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{1}{4}$.

« Rursus .... diuisione » (fol. 31 verso, lin. 4-8; pag. 76, lin. 2-6).

diuisio maioris per minorem
$\frac{3\ 0\ 2\ 2\ 4}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$ 4
diuisio minoris per maiorem
$\frac{1\ 1\ 9\ 1\ 2\ 2}{2\ 10\ 10\ 5\ 7\ 7}$

Rvrsus si $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{3}{7}$ per $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{1}{4}$ diuidere uolueris, repertis prescriptis numeris, scilicet 27783 et 115400, studeas inuenire regulam de 27783, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$; et diuide per ipsam 115400, exibunt $\frac{3\ 0\ 2\ 2\ 4}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$ 4 pro quesita diuisione.

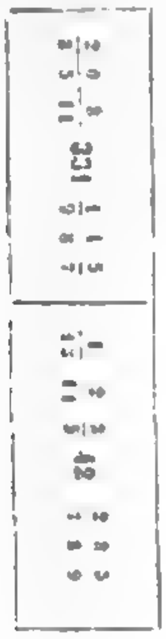
Adhuc si $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{5}$ 29 per $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{9}$ 128 diuidere uolueris, diuides 27783 per regulam de 115400, exibunt $\frac{1\ 1\ 9\ 1\ 2\ 2}{2\ 10\ 10\ 5\ 7\ 7}$ pro quesita diuisione.

« 33 per 9 .... 16165 » (fol. 31 verso, lin. 10-18; pag. 76, lin. 8-23).

(0)	(7)
3152175	884488
$\frac{4}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$	$\frac{25}{79}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$
pensa est per 13	(7)
$\frac{2\ 2\ 4\ 8\ 6}{4\ 7\ 9\ 10\ 11}$ 145	

Si autem $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{7}\frac{5}{9}$ 33 cum $\frac{13}{47}$ de $\frac{4}{11}\frac{5}{6}$ 244 addere uolueris, describes numeros, ut hic ostenditur; et multiplica 33 per 9, et adde 5 que sunt super 9; que per 7, et adde 2, erunt L^{e}XIIIe 2116. Item multiplica 3, que sunt super 4 per 5, et 1, quod est super 5, per 4, et adde insimul erunt XXe 19; quas multiplica per LX^{ta}III^{ta} 2116 inuentas, erunt M.^{e}CC.^{e}LXe 40204, quarum pensa per 13, ut multiplicauimus, accepta est 8; quem numerum, scilicet 40204, cum debeas ipsum multiplicare per omnes ruptos, qui sunt sub uirgulis alterius lateris, scilicet per 7 et per 4, que sunt sub prima uirgula illius lateris, et per 6 et per 11, relinques primum quod non multiplicabis per 7, nec per 4 propter 7 et 4, que sunt sub uirgulis primi lateris. Et relinques iterum quod non multiplicabis per 3, que sunt in regula de dictis 6 propter 3, que sunt in regula de 9, que 9 sunt sub ultima uirgula primi lateris. Ergo multiplicabis 40204 per 2, que remanent de uirgula dictorum 6 et per 11, hoc est in una multiplicatione per 22, erunt XX^{e}VIIe.DCC^{e}.XXe 884488; quas pone super $\frac{25}{79}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$, et desuper pone pensam ipsarum que est 7. Deinde multiplica 244 per 6, que sunt sub uirgula, et adde 5 que sunt super 6, erunt sexte 1469; quas multiplica per 11, et super adde multiplicationem de 4, quod est super 11 in 6, erunt LXX^{e}I^{e} 16163; quarum pensa similiter per 13 est 6. Item multiplica 3, que sunt super 7, per 4, et adde 1, quod est super ipsa 4, erunt XXe.VIIIe 13; quas multiplica LX.^{ta} VI.^{ta} 16165, erunt Me DCCC.^{e} XL.^{e}VIIIe 210145. Quas cum debeas multiplicare per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis primi lateris, relinques suprascriptis dispositis quod non multiplicabis ex eis, nisi tantum per 3, que remanent de regula de 9, et per 5, hoc est in una multiplicatione per 15, erunt similiter .XXe VIIe DCC.^{e} XXe 3152175, sicuti fuerunt ille alterius lateris. Quas pones iterum super $\frac{4}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$, et desuper pone earum pensam que est 0: deinde adde 884488 cum 3152175, erunt 4036663, que diuides per omnes ruptos unius cuiuslibet lateris, et per ruptos qui accipiuntur in multiplicatione ex altero latere. Vt pote per 4, et per 5, et per 9, et per 7, que sunt in primo latere, et per 2, que sunt in regula de 6, et per 11 alterius lateris, que accipiuntur in multiplicatione primi numeri, uel per 7, et per 4, et per 6, et per 11, que sunt in secundo latere, et per 3, que sunt in regula de 9, et per 5, que sunt in altero latere, exibunt $\frac{2\ 2\ 4\ 8\ 6}{4\ 7\ 9\ 10\ 11}$ 145 pro quesita iunctione.

« sunt in regula .... sotto le linee » (fol. 31 verso, lin. 26; pag. 76, lin. 31).



Extratio de $\frac{1}{5}\frac{3}{4}\frac{25}{79}$ 33 de $\frac{4}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$.

Nam si de $\frac{13}{47}$ de $\frac{4}{11}\frac{5}{6}$ 244 uolueris extrahere $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ de $\frac{25}{79}$ 33, uel aliquem ipsorum per reliquum diuidere, reperies suprascripto modo et ordine prescripta 884488 et 3152175; et ex ipsis operabis secundum quod superius in hoc capitulo in extractione et diuisione docuimus.

Item si uolueris addere $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$ de $\frac{1}{13}\frac{2}{11}\frac{7}{3}$ 42 cum $\frac{1}{9}\frac{2}{8}\frac{3}{7}$ de $\frac{2\ 0\ 3}{5\ 5\ 11}$ 331, describe numeros ut hic ostenditur. Et incipias multiplicare 42 per suas uirgulas, que sunt ei retro, erunt 30644. Et accipe $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$, et multiplicas 5, que sunt super 9 per 8, et adde 3; que per 7, et adde 2, erunt 303; que multiplica cum 30644, erunt 9285132; que cum debeas multi-

Digitized by Google

plicare per omnes numeros, qui sunt sub omnibus uirgulis alterius lateris, scilicet per 7, et per 8, et per 9, que sunt sub tribus uirgulis illius lateris, et per 11, et per 5, et per 3, que sunt sub una uirgula, relinques quod non repetes ea, multiplicando que iterum sunt in hoc primo latere: ergo, relictis illis, restat quod non multiplicabis 9285132 ex prescriptis, nisi tantum per 3; que multiplicatio ascendit in 27855396, quem numerum pone super primum latus : deinde ut inuenias numerum alterius lateris, multiplicabis 331 per suam uirgulam, que est ei retro, erunt 54662. Et reperies numerum reliquarum suarum | trium uirgularum, scilicet de $\frac{1}{9}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{7}$, fiunt 470; per quem multiplica 54462, erunt 26183098: que cum debeas multiplicare per omnes numeros qui sunt sub omnibus uirgulis primi lateris, scilicet per 13, et per 11, et per 5, que sunt sub tribus uirgulis illius primi lateris, et per 7, et per 8, et per 9, que sunt sub alia uirgula, relinques quod non multiplicabis ex prescriptis, nisi tantum per 13 propter comitatem, quam habent rupti utriusque lateris ad inuicem. Multiplicatio itaque de 26183098 in 13 ascendit in 340380274, que ponas super secundum latus. Et adde ipsa cum numero posito super primum latus, scilicet cum 27855396, erunt 368235670, que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis primi lateris, et per 3 que sunt sub una uirgularum secundi lateris, hoc est sicuti multiplicauimus cum habuimus numerum primi lateris. Vel diuides ea per omnes ruptos qui sunt sub uirgulis secundi lateris, et per 13 que sunt sub una uirgularum primi lateris, hoc est secundum quod multiplicauimus cum habuimus numerum secundi lateris : ergo diuides ipsa per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 7\ 8\ 9\ 11\ 13}$, exibunt post huius uirgule aptationem $\frac{1\ 3\ 5\ 3\ 0\ 0}{2\ 6\ 7\ 9\ 11\ 13}$ 340 pro quesita iunctione, quorum pensa per 17 est 3. fol. 32 recto

Alia extratio.

Et si $\frac{1}{13}$ $\frac{2}{11}$ $\frac{2}{5}$ 42 $\frac{2\ 3\ 3}{7\ 8\ 9}$ extrahere uolueris de $\frac{2\ 0\ 8}{3\ 5\ 11}$ 331 $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{5}{7}$, reperies suprascripto ordine prescripta 27855396 et 340380274, extrahes minorem ipsorum de maiori, remanebunt 312524878; que diuides similiter suprascripte iunctionis ratione per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 7\ 9\ 10\ 11\ 13}$, exibunt $\frac{0\ 5\ 1\ 6\ 2\ 4\ 4}{2\ 6\ 7\ 9\ 10\ 11\ 13}$ 289 pro residuo quesite extractionis.

Nam si per regulam 27855396 diuiseris 340380274, habebis diuisionem maioris positi numeri per minorem: contrarium itaque reddit contrarium. Si uis addere $\frac{2\ 2}{5\ 9}$ cum $\frac{2}{9}$, fac eadem uirgula terminare in circulo ab alia parte; et habebis quesitum, scilicet $\frac{3\ 2}{5\ 9}$; que rediges ad partes unius numeri per doctrinam supradictam, erunt $\frac{16}{45}$, hoc est $\frac{1\ 2}{5\ 9}$. Et si $\frac{3\ 2}{5\ 9}$ de $\frac{2}{9}$ extrahere uis; si de $\frac{3\ 2}{5\ 9}$, hoc est de $\frac{2}{9}$, extraxeris $\frac{2\ 2}{5\ 9}$, nimirum $\frac{2\ 7}{5\ 9}$ remanebunt, hoc est $\frac{4}{45}$: uel accipe $\frac{2}{9}$ de 45, erunt 10; de quibus extrahe $\frac{3}{5}$ ipsorum, remanebunt 4; quibus diuisis per 45, habentur similiter $\frac{4}{45}$ pro residuo dicte extractionis. Similiter si $\frac{2\ 0}{4\ 6}$ uis extrahere de $\frac{1}{6}$, extrahe $\frac{3\ 0}{4\ 6}$ de $\frac{4\ 0}{4\ 6}$, scilicet de $\frac{1}{6}$, remanet $\frac{1\ 0}{4\ 6}$. Nam de quacumque re extrahuntur $\frac{3}{4}$ eiusdem rei remanere necesse est. Et si ex aliqua re extrahuntur $\frac{3}{5}$, ex eadem remanent $\frac{2}{5}$. Vnde si $\frac{3\ 4}{5\ 7}$ extraxeris, remanebunt $\frac{2\ 4}{5\ 7}$: et sic intelligas de omnibus similibus. Similiter si $\frac{4\ 5}{9\ 7}$ uis de $\frac{5}{7}$ extrahere, remanebunt $\frac{3\ 5}{9\ 7}$, scilicet $\frac{23}{63}$; quia de quacumque re extrahuntur $\frac{4}{9}$, ex eadem re $\frac{5}{9}$ remanere necesse est; cum $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{9}$ faciunt unum integrum.

Incipit pars sexta septimi capituli de disgregatione partium in singulis partibus.

In prima et in secunda parte huius capituli diuersorum numerorum partes in partes unius numeri aggregare docuimus. In hac uero plures partes unius numeri in singulas partes disgregare docemus, ut intelligibilius rupti cuiuslibet uirgule, que pars uel partes

Digitized by Google

sint unius integri cognoscere ualeas. Diuiditur enim hoc opus in septem distinctiones. Quarum prima est quando maior numerus, qui est sub uirgula, diuiditur per minorem, scilicet per ipsum, qui est sub uirgula. Cuius differentie regula est, ut diuidas maiorem per minorem; et habebis partem que minor est de maiori. Verbi gratia: uolumus scire de $\frac{3}{12}$ que pars sint unius integri: diuisis quidem 12 per 3, reddunt 4, pro quibus dicas $\frac{1}{4}$; et talis pars est $\frac{3}{12}$ ex uno integro. Eademque ratione $\frac{5}{20}$ sunt $\frac{1}{4}$ unius integri, $\frac{5}{100}$ sunt $\frac{1}{20}$; quia 100 diuisis per 5 reddunt 20, quod idem intelligas de similibus.

Diuiditur quidem hec differentia in tres partes, quarum prima est simplex, secunda composita, tertia reuoluta composita nominatur. Simplex est illa, de qua modo feci mentionem. Composita est quando simplex refertur ad partes alterius numeri, ut $\frac{2\,0}{4\,9}$: referuntur enim $\frac{2}{4}$ que sunt de prima differentia simplice ad partes de 9: quare pro $\frac{2\,0}{4\,9}$ habetur $\frac{1\,0}{2\,9}$, scilicet $\frac{1}{18}$, et pro $\frac{2\,0}{6\,9}$ habetur $\frac{1\,0}{3\,9}$, et pro $\frac{3\,0}{9\,10}$ habetur $\frac{1\,0}{3\,10}$; cum simpliciter $\frac{3}{9}$ sint $\frac{1}{3}$ composite cum $\frac{1}{10}$, erunt $\frac{1\,0}{3\,10}$, quod idem intelligas de similibus: prima reuoluta composita sunt $\frac{2\,0}{5\,9}$, cum sint ea ad $\frac{1\,0}{9\,5}$, que sunt $\frac{1\,0}{3\,5}$: similiter intelligas de $\frac{4\,0}{7\,8}$, que reuoluuntur in $\frac{4\,0}{8\,7}$, scilicet in $\frac{1\,0}{2\,7}$; et pro $\frac{5\,0}{9\,10}$ habentur $\frac{5\,0}{10\,9}$, scilicet $\frac{1\,0}{2\,9}$.

De secunda differentia. |

fol. 32 verso. Secunda differentia est quando maior numerus non diuiditur per minorem; sed de minori possunt fieri tales partes quod per quamlibet ipsarum maior diuiditur: cuius differentie regula est ut de minori facias partes, per quas maior diuidi possit; et diuidatur maior per unamquamque ipsarum partium, et habebis singulares partes, que minor fuerit ex maiore. Verbi gratia: uolumus disgregare $\frac{5}{6}$ in singulas partes unius integri: quia 6 non diuiduntur per 5, negatur $\frac{5}{6}$ ex prima esse differentia: sed quia 5 diuiduntur in duas partes, scilicet in 3 et in 2, per quamlibet quarum maior, scilicet 6, diuiditur, affirmatur esse $\frac{5}{6}$ de secunda esse differentia. Vnde diuisis 6 per 3 et per 2, reddunt 2 et 3; pro quibus 2 accipitur $\frac{1}{2}$, et pro 3 accipe $\frac{1}{3}$: ergo $\frac{5}{6}$ sunt $\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$ unius integri: uel aliter, disgregatis $\frac{5}{6}$ in $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{6}$, erit una queque illarum duarum uirgularum. De prima differentia, scilicet $\frac{3}{6}$, sunt $\frac{1}{2}$. Et $\frac{2}{6}$ sunt $\frac{1}{3}$ unius $\frac{5}{6}$ sunt $\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, ut prediximus. Similiter si $\frac{7}{8}$ resolueris in $\frac{4}{8}$, et in $\frac{2}{8}$, et in $\frac{1}{8}$, habebis $\frac{1}{2}$ pro $\frac{4}{8}$ et $\frac{1}{4}$ pro $\frac{2}{8}$ et $\frac{1}{8}$ pro $\frac{1}{8}$, hoc est per $\frac{7}{8}$, habebis $\frac{1}{8}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}$: habet enim hec secunda differentia similiter partem compositam et partem reuolutam compositam: de parte quidem composita sunt $\frac{3\,0}{4\,10}$; quia $\frac{3}{4}$ pro secunda differentia sunt $\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}$: quare per $\frac{3\,0}{4\,10}$ habentur composite $\frac{1\,0}{2\,10}$ et $\frac{1\,0}{4\,10}$, hoc est $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{40}$: similiter pro $\frac{5\,0}{8\,9}$ habentur $\frac{1\,0}{2\,9}$ et $\frac{1\,0}{8\,9}$; cum $\frac{5}{8}$ sint $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{8}$: sed pro $\frac{5\,0}{8\,10}$, cum sint de prima differentia reuoluta, non resolues in $\frac{1\,0}{2\,10}$ et $\frac{1\,0}{8\,10}$, cum per primam differentiam reuoluantur in $\frac{5\,0}{10\,8}$, que sunt $\frac{1\,0}{2\,8}$: et hoc continget propter comitatem quam habent 5, que sunt super 8; cum 10 de parte quidem reuoluta composita huius differentie sunt $\frac{3\,0}{5\,10}$, que reuoluuntur in $\frac{3\,0}{10\,5}$, que sunt $\frac{1\,0}{5\,5}$ et $\frac{1\,0}{10\,5}$, hoc est $\frac{1}{25}$ et $\frac{1}{50}$; quia $\frac{3}{10}$ simpliciter rediguntur in $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$: quare $\frac{3\,0}{10\,5}$ composite resoluentur in $\frac{1\,0}{5\,5}$ et in $\frac{1\,0}{5\,10}$: similiter pro $\frac{5\,0}{7\,8}$ habentur $\frac{5\,0}{8\,7}$, scilicet $\frac{1\,0}{2\,7}$ et $\frac{1\,0}{8\,7}$; et sic intelligas in similibus. Sed quia partes prime et secunde differentie pre ceteris in negotiationibus necessarias esse cognoscimus, in quibusdam tabulis disgregationes partium quorumdam numerorum ostendere presentialiter procuramus, quas cordetenus addiscere studeas, ut que in hac parte dicere uolumus, melius intelligas.

TABULA DISGREGATIONIS.

PARTES DE 6

1	de	6	est	$\frac{1}{6}$
2		$\frac{1}{3}$		
3		$\frac{1}{2}$		
4		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
5		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$

PARTES DE 8

1	de	8	est	$\frac{1}{8}$
2		$\frac{1}{4}$		
3		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{4}$
4		$\frac{1}{2}$		
5		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$
6		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
7		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 12

1	de	12	est	$\frac{1}{12}$
2				$\frac{1}{6}$
3				$\frac{1}{4}$
4				$\frac{1}{3}$
5		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{4}$
6				$\frac{1}{2}$
7		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$
8		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
9		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
10		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$
11		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 20

1	de	20	est	$\frac{1}{20}$
2				$\frac{1}{10}$
3			$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
4				$\frac{1}{5}$
5				$\frac{1}{4}$
6			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
7			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$
8				$\frac{2}{5}$
9			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
10				$\frac{1}{2}$
11			$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$
12			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$
13		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$
14			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
15			$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
16		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
17		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
18		$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
19		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 24

1	de	24	est	$\frac{1}{24}$
2				$\frac{1}{12}$
3				$\frac{1}{8}$
4				$\frac{1}{6}$
5			$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$
6				$\frac{1}{4}$
7			$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$
8				$\frac{1}{3}$
9			$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
10			$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
11			$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$
12				$\frac{1}{2}$
13		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
14			$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
15			$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
16			$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
17		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
18			$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
19		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
20			$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
21		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
22		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
23		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 60

1	de	60	est	$\frac{1}{60}$
2				$\frac{1}{30}$
3				$\frac{1}{20}$
4				$\frac{1}{15}$
5				$\frac{1}{12}$
6				$\frac{1}{10}$
7			$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{10}$
8			$\frac{1}{10}$ et	$\frac{1}{30}$
9			$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
10				$\frac{1}{6}$
11			$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{6}$
12				$\frac{1}{5}$
13			$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{6}$
14			$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{6}$
15				$\frac{1}{4}$
16			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
17			$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{4}$
18			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
19			$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{4}$
20				$\frac{1}{3}$
21			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$
22			$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{3}$
23			$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{3}$
24			$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$
25			$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
26			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$
27			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
28		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$
29		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$
30				$\frac{1}{2}$
31			$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{2}$
35			$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
40			$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
55			$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 100

1	de	100	est		$\frac{1}{100}$
2					$\frac{1}{50}$
3			$\frac{1}{100}$		$\frac{1}{50}$
4					$\frac{1}{25}$
5					$\frac{1}{20}$
6			$\frac{1}{50}$		$\frac{1}{25}$
7			$\frac{1}{50}$		$\frac{1}{20}$
8					$\frac{2}{25}$
9			$\frac{1}{25}$		$\frac{1}{20}$
10					$\frac{1}{10}$
15			$\frac{1}{20}$		$\frac{1}{10}$
20					$\frac{1}{5}$
25					$\frac{1}{4}$
30			$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{5}$
35			$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{4}$
40					$\frac{2}{5}$
45			$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{4}$
50					$\frac{1}{2}$
60					$\frac{3}{5}$
70			$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{2}$
75					$\frac{3}{4}$
80					$\frac{4}{5}$
85			$\frac{1}{10}$		$\frac{3}{4}$
95			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
96		$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
97		$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
98	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
99		$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Tertia differentia disgregationum.

Tertia quidem differentia est, cum uno plus maiori numero diuiditur per minorem; cuius differentie regula est, ut numerum qui fuerit plus maiori diuidas per minorem 3, quot ex diuisione exierit, talis pars unius integri erit minor de maiori, et insuper eadem pars partis, que 1 est de minori numero. Verbi gratia: uolumus facere singulares partes de $\frac{2}{11}$, que sunt ex hac differentia cum uno plus de 11, scilicet 12 diuidantur per 2, que sunt super uirgulam; ex qua diuisione cum eueniant 6, reddunt $\frac{1}{6}$, et insuper sextam partem de 11, scilicet $\frac{1\ 0}{6\ 11}$ pro singularibus partibus de $\frac{2}{11}$: eademque ratione pro $\frac{3}{11}$ habebis quartam et $\frac{1\ 0}{4\ 11}$, hoc est $\frac{1}{44}\ \frac{1}{4}$. Et pro $\frac{4}{11}$ habebis tertiam et $\frac{1\ 0}{3\ 11}$, hoc est $\frac{1}{33}\ \frac{1}{3}$; et pro $\frac{6}{11}$ habebis dimidium et $\frac{1\ 0}{2\ 11}$, hoc est $\frac{1}{22}\ \frac{1}{2}$; et pro $\frac{5}{19}$ habebis $\frac{1\ 1\ 0}{4\ 4\ 19}$, hoc est $\frac{1}{76}\ \frac{1}{4}$; cum 5 que sunt super 19 sint $\frac{1}{4}$ de 20, que sunt 1 plus 19: componitur etiam et bis tertia differentia, ut $\frac{2\ 0}{3\ 7}$, que sunt $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ et $\frac{1\ 0}{6\ 7}$; cum $\frac{2}{3}$ sint $\frac{1}{6}\ \frac{1}{2}$: similiter $\frac{4\ 0}{7\ 9}$ sunt $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ et $\frac{1\ 0}{14\ 9}$; quia $\frac{4}{7}$ sunt $\frac{1}{14}\ \frac{1}{2}$, et reuoluitur etiam hec eadem differentia, ut $\frac{3\ 0}{7\ 11}$ uel $\frac{3\ 0}{7\ 8}$: nam $\frac{3\ 0}{7\ 11}$ sunt $\frac{3\ 0}{11\ 7}$, que $\frac{3}{11}$ per tertiam differentiam sunt $\frac{1}{44}\ \frac{1}{4}$: quare $\frac{3\ 0}{11\ 7}$ sunt $\frac{1\ 0}{4\ 7}$ et $\frac{1\ 0}{44\ 7}$: similiter $\frac{3\ 0}{7\ 8}$ reuoluuntur in $\frac{3\ 0}{8\ 7}$, que sunt ex duabus differentiis compositis, scilicet ex secunda et ex tertia. Secundum quidem secundam differentiam compositam $\frac{3\ 0}{8\ 7}$ sunt $\frac{1\ 1\ 0}{8\ 4\ 7}$, scilicet $\frac{1\ 0}{4\ 7}$ et $\frac{1\ 0}{8\ 7}$, secundum quoque tertiam differentiam compositam $\frac{3\ 0}{8\ 7}$ sunt $\frac{1\ 1\ 0}{3\ 24\ 7}$; cum pro $\frac{3}{8}$ habeantur $\frac{1}{24}\ \frac{1}{3}$; et hoc idem intelligas de similibus.

De eadem differentia.

Svnt enim ex hac eadem differentia quando de minori numero, qui est super uirgulam, possunt fieri due partes, per quamlibet quarum uno plus maiori integraliter diuiditur, ut $\frac{8}{11}$ et $\frac{9\ \ 9}{11\ 11}$: nam de $\frac{8}{11}$ possunt fieri due partes, scilicet $\frac{6}{11}$ et $\frac{2}{11}$: unde pro $\frac{6}{11}$ habemus, secundum hanc rationem, duas singulares partes, scilicet $\frac{1}{22}\ \frac{1}{2}$; et pro $\frac{2}{11}$ habemus $\frac{1}{66}\ \frac{1}{6}$: ergo pro $\frac{8}{11}$ habemus $\frac{1}{66}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{2}$: similiter pro $\frac{9}{11}$, quare soluuntur in $\frac{6}{11}$ et in $\frac{3}{11}$, habemus $\frac{1}{44}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$; et pro $\frac{10}{11}$ habemus $\frac{1}{33}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; cum 10 que sunt super 11 sint $\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ de 12; que 12 sunt uno plus quam 11, que sunt sub uirgula.

De quarta differentia disgregationis.

Qvarta differentia est quando maior est sine regula, et uno plus maiori diuiditur per 1 minus minori, ut $\frac{5}{11}$ et $\frac{7}{11}$: huius differentie regula est ut extrahas 1 de minori, ex qua facies unam singularem partem unius integri, uidelicet talem qualis fuerit numerus, qui est sub uirgula; et tunc remanebunt tibi partes tertie differentie: ut si de $\frac{5}{11}$ extraxeris $\frac{1}{11}$, remanebunt $\frac{4}{11}$; pro quibus $\frac{4}{11}$ habebis singulares partes per tertiam
fol. 33 verso. differentiam, | $\frac{1}{33}\ \frac{1}{3}$; cum quibus addita $\frac{1}{11}$ suprascripta, reddunt $\frac{1}{33}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{3}$: eademque ratione pro $\frac{7}{11}$ habebis $\frac{1}{22}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{2}$, et pro $\frac{3}{7}$ habebis $\frac{1}{28}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{4}$, et pro $\frac{6}{19}$ habebis $\frac{1}{76}\ \frac{1}{19}\ \frac{1}{4}$, et pro $\frac{7}{29}$ habebis $\frac{1}{5}\ \frac{1}{29}\ \frac{1}{5}$, hoc est $\frac{1}{145}\ \frac{1}{29}\ \frac{1}{5}$.

De quinta differentia.

Qvinta differentia est cum maior numerus fuerit par duo plus maiori diuiduntur per 2 minus maiori: huius differentie regula est, ut de minori numero extrahas 2, que 2 erunt ex prima differentia; residuum uero erit de tertia ut $\frac{11}{26}$: ex quibus si extraxeris $\frac{2}{26}$, que sunt $\frac{1}{13}$ secundum regulam prime differentie, remanent $\frac{9}{26}$, que sunt $\frac{1\ 0}{3\ 26}\ \frac{1}{3}$, hoc est $\frac{1}{78}\ \frac{1}{3}$; cum quibus adde $\frac{1}{13}$, erunt $\frac{1}{78}\ \frac{1}{13}\ \frac{1}{3}$ pro singularibus partibus de $\frac{11}{26}$: eademque ratione pro $\frac{11}{62}$ habebis $\frac{1\ 0}{7\ 62}\ \frac{1}{31}\ \frac{1}{7}$.

Digitized by Google

De sexta differentia.

Sexta differentia est quando maior numerus diuiditur integraliter per 3, et uno plus maiori diuiditur per 3 minus minori, ut $\frac{17}{27}$: cuius regula est, ut ex ipsis partibus extrahes tres partes, hoc est quod de minori extrahes 3; que tres partes erunt de prima differentia, reliqua uero erunt de tertia: ut si de $\frac{17}{27}$ extraxeris $\frac{3}{27}$, que sunt $\frac{1}{9}$ secundum primam differentiam rei, et $\frac{14}{27}$ que per tertiam differentiam sunt $\frac{1}{54}\ \frac{1}{2}$; cum quibus addita $\frac{1}{9}$ suprascripta, erunt $\frac{1}{54}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$ pro partibus de $\frac{17}{27}$. Eademque ratione pro $\frac{20}{33}$ habebis $\frac{1}{66}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{2}$.

De septima differentia.

Septima differentia est quando nulla suprascriptarum differentiarum contingit, cuius regula est multum utilis: per hanc enim quarundam suprascriptarum differentiarum partes melius quam per ipsarum regulas quandoque inueniuntur, uidelicet partes secunde, et quarte, et quinte, et sexte differentie. Vnde partes ipsarum quattuor differentiarum per hanc septimam regulam semper sunt repetende, ut possis pulchriores partes uel per ipsorum regulas, uel per hanc subtilius reperire: est huius differentie regula, ut diuidas maiorem numerum per minorem; et cum ipsa diuisio integra non fuerit, considera inter quos duos numeros illa diuisio ceciderit: si inter 3 et 4 ceciderit, scies quia minor numerus de maiori est minus quam $\frac{1}{3}$, et plus quam $\frac{1}{4}$ ipsius: et si inter 4 et 5 ceciderit, erit minus $\frac{1}{4}$ et plus quam $\frac{1}{5}$; et sic intelligas de omnibus duobus numeris, inter quos illa diuisio ceciderit: deinde accipe maiorem partem, que minor numerus fuerit de maiori; et residuum quod inde remanebit serua: quod si fuerit ex aliqua suprascriptarum differentiarum, operare per eam; et si illud residuum non fuerit ex aliqua suprascriptarum differentiarum, tunc ex ipso residuo accipies maiorem partem; et hoc facies, donec remanebunt partes alicuius suprascriptarum differentiarum, uel donec habueris omnes singulares partes, que minor fuerit de maiori. Verbi gratia: uolumus singulares partes de $\frac{4}{13}$ facere: diuisio quidem de 13 in 4 cadit inter 3 et 4; quare $\frac{4}{13}$ unius integri sunt minus de $\frac{1}{3}$ unius integri, et plus quam $\frac{1}{4}$: quare cognoscimus quod $\frac{1}{4}$ est maior singularis pars, que de $\frac{4}{13}$ accipi potest. Nam $\frac{13}{13}$ faciunt unum integrum; quare quarta pars eorum, scilicet $\frac{1\ \ 3}{4\ 13}$, est $\frac{1}{4}$ unius integri: quare extrahe $\frac{1\ \ 3}{4\ 13}$ de $\frac{4}{13}$, remanebunt $\frac{3\ \ 0}{4\ 13}$, que per secundam differentiam sunt $\frac{1\ 1\ \ 0}{4\ 2\ 13}$, hoc est $\frac{1}{52}\ \frac{1}{26}$: uel quia $\frac{3\ \ 0}{4\ 13}$ sunt $\frac{3}{52}$, que per secunde differentie regulam sunt similiter $\frac{1}{52}\ \frac{1}{26}$; ergo pro $\frac{4}{13}$ habemus tres singulares partes, scilicet $\frac{1}{52}\ \frac{1}{26}\ \frac{1}{4}$. Aliter partes de $\frac{3}{52}$ per hanc septimam regulam potes reperire. Videlicet ut diuidas per 3, exeunt 17 et plus: quare $\frac{1}{18}$ est maior pars, que in $\frac{3}{52}$ sit. Vnde diuisis 52 per 18, exeunt $\frac{8}{9}2$; quibus extractis de 3, remanet $\frac{1\ \ 0}{9\ 52}$, scilicet $\frac{1}{468}$: ergo pro $\frac{3}{52}$ habemus $\frac{1}{468}\ \frac{1}{18}$; quare pro $\frac{4}{13}$ habemus $\frac{1}{468}\ \frac{1}{18}\ \frac{1}{4}$.

Item sic facies singulares partes de $\frac{9}{61}$: diuide 61 per 9, exibunt 6 et amplius; quare habebis $\frac{1}{7}$ pro maiori singulari parte de $\frac{9}{61}$: diuides itaque 61 per 7, exibunt $\frac{5}{7}8$, que sunt sexagesime prime; quas extrahe de $\frac{9}{61}$, remanebunt $\frac{2\ \ 0}{7\ 61}$, hoc est $\frac{2}{427}$, que $\frac{2}{427}$ sunt $\frac{1}{214}$ et $\frac{1\ \ \ \ 0}{214\ 427}$ secundum tertiam differentiam: ergo $\frac{9}{61}$ sunt $\frac{1\ \ \ \ 0}{214\ 427}\ \frac{1}{214}\ \frac{1}{7}$ unius integri, ut pro $\frac{2\ \ 0}{7\ 61}$ habentur per tertiam compositam differentiam $\frac{10}{461}$ et $\frac{1\ \ 0}{78\ 61}$: quare pro $\frac{9}{61}$ habentur $\frac{1}{4308}\ \frac{1}{214}\ \frac{1}{7}$.

Item hunc eundem modum de $\frac{17}{29}$ uolumus demonstrare. Diuisis quidem 29 per 17, exiit 1, et amplius; quare cognoscimus $\frac{17}{29}$ magis esse medietate unius integri: et notandum est quia tres tertie, uel quattuor quarte, uel $\frac{5}{5}$, uel $\frac{6}{6}$ faciunt unum integrum: si-

militer $\frac{29}{29}$ faciunt unum integrum; ex quibus si acceperimus medietatem, scilicet $\frac{1}{2}\frac{14}{29}$, et extraxerimus eas de $\frac{17}{29}$, remanebunt $\frac{1}{2}\frac{2}{29}$, hoc est $\frac{5}{58}$: quare $\frac{17}{29}$ sunt $\frac{5}{58}\frac{1}{2}$, de quibus $\frac{5}{58}$ oportet facere singulares partes, scilicet per hanc eandem differentiam: quare diuide 58 per 5, exibunt 11 et amplius. Vnde cognoscitur quod $\frac{1}{12}$ est maior singularis pars, que sit in $\frac{5}{58}$: unde accipiatur $\frac{1}{12}$ de $\frac{58}{58}$, scilicet de integro, erunt $\frac{5}{6}\frac{4}{58}$, a quibus usque in $\frac{5}{58}$ deest $\frac{1}{6}\frac{0}{58}$, hoc est $\frac{1}{348}$; et sic habebis pro $\frac{17}{29}$ tres singulares partes, scilicet $\frac{1}{348}\frac{1}{12}\frac{1}{2}$.

fol. 31 recto.

Regula uniuersalis in disgregatione partium numerorum.

Est enim in similibus quedam alia uniuersalis regula, scilicet ut inuenias numerum, qui habeat in se multas regulas, ut 12, uel 24, uel 36, uel 48, uel 60, uel quemlibet alium numerum, qui sit maior medietati numeri existenti sub uirgula, uel minor duplo ipsius: ut pro prescriptis $\frac{17}{29}$ accipiamus 24, que sunt plus medietate de 29; et multiplica igitur 17, que sunt super uirgulam per 24, erunt 408; que diuide per 29 et per 24, exibunt $\frac{2}{29}\frac{14}{24}$: deinde uide de 14, que partes sunt de 24: sunt enim $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ uel $\frac{1}{12}\frac{1}{2}$, quas serua pro partibus de $\frac{17}{29}$; et uide iterum de 2 que sunt super 29, que partes sint de 24: sunt enim $\frac{1}{12}$ ipsorum, pro quo habebis $\frac{1}{12}\frac{0}{29}$ in eisdem partibus de $\frac{17}{29}$; quia $\frac{2}{29}$ de $\frac{1}{24}$ equantur $\frac{2}{24}$ de $\frac{1}{29}$, que sunt $\frac{1}{12}\frac{0}{29}$, scilicet $\frac{1}{348}$: ergo pro $\frac{17}{29}$ habebis $\frac{1}{348}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{348}\frac{1}{12}\frac{1}{2}$, ut superius inuenimus.

Item si multiplicaueris 17, que sunt super 29 per 36, sicuti multiplicasti ea per 24, et diuiseris similiter per 29 et per 36, exibunt $\frac{3}{29}\frac{21}{36}$, que 21 sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; uel $\frac{1}{12}\frac{1}{2}$ de 36 et 3, que sunt super 29, sunt $\frac{1}{12}$ de 36: et cum ipsa 3 sint super 29, erunt $\frac{1}{12}\frac{0}{29}$, hoc est $\frac{1}{348}$; et sic habebis iterum pro partibus singularibus de $\frac{17}{29}$ $\frac{1}{348}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{348}\frac{1}{12}\frac{1}{2}$. Et si uis scire quare multiplicauimus per 24 illa 17, que sunt super 29, et diuisimus summam per 29, scias nos de $\frac{17}{29}$ fecisse $\frac{1}{24}$; quia 24 est numerus ex multis numeris compositus, unde partes eius cadunt ex prima et secunda differentia. Sunt enim $\frac{17}{29}$ ut predicta inuenta sunt $\frac{2}{29}\frac{14}{24}$; ex quibus $\frac{14}{24}$, que sunt in capite uirge habentur per secundam differentiam $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{12}\frac{1}{2}$; et per $\frac{2}{29}\frac{0}{24}$, que remanent, habentur per primam differentiam reuolutam $\frac{2}{24}\frac{0}{29}$, hoc est $\frac{1}{12}\frac{0}{29}$. Similiter cum multiplicasti 17 per 36, et diuisisti per 29, tunc de $\frac{17}{29}$ fecisti trigesimas sextas. Sunt enim $\frac{29}{29}$ equales de $\frac{36}{36}$: quare quam portionem habent 29 ad 36, eamdem proportionem habebunt 17 ad quartum numerum: quare multiplicauimus tertium numerum, scilicet 17 per secundum, scilicet per 36, et diuisimus summam per primum; quia cum .IIII^or. numeri sunt proportionales, est multiplicatio secundi in tertium equa multiplicationi primi in quartum, ut ab Euclide demonstratum est.

Item si $\frac{19}{53}$ in singulas partes disgregare uis, quamuis sint ex quarta differentia cum uno plus de $\frac{\ }{53}$, diuidatur pro uno minus de 19: unde pro $\frac{19}{53}$ habebis $\frac{1}{159}\frac{1}{53}\frac{1}{3}$: inde qualiter per septimam regulam fieri debeat, ostendamus: diuisio enim de 53 in 19 cadit inter 2 et 3: quare habemus $\frac{1}{3}$ pro maiori singulari parte, que de $\frac{19}{53}$ accipi potest; et extrahe tertium de 53, scilicet $\frac{2}{3}$ 17 de 19, remanebunt $\frac{1}{3}$ 1, hoc est $\frac{1}{3}\frac{1}{53}$: ergo singulares partes de $\frac{19}{53}$ sunt $\frac{1}{159}\frac{1}{53}\frac{1}{3}$, ut per regulam quarte differentie inuenimus.

Per hanc enim regulam non possunt ita leuiter facere singulares partes de $\frac{20}{53}$. Vnde inuenies eas per aliam regulam, uidelicet multiplicando 20 per aliquem numerum, qui multas habeat regulas, ut prediximus: multiplicatis quidem 20 per 48, et diuisis per 53 et per 48, reddunt $\frac{6}{53}\frac{18}{48}$; que 18 sunt $\frac{1}{8}\frac{1}{4}$ de 48, uel $\frac{1}{24}\frac{1}{3}$ et 6, que sunt super 53 sunt $\frac{1}{8}$ de 48: quare erit $\frac{1}{8}\frac{0}{53}$; cum ipsa 6 sint super 53: ergo pro singularibus partibus de $\frac{20}{53}$ habes

Digitized by Google

$\frac{1\ 6}{8\ 38}\frac{1}{8}\frac{1}{4}$ uel $\frac{1\ 6}{8\ 38}\frac{1}{24}\frac{1}{3}$; et sic studeas in omnibus similibus operari: et cum non possis per unam ex prescriptis regulis congruas singulares partes quorumlibet similium habere, studeas eas per aliquam aliarum inuenire: et notandum quia sunt multi rupti, qui aptandi sunt antequam disgregentur in singulares partes, scilicet cum maior numerus non diuidatur per minorem, et habeat ad inuicem aliquam comunem regulam ut $\frac{6}{9}$, quorum unusquisque numerus integraliter per 3 diuiditur: quare diuides utrumque eorum per 3, exibunt 2 super uirgam, et 3 sub ipsa, hoc est $\frac{2}{3}$, que sunt ex tertia differentia; cum uno plus de $\frac{1}{2}$ diuidantur per 2; quare sunt $\frac{1}{6}\frac{1}{2}$, similiter est $\frac{6}{8}$; quorum numerorum uterque diuiditur per 2. Vnde reducuntur in $\frac{3}{4}$, et sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ per secundam differentiam; et sic intelligas de similibus. Et si plures | rupti fuerint sub una uirgula, oportet ut reducantur in uno rupto sub uirgula, ut $\frac{1\ 3}{2\ 8}$, que sunt $\frac{7}{16}$. Et reducuntur sic: multiplicantur 3, que sunt super 8 per 2, et additur 1: ponimus, et sic habemus 7; et multiplicabis 2 per 8, que sunt sub uirgula, fiunt 16; que 16 ponimus sub uirgula, et super ipsa ponimus 7. f. 34 verso

Item $\frac{2\ 3\ 4}{3\ 5\ 9}$ sunt $\frac{71}{135}$, que inueniuntur secundum suprascriptum modum, scilicet multiplicando 4, que sunt super 9 per 5, et addendo 3; que per 3 et addendo 2; et sic habemus 71 super uirgulam; et ex multiplicatione de 3 in 5; que in 9, habemus 135 sub uirgula, que $\frac{71}{135}$ secundum septimam regulam disgregatur in $\frac{1}{270}\frac{1}{45}\frac{1}{2}$.

Et notandum quia quando per septimam regulam maiorem partem acceperis, que minor numerus fuerit de maiori, et relinques singulares partes, que remanserint minus quam pulcre euenitur: relinques ipsam maiorem partem, et operaberis per aliam sequentem partem, que minor sit ea: ut si maior pars fuerit $\frac{1}{5}$, operaberis cum sexta: et si fuerit $\frac{1}{7}$, operaberis cum $\frac{1}{8}$. Verbi gratia: in $\frac{4}{49}$ maior pars est $\frac{1}{13}$; qua extracta de $\frac{4}{49}$, remanent $\frac{3\ 0}{13\ 49}$, scilicet $\frac{3}{637}$, que per quartam differentiam sunt $\frac{2\ 0}{213\ 637}\frac{0}{213}$: ergo pro $\frac{4}{49}$ habemus $\frac{2\ 0}{213\ 637}\frac{1}{213}\frac{1}{13}$, que minus quam pulcre sunt: quare relinques $\frac{1}{13}$, et operare cum $\frac{1}{14}$; qua extracta de $\frac{4}{49}$, remanent $\frac{1\ 0}{2\ 49}$, hoc est $\frac{1}{98}$; et sic per $\frac{4}{49}$ habemus $\frac{1}{98}\frac{1}{14}$, que partes pulcriores sunt factis partibus; et reperiuntur alio modo: scilicet ut diuidas 4, que sunt super 49 per regulam de 49, exibunt $\frac{4\ 0}{7\ 7}$, que per tertiam compositam differentiam sunt $\frac{1\ 0}{14\ 7}\frac{1\ 0}{2\ 7}$; nam $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ est $\frac{1}{14}$, et $\frac{1\ 0}{14\ 7}$ est $\frac{1}{98}$; et sic pro $\frac{4}{49}$ habemus similiter $\frac{1}{98}\frac{1}{14}$.

Incipit capitulum octauum de reperiendis preciis mercium per maiorem guisam.

In omnibus itaque negotiationibus quattuor numeri proportionales semper reperiuntur, ex quibus tres sunt noti, reliquus uero est ignotus: primus quidem illorum trium notorum numerorum est numerus uenditionis cuiuslibet mercis, siue constet numero, siue pondere, siue mensura. Numero quidem ut centum coria, uel centum beccune et similium: pondera quoque ut cantarum, uel centum, uel libre, aut uncе et similium. Mensura quidem ut metra olei, sextaria frumenti, et canne panni et similium. Secundum autem est pretium illius uenditionis, hoc est illius primi numeri, siue sit quantitas quorumlibet denariorum, siue bizantiorum, siue tarenorum, uel alicuius alie currentis monete. Tertius uero quandoque erit aliqua eiusdem uendite mercis quantitas, cuius pretium, scilicet quartus numerus, ignoratur; et quandoque erit aliqua similis quantitas secundi pretii, cuius merces, scilicet quartus ignotus numerus, iterum ignorabitur. Quare, ut ignotus numerus per notos reperiatur, talem in omnibus tradimus regulam uniuersalem, uidelicet ut in capite tabule, in dextera parte scribas primum numerum, scilicet mercem; retro in eadem linea ponas pretium ipsius mercis, uidelicet secundum numerum; tertium quoque si fuerit mercis,

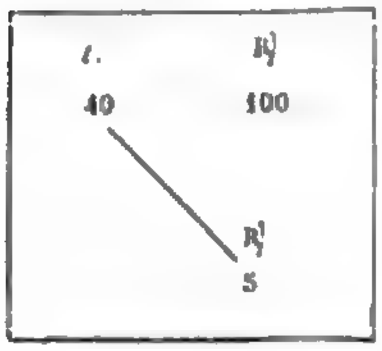
Digitized by Google

scribe eum sub merce, scilicet sub primo; et si fuerit pretium, scribe eum sub pretio, uidelicet sub secundo; ita tamen, ut sicut fuit ex genere ipsius, sub quo scribendum est, ita etiam sit ex qualitate uel ex quantitate ipsius in numero, uel in pondere, uel in mensura; hoc est si superior numerus, sub quo scribendus est, fuerit numerus ipsorum, et ipse similiter fiat rotulorum; si librarum, librarum; si uncearum, uncearum; si cannarum, cannarum. Et si fuerit numerus soldorum, et ipse sit numerus soldorum; si denariorum, denariorum; si tarenorum, tarenorum; et si bizantiorum, bizantiorum. Quibus ita descriptis, euidentissime apparebit, quod duo illorum positi erunt semper ex aduerso, que insimul multiplicentur; et summa multiplicationis eorum, si per reliquum tertium numerum diuidatur, quartus ignotus nimirum inuenietur: et ut hoc apertius intelligatur, cum diuersis mercibus et pretiis, in sequentibus explanabimus. Sed primum ostendam, vnde hic modus procedit: sunt enim, ut dixi, in negotiationibus IIII^or numeri proportionales, scilicet, ut sicut primus est ad secundum, ita tertius ad quartum, hoc est, sicut numerus alicuius quantitatis mercis est ad numerum quantitatis sui pretii, ita numerus cuiusuis quantitatis eiusdem mercis ad numerum sui pretii: uel sicut aliqua quantitas cuiusuis mercis est ad quamuis quantitatem eiusdem mercis, ea est pretii unius ad pretii alterius: et cum ita IIII^or quantitates proportionales sunt, erit multiplicatio secunde in tertiam equa multiplicacioni prime in quartam, ut in arismetricis, et geometria probatum est: quare si quarta quantitas est ignota tantum, ex multiplicatione quidem secunde quantitatis in tertia diuisa per primam, nimirum ex diuisione, quarta quantitas prouenit: quare cum diuiditur aliquis numerus per aliquem numerum, et ex
fol. 25 recto. diuisione aliquid proueniat; si prouenicns in diuisorem | multiplicaueris, nimirum diuisus numerus inde proueniet. Similiter si tertia quantitas ignoratur, diuidenda est per tertiam multiplicatio prime in quartam: et ut ea, que ad negotiationes pertinent, perfecte in hoc libro habeantur, hoc capitulum in quattuor partes diuidimus; quarum prima erit in uenditione cantarium, et earum rerum, que ad pondus uel numerum uenduntur; secunda in eis que ad toloneum seu ad cambium pertinent, ut soldus, libra, uel marca argenti, uncia auri et similia; tertia in uenditione cannarum, ballarum, torscelli et similium; quarta pars erit in reductione Rotulorum unius cantaris ad Rotulos cuiuslibet alterius cantarium, secundum eius diuersitatem.

De cantare pisano cum queritur precium de Rotulis, pars prima.

Cantare autem pisanum habet in se centum partes, quarum unaqueque uocatur Rotulus; et Rotuli habent uncias 12, quarum unaqueque ponderat denarios $\frac{1}{2}$ 39 de cantare; et denarius est carubbe 6, et carrubba est grana quattuor frumenti. Quod cantare si uendatur pro libris XL; et queratur quantum ualeant Rotuli 5: quia tres noti numeri preponuntur in hac positione, sicuti superius necesse fore prediximus, scilicet Rotuli 100, et libre 40, et Rotuli 5, quorum duo sunt unius generis, scilicet Rotuli 100 et Rotuli 5; que 100 sunt merces. Aliter uero, scilicet 40, est alterius generis, scilicet pretii; et est pretium dictorum 100 Rotulorum: quare, ut prediximus, describantur Rotuli 100, et libre 40 in una linea, retro uidelicet scribendo: deinde Rotuli 5 scribantur sub Rotulis 100, ut hic superius ostenditur; et erunt duo numeri unius generis, unus sub alio, ut prediximus, scilicet Rotuli 5 sub Rotulis 100: tunc, ipsis ita descriptis, multiplicabis numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 5 per 40, erunt 200; que diuide per 100, exibunt libre 2 pro

* Rotuli 5 .... 2. Nam » (fol 25 recto, lin. 14-19, pag. 84, lin. 40 — pag. 85, lin 6).



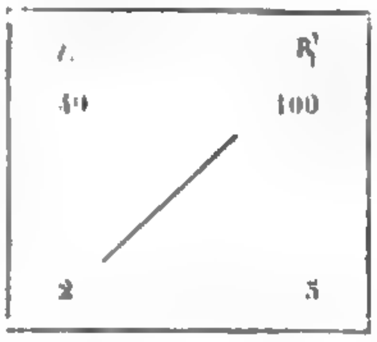
Digitized by Google

pretio illorum 5 Rotulorum, que 2 describuntur sub 40: quia ille numerus, qui ex diuisione peruenit, semper est ex genere illius solius numeri, qui est in tribus dictis numeris: unde manifestum est, quod ex quattuor numeris qui ponuntur in mercationibus, duo illorum sunt merces, et duo illorum sunt pretia; et sunt ita proportionales, quia sicut 100, scilicet merces, est ad suum pretium, scilicet ad 40; ita 5, scilicet merces, erit ad suum pretium, scilicet ad 2. Nam 100 ad 40 sunt quinque medietates eorum: similiter et 5 ad 2 sunt quinque medietates eorum. Item sicut 40, scilicet pretium, est ad 100, scilicet ad suam mercem; ita 2 erunt ad suam mercem, scilicet ad 5: nam 40 sunt duo quinte de 100, et 2 sunt duo $\frac{0}{5}$ de 5: permutatim quoque, sicut merces est ad mercem, scilicet 5 ad 100, que sunt eius $\frac{1}{20}$; ita pretium est ad pretium, scilicet 2 ad 40: uel, sicut 100 sunt ad 5, que sunt uicuplum eorum, ita 40 sunt ad 2; et per istas proportiones poteris ex arbitrio colligere, si quartus numerus ignotus recte inuentus fuerit, prout demonstrabitur suo loco.

De eodem cum queritur merces de libris.

Item Rotuli 100 per libras 40; quot Rotulos habuero per libras 2: quia in his tribus numeris duo sunt ex genere pretii, scilicet libre 40, et libre 2, et alter est ex genere mercis, describantur 40 et 100 in una linea; ideo quia dicitur Rotuli 100 per libras 40: deinde libre 2 describantur sub libris 40, et erunt numeri eiusdem generis, unus sub alio, ut in hac secunda descriptione cernitur: et multiplica numeros qui sunt ex aduerso, scilicet 100 per 2, erunt 200; que diuide per 40, exibunt Rotuli 5 pro merce illarum 2 librarum, quos describe sub Rotulis 100.

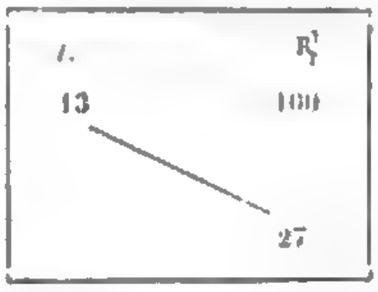
• Item Rotuli .... de Rotulis • (fol. 35 recto, lin. 26-30, pag. 85, lin. 15-21).



De eodem cum queritur precium de Rotulis.

Item cantare uenditur pro libris 13; quantum ualent Rotuli 27: describantur numeri, ut prediximus, scilicet Rotuli 100 et libre 13 in una linea, et Rotuli 27 sub 100: multiplicentur numeri existentes ex aduerso, scilicet 13 per 27, erunt 351; que diuide per 100, scilicet per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt $\frac{1}{10}\frac{5}{10}$ 3, quas describe sub libris 13, ut in hac alia patet descriptione. Nam si de $\frac{1}{10}\frac{5}{10}$ scire uolueris, que partes sint unius libre, multiplica 5 que sunt super 10, per alia 10, et desuper adde 1, erunt 51; que multiplica per summam denariorum unius libre, scilicet per 240, erunt 12240; que diuide per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt denarii $\frac{0}{10}\frac{4}{10}$ 122, que sunt soldi 10 et denarii $\frac{2}{5}$ 2: aliter duplica 5, que sunt super 10, erunt 10, que sunt soldi. Item duplica 1, quod est super alia 10, erunt 2, que habentur pro denariis cum totidem quintis. Ex hoc ergo manifestum est, quod de unaquaque libra denariorum, que diuisa fuerit per 100, perueniunt denarii $\frac{2}{5}$ 2; et de omni deceno librarum soldi 2, et de singulis 5 peruenit soldus 1.

• Item cantare ... 2, que • (fol. 35 recto, lin. 31-36, pag. 85, lin. 22-35).

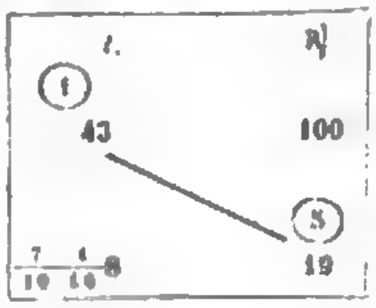


De eodem.

Item si Rotuli 100 uendantur pro libris 43; et queratur quot ualeant Rotuli 19: descriptis ipsis secundum prescriptam doctrinam,| multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 19 per 43, erunt 817; que diuide per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt libre $\frac{7}{10}\frac{1}{10}$ 8, quas pone sub libris 43. Nam de $\frac{7}{10}\frac{1}{10}$ que partes sunt unius libre, ita ut prediximus, cognoscetur. Videlicet, ut duplices unum, quod est super 10, erunt soldi 2. Item duplicabis 7, que sunt super alia 10, erunt denarii 14 cum totidem quintis; quibus iunctis cum soldis 2, quos modo habuimus, erunt soldi 3 et denarii $\frac{4}{5}$ 4; et tantum ualent illi Rotuli 19 magis de libris 8: possumus enim ex illis 7 promtius agere, ut accipiantur 5 ex ipsis 7 pro

• multiplica numeros .... Item • fol. 35 verso, lin. 1-7; pag. 85, lin. 36 — pag. 86, lin. 5).

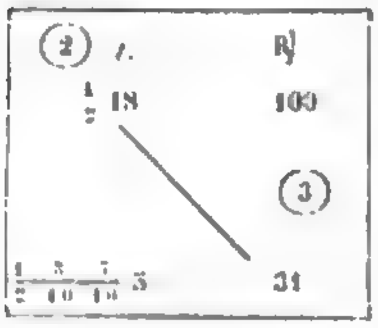
fol. 35 verso.



Digitized by Google

quibus retineas soldum 1, quem adde cum soldis 2 inuentis, erunt soldi 3. Residuum itaque, quod est a 5 usque in 7 duplica, erunt denarii 4 cum totidem quintis, ut modo inuenti sunt.

« multiplica 18 .... super ipsa » (fol. 35 verso, lin. 8-14; pag. 86, lin. 6-16).



De eodem.

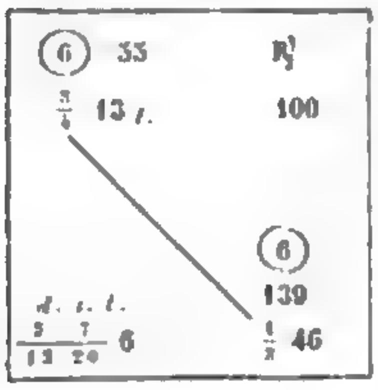
Item Rotuli 100 ualent libras $\frac{1}{2}$ 18; quantum ualent ergo Rotuli 31: descriptis itaque numeris per ordinem, multiplica 18 per 2, que sunt sub uirgula post ipsa, et adde 1, quod est super 2, erunt 37, que pone super $\frac{1}{2}$ 18; et multiplica ea per 31, que sunt ex aduerso, erunt 1147; que diuide per 100, et per 2, que sunt sub uirgula de 18, hoc est per $\frac{1}{2}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, exibunt libre $\frac{1}{2}\frac{8}{10}\frac{7}{10}$ 5 pro pretio quesitorum Rotulorum 31.

Quod si recte constat, ita per pensam de 7 cognoscitur, uidelicet ut diuidas 18 per 7, remanet 4; que multiplica per 2, et desuper adde 1, pro uno quod est super ipsa 2, erunt 9; que diuide per 7, remanent 2 pro pensa de 37. Item accipe pensam de 31 per septenarium, que est 3; et multiplica eam per pensam modo inuentam de 37, scilicet per 2, erunt 6, que seruentur pro pensa pretii Rotulorum 31: deinde multiplica 5 per pensam de 10, que sunt post ipsa in uirgula, scilicet per 3; et desuper adde pensam de 7, que sunt super ipsa 10, scilicet 0, erunt 15; que diuide per 7, remanet 1; quod multiplica per pensam sequentium 10 in uirgula, scilicet per 3, et desuper adde 3, que sunt super ipsa 10, erunt 6; que multiplica per 2, que sunt sub eadem uirgula, et desuper adde 1, quod est super 2, erunt 13; de quibus tolle 7, remanent 6, ut pro pensa seruata sunt. Nam si de $\frac{1}{2}\frac{8}{10}\frac{7}{10}$, que partes sint unius libre, cognoscere uolueris; multiplica 7, que sunt super 10 per aliam 10, et desuper adde 3, que sunt super ipsa 10; que multiplica per 2 de uirgula, et adde 1, quod est super 2, erunt 147; que multiplica per 240, scilicet per numerum denariorum unius libre, erunt 35280, que diuide per $\frac{1}{2}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$: inde cum in ipso multiplicatio sit zephyrum, in ipsius primo gradu diuidatur primum per $\frac{1}{10}$, hoc est tollatur inde ipsum zephyrum, remanent 3528; que diuide per $\frac{1}{2}\frac{0}{10}$, exibunt de $\frac{1}{10}$ 176, qui sunt soldi 14, et denarii $\frac{2}{5}$ 8.

De centum cum queritur precium de libris.

Rvrsus si centum piperis, quod ponderat libras 100 subtiles, quarum unaqueque est unce 12, et quelibet uncia ponderat denarios 25 de cantera; et libre 158 ex ipsis faciunt cantare 1, hoc est Rotuli 100 pisis uendantur pro libris $\frac{3}{4}$ 13; et queratur quantum ualent libre $\frac{1}{2}$ 46: scribantur numeri, ut prediximus, scilicet libre 100 in una linea, essent libre $\frac{3}{4}$ 13, et libre $\frac{1}{2}$ 46 sub libris 100, scilicet merces sub merce, ut superius in precedentibus fecimus: et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{1}{2}$ 46, et diuide per 100, hoc est multiplica 13 per 4, et desuper adde 3, que sunt super 4, erunt 55, que pones super $\frac{3}{4}$ 13. Item multiplica 46 per 3, et adde 1, erunt 139; que pone super $\frac{1}{2}$ 46, et multiplica 55 per 139, erunt 7645; que diuide per 100 et per 3, que sunt sub uirgula de 46, et per 4, que sunt sub uirgula de 13, hoc est per $\frac{1}{2}\frac{0}{6}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$; et summa que exierit erit pretium illarum librarum $\frac{1}{2}$ 46: sed cum de fractionibus, que ueniunt super uirgam, non possumus cognoscere que pars, uel partes sint unius libre, donec multiplicemus numerum uirge per denarios, libras scilicet per 240; ideo aliter fractiones uirgule diuisionis, scilicet $\frac{1}{2}\frac{0}{6}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, coaptande sunt; uidelicet de 100, in quibus diuisio peruenit, faciamus $\frac{1}{5}\frac{0}{20}$: quia illud idem est quod $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, et de $\frac{1}{2}$, et de $\frac{1}{4}$ prescriptis faciamus tantum $\frac{1}{12}$; et ponatur in una uirgula sic $\frac{1}{5}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$,

« adde 3 .... $\frac{1}{5}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$ » (fol. 35 verso, lin. 27-33; pag. 86, lin. 34 — pag. 87, lin. 1).



Digitized by Google

quod idem est quod $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 10\ 10}$, in quibus $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$ diuide 7645; et que super 20 remanserint, erunt soldi: ideo quia libre denariorum est soldi 20; et que super 12 ceciderint, erunt denarii. Ideo quia soldus est denarii 12; et que super reliquas fractiones remanserint, partes tantum unius denarii affirmabunt: quare si 7645 per $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$ diuiseris, exibunt libre $\frac{0\ 5\ 7}{5\ 12\ 20}6$ pro pretio dictarum librarum de $\frac{1}{5}46$; quod tantum est, quantum si nominatum diceret libras 6, et soldos 7, et denarios 5. Nam si ex numeris, in quibus diuisio peruenit $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ aptari non possint, qualiter tunc fieri debeat in sequentibus questionibus declarabimus: sed qualiter in 12 et in 20 omnes numeri leuiter diuidantur, ostendere procuramus. In 12 enim omnes numeri diuidi possunt, |ordine eodem, quo numeros per numeros, qui sunt a binario usque in nouenarium, diuidere docuimus. Vnde adiscende sunt quorumdam numerorum diuisiones facte in 12; ut de 12 diuisi primum 12, reddit 1, de 24 perueniunt 2, de 36 perueniunt 3, de 48 peruenit 4, de 60 peruenit 5, de 72 peruenit 6, de 84 peruenit 7, de 96 peruenit 8, de 108 peruenit 9, ut in tabulis diuisionum continetur. Quod autem de quolibet numero a 120 infra super quemlibet istorum superauerit, est illud quod debemus in diuisionibus numerorum scribere super illum numerum, de quo superauerit, et copulare eum cum antecedente figura, que fiunt in numero diuidendi. Verbi gratia: si uoluerimus diuidere 3479 per 12, describantur 12 sub 79 de 3479, et accipiatur XII. de 34, que est 2, et remanent 10; et hoc est superfluum, quod est a 24 usque in 34: et pone 2 sub 4 de 34, et 10 super eadem 34, cum quibus 10 copula 7, hoc est antecedentem figuram, erunt 107; que diuide per 12, exibunt 8, et remanent 11, hoc est differentia, que est a 96 usque in 107: pones igitur 8 sub 7, et 11 super 107, uidelicet 1 super 0, et 1 super 7, et copulabis ipsum 11 cum 9 eis antecedentibus, erunt 119; que diuide per 12, peruenient 9, et remanent 11: ponas 9 sub 9, et 11 in quadam alia parte super 12, et habebis pro quesita diuisione $\frac{11}{12}289$, ut in hac descriptione cernitur. Quare manifestum est, quod denarii 3479 sunt soldi 289 et denarii 11; quia cum aliqua summa denariorum diuiditur per 12, tunc ex ipsa diuisione proueniunt soldi: et si hec que de diuisione de 12 dicta sunt crebro studio in tabula scribendo firmaueris, ea cordetenus in manibus, ea leuissime poteris operari.

fol. 36 recto.

Diuisio de 3479 per 12.

* de 34 .... in tabula * (fol. 36 recto, lin. 8-14; pag. 87, lin. 18-28).

1
1 0 1 1 1
3 4 7 9
1 2
2 8 9
$\frac{11}{12}$ 289

Diuisio numerorum per 20.

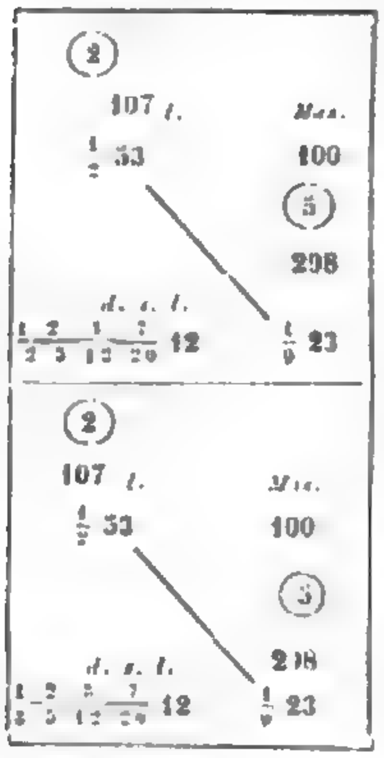
In 20 enim omnes numeros sic diuidere possumus: relinque figuram primi gradus ipsius numeri que diuidere uis et sub sequenti, hoc est sub figura secundi gradus eiusdem numeri ponas 2, in quibus diuide totum numerum, usque ad ipsam figuram sub qua posita sunt 2; et quod ex diuisione euenerit, erit $\frac{1}{20}$ totius numeri, que diuidere uolueris: et si aliquid superfuerit, copula eum cum figura primi gradus, quam relinquere iussimus; et quod ex copulatione exierit, est hoc quod de suprascripta diuisione remanebit: et si super secundam figuram nichil superfuerit, erit tunc residuum prima figura tantum. Verbi gratia: si uoluerimus diuidere 1234 per 20, relinquantur 4, que sunt in primo gradu; et sub sequenti figura, scilicet sub 3, ponantur 2; in quibus diuidantur 123, que remanent de 1234; extractis inde 4, exibunt 61, et remanet 1, quo copulato cum 4, faciunt 14: ergo ueniunt 61 et remanent 14 ex diuisione de 1234 in 20, ut hic ostenditur: ex hoc enim manifestum est quod soldi 1234 sunt libre 61 et soldi 14. Ostensis itaque diuisionibus de 12 et de 20, nunc uero ad prepositam redeamus.

* si aliquid .... Ostensis * (fol. 36 recto, lin. 18-19 e lin. 24-25; pag. 87, lin. 35-43).

1
1 2 3 4
2
6 1
$\frac{14}{20}$ 61

De centenario maximutinorum.

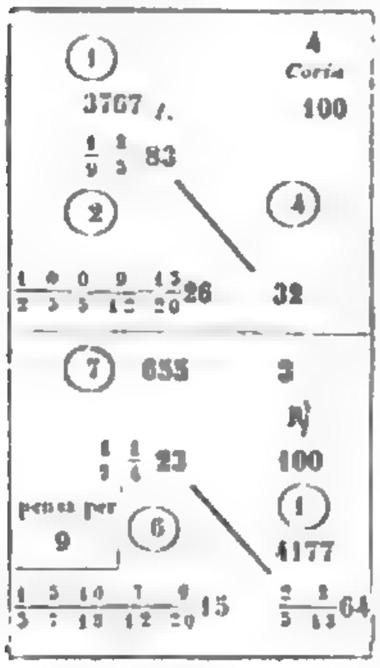
• Massamutini .... per 2 » (fol. 35 recto, lin. 26-39; pag. 88, lin. 2-21).



Massamutini 100 ualent libras $\frac{1}{2}$53; quantum ualent ergo massamutini $\frac{1}{9}$23: describe numeros per ordinem, sicuti dictum est superius; et multiplica numeros qui sunt ex aduerso, uidelicet $\frac{1}{2}$53 per $\frac{1}{9}$23, et diuide per 100, hoc est multiplicabis 53 per suam uirgulam, erunt 107, que pone super $\frac{1}{2}$53. Item multiplicabis 23 per 9, et desuper addes 1, erunt 208; que pone super $\frac{1}{9}$23, et multiplica 107 per 208, erunt 22256; que diuide per 100, et per 2, et per 9, que sunt sub uirgis, hoc est per $\frac{1\ 1\ 0\ 0}{2\ 9\ 10\ 10}$, et habebis pretium illorum massamutinorum $\frac{1}{9}$23: uel coapta numeros diuisionis, ita ut possis habere in capite uirgule $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, ut habeas in una multiplicatione libras, et soldos, et denarios, ut in prescripta questione operati fuimus, uidelicet ut de $\frac{1\ 0}{10\ 10}$ facias $\frac{1\ 0}{5\ 20}$; et cum de reliquis minutis diuisionis, scilicet de $\frac{1}{2}$ et de $\frac{1}{9}$ coaptare $\frac{1}{12}$ non possimus; ideo quod ex eis possimus accipere de compositione de 12 accipiamus, hoc est de regula 9 accipere debemus $\frac{1}{3}$, et commiscere ipsam $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{2}$, faciunt $\frac{1}{6}$. Reliquum uero quod deest nobis de 12, scilicet 2, debemus multiplicare per 22256, erunt 44512; que diuide per $\frac{1}{3}\frac{6}{5}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt $\frac{1\ 2}{2\ 5}\frac{1\ 7}{12\ 20}$12 pro pretio de massamutinis $\frac{1}{9}$23: quod si probare per pensam de 7 uolueris, accipe pensam de 53, que est 4; et multiplica ipsam per 2 de uirgula et adde 1, erunt 9; de quibus accipe pensam, que est 2; et tot debet esse pensa de 107, et ita est: deinde accipe pensam de 23 quater 2, et multiplica eam per 9 de uirgula, et adde 1, erunt 19; quorum pensa, scilicet 5, est pensa de 208: quam multiplica per pensam 108, scilicet per 2, erunt 10; que multiplica per 2, que nobis minuerunt de regula de 12, uidelicet per 2, | per que multiplicauimus 22256, erunt 20; de quibus accipe pensam, que est 6, et serua eam pro pensa de $\frac{1\ 2\ 1\ 7}{3\ 5\ 12\ 20}$12: que si totidem fuerit in omnibus, recte processisse cognosce: et accipitur pensa ipsorum sic: multiplicatur pensa 12, que sunt extra uirgulam, per pensam de 20, que sunt sub uirgula, scilicet 5 per 6, sunt 30; quibus super additur pro 7, que sunt super 20, erunt 37; quorum pensa, scilicet 2, multiplicatur per 5, scilicet per pensam de 12, et adduntur 3, que sunt super 12, erunt 13; quorum pensa, scilicet 6, multiplicatur per 5, et super adduntur 2, que sunt super 5, erunt 32; quorum pensa, que est 4, multiplica per 3 de uirgula, et super additur 1, quod est super 3, faciunt 13, quorum pensa est 6, ut pro pensa seruatum est. Et sic semper cum quarumlibet similium questionum pensam accipere uolueris, secundum quod uadis multiplicando, ita studeas ire per quamlibet pensam probando, donec ad ultimam multiplicationem deueneris: et accepta pensa ultime multiplicationis, eam pro pensa summe diuisionis serua; et quod de pensa hoc dictum est, satis in aliis questionibus credimus sufficere.

fol. 36 verso.

• 32 ideo quia .... 20 quare » (fol. 36 verso, lin. 11-26; pag. 88, lin. 37 — pag. 89, lin. 10).



De centum coriorum.

Si coria 100 ualent libras $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$83; quantum ualent coria 32: describe numeros, et multiplica $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$83 per 32: ideo quia ponuntur ex aduerso, et diuide multiplicationem eorum per 100, hoc est multiplica 83 per suas uirgulas, erunt 3767; que pone super $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$83, et proba ea per quamlibet pensarum preter quam per 9: deinde multiplica 3767 per 32, erunt 120544, que diuide per 100 et per $\frac{10}{39}$, et apta eos ut habeas in capite uirgule $\frac{1\ 0}{12\ 20}$: sic de 100 fac $\frac{1\ 0}{5\ 20}$, et de $\frac{1}{9}$ fac $\frac{1\ 0}{3\ 3}$; et accipe unam $\frac{1}{3}$ illorum, et multiplicabis eam per 4; ideo quod faciunt 12, et pone ipsa 12 post 20, ut superius facere demonstrauimus; et apta reliquas fractiones post ipsam $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, et habebis in uirgula

diuisionis $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 5\ 12\ 20}$: et quia minuit nobis $\frac{1}{4}$ de ipsis 12, pone 4 super 100, ut habeas ea tenacius memorie commendata, cum acceperis pensam; et multiplica in eam 120544, erunt 482176 ; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 5\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 11}{3\ 5\ 5\ 12\ 20}$ 26 pro pretio illorum 32 coriorum, ut superius in descriptione cernitur. Rursus Rotuli 100 ualent libras $\frac{1}{7}\frac{1}{4}$ 23; quid ergo ualent Rotuli $\frac{2}{5}\frac{8}{12}$ 64 : describe questionem, et multiplica 23 per suas uirgulas, erunt 655; que pone super 23, et proba eam per pensam, si recta sint: deinde multiplica 64 per suam uirgulam, erunt 4177; et multiplica ipsa per 655, erunt 2735935, que optime probare non negligas; et diuide ipsum per numerum 100, et per fractiones utrorumque numerorum, qui positi sunt ex aduerso, optime insimul uidelicet aptatas; ita ut habeas in capite uirgule $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, quod sic facias: de 100 facias $\frac{1\ 0}{5\ 20}$; et uide si poteris de reliquis fractionibus diuisionis extrahere, ut habeas in 12, uel aliquam ipsius partem; de quibus tantum $\frac{1}{4}$ potes habere de partibus de 12, hoc est ex illius compositione: ergo minuunt nobis 3, ut habeamus 12 in uirgula post 20 : quare pone 3 super 100, ut in questione ostenditur, ut ipsa tenaci memorie reserues, et apta reliquos numeros diuisionis post $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ sic $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{5\ 5\ 7\ 11\ 12\ 20}$; et multiplica 2735935 per 3 seruata super 100, erunt 8207805; que iterum proba per pensam, et diuide ea per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{5\ 5\ 7\ 11\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{0\ 1\ 5\ 10\ 7\ 0}{5\ 5\ 7\ 11\ 12\ 20}$ 15 pro pretio quesitorum Rotulorum; et est pensa illarum per pensam de (*sic*), ut superius in descriptione cernitur.

De cantare.

Item cantare cuiuslibet mercis ualet libras 14 et soldos 7 ; quantum ualent ergo Rotuli 37 eiusdem mercis : fac de soldis 7 partes unius libre, erunt $\frac{7}{20}$, que pone post 14 sic: $\frac{7}{20}$ 14; et describe questionem, et multiplica $\frac{7}{20}$ 14 per 37, que sunt ex aduerso, et diuide per 100, hoc est multiplica 14 per 20, desuper adde 7, que sunt super 20, erunt soldi 287; quos pone super $\frac{7}{20}$ 14, et multiplica eos per 37, erunt 10619, que debet diuidere per 100 et per 20 de uirgula: sed cum 12 in uirgula diuisionis nos habere oporteat, ut habemus in una multiplicatione libras, et soldos, et denarios, multiplica 10619 per ipsam 12, et diuide per 100 et per $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{10\ 10\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{8\ 2\ 2\ 6}{10\ 10\ 12\ 20}$ 5 pro pretio dictorum Rotulorum 37, quorum pensa est 6 per nouenarium.

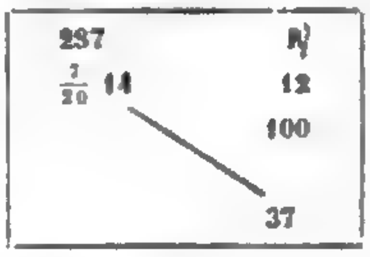
De centum pannorum.

Item canne 100 pannorum ualent libras $\frac{11}{20}$ 15; quantum ualent ergo canne $\frac{5}{8}$ 27, hoc est canne 27 et brachia $\frac{1}{2}$ 2 : descripta itaque questione, multiplica 15 per 20, et adde 11, erunt soldi 311, quos pone super 15. Item multiplica 27 per 8, et adde 5, erunt 221; que pone super 27, et multiplica 311 per 221, erunt 68731, que debemus multiplicare per 12, ut habeamus ea in uirgula, nisi quia habemus in diuisione 8, scilicet ea que sunt sub uirgula post cannas | 27, quorum regula est $\frac{10}{24}$: quare triplicabimus 4, et habebimus 12 in diuisione. Vnde multiplicentur ipsa 68731 per 3; quia cum triplicatur diuisor, triplicandus est numerus diuidendus, erunt 206193; que diuide per 2, que remanent de regula de 8, extractis uidelicet inde 4, et per 100, et per 12, et per 20, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 10\ 10\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1}{2}\frac{6\ 9\ 10\ 3}{10\ 10\ 12\ 20}$ 4, quorum pensa per septenarium est 1, ut in hac descriptione cernitur.

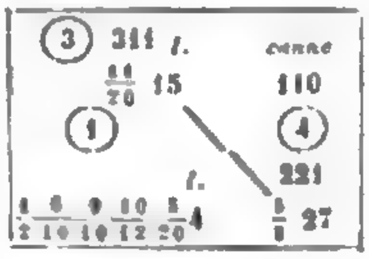
De centum piperis.

Item centum piperis ualet libras $\frac{9}{20}$ 11; quantum ualent ergo libre $\frac{15}{412}$ 46, hoc est libre 46, et unce $\frac{1}{4}$ 5: describe questionem, et multiplica 11 per 205, et adde 9, erunt 229,

° per 100 .... pone super 3 (fol. 36 verso, lin. 32-37 ; pag. 89, lin. 23-32).

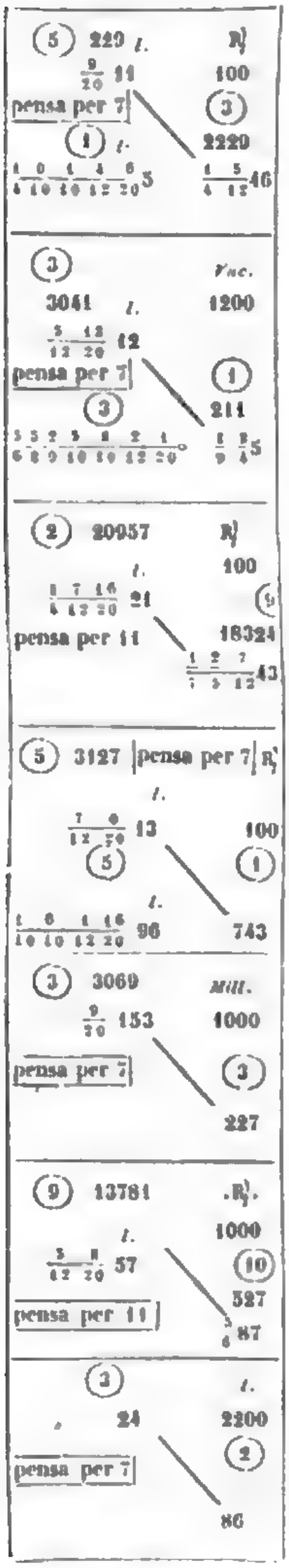


° 15 Item .... canne 3 (fol. 36 verso, lin. 38-39, pag. 89, lin. 33-36).



fol. 37 recto.

« de regula .... diuidendi » (Cf. 27 recto, lin. 3-39; pag. 89, lin. 38-39 — pag. 91, lin. 5).



que pone super 11. Item multiplica 46 per 12, et adde 5; que per 4, et adde 1, erunt 2229; que pone super 46, et multiplica 229 per 2229, erunt 510441; que diuide per 100 et per 20, et per $\frac{1}{4}\frac{0}{12}$, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{4}{12}\frac{6}{20}$ 5 pro pretio illarum librarum $\frac{1}{4}\frac{5}{12}$ 46, quorum pensa per septenarium est 1.

Item centum ualet libras 12, et soldos 13, et denarios 5, hoc est libras $\frac{5}{12}\frac{13}{20}$ 12; quantum ualet ergo uncia $\frac{1}{9}\frac{2}{4}$ 5: quamuis in hac questione sint ex genere mercis libre 100 et uncia $\frac{1}{9}\frac{2}{4}$ 5, tamen non sint unius ponderis; quia 100 sunt libre, et $\frac{1}{9}\frac{2}{4}$ 5 sunt uncie: quare de libris 100 faciende sunt uncie, erunt 1200; et tunc erunt ambe similes: et erit tunc talis questio, uidelicet quod uncie 1200 ualent libras $\frac{5}{12}\frac{13}{20}$ 12; quid ualent ergo uncie $\frac{1}{9}\frac{2}{4}$ 5: quam questionem, ut docuimus, scribe, et multiplica per suam uirgulam, erunt denarii 3041, quos pone super libras 12. Item multiplica 5 per suas uirgulas, erunt 211, que pone super $\frac{1}{9}\frac{2}{4}$ 5; et multiplica 211 per 3041, erunt 641651; que diuide per 1200, et per 4, et per 9, et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$ optime in una uirgula aptata, exibit $\frac{3}{6}\frac{3}{8}\frac{2}{9}\frac{3}{10}\frac{8}{10}\frac{2}{12}\frac{1}{20}$ pro pretio quesitarum uncearum, ut in hac descriptione cernitur.

De cantare.

Item cantare ualet libras $\frac{1}{4}\frac{7}{12}\frac{16}{20}$ 21; et queratur quantum ualeant Rotuli $\frac{1}{7}\frac{2}{3}\frac{7}{12}$ 43, hoc est Rotuli 43, et uncie $\frac{1}{7}\frac{2}{3}$ 7. Multiplica igitur questionem descripta 21 per suam uirgulam, erunt 20957. Item multiplica Rotulos 43 per 12, et adde 7; que per 3, et adde 2; que per 7, et adde multiplicationem de uno, quod est super 7, in 3, erunt 18324; que multiplica per 20957, erunt 384016068; que diuide per 100 et per fractiones, que sunt sub uirgulis amborum aliorum numerorum, optime scilicet aptatas, exibunt $\frac{0}{3}\frac{3}{7}\frac{1}{8}\frac{9}{10}\frac{0}{10}\frac{83}{10}\frac{1}{12}\frac{0}{20}$ 9, ut in hac descriptione cernitur, quorum pensa per 11 est 7.

De cantare uendito pro libris et denariis.

Item cantare ualet libras 13, et denarios 7, hoc est libras $\frac{7}{12}\frac{0}{20}$ 13; quantum ualet ergo cantaria 7, et Rotuli 43, hoc est Rotuli 743: describe questionem, et multiplica 13 per 20; que per 12, et adde 7, erunt 3127; que multiplica per 743, erunt 2323361; que diuide per 100, et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{1}{12}\frac{16}{20}$ 96 pro pretio illorum Rotulorum 743.

De miliario uendito pro libris et soldis.

Item miliarium uariorum uenditur pro libris 153 et soldis 9, hoc est pro libris $\frac{9}{20}$ 153; quantum ualent ergo uaria 227: describe questionem, et multiplica 153 per suam uirgulam, erunt 3069; que multiplica per 227, erunt 696663; que multiplica per 12 ut habeas ea in uirgula diuisionis, erunt 8359956; que diuide per regulam de 1000 et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{6}{10}\frac{3}{10}\frac{9}{10}\frac{7}{12}\frac{15}{20}$ 34 pro pretio quesitorum uariorum.

De eodem pro libris et soldis et denariis.

Item Rotuli 1000 uenduntur pro libris $\frac{5}{12}\frac{8}{20}$ 57; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{5}{6}$ 87: descripta itaque questione, multiplica 57 per suam uirgulam, erunt 13781, que pone super 57. Item multiplica 87 per 6, et adde 5, erunt 527; que multiplica per 13781, erunt 7262587; que diuide per 1000, et per fractiones reliquorum numerorum, hoc est per $\frac{1}{6}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{1}{6}\frac{1}{10}\frac{3}{10}\frac{6}{10}\frac{10}{12}\frac{0}{20}$ 5.

De pondere casei pisano.

Pondus casei, quod pensat centum 22, hoc est libras 2200, uenditur pro libris 24; queritur quantum ualent libre 86: describe questionem, et multiplica 24 per 86, erunt 2064;

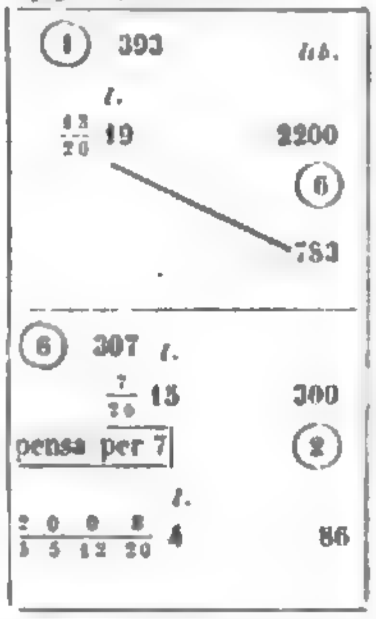
que diuide per regulam de 2200, hoc est per $\frac{1}{2}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{11}$; tamen fac $\frac{1}{20}$ de $\frac{1}{2}\frac{0}{10}$, ut habeamus ipsam in uirgula sic $\frac{1}{10}\frac{0}{11}\frac{0}{20}$: et cum non habeamus 12 in hac diuisione, multiplicetur 2061 per 12, et iungatur 12 sub uirga diuisionis. Quia cum adduntur 12 sub uirga diuisionis, tunc multiplicatur diuisor per 12: quare multiplicandus est similiter diuidendus numerus per 12, ut proportio diuidendi | ad diuisorem fiat eadem, que erat prius ex his $\frac{8}{10}\frac{1}{11}\frac{9}{12}\frac{12}{20}$.

fol. 37 verso.

De eodem.

Item pondus casei, hoc est libre 2200, ualent libras $\frac{11}{20}$ 18; quantum ualent ergo libre 100: hanc autem questionem non indiget scribere, ideo quia 100 est $\frac{1}{22}$ de 2200: quare non indiget aliud, nisi ut diuidatur dictum pretium ponderis per regulam de 22, hoc est in $\frac{1}{2}\frac{0}{11}$, quod sic facere potes: accipe $\frac{1}{2}$ de libris 18, et soldis 11, erunt libre 9, et soldi $\frac{1}{2}$ 5; de quibus fac soldos, erunt soldi 185 et denarii 6; quos diuide per 11, exibunt soldi 16, et remanent soldi 9, et denarii 6 ad diuidendum in 11; de quibus fac denarios, erunt denarii 114; quos diuide per 11, exibunt denarii $\frac{4}{11}$ 10; et tot ualet centenarium casei, uidelicet soldos 16, et denarios $\frac{4}{11}$ 10.

« soldos, erunt .... modo fecimus » (fol. 37 verso, lin. 5-15; pag. 91, lin. 12-20).



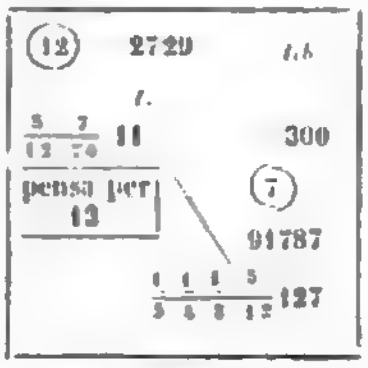
De eodem pro libris.

Item pondus ualet libras $\frac{13}{20}$ 19; quantum ualent ergo libre 783: describe questionem, et multiplica 19 per 20 et adde 13, erunt soldi 393; quos multiplica per 783, erunt 307719, que diuidere debes per regulam de 2200, et per 20, que sunt sub uirgula, hoc est per $\frac{1}{2}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{11}\frac{0}{20}$: sed ut habeamus 12 in uirgula, multiplica 307719 per 6; que 6 coaptabis cum 2, que sunt in uirgula, et habebis 12 in ipsa uirgula sic $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{11}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{1}{10}\frac{1}{10}\frac{3}{11}\frac{10}{12}\frac{19}{20}$ 6.

« de 300 .... pretio illarum » (fol. 37 verso, lin. 16-23; pag. 91, lin. 21-40).

De carica prouincie.

Carica prouincie, que pensat libras 300, uenditur pro libris 15 et soldis 7, hoc est pro libris $\frac{7}{20}$ 15; queritur quantum ualent libre 86: multiplica 15 per 20, et adde 7, erunt 307; que pone super 15, et multiplica ea per 86, erunt 26402; que diuide per 300 et per 20, hoc est per $\frac{1}{5}\frac{0}{5}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{2}{5}\frac{0}{5}\frac{0}{12}\frac{8}{20}$ 4 pro pretio quesitarum librarum 86, ut hic ostenditur.

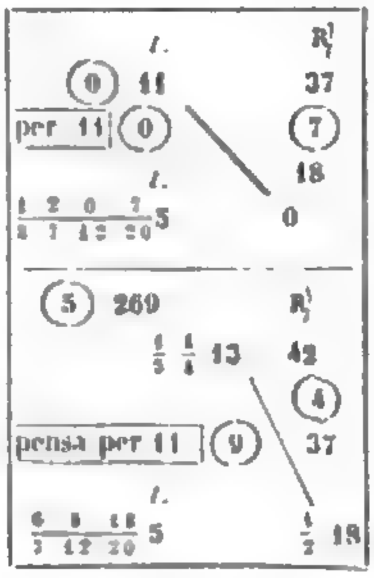


Sic enim debes studere inuenire regulas numerorum, quibus diuisionem peruenit, sicuti modo fecimus de 300: quamuis ipsius regula sit $\frac{1}{3}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, tamen eam esse $\frac{1}{5}\frac{0}{5}\frac{0}{12}$ posuimus, ut habemus $\frac{1}{12}$, sicuti habemus $\frac{1}{20}$, illa scilicet, que sunt cum 15.

« quesitarum librarum .... in una » (fol. 37 verso, lin. 24-33; pag. 91, lin. 40-42 — pag. 92, lin. 12).

De eadem carica.

Item carica piperis ualet libras 11, et soldos 7, et denarios 5, hoc est libras $\frac{5}{12}\frac{7}{20}$ 11; quantum ualent ergo libre 127, et uncie $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 5, hoc est $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{5}{12}$ 127: describe questionem, et multiplica 11 per suam uirgulam, erunt 2729, que pone super 11. Item multiplica 127 per suas uirgulas, hoc est per 12, et addes 5; que per 3, et adde 1; quod per 4; que per 5, erunt 91760. Item multiplica 1, quod est super 4, per 5; que per 3, erunt 15. Rursus multiplica 1, quod est super 5 per 4; que per 3, erunt 12, que adde cum 15, et cum 91760, erunt 91787; que pone super 127, et multiplica per 2729, erunt 250488723; que diuide per regulam de 300, et per omnes ruptos, exibunt libre $\frac{1}{8}\frac{6}{8}\frac{6}{9}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}\frac{7}{12}\frac{10}{20}$ 4 pro pretio illarum quesitarum librarum.



De Rotulis.

Rotuli 37 ualent libras 11; quantum ualent ergo Rotuli 18: multiplica 11 per 18

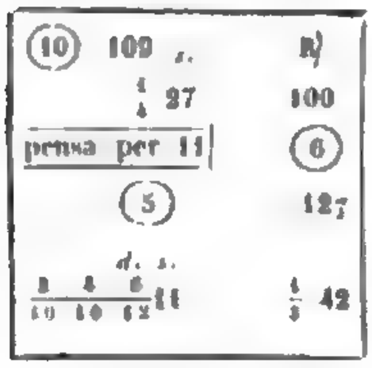
erunt 198; que multiplica per 12 et per 20, hoc est per 240 ut habeamus ea in uirgula, erunt 47520; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{37\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{1\ 20\ 7}{37\ 12\ 20}$ 5 pro pretio de Rotulis 18.

De eodem.

Item Rotuli 42 ualent libras $\frac{1\ 1}{5\ 4}$ 13; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{2}$ 18: multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 269; et multiplica 18 per 2 et adde 1, erunt 37; que multiplica per 269, erunt 9953; que diuide per regulam de 42, scilicet per $\frac{10}{67}$, et per 2, et per 4, et per 5, que sunt sub uirgulis amborum numerorum, coaptans eos sic, quod de $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{6}$ facies $\frac{1}{12}$, et de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ facies $\frac{1}{20}$; et habebis in eorum coaptatione $\frac{1\ 0\ 0}{7\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{6\ 5\ 18}{7\ 12\ 20}$ 5 pro pretio illorum Rotulorum $\frac{1}{2}$ 18.

Nunc satis dictum est de uendictionibus cantarium, et aliorum diuersorum ponderum pro libris denariorum, in quibus indigemus habere in uirgulas diuisionum ipsorum $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, ut habeamus libras, soldos, et denarios in una multiplicatione: nunc de eorum ueditionibus factis a soldis, in quibus indigebimus habere tantum $\frac{1}{12}$ in capite uirgularum diuisionum ipsorum; ut que super 12 ex diuisionibus remanserint, fiant denarii; cum ea, que ex diuisionibus extra uirgulam exierit, sunt soldi.

• diuisionum .... et denarios • (fol. 37 verso, lin. 35-39; pag. 92, lin. 14-21).



De cantare uendito pro soldis et ruptis.

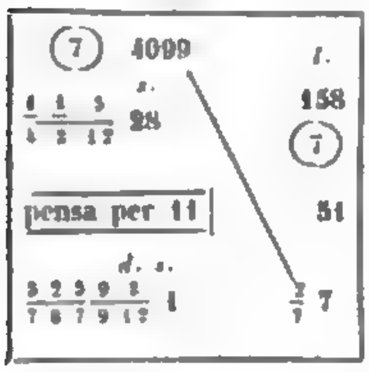
Item cantaria ualet soldos $\frac{1}{4}$ 27, hoc est soldos 27 et denarios 3; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{3}$ 42: multiplica 27 per 4, et adde 1, erunt 109. Item multiplica 42 per 3, et adde 1, erunt 127; que multiplica per 109, erunt 13843; que diuide per 100, et per 3, et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 10\ 12}$, exibunt soldi $\frac{3\ 4\ 6}{10\ 10\ 12}$ 11.

De eodem pro soldis et denariis. |

fol. 28 recto.

Item cantaria ualent soldos 26, et denarios 5, hoc est soldos $\frac{5}{12}$ 26; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{5}{8}$ 31: multiplica 26 per 12, et adde 5, erunt denarii 317. Item multiplica 31 per 8, et adde 5, erunt 253; que multiplica per 317, erunt 80201; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{8\ 10\ 10\ 12}$, exibunt $\frac{1\ 3\ 1\ 4}{8\ 10\ 10\ 12}$ 8.

• Item .... $\frac{0\ 3\ 3\ 3\ 9\ 3}{8\ 7\ 8\ 7\ 9\ 12}$ 1 • (fol. 28 recto, lin. 4-10; pag. 92, lin. 27-36).



De eodem pro soldis et denariis et ruptis.

Item cantaria, hoc est Rotuli 100, ualent soldos $\frac{1\ 1\ 5}{4\ 3\ 12}$ 28, hoc est soldos 28, et denarios $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 5; quantum ualent ergo libre $\frac{2}{7}$ 7: quamuis Rotuli 100, et libre $\frac{2}{7}$ 7 sunt unius generis, tamen non sunt ex una qualitate uel pondere; quia 100 sunt Rotuli, et $\frac{2}{7}$ 7 sunt libre: quare aut de libris $\frac{2}{7}$ 7 faciendi sunt Rotuli, aut de Rotulis 100 faciende sunt libre; ut sicuti sunt ex uno genere, ita sint unius quantitatis, scilicet unius ponderis: uel Rotuli sint ambo, uel libre faciamus quidem de Rotulis 100 libras; et erunt libre 158 pisis: sed alias sunt libre 150, que ponantur in questione pro uenditione pretii: deinde multiplica 28 per suam uirgulam, erunt 4099. Item multiplica 7 per 7, et adde 2, erunt 51; que multiplica per 4099, erunt 209049; que diuide per 158, et per fractiones, que insimul coaptare faciunt $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 7\ 8\ 79\ 12}$, exibunt soldi $\frac{0\ 3\ 3\ 5\ 0\ 1}{2\ 7\ 8\ 79\ 1\ 2}$ 1: uel multiplica tantum tertiam de 51, scilicet 17 per 4099, et tolles 3 de uirgula; quia semper in omnibus questionibus, in quibus multiplicatio et diuisio cadunt, debes obseruare modum euitandi supradictum.

De cantare uendito pro tarenis.

Si cantare cuiuslibet mercis uendatur apud Siciliam pro tarenis 26; queratur quot ualeant Rotuli 47: describe questionem, et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet 26 per 47, erunt 1222; que diuide per regulam de 100, aptans eam ut habeamus

Digitized by Google

inde $\frac{1}{20}$ in capite uirgule ; ideo quia tarenus ponderat grana 20 frumenti; et ea que super 20 remanserint, erunt grana. Regula itaque de 100 est $\frac{1}{5}\frac{0}{20}$, in qua si diuiseris 1222, exibunt tareni $\frac{2}{5}\frac{4}{20}$ 12, hoc est tareni 12, et grana $\frac{2}{5}$ 4: uel aliter quia habes in summa multiplicationis 1222, accipe pro 1200 tarenos 12 ; ideo quia 1200 sunt centum 12: deinde ea que remanent, scilicet 22, diuide per 5; et que ex diuisione peruenit, idest $\frac{2}{5}$4, sunt grana, ut modo inuenimus.

De eodem.

Item cantare uenditur pro tarenis $\frac{1}{4}$ 57 ; quantum ualent ergo Rotuli 831 , hoc est cantaria 8, et Rotuli 31: multiplica igitur 57 per 4, et adde 1, erunt 229; que multiplica per 831, erunt 190299; que diuide per 100, et per 4, hoc est per $\frac{1}{4}\ \frac{0}{5}\frac{0}{20}$, uel per $\frac{1}{2}\ \frac{0}{10}\frac{0}{10}$, quod est pulcrius, exibunt tareni $\frac{1}{2}\frac{9}{10}\frac{11}{20}$ 475, qui tareni 475, qui sunt ex pondere messane; et uolueris scire quot uncie sunt, diuide ipsos tarenos 475 per 30; ideo quia tareni 30 faciunt ibi unciam 1, exibunt uncie $\frac{5}{6}$ 15. Iterum si ipsi 475 erunt de pondere panormi , diuide 475 per $\frac{1}{2}$ 27 ; ideo quia uncia panormi est tareni $\frac{1}{2}$ 27.

De eodem.

Item cantare uenditur pro tarenis $\frac{11}{20}$ 127, hoc est tarenis 127 et granis 11; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{4}$ 42 : multiplica 127 per 20, et adde 11, erunt 2551. Item multiplica 42 per 4, et adde 1, erunt 169; que multiplica per 25551, erunt 431119; que diuide per 100, et per 4, et per 20, exibunt tareni $\frac{3}{4}\frac{0}{10}\frac{7}{10}\frac{17}{20}$ 53.

Nvnc satis de uenditionibus pro tarenis dictum est , nunc uero de uenditionibus rerum pro bizantiis de garbo tractemus, quorum unusquisque est miliarenses 10: quare opus est, ut in ipsis semper habeamus $\frac{1}{10}$ in capite uirge diuisionum, ut que super 10 remanserint, fiant miliarenses.

Si cantare cuiuslibet mercis apud garbum uendatur pro bizantiis 47 ; quantum ualent Rotuli 29 : describe questionem, et multiplica 47 per 39, que sunt ex aduerso, erunt 1833; que diuide per 100, scilicet per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt bizantii $\frac{3}{10}\frac{3}{10}$ 18, hoc est bizantii 18; et multiplica $\frac{3}{10}$ 3, et tantum ualent alii Rotuli 39.

Beccune 100 ualent bizantios $\frac{3}{4}$ 42 ; quantum ualent ergo becune 21 : multiplica 42 per 4, et adde 3, erunt 171; que multiplica per 21, erunt 3591; que diuide per 100, et per 4, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, exibunt bizantii $\frac{3}{4}\frac{7}{10}\frac{9}{10}$ 8 pro pretio illarum beccunarum 21.

De cantare uendito pro bizantiis et miliarensibus.

Item cantare uenditur pro bizantiis 23 ; et multiplica $\frac{1}{2}$ 4 , hoc est pro bizantiis $\frac{1}{2}\frac{4}{10}$ 23; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{4}$ 31 : multiplica 23 per 10, et adde 4; que per 2, et adde 1, erunt 469. Item multiplica 31 per 4, et adde 1, erunt 125; quorum quintam quinte, scilicet | 5 multiplica per 469, et summam diuide per quintam quinte de 100, scilicet per 4, et per omnes numeros, qui sunt sub uirgis, exibunt bizantii $\frac{1}{4}\frac{2}{8}\frac{8}{10}$ 7.

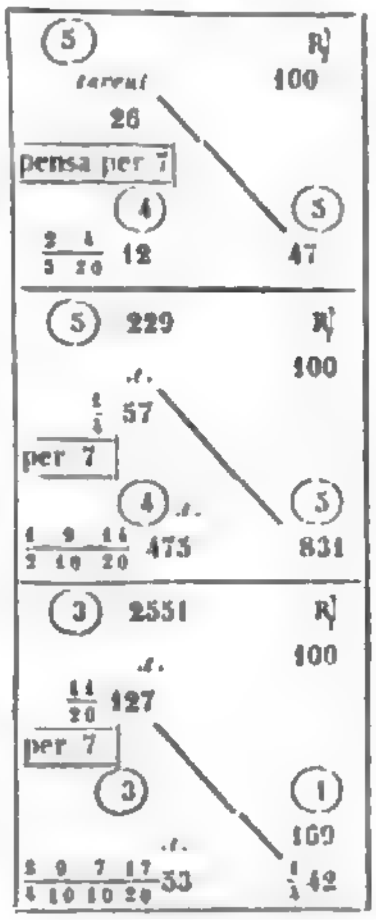
Decena pannellum uendita in garbo.

Pannelli 10 ualent bizantios $\frac{1}{4}$ 34; quantum ualent ergo pannelli 37 : multiplica 34 per 4, et adde 1, erunt 137; que multiplica per 37, erunt 5069; que diuide per 10, et per 4 de uirgula, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{10}$, exibunt bizantii $\frac{1}{4}\frac{7}{10}$ 126, hoc est bizantii 126, et miliarenses $\frac{1}{4}$ 7.

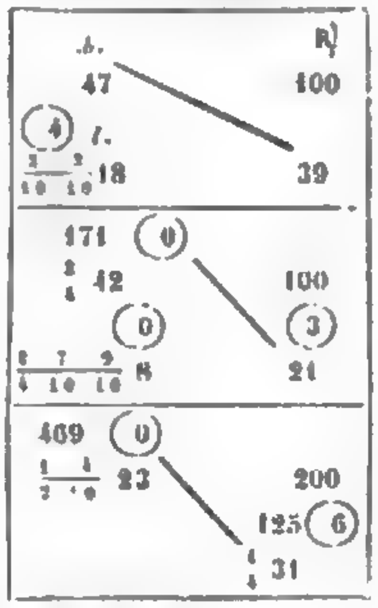
De Rotulo.

Rotulus zaffarani, uel nutium muscatarum, uel aliarum quarumlibet mertium uendi-

« uel multiplica... $\frac{3}{4}\frac{9}{10}\frac{7}{10}\frac{17}{20}$ 53 »
(fol. 38 recto, lin. 11-28, pag. 92, lin. 36 — pag. 93, lin. 19).



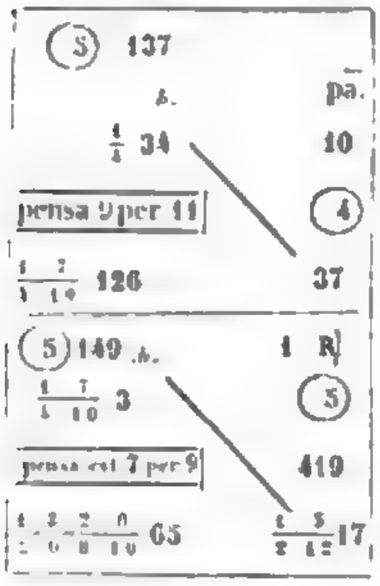
« Nvnc satis .... quinte scilicet »
(fol. 38 recto, lin. 29-39; pag. 93, lin. 20-35).



fol. 38 verso.

Digitized by Google

• [illegible] .... 1639 • (fol. 38 verso, lin. 2-13; pag. 93, lin. 36 — pag. 94, lin. 12).



tur pro bizantiis 3 et miliarensibus $\frac{1}{4}$ 7, hoc est pro bizantiis $\frac{1\ 7}{4\ 10}$; quantum ualent ergo Rotuli 17, et uncie $\frac{1}{2}$ 5, hoc est Rotuli $\frac{1\ 5}{2\ 12}$ 17: describe questionem ut hic cernitur, et multiplica 3 per 10, et adde 7; que per 4, et adde 1, erunt 149. Item multiplica 17 per 12, et adde 5; que per 2, et adde 1, erunt 419; que multiplica per 149, et diuide summam per fractiones amborum numerorum, exibunt bizantii $\frac{1\ 3\ 2\ 0}{2\ 6\ 8\ 10}$ 65, ut superius in descriptione ostenditur.

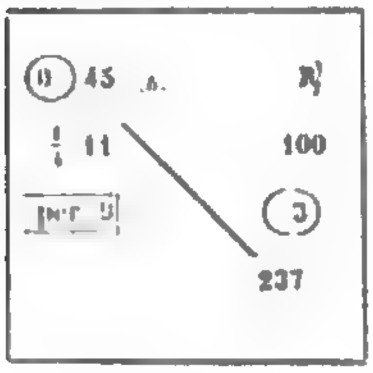
De eodem.

Uerum si eadem ratione quis quereret quantum ualent uncie $\frac{1}{2}$ 5; tantum fac uncias de Rotulo 1, erunt 12: deinde pone in questione, quod uncie 12 zaffarani ualent bizantios 3, et miliarenses $\frac{1}{4}$ 7, hoc est bizantios $\frac{1\ 7}{4\ 10}$ 3; et quantum ualent uncie $\frac{1}{2}$ 5, queritur. Multiplicabis siquidem, ut superius, 3 per suam uirgulam, erunt similiter 149; et multiplicabis 5 per 2, et addes 1, erunt 11; que multiplicabis per 149, erunt 1639; quem diuide per 12, et per reliquas fractiones, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 8\ 10}$, exibunt bizantii $\frac{1\ 3\ 0\ 7}{2\ 6\ 8\ 10}$ 1.

Nunc satis de his, que ad bizantios miliarenses pertinent, de prima parte huius capituli dictum est; nunc uero de eis, que pertinent ad bizantios saracenatos uel yperperos dicamus, in quibus indigebimus, ut habeas in capite uirgularum de 24, hoc est $\frac{0\ 0}{3\ 8}$: ideo quia unusquisque illorum bizantiorum in se caratos 24 continet; et hec que super $\frac{0\ 0}{3\ 8}$ ex diuisionibus remanserint, karatos esse non dubitabis.

De cantare lini uel alterius cuiuslibet mercis, que uenditur in Suria uel in alexandria.

• 8 per 3 .... constantinopolis • (fol. 38 verso, lin. 25-31; pag. 94, lin. 30-42).



Si cantare lini uel alie cuiuslibet mercis apud suriam uel alexandriam uendantur pro bizantiis 4 saracenatis, et uolueris scire quantum ualent Rotuli 37; describe questionem, et multiplica 4 per 37, erunt 148; que diuide per 100, exibunt bizantii $\frac{8\ 4}{10\ 10}$ 1: si autem de $\frac{8\ 4}{10\ 10}$ unius bizantii karatos facere uolueris, multiplica 4, que sunt super 10 per aliam 10, et adde 8, erunt 48; que multiplica per karatos unius bizantii, scilicet per 24, erunt 1152; que diuide per $\frac{1\ 0}{10\ 10}$, exibunt karati $\frac{2\ 5}{10\ 10}$ 11: uel ut habeas summam in una multiplicatione, multiplica 148 per quartam de 24, scilicet per 6, et diuide summam per quartam de 100, et per regulam de 24, exibit similiter bizantius $\frac{7\ 2\ 2\ 2}{5\ 5\ 3\ 8}$ 1, hoc est bizantius 1, et karatus $\frac{2\ 5}{10\ 10}$ 11: quia si multiplicaueris 3, que sunt super 8 per 3, que sunt sub uirgula, et addes 2, erunt karati 11; et $\frac{2\ 2}{5\ 5}$, que sunt in uirgula post $\frac{0\ 0}{3\ 8}$, sunt partes tantum unius karati; et sic semper faciendum est de omnibus aliis, in quibus pones in capite uirgule $\frac{0\ 0}{3\ 8}$, uidelicet multiplicare hoc, quod erit super 8 per 3, que erit post ipsa 8 in uirgula, et addere, hoc est quod erit super 3, ubi modo fecimus, et habebis karatos illius uirgule.

De eodem.

Item cantare ualet bizantios $\frac{1}{4}$ 11; quantum ualent ergo cantara 2, et Rotuli 37, hoc est Rotuli 237: multiplica 11 per 4, et adde 1, erunt 45, quorum quinta, scilicet 9 multiplica per 237; quod totum etiam multiplica per 3, ut habeamus regulam de 24 sub uirga, erunt 6399; que diuide per quintam de 100, et per 4, que sunt sub uirga, et per 3, que addidimus multiplicationi, que uenient aptata in $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 8\ 3}$, exibunt bizantii $\frac{9\ 0\ 3}{10\ 8\ 3}$ 26, ut in hac questione describitur.

De miliario olei constantinopolis.

Miliarium olei apud constantinopolim, quod est metra $\frac{1}{2}$ 33, uenditur pro bizantiis

Digitized by Google

$\frac{5}{24}$ 31 ; quantum ualent ergo metra 13 : describe questionem, et multiplica 33 per 3, que sunt post quam in uirgula, et adde 1, erunt 100; que pone super 33, ut inferius in descriptione cernis: deinde multiplica 31 per 24, et adde 5, erunt karati 749; quos pone super 31, et multiplica 749 per 13, erunt 9737; que multiplica per 3, que sunt sub uirgula de 33, erunt 29211; que diuide per 100, que posita sunt super 33, et per 24, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{3}\frac{0}{8}$, exibunt bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{10}\frac{1}{3}\frac{1}{8}$ 12.

De uncia panormi que mutuatur ad persoluendum pisas.

Uxcia panormi, que est tareni $\frac{1}{3}$ 27, mutuantur ibi ad persoluendum pisas pro soldis $\frac{5}{12}$ 107; queritur quantum ualent eadem ratione tareni $\frac{1}{4}$ 7: multiplica 27 per 3, et adde 1, quod est super 3, erunt 82, que serua super $\frac{1}{3}$ 27 : deinde multiplica 107 per 12, et adde 5, erunt denarii 1289, quos pone super 107. Item multiplica 7 per 4 | et adde 1, erunt 29; que pone super $\frac{1}{4}$ 7; et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 1289 per 29, erunt 3781; que multiplica per 3, que sunt sub una uirgula de 27, erunt 112143; que diuide per regulam de 82, et per fractiones reliquorum numerorum, scilicet per $\frac{1}{4}$, et per $\frac{1}{12}$, qui insimul coaptati faciunt $\frac{1}{8}\frac{0}{41}\frac{0}{12}$, exibunt soldi $\frac{7}{8}\frac{36}{41}\frac{5}{12}$ 28.

Item eadem uncia, scilicet tareni $\frac{1}{3}$ 27 prestantur pro libris $\frac{17}{20}$ 4, hoc est pro libris 4, et soldis 17; quantum ualent ergo tareni $\frac{1}{2}$ 635: multiplica $\frac{17}{20}$ 4 per $\frac{1}{2}$ 635, et diuide summam eorum per $\frac{1}{3}$ 27, quod sic fieri demonstramus: uidelicet ut multiplices 27 per 3, et adde 1, erunt 82, que serua super 27: deinde multiplica libras 4 per 20, et adde 17, erunt soldi 97, quos pone super $\frac{17}{20}$ 4 : postea multiplica 635 per 2, et adde 1, erunt 1271, que pone super $\frac{1}{2}$ 635. Et multiplica 97 per $\frac{1}{41}$ de 1271, scilicet per 31; que per 3, que sunt sub uirgula post 27, erunt 9021; que diuide per $\frac{1}{41}$ de 82, et per 20, et per 2, que sunt sub uirgis, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{20}$; et non oportet multiplicare per 3, que desunt de $\frac{1}{12}$; cum non remaneant fractiones alique post $\frac{1}{4}$ de $\frac{0}{20}$; et ipsa quarta sit de regula de 12, exibunt $\frac{1}{4}\frac{15}{20}$ 112, hoc est libre 112, et soldi 15, et denarii 3.

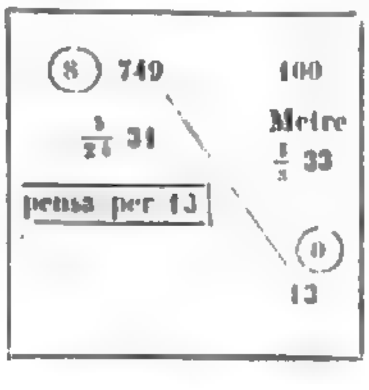
De Rotulis qui uenduntur pro tarenis.

Rotuli $\frac{1}{9}\frac{1}{4}$ 22 uenduntur pro tarenis $\frac{1}{8}\frac{1}{5}$ 14; quantum ualent Rotuli $\frac{1}{2}\frac{5}{6}$ 17: describe questionem, et multiplica 22 per suas uirgulas, erunt 823, que pone super $\frac{1}{9}\frac{3}{4}$ 22: deinde multiplica 14 per suas uirgulas, erunt 581, que pone super $\frac{1}{8}\frac{2}{5}$ 14. Item multiplica 17 per suas uirgulas, erunt 215; que multiplica per 581, erunt 124915, que debes multiplicare per numeros, qui sunt sub uirgulis de 22, scilicet per 4, et per 9, et diuidere summam per 823, et per 5, et per 8, et per 2, et per 6, que sunt sub uirgulis oppositorum numerorum, scilicet de 14 et de 17: Sed ut immittemus subtilitatem euitandi, quam ostendimus in multiplicationibus numerorum, relinquetur quod non multiplicetur 124915 per 4, nec per 3, que sunt de regula de ipsis 9; et relinquetur quod non diuiditur per 2, et per 6, que totidem sunt. Sed multiplicabis 124915 per 3, que remanent de ipsis 9, exibunt 374475, que restant ut diuidenda per $\frac{1}{5}\frac{0}{88}\frac{0}{12}$, hoc est per $\frac{1}{2}\frac{0}{823}\frac{0}{20}$, uidelicet ut habeamus 20 sub capite uirgule, super que uenient grana, exibunt tareni $\frac{1}{28}\frac{33}{23}\frac{17}{20}$ 11: potuimus enim dictum euitandi modum in quibusdam de suprascriptis negotiationibus obseruare. Sed cum relinquimus , ne forte impedirentur que in eis demonstrare uolumus, tamen in omnibus hic idem modus obseruandus est.

De Rotulis et eorum partes (sic)

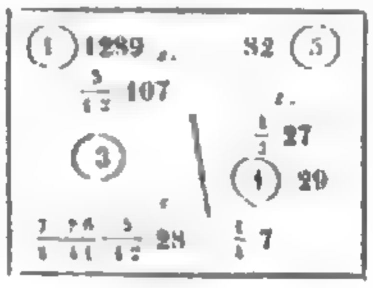
Item Rotuli $\frac{1}{2}\frac{2}{8}\frac{2}{11}$ 13 uenduntur pro bizantiis $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ 7; quantum ualent ergo $\frac{1}{7}\frac{8}{5}$ unius Rotuli: multiplica 13 per suam uirgulam, erunt 2327, que pone super 13; deinde multiplica

« Milliarium .... erunt 82 » (fol. 38 verso, lin. 32-38, pag. 94, lin. 42 — pag. 95, lin. 10)

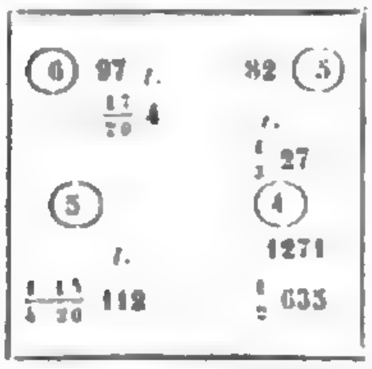


fol. 39 recto.

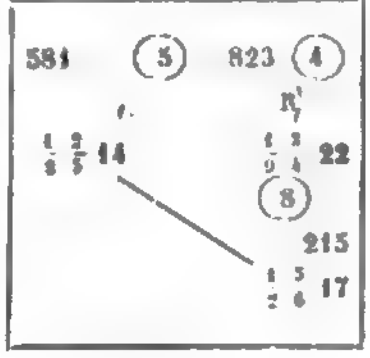
« et adde .... tareni » (fol. 39 recto, lin. 1-4; pag. 95, lin. 11-17)



« $\frac{1}{2}$ 635 .... pro tareni » (fol. 39 recto, lin. 5-10, pag. 95, lin. 17-26)

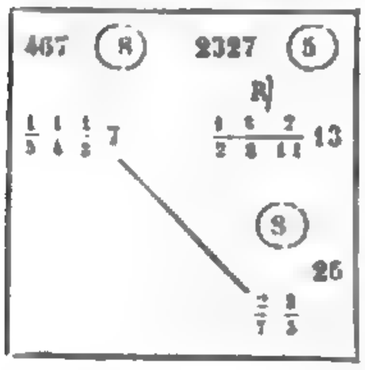


« Rotuli .... que restant » (fol. 39 recto, lin. 11 — 17 e 18 pag. 95, lin 27-36)



Digitized by Google

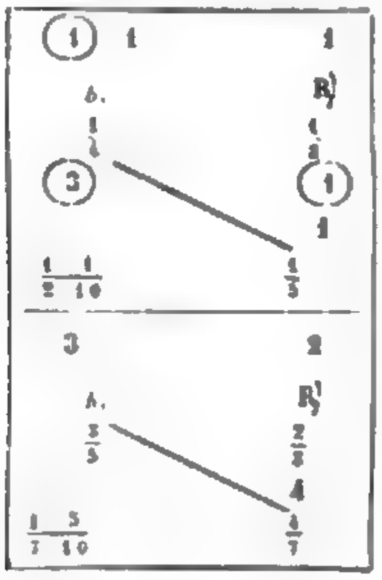
« Item Rotuli... $\frac{2\ 3\ 4\ 22\ 12}{3\ 5\ 7\ 17\ 9\ 22}$ 0 » (fol. 39 *recto*, lin. 22-28, pag. 95, lin. 42 — pag. 96, lin. 8).



7 per suas uirgulas, erunt 467, que pone super 7: post hec multiplica 3, que sunt super 5 per 7, et 1 quod est super 7 in 5, erunt 26, que pone super $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$; et multiplica tertiam decimam de 26 per 467, et per numeros qui sunt sub uirgula de 13, scilicet per 2, et per 8, et per 11, erunt 164384; que diuide per tertiam decimam de 2327, hoc est per 179, per numeros qui sunt sub uirgulis numerorum, qui sunt ex aduerso: tamen cum in eis regulam de 24 accipere non possumus; ideo quia non habemus ex ea in ipsis, nisi tantum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, unde minuit uobis $\frac{1}{2}$, addatur 2 in diuisione, et multiplicentur 164384 per 2, erunt 328768; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 7\ 13\ 179\ 8\ 8}$, exibunt $\frac{22\ \ 488\ \ 12}{33\ \ 7\ 179\ \ 88}$ 0.

De parte Rotuli pro parte bizantii.

Item 1/2 .... uirgulis » (fol. 39 *recto*, lin. 29-39; pag. 96, lin. 10-29).



Item $\frac{1}{8}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{4}$ unius bizantii; quantum ualet ergo $\frac{1}{3}$ unius Rotuli: describe questionem, et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{3}$, et diuide per $\frac{1}{8}$, quod sic fit: multiplica 1, quod est super 4, per 1, quod est super 3, erit 1; quod multiplica per 3, erunt 3; que diuide per 1, quod est super ipsum 3, et per 4, et per 5, que sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{1\ 0}{2\ 10}$, exibit $\frac{1\ 0}{2\ 10}$ unius bizantii, hoc est $\frac{3}{20}$: ex quibus si Karatos uolueris facere, multiplica 3, que sunt super 20, per quartam de 24, exibunt $\frac{3}{5}$ 3.

De parte Rotuli pro parte soldi.

Item $\frac{2}{3}$ unius Rotuli pro $\frac{4}{5}$ unius soldi; quantum ualent ergo $\frac{3}{7}$ unius Rotuli: multiplica 3, que sunt super 5, per 4, que sunt super 7; que per 3, que sunt sub uirgula, erunt 36; que diuide per 2, que sunt super 3, et per 5, et per 7, hoc est per $\frac{10}{110}$, exibit $\frac{1\ 5}{7\ 10}$ unius soldi, hoc est denarii $\frac{11}{37}$ 6.

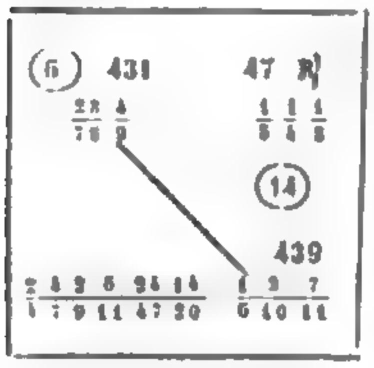
De partibus Rotuli pro partibus bizantii.

Item $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ unius Rotuli per $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ unius bizantii; quantum ualent ergo $\frac{13}{29}$ unius Rotuli: multiplica $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ per $\frac{13}{29}$, et diuide per $\frac{12}{43}$, quod sic fit: multiplica 2, que sunt super 3, per 4; et 1 quod est super 4 per 3, et adde insimul, erunt 11, que pone super $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$. Item multiplica 1, quod est super 5, per 6, et 1, quod est super 6 per 5, et adde insimul, erunt 11, que pone super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$. Item multiplica 5, que sunt super 9 per 6, et adde 1, erunt 11; que pone super $\frac{13}{29}$, et multiplica 11, que sunt super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ per 11, que sunt super $\frac{13}{29}$; que per 3, et per 4, que sunt sub uirgulis | et diuide summam per 11, que sunt super $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$, et per alios ruptos. Sed quia debes multiplicare per 11, et per 3, et per 4, et diuidere per 11, et per 2, et per 6, relinquatur quod non multiplicetur 11, que sunt super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, nec per 3, nec per 4, que sunt sub uirgis $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$; nec diuidetur per 11, nec per 6; sed diuides 11, que sunt super $\frac{13}{29}$ per $\frac{10}{59}$, que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{12}{59}$.

fol. 39 *verso*.

Item $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius Rotuli pro $\frac{2\ 3\ 4}{7\ 8\ 9}$ unius tareni; quantum ualent $\frac{1\ 3\ 7}{6\ 10\ 11}$ unius Rotuli: multiplica 1, quod est super 3, per 4; que per 5, erunt 20; et multiplica 1, quod est super 4, per 5; que per 3, erunt 15; et 1, quod est super 5 per 4; que per 3, erunt 12; et adde 20 cum 15, et cum 12, erunt 47, que pone super $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$: deinde multiplica 4, que sunt super 9, per 8; que per 7, erunt 224; et multiplica 3, que sunt super 8, per 7, et adde 2, erunt 23; que per 9, erunt 207; que adde cum 224, erunt 431, que pone super $\frac{23\ 4}{56\ 9}$. Item multiplica 7, que sunt super 11 per 10, et adde 3; que per 6, et adde 1, erunt 439; que pone super $\frac{1\ 3\ 7}{6\ 10\ 11}$, et multiplica 431 per 439, que sunt ex aduerso, erunt 189209, que deberes multiplicare per ruptos, qui sunt sub 47, scilicet per 3, et per 4, et per 5, et diuidere per eadem 47, et per ruptos, qui sunt sub aliis uirgulis: sed relinquatur

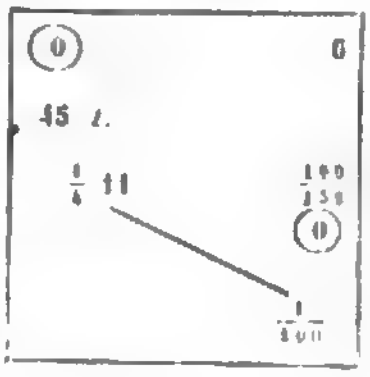
« Item .... sed relinquatur » (fol. 39 *verso*, lin. 4-10 e 11; pag. 96, lin. 29-42).



multiplicatio de 3 et de 2, que sunt in regula de 4; et multiplicentur 189209 tantum per 2, que remanent de ipsis 4, et per 5, hoc est per 10, erunt 1892090; et relinquatur quod non diuidetur per 6, sunt sub uirgula de $\frac{1\ 0\ \ 0}{6\ 10\ 11}$: ergo diuiditur per $\frac{1\ 0\ 0\ \ 0\ \ 0}{7\ 8\ 9\ 11\ 47}$, hoc est ut habeamus $\frac{1}{20}$ in capite uirgule per $\frac{1\ 0\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{4\ 7\ 9\ 11\ 47\ 20}$, exibunt grana $\frac{2\ 1\ 2\ \ 0\ \ 21\ 16}{4\ 7\ 9\ 11\ 47\ 20}$.

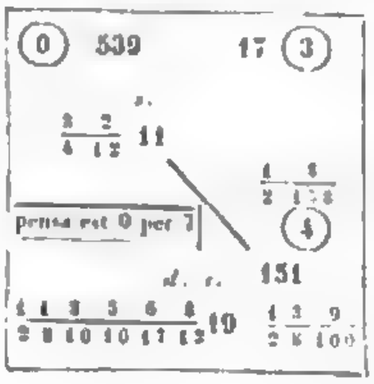
* Item .... questionem » (fol. 39 verso, lin. 14-20; pag. 97, lin. 5-14).

Item libre 100 piperis uenduntur per aliquod pretium, ut ponamus pro libris $\frac{1}{4}$ 11; et queratur quantum ualet Rotulus 1: quia libre 100, et Rotulus 1 sunt unius generis, et non sunt unius quantitatis; ideo quia 100 sunt libre, et 1 est Rotulus, redigendi sunt; ut sicuti sunt unius generis, ita sint unius quantitatis, aut ex quantitate Rotulorum, aut ex quantitate librarum: et cum utraque sit genere, aliud inde facere demostramus: uidelicet ut redigantur ambo ad partes cantarii, hoc est quod uideas de libris 100, que partes sint unius cantarii: omnis enim libra pisana est $\frac{1}{158}$ unius cantarii; quare libre 100 sunt $\frac{100}{158}$ unius cantarii, et Rotulus 1 est $\frac{1}{100}$ eiusdem cantarii: quibus ita redactis in tali questione, redigetur quod $\frac{100}{158}$ unius cantarii, ualent libras $\frac{1}{4}$ 11; et queritur quantum ualet $\frac{1}{100}$ unius cantarii: describe enim questionem sic; et operaueris secundum quod superius demonstrauimus, et habebis pro pretio illius Rotuli $\frac{0\ \ 6\ \ 6\ \ 6\ \ 3}{10\ 10\ 10\ 12\ 20}$.



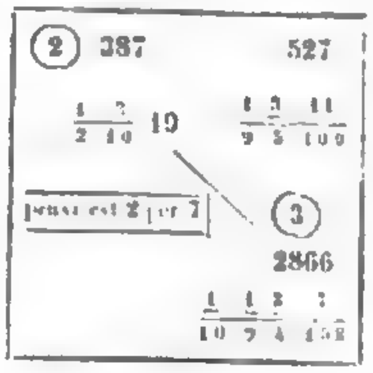
* Item .... medietatem » (fol. 39 verso, lin. 22 — 28 e 29; pag. 97, lin. 16 25).

Item libre $\frac{1}{2}$8 pro soldis $\frac{3\ \ 2}{4\ 12}$ 11; quantum ueniunt Rotuli $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 9: fac de libris $\frac{1}{2}$ 8 partes unius cantarii, erunt $\frac{1\ \ \ 8}{2\ 158}$; et de Rotulis $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 9 fac similiter partes cantarii, eruntque $\frac{1\ 3\ \ \ 9}{2\ 8\ 100}$; et describe questionem, et multiplica 8, que sunt super 158, per 2, et adde 1, erunt 17; que pone super $\frac{1\ \ \ 8}{2\ 158}$, et multiplica 11 per 12, et adde 2; que per 4, et adde 3, erunt 539, que pone super $\frac{3\ \ 2}{4\ 12}$ 11: adhuc multiplica 9, que sunt super 100, per 8, et adde 3; que per 2, et adde 1, erunt 151; que pone super $\frac{1\ 3\ \ \ 9}{2\ 8\ 100}$, et multiplica 151 per 539, erunt 81389, que deberes multiplicare per 2, et per 158, que sunt sub uirgula sub 17, et diuidere per eadem 17, et per ruptos aliarum uirgularum. Sed relinques multiplicationem de 2, que sunt post 158 in uirgula, et multiplicationem de 2, que sunt in 158; sed multiplica tantum 81389 per medietatem de 158, scilicet per 79, et pro ipsis 2, et 2, per que non multiplicasti, relinques quod non diuides per 4, que sunt in uirgula post 12: multiplicatio enim de 81389 per 79 est 6429731; quibus diuisis in $\frac{1\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{2\ 8\ 10\ 10\ 17\ 12}$, exibunt soldi $\frac{1\ 1\ \ 8\ \ 3\ \ 6\ \ 2}{2\ 8\ 10\ 10\ 17\ 12}$ 10.



* Item .... reliquorum » (fol. 39 verso, lin. 32-37 e 38; pag. 97, lin. 29-37).

Item Rotuli $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{5}$ 11, hoc est $\frac{1\ 2\ \ 11}{9\ 5\ 100}$ unius cantarii, uenduntur pro denariis $\frac{1\ \ 3}{2\ 10}$ 19; quantum ualent libre $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{4}$ 7, hoc est $\frac{1\ \ 1\ 3\ \ \ 7}{10\ 9\ 4\ 158}$ unius cantarii: describe questionem, et multiplica 11, que sunt super 100, per 5, et adde 3; que per 9, et adde multiplicationem de 1, quod est super 9 in 5, erunt 527, que pone super $\frac{1\ 2\ \ 11}{9\ 5\ 100}$. Item multiplica 19 per 10, et adde 3; que per 2, et adde 1, erunt 387, que pone super $\frac{1\ \ 3}{2\ 10}$ 19: et adhuc multiplica 7, que sunt super 158 per 4, erunt 2866; et multiplica 387 per 2866, erunt 1109142: que cum debeas multiplicare per 5, et per 9, et per 100, que sunt sub uirgula sub 527, et diuidere summam per regulam de 527, que est $\frac{1\ \ 0}{17\ 31}$, et per reliquos numeros, qui sunt sub uirgulis reliquorum duorum numerorum, relinquatur quod non multiplicetur per 9, nec per 100; et relinquatur quod non diuidetur per 9, nec per 10, que sunt in uirgula sub 2866, nec per 10, que sunt sub uirgula sub 387: ergo multiplicabis | 1109142 tantum per 5, erunt 5545710; que diuides per $\frac{1\ 0\ \ \ 0\ \ \ 0}{2\ 4\ 158\ 527}$, hoc est per $\frac{1\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{2\ 8\ 17\ 31\ 79}$, exibunt denarii $\frac{0\ 7\ \ 10\ 21\ 45}{2\ 8\ 17\ 31\ 79}$ 8.

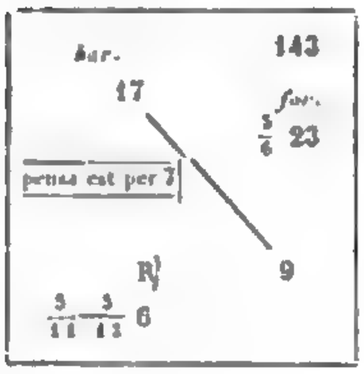


fol. 40 recto.

Item Rotuli 11 gerouini ualent in alexandria karatos 17; quantum ualent Rotuli 9 forforini: quia Rotuli 11, et Rotuli 9 non sunt unius ponderis; uel de Rotulis 11 Gerouinis

Digitized by Google

• Item .... Rotuli » (fol. 40 recto, lin. 3-7; pag. 97, lin. 42 — pag. 98, lin. 6)

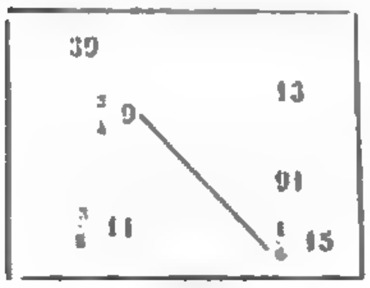


facies Rotulos forforinos, uel de Rotulis 9 forforinis facies Rotulos Gerouinos, ut fiant ambo uel forforini, uel Gerouini: sed quia de Rotulis Gerouinis 11 leuius potes facere Rotulos forforinos, quam de Rotulis 9 forforinis facere Gerouinos; ideo quia unusquisque Rotulus Gerouinus est Rotulus $\frac{1}{6}$ 2 forforinus: quia si multiplicauerit Rotulos 11 Gerouinos per $\frac{1}{6}$ 2 faciet Rotulos $\frac{5}{6}$ 23 forforinos. Vnde describe quod Rotuli $\frac{5}{6}$ 23 forforini ualent karatos 17; quantum ualent Rotuli 9 forforini: multiplicabis ergo 17 per 9, que sunt ex aduerso, et diuides per $\frac{5}{6}$ 23, exibunt karati $\frac{5}{11}\frac{5}{13}$6.

De Rotulis forforinis cum queritur precium. Contrarium.

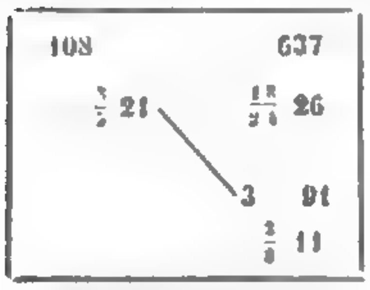
Item Rotuli 13 forforini ualent karatos $\frac{3}{4}$ 9; quantum ualent Rotuli 7 gerouini: fac forforinos de Rotulis 7 gerouinis, hoc est: multiplicabis Rotulos 7 gerouinos per $\frac{1}{6}$ 2, erunt Rotuli $\frac{1}{6}$ 15 forforini: ergo describes quod Rotuli 13 forforini ualent karatos $\frac{3}{4}$ 9; quantum ualent Rotuli $\frac{1}{6}$ 15 forforini: multiplicabis $\frac{3}{4}$ 9 per $\frac{1}{6}$ 15, et diuides per 13, et euitabis inde $\frac{1}{13}$, cum possibile sit, et $\frac{1}{3}$ similiter, exibunt karati $\frac{3}{8}$ 11.

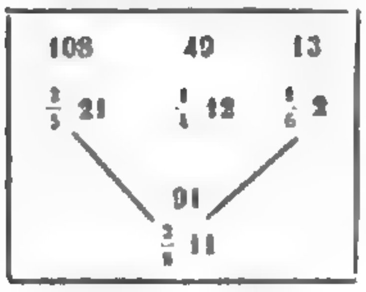
• Item .... karatis » (fol. 40 recto, lin. 9-14; pag. 98, lin. 9-17 e 18).



Item Rotuli Gerouini $\frac{1}{4}$ 12 pro karatis $\frac{3}{5}$ 21; quantum ualent Rotuli $\frac{3}{8}$ 11 forforini: fac Rotulos forforinos de Rotulis $\frac{1}{4}$ 12 gerouinis, hoc est multiplica $\frac{1}{4}$ 12 per $\frac{1}{6}$ 2, erunt Rotuli forforini $\frac{13}{24}$ 26: deinde describe quod Rotuli $\frac{13}{24}$ 26 forforini ualent karatos $\frac{3}{5}$ 21; quantum ualent Rotuli $\frac{3}{8}$ 11 forforini: multiplicabis $\frac{3}{5}$ 21 per $\frac{3}{8}$ 11, et diuides per $\frac{13}{24}$ 26, exibunt karati $\frac{0\ 0\ 2\ 2\ 2}{4\ 7\ 7\ 10\ 13}$ 9, ut in hac descriptione cernitur: possumus enim hoc idem operari, uitando multiplicationem de $\frac{1}{4}$ 12 in $\frac{1}{6}$ 2, quod superius multiplicauimus, uidelicet ut describantur in questione Rotuli $\frac{3}{8}$ 11 forforini sub $\frac{1}{4}$ 12 gerouinis: deinde prouideas de Rotulo 1 gerouino, quot forforini sint, uidelicet $\frac{1}{6}$ 2: pone enim $\frac{1}{6}$ 2 ante $\frac{1}{4}$ 12, ut in hac descriptione cernis; et erit tunc talis quesito, quod $\frac{1}{6}$ 2 uicibus Rotuli $\frac{1}{4}$ 12 forforini ualent karatos $\frac{3}{5}$ 11; quantum ualent ergo $\frac{3}{8}$ 11 forforini: multiplicabis ergo, ut prediximus, $\frac{3}{5}$ 21 per $\frac{3}{8}$ 11, et diuides per $\frac{1}{4}$ 12, et per $\frac{1}{6}$ 2, quod sic fit: uidelicet quod multiplices 2 per 6, et adde 1, quod est super 6, erunt 13; que pone super $\frac{1}{6}$ 2, et multiplica 12 per 4, et adde 1, quod est super 4, erunt 49, que pone super $\frac{1}{4}$ 12. Item multiplica 21 per 5, et adde 3, erunt 108, que pone super $\frac{3}{5}$ 21: et adhuc multiplica 11 per 8, et adde 3, erunt 91; que pone super $\frac{3}{8}$ 11, et multiplica 108 per 91, et per ruptos, qui sunt sub 49, et sub 13, scilicet per 4 et per 6, erunt 235872; que diuide per 13, et per 49, et per numeros, qui sunt sub uirgulis aliorum duorum numerorum, scilicet per 5, et per 8, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 7\ 10\ 10\ 13}$, exibunt karati $\frac{0\ 0\ 2\ 2\ 2}{4\ 7\ 7\ 10\ 13}$ 9, ut superius inuenimus.

• $\frac{0\ 0\ 2\ 2\ 2}{4\ 7\ 7\ 10\ 13}$ ....unimus » (fol. 40 recto, lin. 15-23; pag. 98, lin. 18-32).



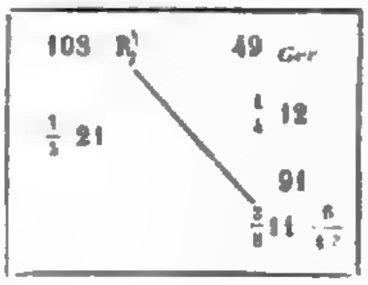


Vel aliter describe questionem, scilicet Rotulos $\frac{3}{8}$ 11 forforinos sub Rotulis $\frac{1}{4}$ 12 gerouinis; et uideas de 1 Rotulo forforino, que pars sit unius Rotuli Gerouini, uidelicet $\frac{6}{13}$ hac ratione: quia cum Rotulus 1 gerouinus sit Rotulus $\frac{1}{6}$ 2 forforinus; ergo Rotuli 6 Gerouini sunt Rotuli 13 forforini. Vnde Rotulus 1 forforinus est $\frac{6}{13}$ de Rotulo 1 Gerouino, ut prediximus: pone ergo $\frac{6}{13}$, cuius Rotulos $\frac{3}{8}$ 11 forforinos, sicuti superius in precedenti descriptione posuimus $\frac{1}{6}$ ante Rotulos $\frac{1}{4}$ 12 gerouinos, ut in hac descriptione cernitur: et erit tunc talis questio, quod Rotuli $\frac{1}{4}$ 12 gerouini ualent karatos $\frac{3}{5}$ 21; et queritur, quantum ualent $\frac{6}{13}$ de Rotulis $\frac{3}{8}$ 11 gerouinis; quod sic facies: multiplicabis $\frac{3}{5}$ 21 per $\frac{3}{8}$ 11 $\frac{6}{13}$, et diuides per $\frac{1}{4}$ 12 sic: multiplica 12 per 4, et adde 1, erunt 49, que pone super $\frac{1}{4}$ 12; et pone 108 eadem ratione super $\frac{3}{5}$ 21, et 91 super $\frac{3}{8}$ 11, et multiplica 108 per numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet per 91, et per 6, et per 4, que sunt sub

49, erunt similiter 235872; que diuides per regulam de 49, et per ruptos, qui sunt sub uirgulis reliquorum numerorum, scilicet per $\frac{1}{5}\,\frac{0\ \ 0}{8\ 13}$, qui coaptati cum regula de dictis 49 faciunt similiter $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 7\ \ 7\ 10\ 13}$, in quibus diuiseris 235872, exibunt karati $\frac{0\ \ 0\ \ 3\ \ 2\ \ 2}{4\ \ 7\ \ 7\ 10\ 13}\,9$, ut superius bis inuenimus: et ut hoc quod in hac questione demonstrare uolumus non impediretur, non euitauimus laborem multiplicandi et diuidendi, quem euitare potuimus: sed ut non dimittatur magisterium euitandi laborem, in quibus possumus; qualiter in hoc euitandum sit, ostendamus: et est hoc quod numquam debemus multiplicare aliquem numerum; cum summa multiplicationis eorum per similem, uel per similes debeamus postea diuidere, ut in hac quod multiplicauimus 108 per 91; que per 6; que per 4, que sunt sub uirgula de 49; et | diuisimus summam per $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 7\ \ 7\ 10\ 13}$: poteramus enim relinquere in dicta multiplicatione quod non multiplicaretur 91, nec aliqua pars ipsius; et relinqueremus diuisionem de 7, et de 13, que sunt in uirgula diuisionis, que equales sunt de 91: ideo quia 7 uicibus 13 faciunt 91; et quia equales sunt, ergo similes: et hoc est quod dicimus, quod non debemus multiplicare 91 in dicta multiplicatione, cum debeamus postea diuidere per $\frac{1\ \ 0}{7\ 13}$: remanet enim ut multiplicetur 108 per 6; que per 4, et diuidatur tantum per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 7\ 10}$, de quibus possumus etiam euitare, ut non multiplicemus multiplicationem de 6 uicibus 108 per 4, et non diuidimus per 4, que sunt in diuisione. Multiplicabimus ergo tantum 6 per dimidium de 108, erunt 324; que diuides per $\frac{10}{57}$ tantum, exibunt karati $\frac{41}{57}\,9$, que totidem sunt quantum $\frac{0\ \ 0\ \ 3\ \ 2\ \ 2}{4\ \ 7\ \ 7\ 10\ 13}\,9$. Et ut hoc uerum sit, ita cognoscitur: multiplica 3, que sunt super 13 per 10, que sunt post 13 in uirgula, et adde 2, que sunt super 10, erunt 33; que multiplica per 7, et adde 3, que sunt super 7, erunt 234; que diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{13\ 10\ 7}$, exibunt $\frac{41}{57}$: est enim pulcrius dicere $\frac{41}{57}$, quam $\frac{3\ \ 2\ \ 2}{7\ 10\ 13}$: quare semper studendum est, ut euitemus hoc quod euitare potuerimus, ut minor labor sit, et pulcriores atque intelligibiliores habeamus ruptos.

fol. 40 verso

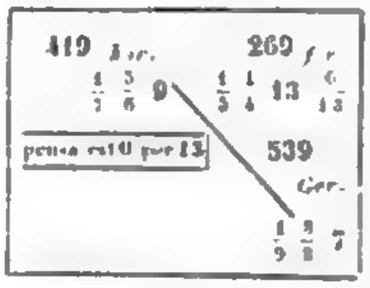
• diuisimus .... dimidium de • (fol. 40 verso, lin. 1-6; pag. 99, lin. 10-18).



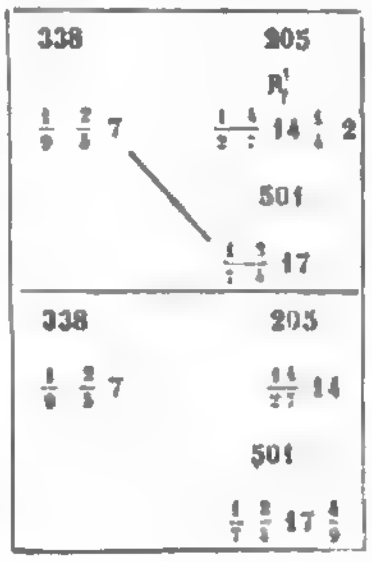
De Rotulis forforinis cum queritur de Gerouinis.

Item Rotuli forforini $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,13$ per karatos $\frac{1}{7}\,\frac{5}{6}\,9$; quantum ualent ergo Rotuli Gerouini $\frac{1}{9}\,\frac{2}{8}\,7$: describe questionem tanquam essent Rotuli unius ponderis; deinde pone $\frac{6}{13}$ ante Rotulos forforinos, uel ante Rotulos gerouinos pone $\frac{1}{6}\,2$ ea ratione, qua superius demonstrauimus: ponamus ergo $\frac{6}{13}$ in hac questione ante Rotulos forforinos $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,13$, ut hic ostenditur; et multiplicabis 13 per suas uirgulas, erunt 269; et multiplica 9 per suas, erunt 419. Item multiplica 7 per suas uirgulas, erunt 539; et multiplica 419 per 539, que sunt ex aduerso; quem multiplica per ruptos reliqui numeri, scilicet per 4, et per 5, et per 13; et summam que exierit diuide per 6, que sunt super 13. et per 269, et per ruptos reliquorum numerorum duorum, scilicet per 6, et per 7, et per 8, et per 9; et euitabis hoc quod euitare potes, sicuti in precedenti questione demonstrauimus, et habebis karatos $\frac{0\ \ 7\ \ 2\ \ 2}{7\ \ 5\ \ 9\ \ 9}\,\frac{6}{269}\,12$: et sic potes facere de qualibet simili positione, in qua proponatur uenditio Rotulorum unius ponderis; et quesieris pretium Rotulorum quorumlibet alterius ponderis. Item ut intelligatur melius Rotuli $\frac{14}{27}\,14$ de messana ualent tarenos $\frac{1}{9}\,\frac{2}{5}\,7$; et quantum ualent Rotuli $\frac{1}{7}\,\frac{2}{5}\,17$ de pisis queratur. Primum querendum est de Rotulo messane quot Rotulos pisanos ponderet, uidelicet $\frac{1}{4}\,2$, ut ita ponamus, quos pone ante Rotulos messane, sicuti superius docuimus ponere $\frac{1}{6}\,2$ ante Rotulos gerouinos; uel pone $\frac{4}{9}$ ante Rotulos pisanos; ideo quia Rotulus pisanus est $\frac{4}{9}$ de Rotulis messane. In hac autem ponamus $\frac{1}{4}\,2$ ante Rotulos messane, ut hic ostenditur; et multiplica 2 per

• gerouinos .... Rotulorum • (fol. 40 verso, lin. 14-20; pag. 99, lin. 28-37).



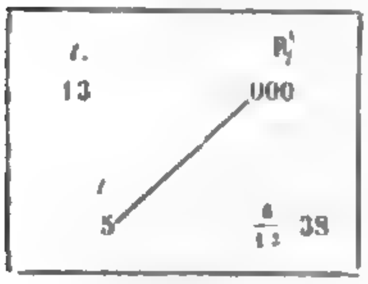
• quorumlibet .... De cantare • (fol. 40 verso, lin. 21-32; pag. 99, lin. 37 e 38 — pag. 100, lin. 11).



4, et adde 1, erunt 9, que pone super $\frac{1}{4}$ 2: deinde multiplica 14 per suam uirgam, erunt 205, que pone super 114. Item multiplica 7 per suas, erunt 338, que pone super 7. Item multiplica 17 per suos ruptos, erunt 501; que pone super 17, et multiplica 338 per 501; que per ruptos, qui sunt superius, scilicet per 2, et per 7, et per 4; et diuides per 9 et per regulam 205, et per reliquos ruptos, uidelicet per $\frac{1}{4}\frac{0}{5}\frac{0}{7}\frac{0}{9}$; et euitabis ea que euitari poteris. Et pro pretio illorum Rotulorum habebis tarenos $\frac{2}{3}\frac{29}{39}\frac{22}{41}\frac{1}{20}$ 4. Explicatis quidem demonstrationibus in uenditionibus mertium, in quibus inueniuntur pretia mertium; nunc uero reuertamus ad easdem uenditiones, in quibus reperiantur merces positorum pretiorum, secundum diuersitates uenditionum ipsarum, reuertentes quidem ad uenditiones cantarium.

De cantare cum uenditur pro libris; et queritur Rotulus de libris.

• libras 5 .... idem a (fol. 40 verso, lin. 34-38; pag. 100, lin. 13-20).

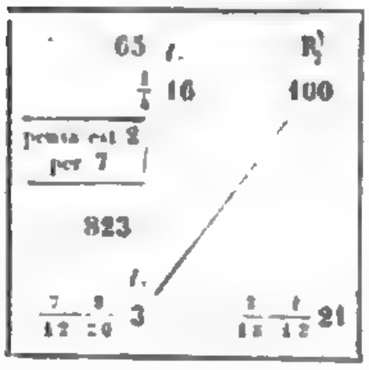


Si cantare cuiuslibet mercis uenditur pro libris 13; et queratur quot Rotulos quis pro libris 5 habuerit, describe, ut prediximus in precedentibus positionibus in prima uenditione, scilicet Rotulos 100; deinde in eadem lineatione retro pone pretium illorum Rotulorum, uidelicet libras 13; deinde pone libras 5 sub 13: ideo quia sunt unius generis et unius quantitatis, scilicet pretii; et descriptis numeris, ut hic ostenditur, multiplicabis numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet 5 per 100, erunt 500; que diuides per 13, exibunt Rotuli $\frac{6}{13}$ 38, ut in hac descriptione cernitur; et tot Rotulos habuerit pro libris 5 descriptis: nam si de $\frac{6}{13}$ unius Rotuli uncias facere uolueris, multiplica 6, que sunt super 13, per 12; ideo quia unusquisque Rotulus ponderat uncias 12, erunt 72; que diuide per 13, exibunt uncie $\frac{7}{13}$ 5; de quibus $\frac{7}{13}$ unius | uncie possumus eodem modo facere partes unius uncie, secundum partes que fuerint ipsius uncie, siue pisani Rotuli, aut libre, uel alicuius alterius Rotuli: et ut melius intelligatur, ponamus quod ipse $\frac{7}{13}$ sint de uncia pisane libre: unde si uoluerimus cognoscere ex eis quot denarii sint de cantare; ideo quia uncia eiusdem libre ponderat denarios 25 de cantare, multiplicabis 7, que sunt super 13 per 25, et diuides per 13; et sic intellige de quibuslibet unciis.

fol. 41 recto

De eodem cum ruptis.

• Item .... multiplicatio de (fol. 41 recto, lin. 6-12, pag. 100, lin. 29-36).



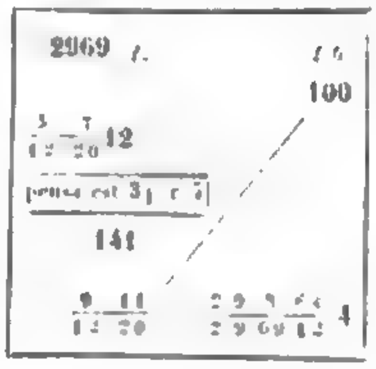
Item cantare ualet libras $\frac{1}{4}$ 16; et queritur quot Rotulos pro libris $\frac{7}{12}\frac{9}{20}$ 3 quis habuerit: describe questionem in hunc modum, et multiplica 16 per 4, et adde 1, erunt 65, que pone super $\frac{1}{4}$ 16: deinde multiplica 3 per suam uirgam, erunt 823; que pone super $\frac{7}{12}\frac{9}{20}$ 3, et multiplica 100 per 823; que per 4, que sunt sub uirgula de 16, et diuides summam per regulam de 65, que est $\frac{1}{5}\frac{0}{13}$, et per ruptos inferioris uirgule, scilicet per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, et aptabis 12 in capite uirgule; ideo quia ea, que fuerint super 12, erunt uncia, uel uncie; erit ergo aptatio illorum $\frac{1}{5}\frac{0}{13}\frac{0}{20}\frac{0}{12}$: sed ut euitemus laborem multiplicandi et diuidendi, relinquatur multiplicatio de 100, et relinquetur diuisio de $\frac{1}{5}\frac{0}{20}$, que sunt in uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 823 per 4, et diuides tantum per $\frac{1}{13}\frac{0}{12}$, exibunt Rotuli $\frac{2}{13}\frac{1}{12}$ 21: probatio autem huius rei et similium eadem est, quam superius demonstrauimus, uidelicet ut sicuti egredieris cum numeris, multiplicando et diuidendo, ita egredieris unam quamlibet pensam operando. Quare pensa huius positionis esse 2 per 7 reperies.

De centenario piperis secundum suprascriptum modum.

Item centenarium piperis pro libris 12, et soldis 7, et denariis 5, hoc est pro libris

$\frac{5\ 7}{12\ 20}12$, quot libras piperis habuero pro soldis 11, et denariis 9: quia libre $\frac{5\ 7}{12\ 20}12$, et soldi $\frac{9}{12}11$, sunt unius generis, scilicet pretii, et non sunt unius quantitatis, cum 12 sint libre, et soldi 11, sunt soldi: ergo uel de libris $\frac{5\ 7}{12\ 20}12$ faciendi sunt soldi, uel de soldis $\frac{9}{12}11$ faciende sunt libre, hoc est partes unius libre; ut sicuti sunt unius generis, ita sint unius quantitatis: ergo de soldis $\frac{9}{12}11$ faciamus partes unius libre, que sunt $\frac{9\ 11}{12\ 20}$; et describantur sub libris $\frac{5\ 7}{12\ 20}12$, ut in hac descriptione ostenditur; et multiplicetur 12 per suam uirgulam, erunt 269. Item multiplica 11 per 12, et adde 9, erunt 141; et multiplica 141 per 100; que per 12 et per 20, que sunt sub uirgula de 12, et diuide summam per 2969, et per $\frac{1\ 0}{12\ 20}$: sed ut euites laborem, non multiplicare per 12, nec per 20; et non oportebit diuidere per $\frac{1\ 0}{12\ 20}$: ergo multiplicabis 141 per 100, erunt 14100; que diuides per 2969, uel ut habeamus uncias super uirgulam, multiplica 14100 per 12, et diuide per $\frac{1\ 0}{2969\ 12}$, exibunt Rotuli $\frac{2\ 9\ 1\ 6\ 8}{2\ 9\ 6\ 9\ 12}4$.

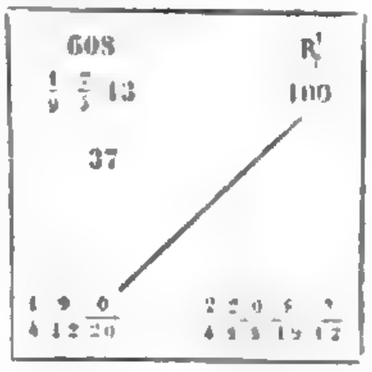
• Item .... multiplica » (fol. 41 recto, lin. 18-24, pag. 100, lin. 42 — pag. 101, lin. 7)



De cantare uenducto per libras, cum queritur merces denariorum.

Item cantare ualet libras $\frac{4}{9}\frac{2}{5}13$; et quantum quis pro denariis $\frac{1}{4}9$ habuerit queritur, hoc est per $\frac{1\ 9\ 0}{4\ 12\ 20}$ unius libre, ut fiant ex eadem quantitate librarum $\frac{4}{9}\frac{2}{5}13$: describatur questio ut hic ostenditur; et multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 608. Item multiplica 9, que sunt super 12, per 4, et adde 1, erunt 37; et multiplica 37 per 100; que per 5, et per 9, que sunt sub uirgulis post 13; et diuides summam per regulam de 608, que est $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 8\ 19}$, et per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 12\ 20}$; qui rupti insimul coaptati sunt $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 8\ 8\ 10\ 19\ 12}$; et habebis quesitam quantitatem: uel si uolueris euitare, noli multiplicare 37 per totum 100, sed relinques 10 de regula 100, propter quod relinques $\frac{1}{10}$, que est in uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 37 per 10, que remanent de 100, et per 5, et per 9 predicta, erunt 16650; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 8\ 8\ 19\ 12}$, exibunt $\frac{2\ 2\ 0\ 8\ 3}{4\ 8\ 8\ 19\ 12}$.

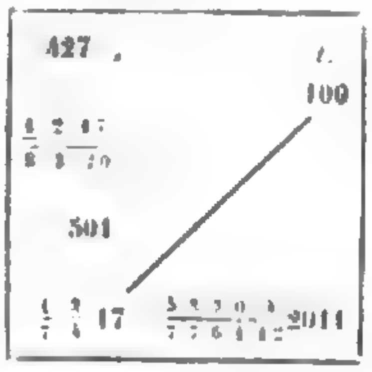
• Item .... relinques » (fol. 41 recto, lin. 32-36 e 37; pag. 101, lin. 14-24).



Item si centenarium uendatur pro soldis $\frac{1}{8}\frac{2}{3}17$; et queratur quantum quis ex ipsa merce pro libris $\frac{1}{7}\frac{2}{4}17$ habuerit, uerte soldos $\frac{1}{8}\frac{2}{3}17$ ad partes unius libre, erunt $\frac{1\ 2\ 17}{8\ 3\ 20}$ unius | habuerit uerte soldos $\frac{1}{8}\frac{2}{3}17$ ad partes unius libre, erunt $\frac{1\ 2\ 17}{8\ 3\ 20}$ unius libre; et hoc facies ut ambo numeri sint unius nominis: deinde describes questionem in hunc modum; et operaberis secundum quod superius dictum est, et habebis pro quesita quantitate illius mercis libras $\frac{5\ 5\ 3\ 0\ 4}{7\ 7\ 6\ 4\ 12}2011$.

fol. 41 verso

• habuerit .... fractionibus » (fol. 41 verso, lin. 1-7 e 8; pag. 101, lin. 26-34



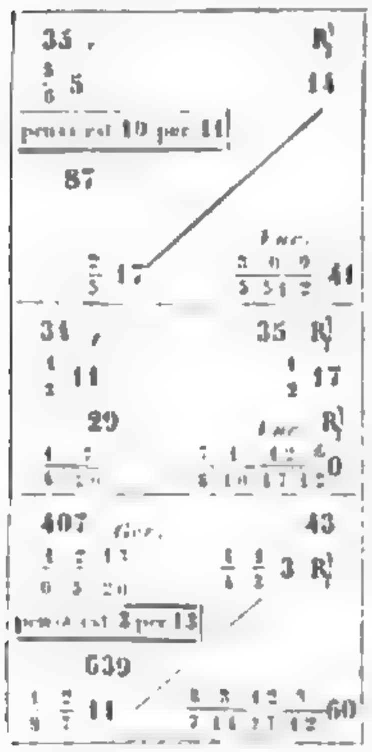
Regula uniuersalis in centenario.

Uolumus enim quandam regulam demonstrare, que procreatur ex euitatione multiplicationum, et diuisionum ipsorum numerorum, qui ponuntur in similibus questionibus; et hec est, ut cum proponatur quod centenarium piperis ualeat libras quotlibet absque fractionibus, ut ponamus pro libris 13; et queratur quantum quis pro denariis quotlibet habuerit, ut ponamus 3; semper multiplica denarios per 5, et diuide per pretium centenarii, ut in hac: multiplica denarios 3 per 5, erunt 15; que diuide per 13, exibunt $\frac{2}{13}1$; et tot uncias habueris pro ipsis denariis 7: uerum si eadem ratione queratur, quantum ipse pro soldis 7 haberet, multiplicabis similiter 7 per 5, erunt 35; que diuide similiter per 13, exibunt libre $\frac{9}{13}2$; et sic intelligas de omnibus similibus.

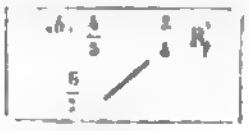
Item si e contra quesieris quantum eadem ratione uncie 7 ualeant; multiplicabis 7 per 13, et diuides per 5, exibunt denarii $\frac{1}{5}18$. Nam si quesieris, quantum ualent libre 7 eiusdem mercis; multiplicabis similiter 7 per 13, et diuide per 5, exibunt soldi $\frac{1}{5}18$, idest soldi 18, et denarii $\frac{2}{5}2$; et sic facies de similibus.

Digitized by Google

« eiusdem .... donde » (fol. 41 verso, lin. 16-31; pag. 101, lin. 42 — pag. 102, lin. 14).

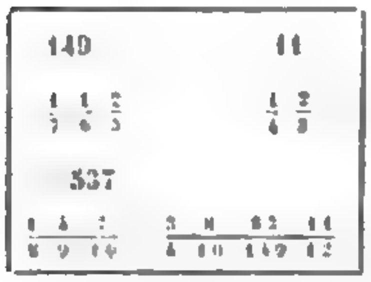


« per 4 .... de Rotulis » (fol. 41 verso, lin. 32-34, pag 102, lin. 14-18.

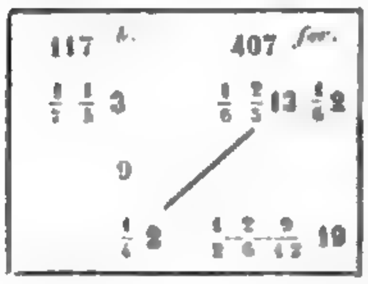


fol. 42 recto

« per $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$ .... ruptos » (fol. 41 verso, lin. 35-39, pag 102, lin. 19-23.



« de Rotulis .... 9 per » (fol. 42 recto, lin. 6-11; pag. 102, lin. 31-37).



Item Rotuli 14 pro tarenis $\frac{5}{6}5$; quot Rotulos habuero pro tarenis $\frac{2}{5}17$: describe questionem hoc modo; et multiplica numeros qui sunt ex aduerso, scilicet 14 per $\frac{2}{5}17$, et diuide per $\frac{5}{6}5$, exibunt $\frac{8\ 0\ 9}{3\ 5\ 12}41$.

Item Rotuli $\frac{1}{2}17$ pro tarenis $\frac{1}{2}11$; quantum habuero ex ipsis pro granis $\frac{1}{4}7$, hoc est pro $\frac{1\ 7}{4\ 20}$ unius tareni, ut fiant ex quantitate tarenorum $\frac{1}{2}11$ suprascriptorum: describe questionem sic; et multiplicabis $\frac{1}{2}17$ per $\frac{1\ 7}{4\ 20}$, et diuide per $\frac{1}{2}11$; et fac ut habeas 12 in capite uirgule propter uncias, et exibunt uncie $\frac{2\ 1\ 12\ 6}{8\ 10\ 17\ 12}$.

De Rotulis uenditis pro granis, cum queritur merces tarenorum.

Item Rotuli $\frac{1}{4}\frac{1}{3}3$ pro granis $\frac{1}{6}\frac{2}{5}13$; quot Rotulos habuero pro tarenis $\frac{1}{8}\frac{2}{7}11$: fac partes unius tareni de granis $\frac{1}{6}\frac{2}{5}13$, erunt $\frac{1\ 2\ 13}{6\ 5\ 20}$; et describe questionem sicut inferius cernitur, et multiplicabis $\frac{1}{4}\frac{1}{3}3$ per $\frac{1}{8}\frac{2}{7}11$, et diuides per $\frac{1\ 2\ 13}{6\ 5\ 20}$, exibunt Rotuli $\frac{8\ 3\ 12\ 3}{7\ 11\ 31\ 12}60$.

Item $\frac{3}{4}$ unius Rotuli pro $\frac{4}{5}$ unius bizantii; quantum habuero pro $\frac{6}{7}$ unius bizantii: describe questionem, et multiplica 3, que sunt super 4, per 6, que sunt super 7, erunt 18; que per 5, que sunt sub uirgula superiori, erunt 90; que diuide per 4, que sunt super 5, et per 4, et per 7, que sunt sub aliis uirgulis, idest per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 8}$, exibunt $\frac{2\ 6}{7\ 8}$ unius Rotuli.

De ruptis rotulorum.

Item $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ unius bizantii; quantum habuero de Rotulis per $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$ unius bizantii: describe questionem sic, et multiplica $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ per $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$, et diuide per $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, quod sic fit: accipe prius $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$, et multiplicabis 2, que sunt super 3, in 4, et 1, quod est super 4, in 3, et adde insimul, erunt 11; que pone super $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$, et inuenies numerum de $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, erunt 149; que pone super $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, et inuenies numerum de $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$, erunt 537: et multiplicabis 11 per 537; que per ruptos, qui sunt sub uirgulis sub 149, scilicet per 5, et per 6, et per 7; et diuides summam per 149, et per ruptos, qui sunt sub 11, et sub 537, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{8\ 4\ 3\ 9\ 10}$, qui insimul coaptati sunt $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{8\ 9\ 10\ 149\ 12}$: euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt $\frac{3\ 3\ 82\ 11}{4\ 10\ 149\ 12}$.

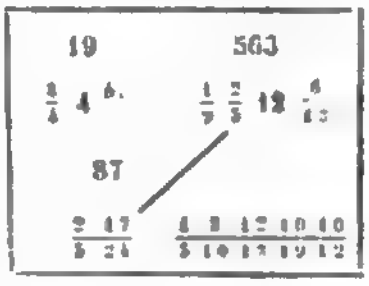
De Rotulis Gerouinis et forforinis.

Item Rotuli Gerouini $\frac{1}{6}\frac{2}{5}13$ pro bizantiis $\frac{1}{7}\frac{1}{5}3$; quot Rotulos forforinos habuero pro bizantiis $\frac{1}{4}2$: quia uenditio sit de Rotulis Gerouinis, et quesitio sit de Rotulis forforinis; ideo de Rotulis $\frac{1}{6}\frac{2}{5}13$ gerouinis faciendi sunt Rotuli forforini, hoc est: multiplica eos per $\frac{1}{6}2$, et uenientem summam pone in questione pro uenditione. Et ut euitemus laborem dicte multiplicationis, pone $\frac{1}{6}2$ ante Rotulos $\frac{1}{6}\frac{2}{5}13$, ut superius in similibus facere demostrauimus; et describe questionem sic: et multiplica 2 per 6, et adde 1, erunt 13, que pone super $\frac{1}{6}2$; deinde multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 407: et multiplica 3 per suas uirgulas, erunt 117: post hec multiplica 2 per 4, et adde 1, erunt 9; que pone super $\frac{1}{4}2$; et multiplica 9 per numeros, qui sunt ei ex aduerso, uidelicet 13, et per 407, erunt 47619; que multiplica per ruptos, qui sunt sub 117, uidelicet per 5, et pèr 7; et diuide per summam per regulam de 117, que est $\frac{1\ 0}{9\ 13}$, et per numeros, qui sunt sub uirgulis oppositorum numerorum, uidelicet per 6, que sunt sub 13, et per 5, et per 6, que sunt sub 407, et per 4, que sunt sub 9: uerum si laborem multiplicandi et diuidendi euitare uolueris, considera cum diximus: multiplica 9 per 13, et relinque eorum multiplicationem, quod non multiplices ea, et non diuides per 9, et per 13, que sunt in uirgula diuisionis: ergo remanet tantum, ut multiplices 407 per ruptos, qui sunt sub

117, et remanet ut diuides per $\frac{1\ 0}{2\ 5}\frac{6}{8}\frac{0}{9}$; de quibus relinques iterum quod non multiplicabis per 5, que sunt sub uirgula sub 117; et non diuides per 5, que sunt sub uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 407 per 7, que sunt sub uirgula sub 117, et diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 8\ 9}$, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 12}$, ut habeamus uncias super 12, exibunt Rotuli $\frac{1\ 2\ 9}{2\ 6\ 12}$ 19 forforini, ut superius in descriptione ostenditur.

De eodem in contrario.

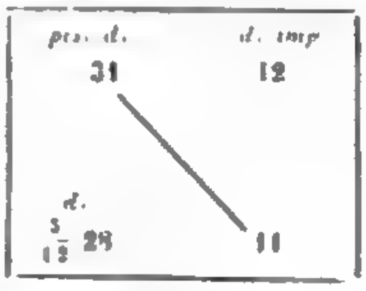
« Item .... multiplicabis 87 » (fol. 42 *recto*, lin. 24-29, pag. 103, lin. 7-13).



Item si dixerit quod Rotuli $\frac{1}{9}\frac{2}{5}$ 12 forforini ualent bizantios $\frac{3}{4}$ 4; et quot Rotulos gerouinos quis pro karatis $\frac{2}{5}$ 17, hoc est pro $\frac{2\ 17}{5\ 24}$ unius bizantii, habuerit queratur: quia unusquisque Rotulus forforinus est $\frac{6}{13}$ unius Rotuli gerouini, ponende sunt $\frac{6}{13}$ ante Rotulos $\frac{1}{9}\frac{2}{5}$ 12 forforinos, ut in hac descriptione ostenditur. Et accipies $\frac{1}{9}\frac{2}{5}$ 12, et multiplicabis 12 per suas uirgulas, erunt 563: deinde accede ad $\frac{3}{4}$ 4, et multiplicabis 4 per 4, et addes 3, erunt 19: item multiplicabis 17, que sunt super 24, per 5, et adde 2, erunt 87; et multiplicabis 87 per 6, que sunt ei ex aduerso super 13; que per 563; que per 4, que sunt sub uirgula sub 19, et diuides summam per 19, et per numeros qui sunt sub uirgulis oppositorum numerorum, uidelicet per 5, et per 9, et per 13, et per 5, et per 24, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 9\ 10\ 13\ 19\ 12}$; et euitabis quod euitare poteris, et habebis pro quesita quantitate $\frac{4\ 3\ 2\ 10\ 10}{5\ 10\ 13\ 19\ 12}$ unius Rotuli gerouini.

Pars secunda octaui capituli de cambiis monetarum.

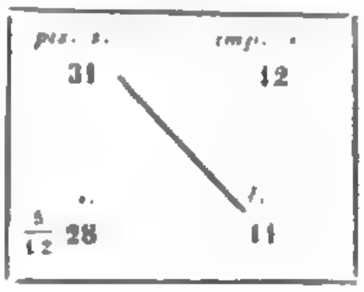
« Si soldus .... multiplicabis » (fol. 42 *recto*, lin. 35-39, pag. 103, lin. 19-24).



fol. 42 *verso*

Si soldus imperialium, scilicet denarii 12, aut cuiuslibet alie monete uendatur pro denariis 31 pisaninis, uel pro aliis quibuslibet; et queratur quot denarios pisaninos quis pro imperialibus 11 habuerit: describes questionem, uidelicet primo uenditionem, scilicet imperiales 12; deinde in eadem lineatione retro scribes pretium illorum, scilicet denarios 31 pisaninos; et imperiales 11 pones sub imperialibus 12, ut hic ostenditur: et multiplicabis | numeros qui sunt ex aduerso, scilicet 11 per 31, erunt 341; que diuide per 12, exibunt denarii $\frac{5}{12}$ 28.

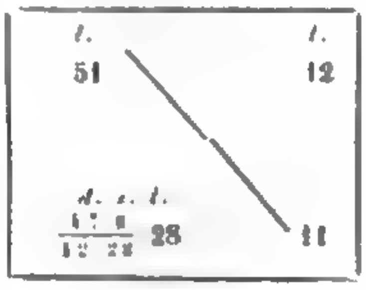
« 12 tot .... et diuides » (fol. 42 *verso*, lin. 3-7, pag. 103, lin. 27-31).



Et scias quia quot denarios pisaninos ualet soldus imperialium, scilicet imperiales 12, tot soldos pisaninos ualent soldi 12 imperialium; et tot libras pisane ualent libre 12 imperialium: unde si dixeris, quod soldus imperialium ualet, ut prediximus, pisaninos 31; et queratur quantum ualent soldi 11 imperialium; erit tunc talis questio: quod soldi 12 imperialium ualent soldos 31 pisaninos; queritur quantum ualent soldi 11 imperialium: describe questionem ut superius, et multiplicabis 31 per 11, ut prediximus, et diuides similiter per 12; et sic exibunt soldi $\frac{5}{12}$ 28, hoc est soldi 28, et denarii 5 pisanorum, ut in hac secunda cernitur descriptione.

De eodem.

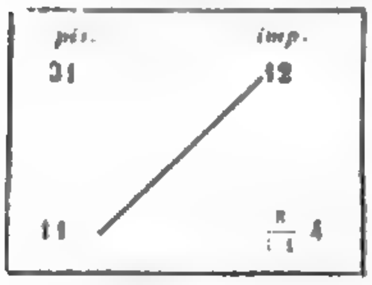
« tunc talis .... denarii 4 » (fol. 42 *verso*, lin. 11-15; pag. 103, lin. 35 e 36-40).



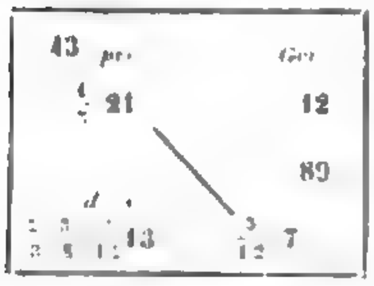
Rursus si eadem ratione quereres, quantum ualeant libre 11 imperialium, erit tunc talis questio. Quod libre 12 imperialium ualent libras 31 pisaninas: quare scribenda est questio ut supra, et multiplicanda 11 per 31, et diuidenda est summa per 12, ut prediximus; et habebis libras $\frac{5}{12}$ 28, ut in hac alia descriptione ostenditur. Nam si de $\frac{5}{12}$ unius libre soldos facere uolueris, multiplica 5, que sunt super 12, per 20, erunt soldi 100; que diuide per 12, que sunt sub uirgula, exibunt soldi 8, et denarii 4: ergo libre 11 imperialium ualent libras 28, et soldos 8, et denarios 4: uel per 5, multiplica 341, que summa multiplicationis de 31 in 11; et diuides postea per 5, et per 12, hoc est per $\frac{1}{3}$ de 20, et habebis soldos, et denarios in prima diuisione. Quia que super 20 ceciderint, erunt soldi; et que uenient super 3, erunt tertie soldi; et tertia soldi est denarii 4.

Digitized by Google

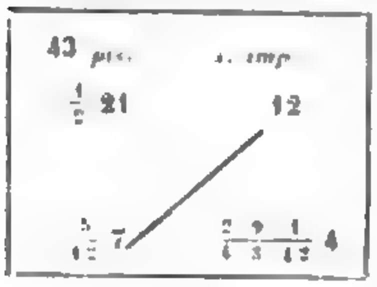
« Rvrsus .... De eodem » (fol. 42 verso, lin. 20-24; pag. 104, lin. 2-7).



« Item .... coaptati » (fol. 42 verso, lin. 25-30; pag. 104, lin. 8-13).



« monete .... sub uirgula » (fol. 42 verso, lin. 32-37 e 38; pag. 104, lin. 16 e 17 — 21).



fol. 43 recto

De eodem.

Rvrsus soldus imperialium ualet pisaninos 31, ut prediximus; et queratur quot imperiales quis pro pisaninis 11 habuerit: quia 11 sunt tantum denarii, et sunt pisanini, super notabis denarios super 31, et super 12; et pones 11 sub 31, scilicet pisaninos sub pisaninis, vt in hac descriptione ostenditur: multiplicabis itaque 11 per 12, erunt 132; que diuides per 31, exibunt imperiales $\frac{8}{31}$ 4.

De eodem.

Item soldus Januinorum uenditur pro denariis $\frac{1}{2}$ 21 pisaninis; et queratur quantum ualeant soldi 7, et denarios (*sic*) 5 Ianuini, hoc est soldi $\frac{5}{12}$ 7: describe questionem sic: et multiplica 21 per 2, et adde 1, que sunt super 2, erunt 43, que pone super $\frac{1}{2}$21. Item multiplica 7 per 12, et adde 5, que sunt super 12, erunt 89; que pone super $\frac{5}{12}$ 7, et multiplica 43 per 89, erunt 3827; que diuide per soldos, scilicet per 12, et per numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet per 2, et per 12; qui numeri insimul coaptati faciunt $\frac{1}{2}\frac{0}{6}\frac{0}{12}$, exibunt soldi $\frac{2}{3}\frac{3}{6}\frac{8}{12}$.

De eodem.

Item si econtra eadem ratione queratur quot Ianuinos pro soldis $\frac{5}{12}$ 7 pisane monete habueris, describe $\frac{5}{12}$ 7 sub $\frac{1}{2}$ 21 in descriptione; ideo quia sunt eiusdem generis, uidelicet pisanorum; et multiplicabis $\frac{5}{12}$ 7 per 12, que sunt ex aduerso, et diuides per $\frac{1}{2}$ 21. Quod sic fit: inuenias 43 et 89, et describe eos numeros super ipsos, et multiplicabis 89 per 12, que sunt ei ex aduerso; que per 2, que sunt sub uirgula post 21, erunt 2136; que diuide per 43, et per 12, que sunt sub uirgula post $\frac{5}{12}$ 7, exibunt soldi $\frac{29}{43}\frac{1}{12}$ 4, ut in hac descriptione ostenditur.

De eodem.

Item soldi merguliensium, scilicet denarii 12, ualent apud prouinciam, | denarios $\frac{1}{4}$ 13 regalium; et queratur quantum ualent libre 5, et soldi 13, hoc est $\frac{13}{20}$ 5 merguliensium: ergo cum queratur de libris, talis est questio, quod libre 12 merguliensium ualent libras $\frac{1}{4}$ 13 regalium: describe itaque questionem sic; et accede ad $\frac{1}{4}$ 13, multiplicans 13 per 4, et addens 1, erunt 53: deinde multiplicabis 5 per suam uirgulam, erunt 113; et multiplicabis 53 per 113, erunt 5989; que diuide per 12, et per 4, et per 20, que sunt sub uirgulis, exibunt libre $\frac{1}{4}\frac{9}{12}\frac{4}{20}$6. Nam si libras 5, et soldos 13 regales esse posueris; et uolueris ex eis emere mergulienses, describe tunc $\frac{13}{20}$ 5, sunt $\frac{1}{4}$ 13, quia sunt unius generis; et multiplicabis $\frac{13}{20}$ 5 per 12, que erunt ex aduerso, et diuides per $\frac{1}{4}$ 13, hoc est multiplicabis 113 per 12; que per 4, que sunt post 13, erunt 5424: que diuides per 53, et per 20 de uirgula; sed prius multiplicabis 5424 per 12, ut habeas ipsa in uirgula post 20, exibunt libre $\frac{4}{53}\frac{4}{12}\frac{2}{20}$ 5 merguliensium.

Item soldi barcellonensium, scilicet denarii 12, ualent podienses $\frac{2}{3}$ 17; et queratur quot quis de podiensibus pro libris 31, et soldis 14, et denariis 9 barcellonensium habuerit, describe questionem, ut hic cernitur; et multiplicabis $\frac{2}{3}$ 17 per $\frac{9}{12}\frac{14}{20}$ 31, que sunt ex aduerso, et diuides per 12, exibunt libre $\frac{1}{2}\frac{5}{6}\frac{5}{12}\frac{14}{20}$ 46 podiensium.

De eodem.

Uerum si ipsas libras $\frac{9}{12}\frac{14}{20}$ 31 podienses esse prepones; et uelles ex eis barcellonenses emere, describe itaque podienses sub podiensibus, ut in hac alia questione demonstratur; et multiplicabis 12 per $\frac{9}{12}\frac{14}{20}$ 31, et diuides per $\frac{2}{3}$ 17, hoc est multipli-

Digitized by Google

cabis dicta 12 per 7617, que sunt ex aduerso; que per 3, que sunt sub uirgula post 17, et diuides per 53 et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, que sunt sub uirgulis post 31, exibunt libre $\frac{4}{5}\frac{0}{3}\frac{1}{12}\frac{11}{20}$ 21.

Adhuc soldus imperialium ualeat pisaninos $\frac{1}{4}$ 28, et amplius denaros $\frac{1}{2}$ 1 unaqueque libra imperialium; et queratur quot pisanini habeantur pro libris 21, et denariis $\frac{1}{4}$ 3 imperialium, hoc est pro libris $\frac{1}{4}\frac{3}{12}\frac{0}{20}$ 21: quia soldus est uigesima libre, diuide denarios $\frac{1}{2}$ 1 per 20, exibunt $\frac{1}{2}\frac{1}{20}$ unius denarii pisanini; que adde cum pretio soldi, et sic imperiales 12 ualebunt pisaninos $\frac{1}{2}\frac{6}{20}$ 28. Quare libre 12 imperialium ualent $\frac{1}{2}\frac{6}{20}$ 28; pones itaque $\frac{1}{4}\frac{3}{12}\frac{0}{20}$ 21 sub libris 12 imperialium, et multiplicabis eas per $\frac{1}{2}\frac{6}{20}$ 28, et summam diuides per 12, et habebis propositum. Et si soldus imperialium ualeat pisaninos $\frac{1}{4}$ 28 minus denariis $\frac{1}{2}$ 1 unaqueque libra imperialis, diuides iterum denarios $\frac{1}{2}$ 1 per 20, ueniet $\frac{1}{2}\frac{1}{20}$; que extrahe de $\frac{1}{4}$ 28, remanent pisanini $\frac{1}{2}\frac{3}{20}$ 28 pro pretio unius soldi imperialium. Vnde si habueris libras $\frac{1}{4}\frac{3}{12}\frac{0}{20}$ 31 pisaninorum, de quibus uis imperiales, multiplica eas per 12, et diuide per $\frac{1}{2}\frac{3}{20}$ 28. Et nota quot denarii dantur per libram, uel plus, uel minus de pretio soldi; tot uigesimas addes, uel extrahes de ipso pretio, et habebis pretium ipsius soldi.

Explicit de cambio monetarum que uenduntur ad soldum.

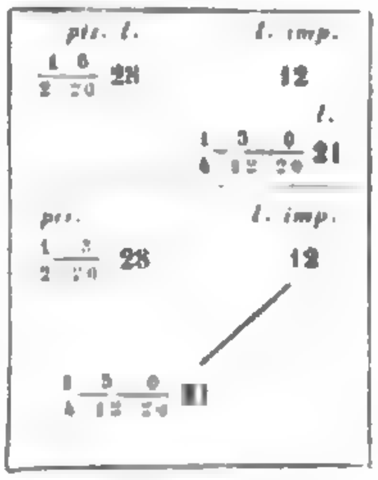
Incipit de cambio earundem cum uenduntur ad libram denariorum.

Libra pisaninorum, scilicet soldi 20, ualet libram 1 bononiorum, et amplius bononinis 54, hoc est soldi 20 pisaninorum ualent soldos $\frac{1}{2}$ 24 bononiorum. Quare pisanini 20 ualent bononinos $\frac{1}{2}$ 24; et libre 20 pisaninorum, | ualent bononiorum libras $\frac{1}{2}$ 24; et queritur quot bononinos (*sic*) habeantur pro pisaninis $\frac{1}{4}$ 11: scribe questionem ut hic cernitur; et multiplica $\frac{1}{4}$ 11 per $\frac{1}{2}$ 24, et diuide per pisaninos 20, exibunt bononini $\frac{1}{4}\frac{6}{8}$ 13: et si cambium libre pisane fuerit bononini $\frac{1}{2}$ 56, hoc est soldi 20 pisanini ualeant soldos 24, et denarios $\frac{1}{2}$8, hoc est soldos $\frac{1}{2}\frac{8}{12}$ 24; et uis scire quot pisaninos ualeant soldi 14, et denarii 5 bononiorum; pones itaque soldos $\frac{5}{12}$ 14 sub soldis $\frac{1}{2}\frac{8}{12}$ 24, et multiplica $\frac{5}{12}$ 14 per 20, et diuides $\frac{1}{2}\frac{8}{20}$ 24, hoc est multiplicabis 173 per 20; que per 12, et per 2, que sunt sub uirga; et diuides per 593, et per 12, que sunt uirga de 14, exibunt soldi.

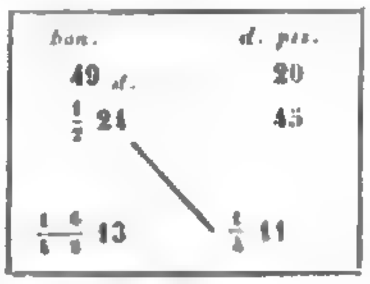
Rvrsus cambium libre pisanine sit bononini $\frac{3}{4}$ 57, hoc est quod soldi 20 pisanini ualent soldos $\frac{3}{4}\frac{9}{20}$ 24; et queratur quot bononinos ualent libre 17, et soldi 11, et denarii 5 pisanini; descripta questione, multiplica $\frac{5}{12}\frac{11}{20}$ 17 per libras $\frac{3}{4}\frac{9}{20}$ 24, et diuide per libras 20 pisaninas, exibunt bononini. Et si habueris libras $\frac{5}{12}\frac{11}{20}$ 17 bononiorum, multiplica eas per 20, et diuide per $\frac{3}{4}\frac{9}{20}$ 24, et habebis propositum.

Soldus itaque imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{2}$28; queritur quot bononinos habeat cambium libre 1 pisanine: quia soldus imperialium est bononini 36; ergo pisanini $\frac{1}{2}$ 28 ualent soldos 36 bononinos; et libre $\frac{1}{2}$ 28 pisanine ualent libras 36 bononiorum. Quare libre $\frac{1}{2}$ 28 pisaninorum habent cambium libre $\frac{1}{2}$ 7 bononiorum, que sunt ad $\frac{1}{2}$ 28 in 36: et quia queris cambium unius, uel pone 1 sub libris $\frac{1}{2}$ 28, ut in hac cernitur descriptione; et multiplica 1 per $\frac{1}{2}$ 7, et diuide per $\frac{1}{2}$ 28, hoc est, multiplica 1 per 15, et diuide per 57: sed ut habeas in uirga $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, multiplica dictam multiplicationem de 1 in 15 per 80, erunt 1200; que diuide per $\frac{1}{19}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt denarii $\frac{3}{19}\frac{3}{12}\frac{3}{20}$, hoc est denarii $\frac{3}{19}$ 63; et tot est cambium libre pisane. Et si econtra dicatur: cambium unius libre pisane esse soldos 5, et denarios $\frac{3}{19}$ 3, hoc est soldi 20 pisaninorum ualent soldos $\frac{3}{19}\frac{3}{12}$ 25 bononiorum; et queratur quot pisaninos ualeat soldus imperialium, pro ipso soldo pones soldos 3 sub

* exibunt .... pisanini » (fol. 43 *recto*, lin. 21-30; pag. 105, lin. 2-11).

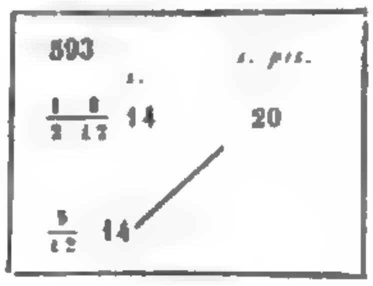


* Explicit .... pisaninorum » (fol. 44 *recto*, lin. 36-40; pag. 105, lin. 16-20).

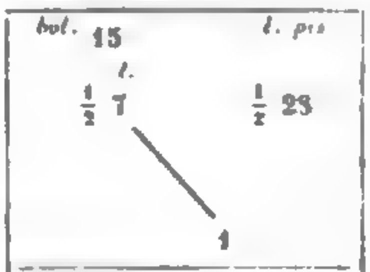


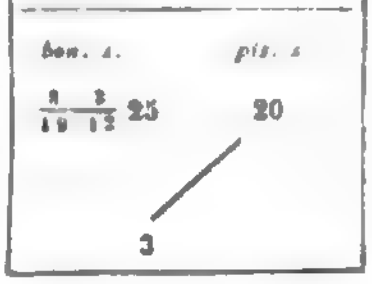
fol. 43 *verso*.

* diuide .... soldi » (fol. 43 *verso*, lin. 3-8; pag. 105, lin. 22-27).



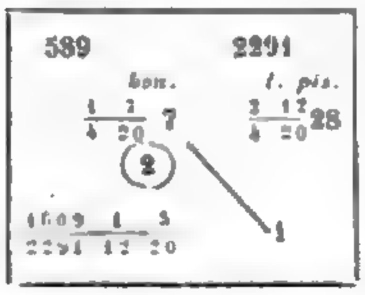
* 36 bononinos .... $\frac{3}{19}\frac{3}{12}$ 25 hoc » (fol. 43 *verso*, lin. 16-26; pag. 105, lin. 33 — pag. 106, lin. 2).





soldis $\frac{2\;3}{19\;12}$ 25; cum soldus imperialium sit soldorum 3 bononiorum; et multiplicabis ipsa 3 per 20, que sunt eis ex aduerso, et diuides per $\frac{2\;3}{19\;12}$ 25, hoc est per $\frac{5}{12}$ 25; que idem sunt, cum $\frac{2\;3}{19\;12}$ sint $\frac{5}{19}$ tantum, exibunt soldi $\frac{1\;4}{2\;12}$ 2, hoc est denarii $\frac{1}{2}$ 28 pro pretio unius soldi imperialis.

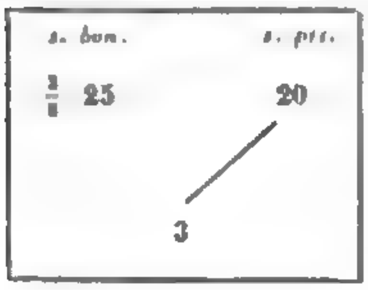
« quamlibet .... a libris » (fol. 43 verso, lin. 30-35; pag. 106, lin. 5-11).



Rvrsus ualeat soldus imperialium pisaninos $\frac{3}{4}$ 28 minus denariis $\frac{4}{4}$ 2 per quamlibet libram imperialium; et queratur quot bononinos habeat cambium libre 1 pisaninorum pro predictis denariis $\frac{4}{4}$ 2, extrahe $\frac{1\;2}{4\;20}$ de pisaninis $\frac{3}{4}$ 28, scilicet de pisaninis $\frac{15}{20}$ 28, remanebunt pisanini $\frac{2\;12}{4\;20}$ 28 pro pretio soldi imperialium. Ergo libre $\frac{2\;12}{4\;20}$ 28 pisaninorum, scilicet libre 28, et soldi 12, et denarii 9 pisaninorum ualent libras 36 bononiorum. Quare cambium de libris 28, et soldis 12, et denariis 9, est libre 7, et soldi 7, et denarii 3 bononiorum, que sunt a libris 28, et soldis 12, et denaris 9 usque in libris 36. Quare describes questionem ut hic ostenditur; et multiplicabis 1 per $\frac{1\;7}{4\;20}$ 7, et diuides per $\frac{2\;12}{4\;20}$ 28, exibunt $\frac{1609\;1\;5}{2291\;12\;20}$. |

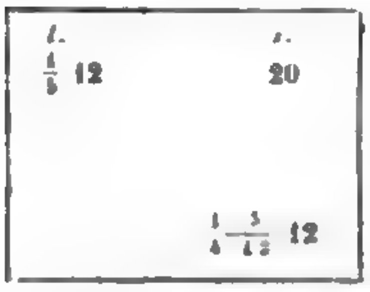
fol. 44 recto.

« 20 pisaninorum .... contingunt » (fol. 44 recto, lin. 2-7; pag. 106, lin. 15-20).



Item cambium libre pisane sit bononini $\frac{1}{2}$ 64, hoc est soldi $\frac{3}{8}$ 25 bononiorum ualent soldos 20 pisaninorum; et queratur pretium de soldis 3 bononiorum, scilicet de soldis 1 imperialium: descripta itaque questione, multiplica 25 per suam uirgam, erunt 203: multiplicabis ergo 3 per 20; que per 8, erunt 480, que diuidenda sunt per 203, scilicet per $\frac{1\;0}{7\;29}$: sed multiplica ea per 20 et per 12, erunt 115200; que diuide per $\frac{1\;0\;0\;0}{7\;29\;20\;12}$, exibunt $\frac{1\;16\;7\;4}{7\;29\;20\;12}$ 2, hoc est denarii $\frac{1\;16\;7}{7\;29\;20}$ 28. Et nota, quia ideo aptaui $\frac{1}{20}$ post $\frac{1}{12}$, ut caderent super ea uigesima denariorum, que contingunt soldo; quia quot uigesime contingunt soldo, tot denarii contingunt uni libre: ergo soldus imperialium ualet denarios 28 pisaninorum, et insuper denarios $\frac{1\;16}{7\;29}$ 7 per unamquamque libram imperialium. Sed ex denariis quinque contingentibus libre contingit soldo quarta unius denarii; et pro denariis 10 contingunt $\frac{1}{2}$; et pro denariis 15 contingunt soldo $\frac{3}{4}$ unius denarii. Ergo soldus imperialium ualet $\frac{1}{4}$ 28, et amplius denarios $\frac{1\;16}{7\;29}$ 2 per libram, hoc est parum minus denariis $\frac{1}{2}$ 2. Vnde soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{2}$ 28, minus denariis $\frac{1}{2}$ 2 per unamquamque libram; et sic studeas facere in similibus.

« uenditur .... quantum » (fol. 44, recto, lin. 15-21; pag. 106, lin. 30-36).



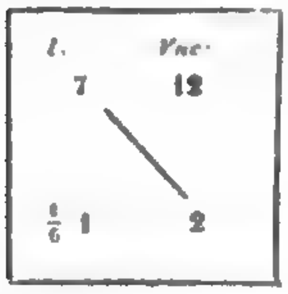
De uenetianis cum uenduntur ad libram numeri;

et queritur precium libre ponderis.

Libra uenetianorum, scilicet soldi 20, uenditur pro libris 12, et soldis 4 pisaninorum; et queratur quantum ualeat libra ponderis eorundem, quam ponimus esse soldorum 12 et denariorum $\frac{1}{4}$ 5: multiplicabis $\frac{1\;5}{4\;12}$ 12 per $\frac{1}{5}$ 12, et diuides per 20; et si libra ponderis uenetianorum ualeat libras $\frac{1}{2}$ 8; et uis scire pretium libre numerate, scilicet de soldis 20, multiplica 20 per $\frac{1}{2}$ 8, et diuide per $\frac{1\;5}{4\;12}$ 12, et sic habebis indubitanter propositum.

De libra argenti.

« Si libra .... prediximus » (fol. 44 recto, lin. 21-25; pag. 106, lin. 36-40).



Si libra argenti, hoc est uncie 12, uendatur pro libris 7; et queratur quantum ualent uncie 2, describe in questione uncias sub unciis, scilicet 2 sub 12, et multiplicabis 2 per 7, que sunt ex aduerso, erunt 14; et diuide per 12, exibunt libre denariorum $\frac{1}{6}$ 1, hoc est soldi 23 et denarii 4, ut in hac questione ostenditur. Vel aliter: quia uncie 2 sunt $\frac{1}{6}$ unius libre, accipe $\frac{1}{6}$ de libris 7, quod est soldi 23, et denarii 4, ut prediximus.

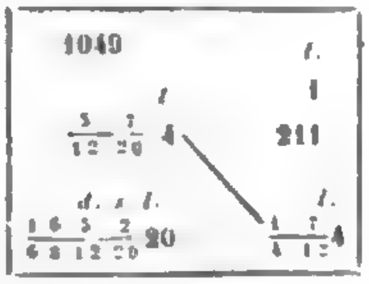
Item libra argenti uenditur pro libris 7, et soldis 9, hoc est libris $\frac{9}{20}$ 7, et queratur quantum ualeant uncie $\frac{1}{4}$ 2; describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica $\frac{1}{4}$ 2 per $\frac{9}{20}$ 7, et diuide per 12, exibunt libre $\frac{1\;11\;7}{4\;12\;20}$ 1.

Item libra ualet libras 7, et soldos 11, hoc est libras $\frac{5\;11}{12\;20}7$; et queratur quantum ualeant uncie 7, et denarii 14 ponderis de cantera, hoc est uncie $\frac{14}{25}7$: ideo quia uncie ponderant denarios 25 de cantera; describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{5\;11}{12\;20}7$ per $\frac{14}{25}7$, et diuides per 12, exibunt libre $\frac{0\;1\;7\;1\;13}{2\;10\;10\;12\;20}4$.

« Item .... De eodem » (fol. 44 recto, lin. 33-38; pag. 107, lin. 6-11)

De eodem.

Item libra argenti uenditur pro libris $\frac{5\;7}{12\;20}4$ regalium; et queratur quantum ualeant libre 4, et uncie $\frac{1}{4}7$, hoc est libre $\frac{1\;7}{4\;12}4$: quia queratur in hac positione pretium librarum, describendum est tantum 1 pro uenditione, scilicet pro libra, ut fiant ambo unius qualitatis, sicuti sunt unius generis, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{1\;7}{4\;12}4$ per $\frac{5\;7}{12\;20}4$, et diuides per 1, scilicet per libras, exibunt libre $\frac{1\;6\;5\;2}{6\;8\;12\;20}20$ regalium.

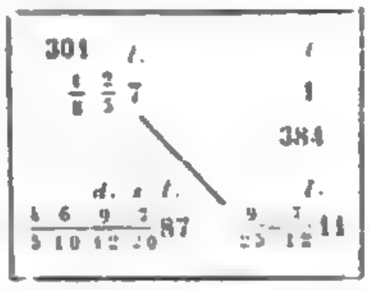


De eodem. |

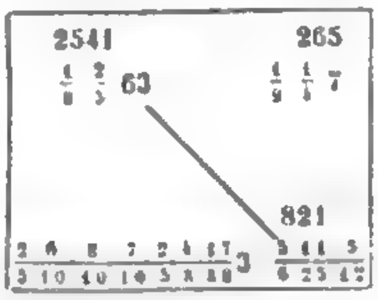
fol. 44 verso.

Item libra argenti uenditur pro libris $\frac{1}{8}\frac{2}{3}7$; et queratur quantum ualent libre 11, et uncie 7, et denarii 9 de cantera, hoc est libre $\frac{9\;7}{25\;12}11$: multiplicabis ergo numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet $\frac{1}{8}\frac{2}{3}7$ per $\frac{9\;7}{25\;12}11$, et diuides per uenditionem, uidelicet per 1, exibunt libre $\frac{1\;6\;9\;7}{5\;10\;12\;20}87$.

« Item .... per 25410 » (fol. 44 verso, lin. 1-13; pag. 107, lin. 12-23).



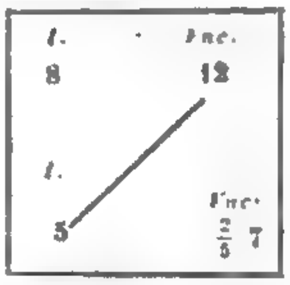
Item libre $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$ argenti pro bizantiis saracenatis $\frac{1}{8}\frac{2}{3}63$; et queratur quantum ualeant uncie 5, et denarii 11 de cantera, et carrube 5, hoc est uncie $\frac{5\;11}{6\;25}5$: quia libre $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$, et uncie $\frac{5\;11}{6\;25}5$ sunt unius generis, uidelicet argenti, et non sunt unius qualitatis; quia $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$ sunt libre, et $\frac{5\;11}{6\;25}5$ sunt uncie; uel de libris $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$ faciende sunt uncie, uel de unciis $\frac{5\;11}{6\;25}5$ faciende sunt partes unius libre, que sunt $\frac{5\;11\;5}{6\;25\;12}$ unius libre; et describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis 7 per suas uirgulas, erunt 265. Item multiplicabis 63 per suas uirgulas, erunt 2541; et multiplicabis 5, que sunt super 12, per suam uirgulam, erunt 821; que multiplicabis per 2541, et per 4, et per 9, que sunt sub uirgulis sub 265, et diuides per regulam de 265, et per omnes alios ruptos ordinando, ut habeas $\frac{10}{88}$ in uirgula diuisionis propter karatos, exibunt libre $\frac{2\;6\;8\;7\;2\;1\;17}{5\;10\;10\;10\;5\;8\;88}3$.



De eodem.

Rvrsus si proponatur quod libra argenti, hoc est uncie 12, ualent libras 8; et queratur quantum argentum quis habuerit pro libris 5 denariorum; describe 5 sub 8 in questione, et multiplica 5 per 12, erunt 60; que diuide per 8, exibunt uncie $\frac{1}{2}7$, ut in questione ostenditur.

« Rvrsus .... pro libris » (fol. 44 verso, lin. 17-21; pag. 107, lin. 27-32).



De eodem.

Item libra argenti ualet libras 7; et queratur quantum quis inde pro libris 4 habuerit: descripta itaque questione, multiplicabis 4 per 12, erunt 48; que diuides per 7, exibunt uncie $\frac{6}{7}6$. Nam si de $\frac{6}{7}$ unius uncie, quot denarii sint de cantera scire uolueris; quia uncia ponderat denarios 25, multiplicabis 6, que sunt super 7, per 25, erunt 150; que diuides per 7, exibunt denarii de cantera $\frac{3}{7}21$. Iterum si de $\frac{3}{7}$ unius denarii carrubas facere uolueris, multiplicabis 3, que sunt super 7, per 6: ideo quia denarius est carrube 6, erunt 18; que diuides per 7, exibunt carrube $\frac{4}{7}2$: ergo pro illis 4 libris habebis uncias 6, et denarios 21, et carrubas $\frac{4}{7}2$. Nam si hoc, secundum maiorem magisterium, in una tantum multiplicatione et diuisione habere uolueris, suprascripta 48 multiplica per partes unius uncie, scilicet per numerum denariorum, et carrubbarum, hoc est per 25 et per 6, erunt 7200; que diuides per $\frac{1\;0\;0}{7\;6\;25}$, hoc est per $\frac{1\;0\;0\;0}{7\;6\;5\;5}$, quod est leuius, et habebis eandem quantitatem, ut superius in questione describitur: que

« 4 habuerit .... multiplicabis » (fol. 44 verso, lin. 22-26 e 27, pag. 107, lin. 32 e 33-37).

Digitized by Google

uero super 7 deuenient, sunt partes unius carrubbe; et que super 6 sunt carrubbe; et que super $\frac{1\ 0}{5\ 5}$, sunt denarii de cantera; et que extra uirgulam, sunt uncie, sicuti sunt ille 12 uenditionis, sub quibus describuntur; quia semper qualis fuerit numerus in genere et in qualitate, sub quo summa exiens describitur, talis erit et ille, qui sub
fol. 45 recto. ipso describuntur. Et ideo | ex ipso numero, sub quo summa ponenda est, scilicet quartus numerus ignotus comprehendens ea, que in capite uirgule diuisionis habere debeas; ut si fuerint libre denariorum, ea que super uacuum scribuntur, studebis habere $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ propter soldos et denarios: que si fuerint soldi, studebis habere $\frac{1}{12}$ propter denarios. Et si tareni, studebis habere $\frac{1}{20}$ propter grana. Et sunt bizantii saracenati, uel yperperi, studebis habere $\frac{1\ 0}{3\ 8}$; et si bizantii de garbo, studebis habere $\frac{1}{10}$; et si fuerint libre, uel rotuli alicuius mercis non multum care, ut piperis, studebis habere $\frac{1}{12}$ propter uncias: et si fuerint libre pisane alicuius mercis carioris ut zaffarani, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 5\ 12}$ propter uncias et denarios de cantera; et si fuerint libre eiusdem ponderis alterius mercis carioris ut argenti, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{6\ 5\ 5\ 12}$ propter uncias, et denarios, et carrubas: et si fuerint libre carioris rei, ut auri, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 5\ 5\ 12}$ propter uncias, et denarios, et carrubas, et grana: et si fuerint uncie auri pisane libre, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 5\ 5}$ propter denarios de cantera, et carrubbas, et grana: et si fuerint denarii de cantera auri, studebis habere tantum $\frac{1\ 0}{4\ 6}$ propter carrubbas et grana: et si fuerint carrubbe auri, uel alicuius rei carioris, studebis habere tantum $\frac{1}{4}$ in uirgula propter grana: et si fuerint uncie argenti, sufficit ut habeas tantum $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 5\ 5}$ propter denarios et carrubas, ut in prescripta questione ordinabimus. Et si fuerint denarii de cantera argentum, sufficit ut habeas tantum $\frac{1}{6}$ propter carrubas: et si fuerint marce argenti, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{6\ 5\ 5\ 8}$ propter uncias, et denarios, et carrubbas; et sic debet fieri de omnibus aliis rebus, secundum diuersitatem ponderum, et partium eorum, et secundum consuetudinem et ordinem illarum prouinciarum, in quibus hoc operari debueris. Vnde, si hoc quod dictum est optime consideraueris, habebis in una multiplicatione, et in una diuisione hoc quod tibi necessarium fuerit in rebus quesitis: et ne tradas obliuioni seruare ea, que quandoque habueris in diuisione ex parte, uel ex partibus prescriptorum numerorum, quod in capite uirgularum ponere indigebis et commiscere eam, uel eas cum his, que defficient tibi ex illis numeris, et multiplicare cum eisdem. Verbi gratia: ponamus quod oporteat te habere $\frac{1}{12}$ in capite uirgule propter denarios, uel uncias, et habebis ex eo $\frac{1}{4}$ in diuisione; minuit ergo tibi $\frac{1}{3}$, quas commisces insimul, faciens ex eis $\frac{1}{12}$, quam habebis in capite uirgule; et multiplicabis totam summam per 3 propter $\frac{1}{3}$ que minuit tibi. Nam si ex diuisione, in qua diuidere debueris totum hoc, quod in capite uirgule tibi necessarium fuerit, comprehendere poteris, studebis illud comprehendere; et pone illud in capite uirgule. Verbi gratia: oportet nos habere $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ propter soldos et denarios; et debemus diuidere summam per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 8\ 9\ 10}$: commiscemus ergo $\frac{1}{2}$ cum $\frac{1}{10}$, et faciemus ex eis $\frac{1}{20}$: deinde commiscemus $\frac{1}{6}$ cum $\frac{1}{8}$, et faciemus
fol. 45 verso ex eis $\frac{1\ 0}{4\ 12}$ | et sic habebimus in uirgula $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 9\ 12\ 20}$, quod tantum est, quantum $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 8\ 9\ 10}$.

Rvrsus si nihil habueris in diuisione ex hoc, quod in capite uirgule tibi necessarium fuerit, multiplicabis totam summam per hoc quod oportuerit te habere in capite uirgule, et super addes diuisioni hoc quod debes habere in capite uirgule. Verbi gratia: ponamus quod debeamus diuidere 221 per $\frac{1\ 0}{7\ 11}$; et oportet nos habere $\frac{1\ 0}{2\ 6}$ in capite uir-

Digitized by Google

gule propter caratos; multiplicabis 321 per 3, et per 8, hoc est per 24; et hoc est facere caratos de bizantiis 321; et diuides per $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{7\ \ 11\ \ 8\ \ 3}$; et sic intelligas de reliquis: et nos in sequentibus singula singulariter explanabimus.

De marcha argenti.

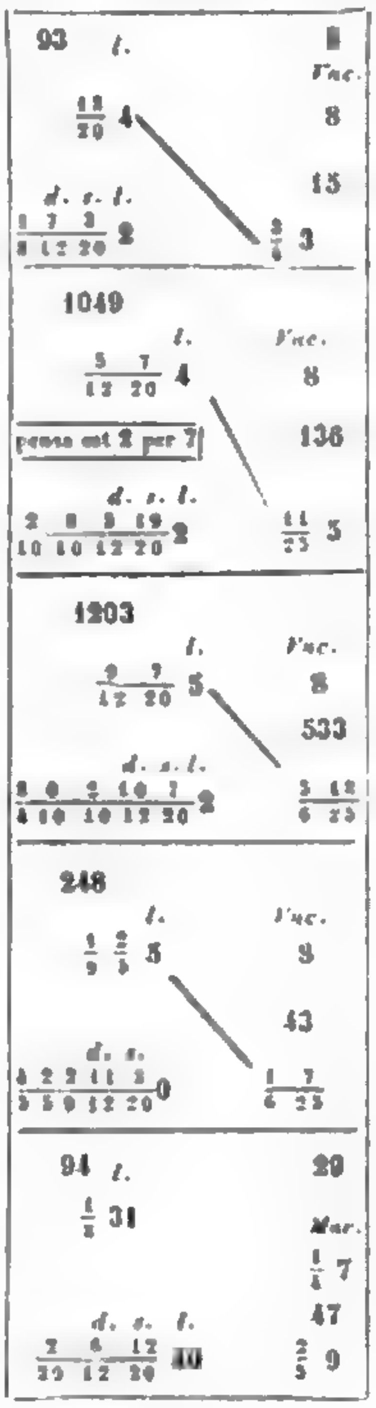
Si marca argenti, hoc est uncie 8, uendatur pro libris 5; et queratur quantum ualeant uncie 2: describe in questione uncias sub unciis, scilicet 2 sub 8, ut hic ostenditur, et multiplicabis 2 per 5, que sunt ex aduerso, erunt 10; que diuides per 8, exibit libre $\frac{1}{4}1$, hoc est soldi 25, ut in questione ostenditur: uel aliter, quia uncie 2 sunt $\frac{1}{4}$ pars unius marce; scilicet de unciis 8 accipe $\frac{1}{4}$ pretii marce, uidelicet de libris 5, erunt soldi 25, ut prediximus.

• Si marca .... prediximus » (fol. 45 verso, lin. 7-10; pag. 109, lin. 5-10).

De eodem.

Et si eadem ratione quereres, quantum argentum habueris pro libris 2, describes pretium sub pretio, uidelicet 2 sub 5; et multiplicabis 2 per 8, erunt 16; et diuides per 5, exibunt uncie $\frac{1}{5}3$, hoc est uncie 3, et denarii 5 de cantera; quia eadem est uncia marce et libre.

• Et si .... De eodem » (fol. 45 verso, lin. 11-35; pag. 109, lin. 12 — pag. 110, lin. 7).



Item marca pro libris 4, et soldis 13, hoc est pro libris $\frac{13}{20}4$; quantum ualent uncie $\frac{3}{4}3$: describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica $\frac{3}{4}3$ per $\frac{13}{20}4$, et diuides per 8, hoc est 15 per 93, que faciunt 1395; et diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 8\ \ 20}$: sed ut habeas 12 post 20 in uirgula, comisce $\frac{1}{4}$, que est in uirgula cum $\frac{1}{3}$, et habebis 12; et multiplica 1395 per 3, et diuide summam per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{8\ \ 12\ \ 20}$, et pone 3 super 8, ut melius memorie commendentur propter probam, exibunt libre $\frac{1\ \ 7\ \ 3}{8\ \ 12\ \ 20}2$.

De eodem.

Item marca argenti uenditur pro libris $\frac{5\ \ 7}{12\ \ 20}4$; et queratur quantum ualeant uncie 5, et denarii 11 de cantera, hoc est uncie $\frac{11}{25}5$: describe questionem sic; et multiplica 4 per suam uirgulam, erunt denarii 1049; quos pone desuper, et multiplicabis uncias 5 per 25, et addes 11, erunt denarii de cantera 136; et multiplicabis 136 per 1049, et diuides per 8, et per omnes ruptos, et ordinabis $\frac{1\ \ 0}{12\ \ 20}$ in capite uirgule: ideo quia numerus qui est super uacuum, in quo debemus ponere summam, est numerus librarum, exibunt libre $\frac{2\ \ \ 8\ \ \ 5\ \ 19}{10\ \ 10\ \ 12\ \ 20}2$.

De eodem.

Si marca argenti uenditur pro libris 5, et soldis 7, et denariis 9, hoc est libris $\frac{9\ \ 7}{12\ \ 20}5$; et queratur quantum ualeant uncie 3, et denarii 13 de cantera, et carrube 5, hoc est uncie $\frac{5\ \ 13}{6\ \ 25}3$; describes questionem, ut hic cernitur; et multiplicabis $\frac{5\ \ 13}{6\ \ 25}3$ per $\frac{9\ \ 7}{12\ \ 20}5$, et diuides per 8, exibunt libre $\frac{3\ \ 0\ \ 2\ \ 10\ \ 7}{4\ \ 10\ \ 10\ \ 12\ \ 20}2$.

De eodem.

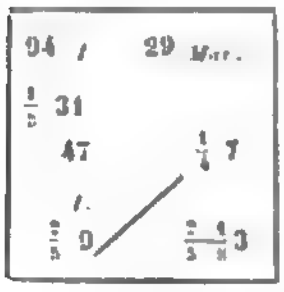
Item marca uenditur pro libris $\frac{1}{9}\frac{2}{5}5$; et queratur quantum ualeant denarii 7 de cantera, et carruba 1, hoc est $\frac{1\ \ 7}{6\ \ 25}$ unius uncie, describes questionem sic; et multiplicabis $\frac{1\ \ 7}{6\ \ 25}$ per $\frac{1}{9}\frac{2}{5}5$, et diuides per 8, exibunt $\frac{4\ \ 2\ \ 3\ \ 11\ \ 2}{5\ \ 5\ \ 9\ \ 12\ \ 20}$ unius libre.

Item marce $\frac{1}{4}7$ pro libris $\frac{1}{3}31$; quantum ualent ergo marce $\frac{2}{5}9$: describes questionem sic; et multiplicabis 7 per 4, et addes 1, erunt 29; et multiplicabis 31 per 3, et addes 1, erunt 94; et 9 per 5, et addes 2, erunt 47; et multiplicabis 47 per 94; que per 4, que sunt sub 29, erunt 17572; et diuides per 29, et per alios ruptos, scilicet per 3, et per 5, que sunt sub uirgulis: sed quia scimus quod summam que exierit erit

Digitized by Google

summa librarum; ideo quia locus, in quo debemus ea describere, est sub libris, uidelicet sub $\frac{1}{3}$ 31: unde oportet nos habere $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule ut habeamus soldos, et denarios post libras. Sed quia ex $\frac{1}{12}$ non habemus nisi $\frac{1}{3}$, scimus quia minuit nobis ex ipsa $\frac{1}{4}$: et quia de $\frac{1}{20}$ non habemus nisi $\frac{1}{5}$, scimus quia minuit nobis ex ipsa alia $\frac{1}{4}$: ergo minuit nobis 16 inter utramque; quod pones super 29, et multiplicabis 17672 per 16, et diuides summam per $\frac{1\ 0\ 0}{29\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{2\ 6\ 12}{29\ 12\ 20}$ 40.

« Nam si .... sub marcis » (fol. 45 verso, lin. 36-39; pag. 110, lin. 8-14

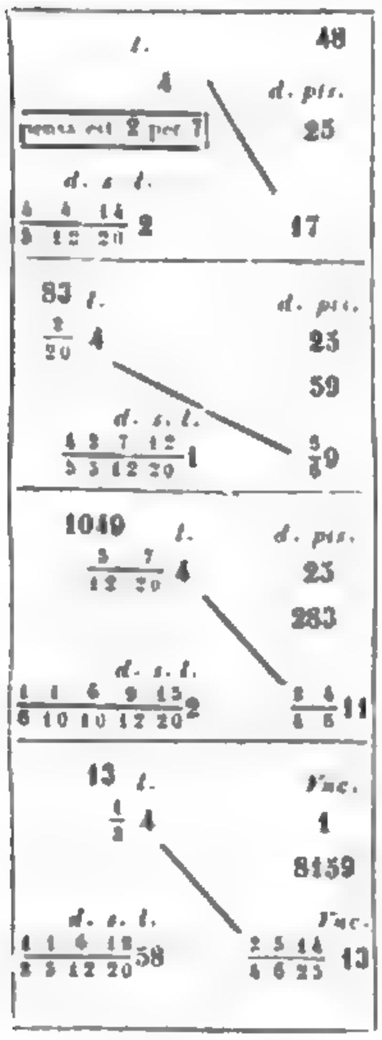


fol. 46 recto

De eodem.

Nam si eadem ratione quereres quantum argentum quis pro libris $\frac{2}{5}$ 9 habuerit; describes questionem sic, et multiplicabis 47 per 29; que per 3, et diuides per regulam de 94; que per $\frac{1\ 0}{2\ 47}$, et per alios ruptos, uidelicet per 4, et per 5 tantum relinques quod non multiplicabis 47, nec diuides per 47: ergo multiplicabis tantum 29 per 3, que sunt sub uirgula post 31, erunt 87; que diuides per $\frac{1\ 0}{4\ 5}$, et per $\frac{1}{2}$, quod remanet de regula 94, hoc est per $\frac{1\ 0}{5\ 2}$. Sed scimus quia hoc quod exierit ex diuisione erit summa marcarum; ideo quia locus, in quo eam ponere debemus, est sub marcis, | uidelicet sub $\frac{1}{4}$ 7: unde oportet nos habere in capite uirgule $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{6\ 5\ 5\ 8}$ propter uncias, et denarios, et carrubas, ex quibus habemus in diuisione $\frac{1\ 0}{5\ 8}$: ergo minuit nobis $\frac{1\ 0}{6\ 5}$, hoc est 30, per que debemus multiplicare 87, ut haberemus $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{6\ 5\ 5\ 8}$ in diuisione. Sed quia in prescripta diuisione rupti sunt tantum ex partibus marce, uidelicet $\frac{1\ 0}{5\ 8}$, non oportet aliud, nisi ut diuidantur 87 per $\frac{1\ 0}{5\ 8}$, exibunt marce $\frac{2\ 1}{5\ 6}$ 2, hoc est marce 2, et uncia 1, et denarii 10 de cantera.

« nisi ut .... denarii » (fol. 46 recto, lin. 4-24; pag. 110, lin. 18 — pag. 111, lin. 8).



De uncia auri pisana.

Si uncia pisana auri uel tarenorum, que denarios 25 de cantera ponderat, uendatur pro libris 4; et queratur quantum ualeant denarii 17 de cantera eiusdem auri: describes in questione 17 sub 25; ideo quia sunt unius generis, uidelicet auri, et unius ponderis, scilicet denariorum; et multiplicabis libras 4 per 17; quia sunt ex aduerso, erunt libre 68: multiplica 68 per 48, que minuunt nobis de $\frac{1\ 0}{24\ 20}$; ideo quia non habemus ex ipsa nisi tantum $\frac{1}{5}$; et diuides summam per $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{4\ 4\ 14}{5\ 12\ 20}$ 2, ut in hac questione ostenditur.

De eodem.

Item eadem uncia uenditur pro libris $\frac{2}{20}$ 4; et queritur quantum ualent denarii 9, et carrubbe 5, hoc est denarii $\frac{5}{6}$ 9: describe questionem, et multiplica $\frac{2}{20}$ 4 per $\frac{5}{6}$ 9, et diuides per 25, hoc est multiplica 83 per 59, erunt 4897; que diuides per 25, et per ruptos, hoc est per 6, et per 20: sed ut habeas $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ in uirgula, multiplica 4897 per 2, que minuunt nobis de $\frac{1}{12}$; ideo quia nos habemus $\frac{1}{6}$ ex ipsa diuisione, erunt 9794; que diuides per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{5\ 5\ 12\ 20}$, exibit libra $\frac{4\ 3\ 7\ 12}{5\ 5\ 12\ 20}$ 1, hoc est soldi 32, et denarii $\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 7, ut in questione ostenditur.

Item eadem uncia uenditur pro libris $\frac{5\ 7}{12\ 20}$ 4; quantum ualent ergo denarii 11, et carrubbe 4, et grana 3, hoc est denarii $\frac{3\ 4}{4\ 6}$ 11: describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{5\ 7}{12\ 20}$ 4 per $\frac{3\ 4}{4\ 6}$ 11, et diuides per 25, exibunt libre $\frac{1\ 1\ 6\ 9\ 13}{6\ 10\ 10\ 12\ 20}$ 2, ut in questione ostenditur.

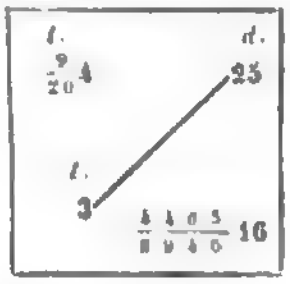
De eodem.

Item eadem uncia uenditur pro libris $\frac{1}{2}$ 4; et queratur quantum ualent uncie 13, et denarii 14, et carrubbe 5, et grana 3, hoc est uncie $\frac{2\ 5\ 14}{4\ 6\ 23}$ 13: quia queritur in hac pretium unciarum, debemus describere 1 pro uncea uenditionis, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 4 per $\frac{2\ 5\ 14}{4\ 6\ 23}$ 13, et diuides per 1, exibunt libre $\frac{1\ 1\ 6\ 18}{3\ 5\ 12\ 20}$ 58.

Digitized by Google

Item uncia uenditur pro libris $\frac{9}{20}$ 4; et queratur quantum quis pro libris 3 ex ipsa uncia habuerit: describes questionem sic, et multiplicabis 3 per 25, erunt 75; que diuides per $\frac{9}{20}$ 4, hoc est multiplicabis 75 per 20 de uirgula, que faciunt 1500; et diuides per 89, exibunt denarii de cantera $\frac{76}{89}$ 16; de quibus $\frac{76}{89}$, si carrubbas facere uolueris, multiplica 76 per numerum carrubbarum unius denarii, scilicet per 6, erunt 456; que diuide per 89, exibunt carrubbe $\frac{11}{89}$ 5. Nam si secundum maiorem magisterium hoc facere uolueris, multiplica 1500 per 6 propter carrubbas; que per 4 propter grana, erunt 36000; que diuide per $\frac{4\ 0\ 0}{89\ 4\ 6}$, exibunt denarii de cantera $\frac{4\ 4\ 0\ 5}{8\ 9\ 4\ 6}$ 16, ut in questione ostenditur.

¹ de cantera .... nesciret ¹ (cfr. fol. 46 recto, lin. 25-29, pag. 111, lin. 8-16).

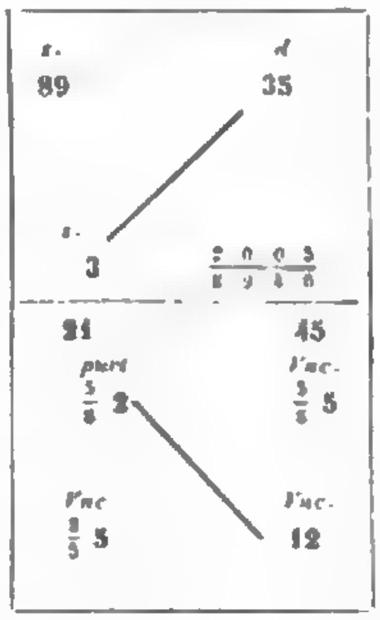


De eodem.

Nam si eadem ratione quereres quantum pro soldis 3 habueris, fac soldos de libris $\frac{9}{20}$ 4, erunt soldi 89; sub quibus pone soldos 3 in questione; et multiplicabis 3 per 25, erunt 75; que multiplicabis per 24 ut habeas carrubbas, et grana in uirgula; et diuides summam per $\frac{4\ 0\ 0}{89\ 4\ 6}$, exibunt $\frac{20\ 0\ 5}{89\ 4\ 6}$, hoc est carrubbe 5 et $\frac{20}{89}$ unius grani, ut in questione ostenditur.

Qvidam uoluit emere argentum commixtum cum stagno, quod uulgariter argentum falsum appellatur. Quod cum nesciret, quantum argentum purum esset in libris illius commixti argenti, cepit ex eo granulum unum, cuius pondus fuit carrubbe 5, et grana $\frac{1}{2}$ 2, hoc est carrubbe $\frac{5}{8}$ 5; et posuit super ignem, ut a stagno purgaretur argentum: et cum hoc factum esset, inuenit ibi ex argento puro carrubas 2, et grana $\frac{1}{2}$ 2, hoc est carrubbas $\frac{5}{8}$ 2; queritur quantum argentum purum erat in libris illius comixti argenti. Primum quidem notandum est, quia cum carrubbe $\frac{5}{8}$ 5 sunt ex eodem pondere cum carrubbis $\frac{5}{8}$ 2; ergo sicut in carrubbis $\frac{5}{8}$ 5 illius comixti argenti sunt carrubbe $\frac{5}{8}$ 2 puri argenti, ita in denariis $\frac{5}{8}$ 5 commixti argenti, erunt denarii $\frac{5}{8}$ 2 puri. Et in uncis $\frac{5}{8}$ 5 commixti, erunt uncie $\frac{5}{8}$ 2 puri: similiter et in libris $\frac{5}{8}$ 5 commixti argenti erunt libre $\frac{5}{8}$ 2 puri argenti. Quare cum in hac questione queratur de libris, hoc est de unciis 12, pones in questione quod in unciis $\frac{5}{8}$ 5 commixti argenti sint uncie $\frac{5}{8}$ 2 puri: deinde describes uncias 12 sub unciis $\frac{5}{8}$ 5, hoc est commixtum argentum sub commixto, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{5}{8}$ 2 per 12, et diuide per $\frac{5}{8}$ 5; et euitabis hoc, quod inde euitari poteris, exibunt uncie $\frac{3}{5}$ 5; et tantum argentum purum fuit in suprascripta libra. Et scias quia per hanc materiam potes cognoscere quantum argentum purum fuerit in qualibet quantitate cuiuslibet bolsonalie; cum scieris quantum argentum fuerit in solo eiusdem bolsonalie, uel per unciam, uel in libris, uel in alia qualibet quantitate.|

¹ quantum .... cum scieris ¹ (cfr. fol. 46 recto, lin. 30-39, pag. 111, lin. 16-31).



Incipit pars tertia octaui capituli de uenditione cannarum, et primum de canna pisana.

fol. 46 verso.

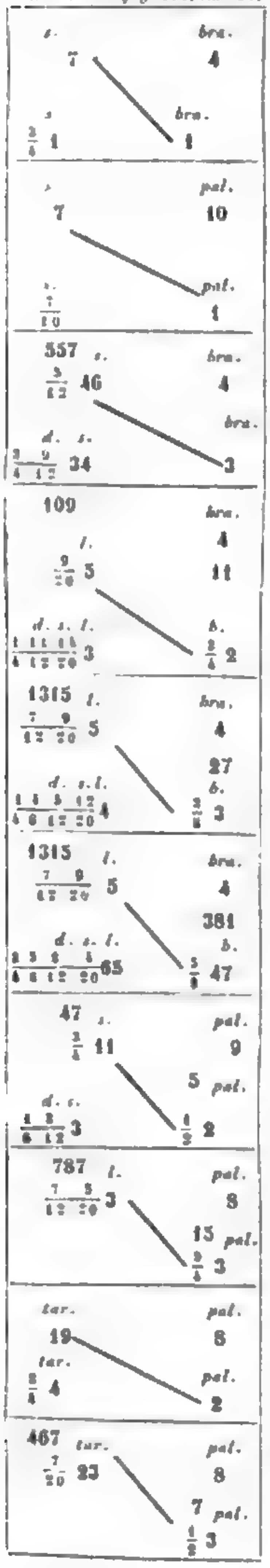
Canna pisana est palmorum 10, uel brachiorum 4: canna autem Ianue, ut dictum est, palmorum 9. Canna itaque prouincie, et sicilie, et surie, et constantinopolis sunt unius mensure, scilicet palmorum 8; et nos prius de uenditione pisane canne dicamus.

De canna.

Si canna pisana, que est brachia 4 cuiuslibet panni, uendatur pro soldis 7; et queratur quantum ualet brachium 1. describe questionem ut hic ostenditur: multiplica ergo 7 per 1, et diuide per 4, exibunt soldi $\frac{3}{4}$ 1, hoc est denarii 21. Nam si quereres pretium unius palmi, eadem ratione describe in questione palmos canne, uidelicet 10, sicuti modo descripsimus, brachia 4 pro canna; et hoc semper debes considerare, ut

Digitized by Google

* Canna . . . . $\frac{10\ 0}{11\ 8}$ ideo (fol. 46 verso, lin. 2-40; pag. 111, lin. 35 — pag. 112, lin. 13).



sicuti scribes in questione similem mercem sub simili merce, sic describas similes mensuras sub simili mensura, et simile pondus sub simili pondere, hoc est cannas sub cannis, et brachia sub brachiis, et palmos sub palmis, et cantaria sub cantariis, et Rotulos sub Rotulis; et sic intelligas de ceteris.

Item canna uenditur pro soldis 46, et denariis 5, hoc est soldis $\frac{5}{12}46$; quantum ualent ergo brachia 3: multiplicabis 46 per 12, et addes 5, erunt denarii 557; quod multiplicabis per 3, et diuides per 4, et per 12, que sunt sub uirgula, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 12}$, exibunt soldi $\frac{3\ 9}{4\ 12}34$.

De eodem.

Item canna uenditur pro libris $\frac{9}{20}5$; et queratur quantum ualeant brachia $\frac{1}{4}\frac{1}{2}2$, hoc est brachia $\frac{3}{4}2$: describes questionem ut hic ostenditur; et multiplica $\frac{3}{4}2$ per $\frac{9}{20}5$, et diuide per 4, hoc est multiplicabis 11 per 109, erunt 1199; que diuides per 4 uenditionis, et per ruptos duorum reliquorum numerorum, scilicet per 4, et per 20: sed cum debeas habere $\frac{1}{12}$ post $\frac{1}{20}$ sub uirgula diuisionis, multiplicabis 1199 per 3, erunt 3597; que diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ 11\ 14}{4\ 12\ 20}3$.

De eodem.

Item eadem canna uenditur pro libris $\frac{7\ 9}{12\ 20}5$; et queratur quantum ualeant brachia $\frac{1}{8}\frac{1}{4}3$, hoc est brachia $\frac{3}{8}3$: describes questionem, et multiplicabis 5 per suam uirgulam, erunt 1315. Item multiplicabis 3 per suam uirgulam, erunt 27; que multiplicabis per 1315, et diuides per uenditionem, uidelicet per 4, et per omnes ruptos, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 5\ 12}{4\ 8\ 12\ 20}4$.

Item canna uenditur pro libris $\frac{7\ 9}{12\ 20}5$; et queratur quantum ualeant canne 11, et brachia $\frac{1}{8}\frac{1}{2}3$, hoc est canne $\frac{5\ 3}{8\ 4}11$: et ut dicamus pulcrius, describemus cannas $\frac{29}{32}11$; quia in hac questione queritur pretium cannarum; uel de ipsis cannis facies brachia, uel de brachiis 4 facies unam cannam 1. In hac autem describamus brachia 4 pro uenditione canne, ut hic ostenditur; et de cannis 11, et brachiis $\frac{1}{8}\frac{1}{2}3$ facies brachia; eruntque brachia $\frac{5}{8}47$; que pones in questione sub brachiis 4; et multiplicabis $\frac{5}{8}47$ per $\frac{7\ 9}{12\ 20}5$, et diuides per 4, exibunt libre $\frac{3\ 5\ 8\ 4}{4\ 8\ 12\ 20}65$, ut in questione ostenditur.

De canna Ianue.

Item canna ianue, que est palmi 9, uenditur pro soldis 11, et denariis 9, hoc est soldis $\frac{3}{4}11$; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{2}2$: describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{1}{2}2$ per $\frac{3}{4}11$, que sunt ex aduerso, et diuides per 9, exibunt soldi $\frac{1\ 3}{6\ 12}3$. Et scias quia quot soldos ualet canna ipsa, tot denarios cum totidem tertiis ualet palmus.

De canna prouincie.

Canna prouincie, que est palmi 8, uenditur pro libris $\frac{7\ 5}{12\ 20}3$; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1\ 3}{9\ 4}3$: describes questionem, et multiplicabis $\frac{1\ 3}{9\ 4}3$ per $\frac{7\ 5}{12\ 20}3$, et diuides per 8, ordinans $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule diuisionis: ideo quia locus, in quo ponenda est summa, est sub libris, scilicet sub $\frac{7\ 5}{12\ 20}3$, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 7\ 7\ 11}{4\ 8\ 9\ 12\ 20}1$. Et scias quia quot soldos ualuerit ipsa canna, tot denarios cum totidem modus denariis ualebit palmus. Verbi gratia: cum canna ualet soldos 14, palmus ualet denarios 14 cum totidem obulis, hoc est denarios 21.

De canna Sicilie.

Canna Sicilie, cuius longitudo est palmi 8, uenditur pro tarenis 19; et queratur quantum

Digitized by Google

ualeant palmi 2: describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis 2 per 19, erunt 38; que diuides per 8, exibunt tareni $\frac{3}{4}$ 4. Vel aliter: quia palmi 2 sunt quarta pars unius canne, scilicet de palmis 8 accipe quartum de tarenis 19, exibunt tareni $\frac{3}{4}$ 4, ut pred.ximus.

De eodem.

Rvrsum eadem canna uenditur pro tarenis 23, et granis 7, hoc est pro tarenis $\frac{7}{20}$ 23; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{2}$ 3: describes questionem, et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 3 per $\frac{7}{20}$ 23, et diuides summam per 8, exibunt tareni $\frac{1}{2}\,\frac{7\ \ 6}{8\ \ 20}$ 10, hoc est tareni 10, et grana $\frac{1\ \ 7}{2\ \ 8}$ 4.

De eodem.

Item eadem canna uenditur pro tarenis $\frac{1}{4}$ 25; et queratur quantum ualeant canne 9, et palmi $\frac{1}{4}$ 5, hoc est canne $\frac{1}{4}\,\frac{5}{8}$ 9: describe questionem sic, et multiplica 25 per suam uirgulam, erunt 101; et 9 per suam uirgulam, erunt 309: deinde multiplica 101 per 309, erunt 31209; que diuide per 1, et per ruptos, hoc est per $\frac{1}{4}\,\frac{0\ \ 0}{4\ \ 8}$. Sed quia locus, in quo ponenda est summa diuisionis, est sub tarenis, uidelicet $\frac{1}{4}$ 25, debemus habere $\frac{1}{20}$ in capite uirgule propter grana; quod $\frac{1}{20}$ non possumus in prescripta diuisione habere, scilicet in $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 4\ 8}$: ideo | quia minuit nobis $\frac{1}{5}$ ex ipsa $\frac{1}{20}$: unde describe in questione 5 super 1, ut melius habeatur memorie cum probaueris; et multiplicabis 31909 per 5, et diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 8\ \ 20}$, exibunt tareni $\frac{1\ \ 3\ \ 16}{4\ \ 8\ \ 20}$ 243, hoc tareni 243, et grana $\frac{1\ \ 3}{4\ \ 8}$ 16.

De canna garbi.

Canna garbi, que est similiter palmi 8, uenditur pro bizantiis 4, et miliarensibus 7, hoc est pro bizantiis $\frac{7}{10}$ 4; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{4}$ 2: describes questionem sic, et multiplicabis $\frac{1}{4}$ 2 per $\frac{7}{10}$ 4, et diuides per 8, exibunt bizantii $\frac{3}{4}\,\frac{1\ \ 3}{8\ \ 10}$ 1, ut in questione ostenditur, hoc est bizantius 1, et miliarenses $\frac{3\ \ 4}{4\ \ 8}$ 3.

De eodem.

Item eadem canna uenditur pro bizantiis $\frac{3}{4}$ 5; et queratur quantum ualeant canne $\frac{1}{2}$ 11: describe questionem sic, et multiplica 5 per 4, et adde 3, erunt 23, que pone super $\frac{3}{4}$ 5; et multiplicabis iterum 11 per suam uirgulam, erunt 23; et multiplicabis 23 per 23, erunt 529; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{10}{24}$, hoc est per 8, et per 1; cuius diuisio cum nichil operetur, computanda non est, exibunt bizantii $\frac{1}{8}$ 66: de qua $\frac{1}{8}$, si miliarenses facere uis, multiplica 1, quod est super 8, per 10; ideo quia bizantius 1 est miliarenses 10, erunt 10; que diuide per 8, exibit miliarensis $\frac{1}{4}$ 1: uel aliter; quia locus, in quo ponenda est summa, est sub bizantiis garbi, oportet nos habere $\frac{1}{10}$ in capite uirgule propter miliarenses: quare multiplica 529 per 10, hoc est quod ante pones eis 0, erunt 5290; que diuide per $\frac{40}{810}$, exibunt bizantii $\frac{1\ \ 1}{4\ \ 20}$ 6, ut superius, ut ita in questione demonstratur. Et secundum hec que diximus de canna garbi potes intelligere de omnibus rebus, que in eadem regione uenduntur per eosdem bizantios.

De eodem.

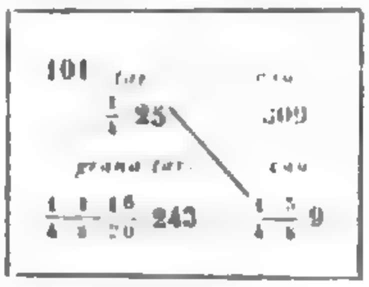
Item eadem canna uenditur pro bizantiis 4, et karatis 13, hoc est pro bizantiis $\frac{1\ \ 2}{2\ \ 4}$ 4; et queratur quantum ualeant canne 7, et palmi 3, hoc est canne $\frac{3}{8}$ 7: describe questionem sic, et multiplica $\frac{1\ \ 2}{2\ \ 4}$ 4 per $\frac{3}{8}$ 7, et diuides per 1, exibunt bizantii $\frac{122}{318}$ 33.

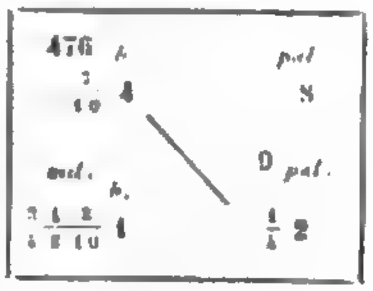
De balla fustaneorum.

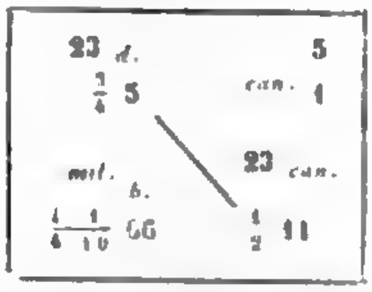
Balla fustaneorum, que est petiarum 40, uenditur pro libris 37; et queratur quantum ualeat petia una: describe questionem sic, et multiplica 1 per 37, erunt 37; que diuide

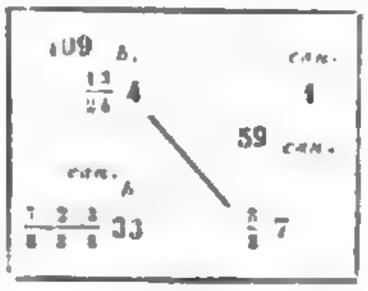
fol. 47 recto

quia minuit .... bizantii 6 (fol. 47 recto, lin. 1-13, pag. 113, lin. 16 40).



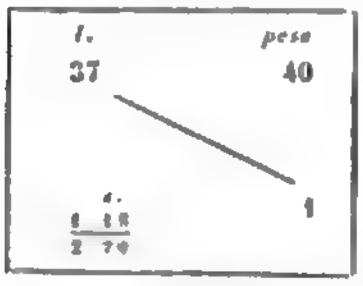




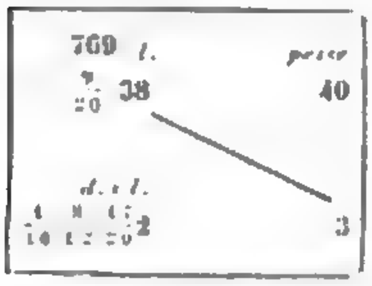


Digitized by Google

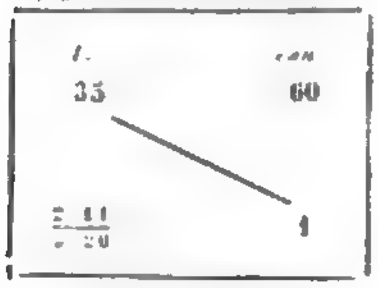
* De balla....petia una * (fol. 47 recto, lin. 16-20; pag. 113, lin. 41 — pag. 114, lin. 4).



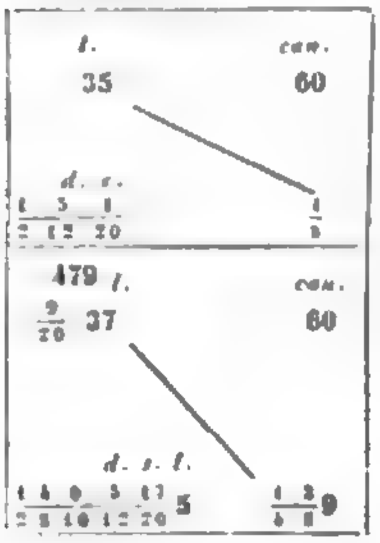
* Item balla .... torsello * (fol. 47 recto, lin. 21-24; pag. 114, lin. 5-11).



* Si torscellus .... De eodem * (fol. 47 recto, lin. 25-28; pag. 114 lin. 12-18.

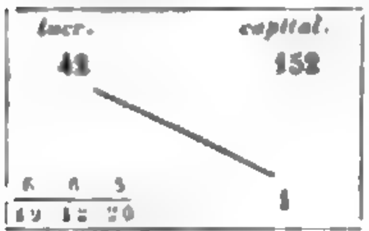


* Item si .... itaque * (fol. 47 recto, lin. 29-36; pag. 114, lin. 19-31).



fol. 47 verso.

* de quodam .... que est * (fol. 47 recto, lin. 37-41; pag. 114, lin. 31-38).



per regulam de 40, scilicet per $\frac{1\ 0}{4\ 10}$, uel per $\frac{1\ 0}{2\ 20}$; quod est melius hic; ideo quia locus, in quo ponenda est summa, est sub libris, uidelicet sub 37, exibunt $\frac{1\ 18}{2\ 20}$, hoc est soldi $\frac{1}{2}$ 18: et ex hoc quidem manifestum est, quod quot libre fuerint in medietate pretii balle, tot soldos ualet petia una.

Item balla uenditur pro libris $\frac{9}{20}$ 38; et queratur quantum ualeant petia 3: describe questionem sic, et multiplica 38 per suam uirgulam, erunt 769; que multiplica per 3, que sunt eis ex aduerso, erunt 2307; que diuide per regulam de 40, et per 20, que sunt sub uirgula, hoc est $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 10\ 20}$. Sed prius multiplica 2307 per 3, que minuunt nobis de $\frac{1}{12}$, quam debemus habere in uirgula post 20, erunt 6921; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ 8\ 17}{10\ 12\ 20}$ 2.

De torsello.

Si torscellus, qui est canne 60 prouincie, hoc est de palmis 8, uenditur pro libris 35; et queratur quantum ualeat canna una: describe questionem, et multiplica 1 per 35, et diuide per regulam de 60, que est $\frac{1\ 0}{6\ 10}$, uel $\frac{1\ 0}{3\ 20}$, quod est melius hic; ideo quia indigemus habere $\frac{1}{20}$ in capite uirgule, exibunt $\frac{2\ 11}{3\ 20}$, hoc est soldi 11, et denarii 8. Et ex hoc manifestum est, quod quot fuerint libre pretii torscelli, tot tertias unius soldi ualet canna una.

De eodem.

Item si eadem ratione queres quantum ualeat palmus, facies de palmo partem unius canne, eruntque $\frac{1}{8}$: describe ergo questionem sic, et multiplica 1, quod est super 8, per 35; que diuide per 60, et per 8, que sunt sub uirgula, coaptans ea sic $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 12\ 20}$, exibit $\frac{1\ 5\ 1}{2\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{1}{2}$ 17. Ex hoc ergo manifestum est, quia quot libras ualet torscellus, tot obulos ualet palmus.

Item torscellus uenditur pro libris $\frac{9}{20}$ 37; et queratur quantum ualeant canne 9, et palmi $\frac{1}{4}$ 3, hoc est canne $\frac{1\ 3}{4\ 8}$ 9: describe questionem sic, et multiplicabis $\frac{1\ 3}{4\ 8}$ 9 per $\frac{9}{20}$ 37, et diuides per 60, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 0\ 5\ 17}{2\ 8\ 10\ 12\ 20}$ 5, ut in questione ostenditur.

De societatibus.

Qvamuis in decimo huius libri capitulo, qualiter lucrum enticarum inter socios diuidendum sit, debeamus ostendere; tamen qualiter hoc idem, secundum suprascriptum negotiandi modum, fieri debeat, ad presens uolumus demonstrare: ut hoc dupliciter demonstrato, promptiores audientium animos reddat. Preponimus hoc itaque de quodam, qui habuerit in sua hentica libras 152, cum quibus lucratus fuit libras 56; et queritur quot ex ipso lucro unicuique sociorum suorum per libram reddere debeat. Primum quidem, secundum pisanam consuetudinem, de suprascripto lucro quartam partem debemus auferre; cum ipsa sit tractatoris, remanent libre 42. Quare describe in questione, quod libre 152 capitalis lucrate fuerunt libras 42; et pones 1, uidelicet libras sub 152, ut in hac questione demonstratur; et multiplicabis numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 1 per 42, erunt 42, que debes diuidere per regulam de 152, que est $\frac{1\ 0}{8\ 19}$: sed ut habeas $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule, multiplica summam, scilicet 42 per 30 propter trigesimam, que minuit nobis de ipso $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, erunt 1260; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{19\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{6\ 6\ 5}{19\ 12\ 20}$, hoc est soldi 5, et denarii 6, et fere tertiam unius denarii partem: uel aliter secundum uulgarem modum: reperta regula de 152, que est $\frac{1\ 0}{8\ 19}$, diuides lucrum, uidelicet libras 42 per 8, exibunt libre 5, et soldi 5, qui sunt soldi 105; quos diuide per 19, exibunt soldi 5, et denarii $\frac{6}{19}$ 6, ut prediximus. Nam si suprascripta ratione inuenire uolueris quod euenerit

Digitized by Google

de ipso lucro ei, qui libras 13 in ipsa habuerit, enticam sic facies: multiplica 13 per portionem lucri unius libre, scilicet per soldos 5, et denarios $\frac{6}{19}$ 6; que multiplicatio secundum uulgarem modum sic fit: multiplica primum 13 per soldos 5, erunt soldi 65; cum quibus adde multiplicationem de denariis 6 in 13, hoc est soldos 6, et denarios 6, erunt libre 3, et soldi 11, et denarii 6. Cum quibus iterum adde multiplicationem de $\frac{6}{19}$ in 13, hoc est denarios $\frac{2}{19}$ 4, erunt libre 3, et soldi 11, et denarii $\frac{2}{19}$ 10.

Uerum si hoc idem secundum artem reperire desideras, describes questionem, ut hic ostenditur; et multiplica 13 per 42, que sunt ex aduerso, erunt 546; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{2\ 19}$. Sed ut habeas $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule, multiplica 546 per 30, et diuides summam per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{19\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{2\ 10\ 11}{19\ 12\ 20}$ 3, ut superius per uulgarem modum inuenimus.

De eodem.

Item quidam habuit in hentica libras $\frac{1}{2}$ 253, cum quibus lucratus fuit ultra suum quartum proficuum, libras $\frac{2}{20}$ 63; queritur quid per libram unicuique sociorum suorum reddere debeat: describe questionem, et multiplica 1 per $\frac{11}{20}$ 63, et diuide per $\frac{1}{2}$ 253, hoc est multiplicabis 1 per 1271, que per 2, que sunt sub uirgula post 253, erunt 2542; que diuide per 50, et per 20: tamen multiplica prius 2542 per 4, ut habeas $\frac{1}{12}$ post $\frac{1}{20}$ in diuisione, exibunt $\frac{2\ \ 2\ \ 0\ \ 5}{13\ 13\ 12\ 20}$, hoc est soldi 5, et parum minus de $\frac{1}{6}$ unius denarii.

De eodem.

Et si hoc quod accidit de suprascripto proficuo cuidam, qui in suprascripta hentica habuerit bizantios $\frac{5\ \ 7}{12\ 20}$ 13, scire uolueris; describe questionem, et multiplicabis libras 13 per suam uirgulam, erunt 3209; que multiplicabis per 1271; que per 2, que sunt sub uirgula; et diuide summam per 507, et per omnes ruptos reliquorum duorum numerorum: tamen euitabis inde quod non multiplicabis per 2, ut non diuidas per 2, que sunt in regula de 20, exibunt libre $\frac{1\ \ 6\ \ 0\ \ 6\ \ 0\ \ 7}{3\ 10\ 13\ 13\ 12\ 20}$ 3.

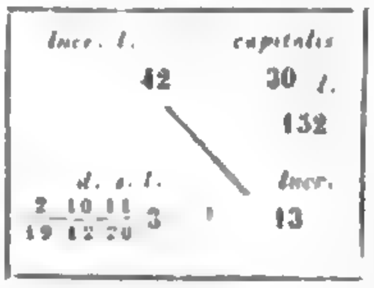
De eodem.

Item quidam habuit in hentica libras $\frac{11}{20}$ 713, cum quibus lucratus fuit ultra suum quartum proficuum libras $\frac{7\ 12}{12\ 20}$ 217; et queratur iterum quid de ipso lucro per unamquamque libram contigerit: describe questionem, et multiplica 1 per 52231; que per 20, que sunt sub uirgula post 713; et diuide summam per regulam de 14271, que est $\frac{1\ \ 0\ \ \ 0}{3\ 6\ 771}$, et per 12, et per 20, que sunt sub uirgula lucri, exibunt $\frac{2\ 7\ 14\ \ 1\ \ 6}{3\ 6\ 77\ 12\ 20}$, hoc est soldi 6, et fere denarii $\frac{1}{3}$ 1: et sic poteris facere de quolibet lucro, siue tarenorum sit, siue quorumlibet bizantiorum. Etiam et si proponeretur quidam habuisse de quantislibet bizantiis libras quantaslibet denariorum, uel econtra; et quereret quot ex denariis cadit unicuique bizantio.

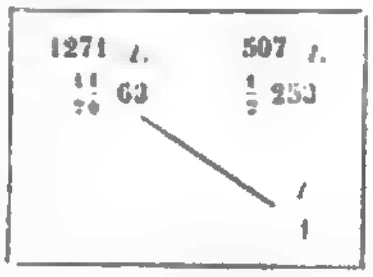
Incipit pars quarta octaui capituli in reuersione unius generis ad Rotulos alterius.

Si uis scire de quotuis Rotulis pisani cantarii, quot libre subtiles sint, ut dicamus de Rotulo .1.; adiscas prius ex eis, in qua proportione sint: sunt enim in tali proportione, uidelicet quot Rotuli 100, scilicet cantarii, sunt libre 158: unde describe in questione Rotulos 100 pro uenditione, et libras 158 pro pretio, et Rotulum 1, de quo uis facere libras, describes sub Rotulis, uidelicet sub 100, ut in hac questione ostenditur; et multiplica 1 per 158, et diuide per 100, hoc est triplum de 158, diuide per triplum de 100; et hoc facies ut habeas $\frac{1}{12}$ in capite uirge propter uncias, exibit libra $\frac{1\ 1\ \ 6}{5\ 3\ 12}$ 1, hoc est libra 1, et uncie 7 minus $\frac{1}{25}$.

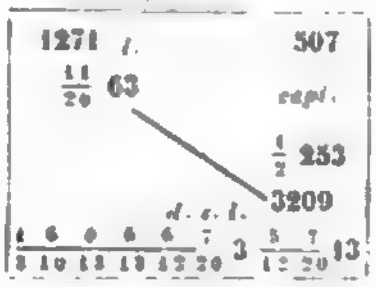
« sic facies . . . . De eodem » (fol. 47 verso, lin. 6-11; pag. 115, lin. 1-11).



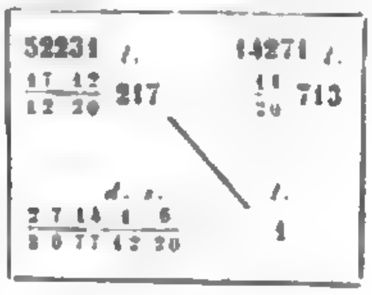
« Item .... De eodem » (fol. 47 verso, lin. 12-16; pag. 115, lin. 12-18).



« Et si .... De eodem. » (fol. 47 verso, lin. 17-20; pag. 115, lin. 19-25).

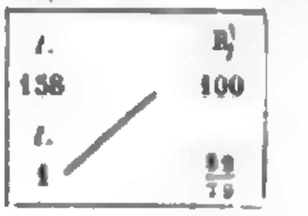


« Item .... quot » (fol. 47 verso, lin. 21-26; pag. 115, lin. 26-33).



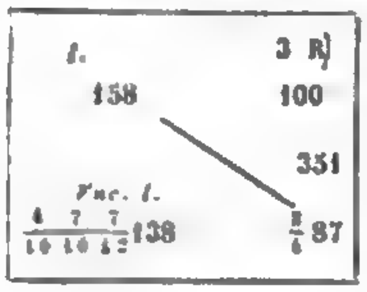
« Si uis .... diuide per » (fol. 47 verso, lin. 28-32; pag. 115, lin. 37-42).

« 100 hoc est . . . . uolueris » (fol. 47 verso, lin. 32-36 e 37, pag. 115, lin. 42 — pag. 116, lin. 4).



Digitized by Google

• uolueris .... $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$ uel » (fol. 47 *verso*, lin. 36 e 37-40; pag. 116, lin. 2-10).



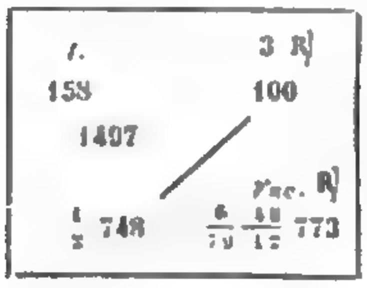
De reuersione libre pisane in partes unius Rotuli.

Rvrsum si de libra una partes unius Rotuli facere uolueris; describes 1 sub 158, ut in hac alia questione describitur, et multiplicabis 1 per 100, erunt 100; que diuides per 158, erunt $\frac{50}{79}$ unius Rotuli : de quibus si unceas Rotuli facere uolueris, multiplica 50 per unceas unius Rotuli, uidelicet per 12; quia sicut libra est uncie 12, ita Rotulus est uncie 12 tantum sunt maiores, erunt 600; que diuide per 79, exibunt uncie $\frac{47}{79}$ 7 de Rotulis.

fol. 48 *recto*.

Item si de Rotulis $\frac{3}{4}$ 87 libras facere uolueris; describe itaque Rotulos sub Rotulis, hoc est $\frac{3}{4}$ 87 sub 100, et multiplica 87 per 4, et adde 3, erunt 351; que multiplica per 158, erunt 55458; que diuides per 100, et per 4, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, uel | ut habeas $\frac{1}{12}$ in uirgula diuisionis propter unceas, multiplica 55458 per 3, et diuides per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$, exibunt libre $\frac{4}{10}\frac{7}{10}\frac{7}{12}$ 138, ut in questione ostenditur.

• Item .... questionem ut » (fol. 48 *recto*, lin. 3-8; pag. 116, lin. 14-21).



De libris ad Rotulos.

Item si de libris $\frac{1}{2}$ 748 Rotulos facere uolueris; describes libras sub libris, hoc est $\frac{1}{2}$ 748 sub 158, et multiplica $\frac{1}{2}$ 748 per 100, et diuide per 158, tantum multiplica summam dictam per 3, ut habeas $\frac{1}{12}$ in uirgula diuisionis propter unceas, exibunt Rotuli $\frac{6}{79}\frac{11}{12}$ 473, ut in questione ostenditur.

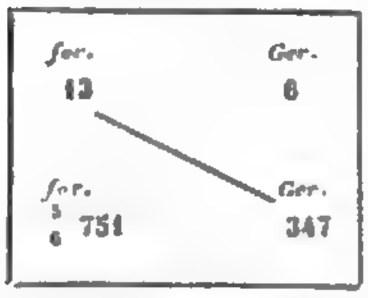
• hic ostenditur .... addiscas » (fol. 48 *recto*, lin. 9-13; pag. 116, lin. 21-30).

Item si de Rotulis 43 de cantare messane libras pisanas facere uolueris, addiscas prius in qua portione sunt Rotuli messane ad libras pisanas. Sunt enim in tali proportione ut credo, quod Rotulus 1 messane est libre $\frac{1}{4}$ 2 pisane: ergo quattuor Rotuli messane sunt libre 9 pisane : deinde describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica 9 per 43, que sunt ex aduerso, et diuide per 4, exibunt libre.

De libris pisanis ad Rotulos messane.

Item si econtra de libris $\frac{3}{4}$ 96 Rotulos messane facere uolueris; describes libras sub libris, uidelicet $\frac{3}{4}$ 96 sub 9, ut in hac alia cernitur descriptione, et multiplica $\frac{3}{4}$ 96 per 4, que sunt ex aduerso, et diuide per 9, exibunt Rotuli 43: et sic poteris de omnibus similibus facere.

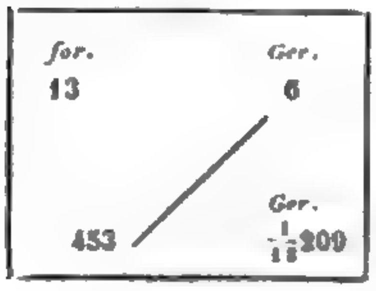
• prius .... quoque » (fol. 48 *recto*, lin. 14-18; pag. 116; lin. 30-36).



De Rotulis gerouinis ad forforinos.

Rvrsum si apud Alexandriam de Rotulis 347 Gerouinis, Rotulos forforinos facere uolueris; addiscas prius, in qua proportione sunt Rotuli Gerouini ad Rotulos forforinos. Sunt enim in tali proportione, quod Rotulus 1 Gerouinus est Rotulus $\frac{1}{6}$ 2 forforinus: ergo Rotuli 6 Gerouini sunt Rotuli 113 forforini; et sic eos describes in questione; et pones Rotulos 347 Gerouinos sub Rotulis 6 Gerouinis, ut hic ostenditur; et multiplica 13 per 347, et diuide per 6, exibunt Rotuli forforini $\frac{5}{6}$ 751, ut in questione ostenditur. Hoc autem cantaria 7 forforini, et de Rotulis 51 et unciis 10; quia Rotulus forforinus est uncie 12, quarum unaqueque ponderat miliarenses 12 de Alexandria ; et unusquisque Rotulus Gerouinus est similiter uncie 12, quarum unaqueque ponderat miliarenses 26 ex dictis miliarensibus; qui miliarenses ponderant karatos 6, qui karatus ponderat abbas 3, scilicet grana.

• Rotulus .... ostenditur » (fol. 48 *recto*, lin. 19-24; pag. 116, lin. 37-43).



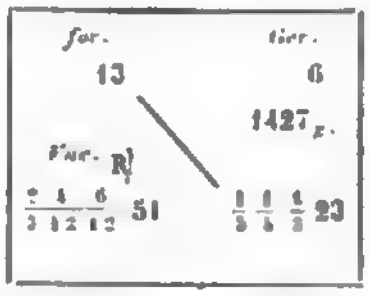
De forforis ad Gerouinos.

Item si de Rotulis forforinis 453 Rotulos Gerouinos facere uolueris; describes furfurinos sub furforinis, hoc est 453 sub 13; et multiplica 6 per 453, que sunt ex aduerso, et diuide per 13, exibunt Rotuli $\frac{11}{13}$ 209, ut in hac descriptione ostenditur.

Digitized by Google

Rvrsum si de Rotulis Gerouinis $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 23 forforinos facere uolueris; describe Gerouinos sub Gerouinis, hoc est $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 23 sub 6, et multiplica 23 per suas uirgulas, erunt 1427; que multiplica per 13, et diuide per 6, et per ruptos: tamen, si uis, multiplica summam per 2, ut habeas $\frac{1}{12}\frac{6}{12}$ in uirgula propter uncias, et miliarenses, exibunt Rotuli Forforini $\frac{2}{5}\frac{4}{12}\frac{6}{12}$ 51, hoc est Rotuli 51, et uncie 6, et miliarenses $\frac{2}{5}$ 4.

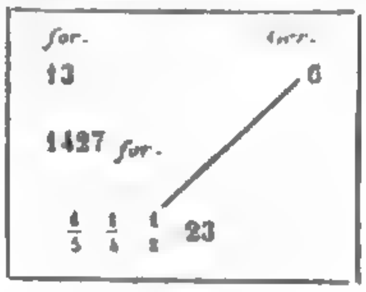
• Rvrsum .... scilicet » (fol. 48 recto, lin. 25-30; pag. 117, lin. 1-9).



De forforinis a Gerouinis.

Iterum si prescriptos Rotulos $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 23 forforinos fore proposueris, et ex eis Rotulos Gerouinos facere uolueris; describes $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 23 sub 13, et multiplica numerum ipsorum, scilicet 1427 per 6, et diuide summam per 13, et per ruptos, hoc est per $\frac{1}{5}\frac{0}{13}\frac{0}{12}$, et habebis propositum. Tamen si uis habere miliarenses post unceas in uirgula, multiplica summam per 2, et diuides per $\frac{1}{5}\frac{0}{2}\frac{0}{13}\frac{0}{12}$; et que super 12 euenerint, erunt uncie; et que super $\frac{1}{2}\frac{0}{13}$; et que superuenerint, erunt miliarenses: ideo quia uncie, ut diximus, est miliarenses 26, quorum regula est $\frac{1}{2}\frac{0}{13}$, exibunt Rotuli $\frac{4}{5}\frac{0}{2}\frac{9}{13}\frac{11}{12}$ 10, ut in questione ostenditur, hoc est Rotuli 10, et uncie 11, et miliarenses $\frac{4}{5}$ 18, quia multiplicanda sunt 9, que sunt super 13 per 2, que sunt post 13, et addendum zephyro, quod est super 2; et sic habentur miliarenses 18, ut modo diximus: et sic secundum prescriptam materiam poteris quoslibet Rotulos, uel cantaria in quilibet (*sic*) Rotulis, uel cantariis redigere, si habueris notitiam proportionum illorum, hoc est qualiter se habeant ad inuicem. Et hic modus est utilis multum in honeratione nauium, cum honerentur diuersis mercibus, que habent modum secundum diuersi|tatem ponderis, et leuitatem uel grauitatem illarum, ut naues, que honerantur in garbo, que honerantur ad cantaria coriorum. Vnde cum in ipsis ponderentur diuerse merces grauiores et leuiores quam coria; et habeant minorem globum et maiorem: unde ab antiquis talis fuit ordinatio, quod de alume, quod ponunt in fundo nauis, ponunt duo cantaria pro uno coriorum; de beccunis uero, quia sunt leuiores coriis, ponunt duo cantaria pro tribus; de coniliis, uel de succaro, ponunt unum cantare pro duabus de coriis. Similiter naues, que honerantur in sicilia, honerantur ad pondus colli; qui collus potest habere in se Rotulos 100; et ponunt de rame tria cantaria in uno collo; de cotone ponunt cantare $\frac{1}{3}$ 1 in collo: et naues que honerantur apud alexandriam, honerantur asportatas piperis, que sporta ponitur similiter Rotulos 100; ad quam sportatam reducuntur merces secundum diuersitatem illarum ad quasdam ordinationes, quas dicere necesse non est; quia unusquisque, cum ei necessarium fuerit, poterit inde interrogare. Nam qualiter hee reductiones ponderum, secundum diuersitatem mercium prescriptarum, per premissam doctrinam fiant, quasdam in hoc opere positiones proponamus.

• Iterum .... quod » (fol. 48 recto, lin. 29-26; pag. 117, lin. 7-13).

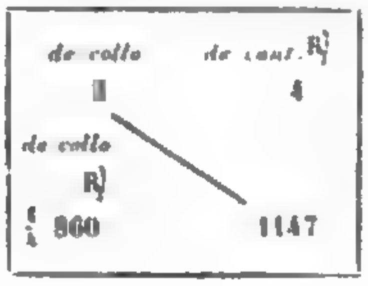


fol. 48 verso.

De cotonis reuersione ad collum sicilie carici in garbo.

Si quis apud siciliam habeat in quadam naui honeratum cantaria 11, et Rotulos 47 cotonis; et uoluerit eos ad colla redigere; quia cantare $\frac{1}{3}$ 1 cotonis, ut diximus, est collum unum; ergo quattuor cantaria cotonis sunt colla 3; et quattuor Rotuli cotonis sunt Rotuli 3 de collo: describes in questione cantaria 11, et Rotulos 47, hoc est Rotulos 1147 sub Rotulis 4 cotonis; et multiplicabis 1147 per 3, et diuides per 4, exibunt Rotuli $\frac{1}{4}$ 860 de collo, ut in descriptione ostenditur, hoc autem colla 8 et Rotuli $\frac{1}{4}$ 60 de collo.

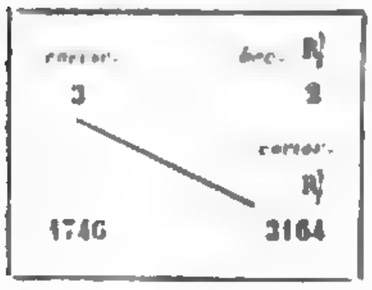
• Si quis .... colla » (fol. 48 verso, lin. 17-22; pag. 117, lin. 36-41).



Digitized by Google

De beccunarum redutione ad cantaria carici in garbo.

« Rvrsum .... coriorum » (fol. 48 *verso*, lin. 24-28 e 29, pag. 118, lin. 2-6).



Rvrsum si apud bugeam uel septim quis in quadam naui habuerit cantaria beccunarum 31, et Rotuli (*sic*) 64; et uoluerit eos redigere ad coriorum cantaria; quia cantaria duo beccunarum, ut diximus, sunt cantaria 3 coriorum; ergo et Rotuli 2 beccunarum sunt Rotuli 3 coriorum. Quare describes cantaria 31, et Rotuli (*sic*) 64, hoc est Rotuli 3164 sub Rotulis 2 beccunarum; et multiplicabis 3 per 3164, que sunt ex aduerso, et diuides per 2, exibunt Rotuli 4746, ut in descriptione ostenditur, hoc est cantaria 47, et Rotuli 46. Vel aliter adde medietatem de cantariis 31, et Rotuli 64 super eosdem (*sic*) cantaria 47; et Rotuli 46 erunt similiter cantaria 47, et Rotuli 46, ut modo inuenimus: et sic poteris intelligere de quibuslibet similibus. Vnde nos huic octauo capitulo finem imponimus, ut ad nonum facimus transitionem.

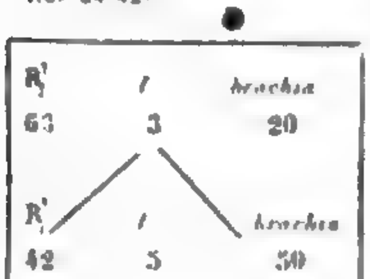
Incipit capitulum nonum de baractis mercium atque earum similium.

Hoc itaque capitulum in tres partes diuidere decreui, ut quicquid lector in hoc audire desiderat, citius reperire ualeat. Quarum prima pars est de baractis rerum uenalium; secunda de emptione bolsonalie secundum modum baracte; tertia de regulis equorum ordeum comedentium in constitutis diebus.

Regula uniuersalis in baractis mercium primum de pipere ad linum.

Cvm autem uolueris quamlibet mercem cum qualibet alia merce cambiare, hoc est baractare, addiscas pretium uniuscuiusque mercis; quod pretium semper debet esse unius monete. Et describas illarum mercium unam in capite tabule, et pretium illius mercis scribas in tabula retro uersus sinistra in eadem lineatione, sicuti in negotiationibus in antecedenti capitulo describere docuimus. Deinde sub pretio illius mercis in aliam lineam describes pretium alterius mercis; et retro describes mercem illius pretii. Et si merces, quam aliam mercem baractare uolueris, fuerit ex superiori merce de prima uidelicet descripta in tabula, pones quantitatem illius mercis, quam habueris sub eadem merce. Et si fuerit ex alia merce, describere quantitatem illius super ipsam mercem, ut sicuti modo diximus describendum esse pretium unius mercis sub pretio alterius, ita describantur similes merces sub simili merce. Et descriptis itaque ipsis quinque numeris, tunc ultimum eorum per numerum pretii oppositis multiplica; et quot inde prouenerit, in alium numerum eidem pretio oppositum ducere studeas: quorum numerorum summam per reliquos duos numeros diuide, et habebis optatum. Verbi gratia brachia 20 panni ualeant libras 3 pisaninorum; et Rotuli 42 cotonis ualeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot Rotuli cotonis habebuntur. Pone itaque brachia 20 in tabula; post que pone libras 3, scilicet eorum pretium, sub quibus pone libras 5; post quas 5 pone Rotulos 42; deinde brachia 50 pone sub brachiis 20, et multiplica 50 per 3, que sunt eis ex aduerso, erunt 150; que multiplica per 42, cum sint ex aduerso eisdem tribus; et quot prouenerit diuide per reliquos numeros, scilicet per 20 et per 5, hoc est per 100, uenient 63; et tot Rotuli bombicis habebuntur pro brachiis 50 panni. Procedit enim hic modus ex proportione, quam habet prima mercium ad aliam; quam ostendam esse compositam ex duabus proportionibus, scilicet ex proportione, quam habet numerus uenditionis prime mercis ad numerum sui pretii, et ex proportione, quam habet numerus pretii alterius mercis ad numerum uenditionis sue mercis, hoc est quod in hac questione dico; quod proportio brachiorum panni ad Ro-

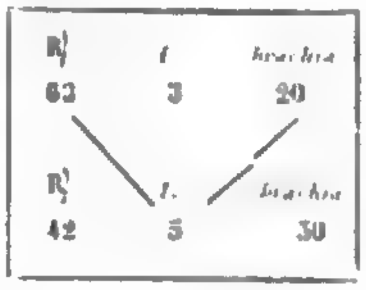
« 3, scilicet .... mercis » (fol. 49 *recto*, lin. 19-24, pag. 118, lin. 34-42)



Digitized by Google

tulos cotonis componitur ex proportione, quam habet 20 ad 3, et 5 ad 42: nam sicut 20 est ad 3, ita quincuplum de 20 est ad quincuplum de 3: quincuplum dico propter 5, que sunt pretium Rotulorum 42 predictorum, hoc est quod brachia 100 ualent libras 15: rursus sicut 5 sunt ad 42, ita triplum de 5 sunt ad triplum de 42: triplum dico propter 3, que sunt pretium dictorum 20 brachiorum, hoc est quod plus 15 habentur Rotuli 126 bombicis: et quia brachia 100 ualent libras 15, et plus 15, habentur Rotuli 126: ergo pro brachiis 100 habentur Rotuli 126; et sic est proportio composita prime mercis ad secundam ex duabus proportionibus predictis. Et quia sicut 100 sunt ad 126 brachia 50 ad cambium quod habentur ad Rotulos, multiplicanda sunt 50 per 126, hoc est 50 per 3; que per 42, ut superius fecimus; et summa multiplicationis eorum est diuidenda per 100, per 20, et per 5, exibunt Rotuli 63, quos pone super Rotulos 42: est enim hec talis propositio proportionum ea que ostenditur in figura cata, scilicet sectoris, per quam Tholomeus docuit in almagesti reperire demonstrationem circulorum a circulo recto, et multa alia; et Ametus filius ponat decem et octo combinationes ex ea in libro, quem de proportionibus composuit.

« triplum . . . [illegible] » (fol. 49 recto, lin. 29-34; pag. 119, lin. 4-12).



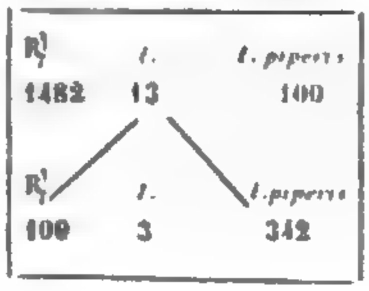
Item proponantur Rotuli 63 bombicis ad baractandum cum pannis; quorum proportio inuenies per supradictam esse composita ex proportione, quam habet 42 ad 5, et 3 ad 20; que proportio est de 126 ad 100, hoc est quod pro rotulis 126 habentur brachia 100 suprascriptorum pannorum: quare multiplicanda sunt 63 per 100, et diuiden|da per 126, hoc est multiplica 63 per 5, que sunt eis ex aduerso; quorum summam duc in 20, que sunt eisdem 5 tantum ex aduerso; quod totum diuide per reliquos duos numeros, scilicet per 3, et per 42, uenient brachia 50, que pone sub brachiis 20.

fol. 49 verso.

De pipere ad ciminum.

Centum piperis ualet libras 13, et cantare cimini ualet libras 3; queritur quot Rotuli cimini habebuntur pro libris 342: descripta questione per supradicta, inuenies numerum prime mercis esse ad numerum secunde, sicut centuplum trium ad centuplum de 13: et quia est sicut totum ad totum, ita pars ad partem: erit ergo sicut centesima centupli trium ad centesimam centupli de 13, hoc est sicut 3 sunt 13, ita numerus prime est ad numerum secunde. Et ex hoc quidem manifestum est, quod quando duarum mertium diuisarum numerus uenditionis est idem, tunc est sicut numerus pretii secunde ad numerum pretii prime; ita numerus prime mercis est ad numerum secunde. Quare multiplicabis 342 in hac questione per 13, et diuidas per 3, exibunt Rotuli 1482 cimini, quos pone in questione super Rotulos 100: uel secundum modum huius artis multiplicanda sunt 342 per 13, que sunt eis ex aduerso; quod totum per 100 cimini; quorum trium multiplicatorum numerorum summa est per 3, et per 100 diuidenda. Vnde si relinquerentur 100 ab utraque parte, remanebit tantum multiplicatio de 342 in 13 diuidenda per 3, ut superius operati fuimus. Et si de Rotulis 342 cimini piperis habere uis, pone 342 super 100 cimini, et multiplica ea per 3; quod totum per 100 piperis, et diuides summam per 100 cimini, et per 13: tamen euita 100 ex his, hoc est, multiplica 342 per 3, et diuide per 13, exibunt piperis libre $\frac{12}{13}$ 78, quos pone sub libris 100 piperis.

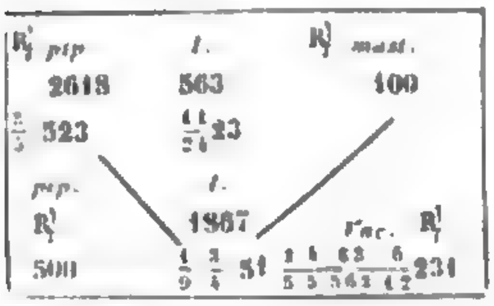
« descripta . . . multiplicabis » (fol. 49 verso, lin. 5-9; pag. 119, lin. 25-32).



Rvrsum cantare Gerouinum Masticis uenditur alexandrie berzi $\frac{11}{24}$ 23; et carica piperis, que est Rotuli 500 forforini, ualet ibidem berzi $\frac{1}{9}\frac{2}{4}$ 51; et quidam habet Rotulos $\frac{2}{5}$ 523 piperis, hoc est caricam unam, et Rotulos $\frac{2}{5}$ 23 forforinos, quos ipse uult baractare ad

Digitized by Google

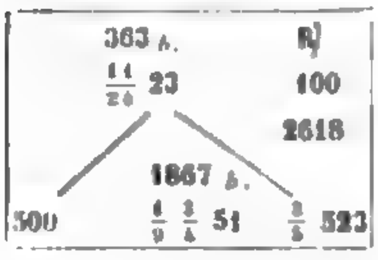
« describe .... diuides per » (fol. 49 verso, lin. 20-25; pag. 120, lin. 1-9).



masticem; et quesierit quot Rotulos Gerouinos inde de ipso pipere habuerit; describe questionem sic, et multiplicabis $\frac{2}{5}$ 523 per $\frac{4}{9}$ $\frac{3}{4}$ 51; que per 100, et diuide summam eorum per reliquos duos numeros, scilicet per $\frac{11}{24}$ 23, et per 500; que omnia sic fiunt. Multiplica bizantios 23 per suam uirgulam, uidelicet per 24, et adde 11, erunt 563; et multiplica 523 per suam uirgulam, erunt 2618. Item 51 per suas uirgulas, erunt 1867, que pone super $\frac{43}{94}$ 51: deinde multiplica 2618 per 1867; que per 100; que per ruptum qui est sub uirgula de 23, uidelicet per 24, et diuide per 563, et per regulam de 500, et per ruptos, qui sunt sub uirgula de 523, et de 51, hoc est per 5, et per 4, et per 9; et euitabis quod multiplicabis per 100, quod diximus in multiplicatione; nec diuides per 100, que sunt in regula de 500; et remanebit 5 de ipsis 500, in quibus debemus diuidere. Item potes adhuc relinquere $\frac{1}{3}$ ex diuisione, que est in uirgula, si relinqueres totidem de regula de 24, que debes multiplicare: ergo multiplicabis 2618 per 1867; que per 8, que remanent de 24, et diuides summam per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{55\ 5\ 63\ 12}$, exibunt Rotuli $\frac{3\ 4\ 23\ 6}{5\ 5\ 563\ 12}$ 231, ut in questione demonstratur.

Qvod si per pensam 13 probare uolueris; quia multiplicasti 2618 per 1867; que per 8; ideo debes accipere pensam de 2618 per 13, hoc est quod debes diuidere 2618 per 13; et sic remanent 5; que multiplica per pensam de 1867, accepta similiter per 13, que est 8, et erunt 40; de quo accipe pensam, que est 1; quod multiplica per 8, erunt 8, que seruentur pro pensa summe multiplicationis, ut uideas si pensa exeuntis summe diuisionis, scilicet de $\frac{3\ 4\ 23\ 6}{5\ 5\ 563\ 12}$ 231, erit similiter 8, tunc erit recta.

« $\frac{2}{5}$ 523 .... euitare » (fol. 49 verso, lin. 36-39; pag. 120, lin. 23-28).

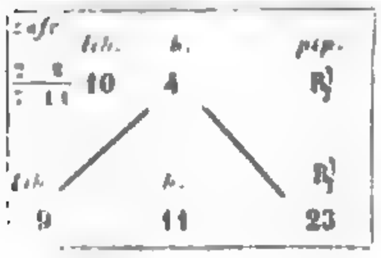


De pipere ad masticha.

Item si eadem ratione quis quereret quantum piper de Rotulis $\frac{2}{5}$ 523 Masticis habuerit; describes in questione $\frac{2}{5}$ 523 sub uenditione masticis, scilicet sub 100, ut in hac alia demonstratione describitur; et reperies omnes numeros, sicuti superius fecisti in precedenti questione: et multiplicabis 2618 per 563; que per 500, et summam eorum multiplica per ruptos, qui sunt cum 51, scilicet per 4, et per 9, hoc est per 36; et summam diuide per 100, et per 1867, et per ruptos, qui sunt post 523, et post 23, hoc est per 5 et per 24. Nam si euitare | uolueris hoc quod inde euitare poteris, relinquet quod non multiplices per 500. Nam diuides per 100 supradictos, nec per 5, que sunt sub uirgula post 523, relinques adhuc quod non multiplicabis per 2, que sunt in regula de 4, que sunt sub uirgula post 51; et non diuides per 2, que sunt in regula de 24; et seruabis 12, que remanent de ipsis 24 ad ponenda ea in capite uirgule propter uncias: ergo multiplicabis 2618 per 563; que per 2, que remanent de 4, que sunt post 51 sub uirgula; que per 9, que sunt sub uirgula post eadem 51; eritque multiplicatio eorum in summa 26530812; que diuide per 1867, et per 2, que remanserunt de 24, exibunt Rotuli $\frac{742}{1867}$ $\frac{2}{12}$ 1184 piperis, hoc est carice 2, et Rotuli 184, et uncie $\frac{742}{1867}$ 2: et est pensa istius questionis 9 per 13, que reperitur secundum prescriptum modum.

fol. 50 recto.

« et multiplicabis .... per eis » (fol. 50 recto, lin. 10-15; pag. 120, lin. 41 — pag. 121, lin. 6).



De pipere ad zafranum.

Item si proponatur, quod Rotuli 7 piperis ualeant berzi 4, et libre 9 zaffarani ualent berzi 11; et queratur quantum zaffranum quis de Rotulis 23 piperis habuerit; describe questionem secundum suprascriptum modum, et multiplicabis 23 per 4, quia sunt eis ex aduerso; quod totum multiplica per 9, cum 9 sint eisdem 4 ex aduerso: uel possumus hoc alio modo demonstrare, per quem modum amplius poteris cognoscere quos

Digitized by Google

tres numeros multiplicare debueris. In huiusmodi enim questionibus quinque describuntur numeri noti, cum quibus sextum numerum ignotum reperiri necesse est. Vnde hic modus uocatur regula sexte proportionis, ex quibus quinque numeris quandoque inueneris tres in superiori linea, et duos in inferiori; et quandoque tres in inferiori, et duos in superiori linea. Illi duo numeri, qui sunt in extremitatibus ipsius linee, in qua tres numeri positi fuerint, per eis oppositum numerum alterius linee insimul multiplica, et per reliquos duos numeros eorum summam diuide; et quod ex diuisione exierit, erit quantitas sexti numeri, ut in hac, in qua sunt duo numeri, uidelicet berzi 4, et rotuli 7 in superiori linea, et inferiori sunt tres numeri, uidelicet 9, et 11, et 23; de quibus 9, et 23 sunt in extremitate ipsius linee; quos multiplicare debes per eis oppositum numerum, qui est in alia linea, scilicet inferiori, hoc est per 4. Multiplicatio enim de 23 in 4 facit 92; que si per 9 multiplicaueris, faciunt 928; que diuide per reliquos duos numeros, scilicet per 7, per 11, exibunt libre $\frac{2}{7}\frac{8}{11}$ 10, ut in questione scripta ostenditur.

De zafarano ad pipere.

Nam si eadem ratione de libris 23 zaffarani piper habere uolueris; describes questionem, ut docet, hoc est similem mercem sub simili merce, et pretium unius mercis sub pretio alterius, ut hic in qua sunt tres numeri in superiori linea, scilicet 23, et 4, et 7, de quibus sunt in extremitate 23, et 7; quos multiplica per eis oppositum numerum, scilicet per 11, faciunt 1771; que diuide per reliquos duos numeros, scilicet per 4, et per 9, hoc est $\frac{0}{3}\frac{0}{12}$, exibunt Rotuli $\frac{1}{3}\frac{2}{12}$ 49 piperis, hoc est Rotuli 49, et uncie $\frac{1}{3}$ 2.

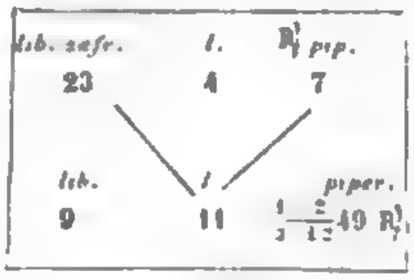
De pipere ad zinziberim.

Item Rotuli $\frac{1}{2}$ 7 piperis ualent tarenos $\frac{1}{3}$ 4, et libre $\frac{1}{5}$ 9 zinziberis ualent tarenos $\frac{1}{6}$ 11; et queratur quantum zinziberis quis de Rotulis $\frac{1}{7}$ 23 piperis habuerit; describe questionem secundum suprascriptum modum, ut hic; et multiplicabis suprascripta ratione $\frac{1}{7}$ 23 per $\frac{1}{3}$ 4; et diuides summam eorum per reliquos duos numeros, scilicet per $\frac{1}{2}$ 7, et per $\frac{1}{6}$ 11, quod sic fit: multiplica 7 per suam uirgulam, erunt 15, que pone super $\frac{1}{2}$ 7; et multiplica 4 per suam uirgulam, erunt 13, que pone super $\frac{1}{3}$ 4; et 9 per suam uirgulam, erunt 46, que pone super $\frac{1}{5}$ 9; et 11 per suam uirgulam, erunt 67, que pone super $\frac{1}{6}$ 11; et 23 per suam uirgulam, erunt 162, que pone super $\frac{1}{7}$ 23; et multiplica 162 per 13, que sunt ex aduerso, que per 46; et summam eorum multiplica per ruptos reliquorum duorum numerorum, scilicet per 2, que sunt sub uirgula post 7; que per 6, que sunt in uirgula post 11; et diuide totam summam per regulam de 15, et per 67, hoc est per $\frac{1}{3}\frac{0}{5}\frac{0}{67}$, et per ruptos reliquorum trium numerorum, uidelicet per 3, que sunt sub uirgula post 4, et per 5, que sunt sub uirgula post 9, et per 7, que sunt sub uirgula post 23, exibunt libre $\frac{2}{3}\frac{2}{5}\frac{4}{67}$ 11.

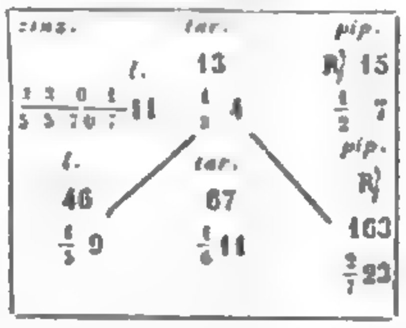
De zinzibro ad pipere.

Item si eadem ratione queratur quot Rotuli piperis quis pro libris $\frac{1}{7}$ 23 zinziberis habuerit; describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica 162 per 67; que per 15; que per ruptos, qui sunt sub 13, et sub 46, hoc est per 3, et per 5, erunt 2443850; que diuide per 13, et per 46, et per ruptos, qui sunt reliquorum trium numerorum, scilicet per | 7, et per 6, et per 2, et coacta eos, ut habeas $\frac{1}{12}$ in capite uirgule propter uncias, exibunt Rotuli $\frac{0}{2}\frac{2}{7}\frac{3}{13}\frac{9}{23}\frac{7}{12}$ 48.

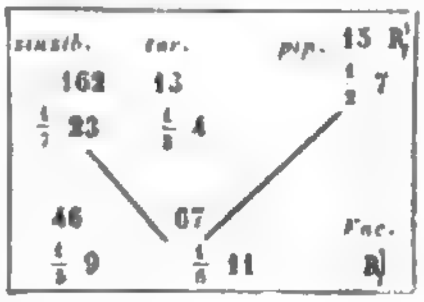
• per eis .... erunt • (fol. 50 recto, lin. 25-30; pag. 121, lin. 18-27)



• 13 que pone .... $\frac{2}{3}\frac{2}{5}\frac{4}{67}$ 11 De • (fol. 50 recto, lin. 31-36; pag. 121, lin. 27-35 e 36).



• questionem .... scilicet per • (fol. 50 recto, lin. 38 e 39; pag. 121, lin. 38-40).



fol. 50 verso.

Digitized by Google

De imperialibus ad ianuinos.

Item si proponitur, quod soldus imperialium ualeat pisaninos 31; et soldus ianuinorum ualeat pisaninos 22; et queratur quot ianuinos ualeant imperiales 7; describe questionem, et multiplicabis 7 per 31; que per ianuinos 12; et diuide summam eorum per 12, et per regulam de 22; sed relinques multiplicare per ianuinos 12, et non diuidas per 12 imperiales: ergo multiplicabis 7 per 31, et diuide per regulam de 22, exibunt ianuini $\frac{1}{2}\frac{9}{11}$ 9, ut in questione ostenditur.

De eodem.

Item econtra queritur de ianuinis 7 quot imperiales ualent; describe ianuinos 7 super ianuinos 12, ut hic ostenditur, et multiplica 7 per 22; que per imperiales 12, et diuide per 31, et per ianuinos 12; sed relinques quod non multiplices per 12, nec diuides 12, exibunt imperiales $\frac{20}{31}$ 4, ut in questione ostenditur.

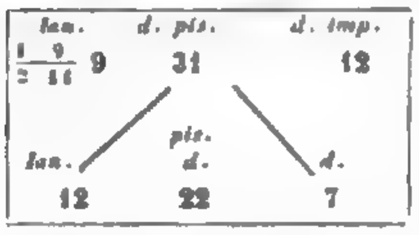
De eodem.

Item si eadem ratione queratur, quot ianuinos quis pro soldis 7 imperialium habuerit; quia queritur de soldis, omnes numeri, qui sunt in questione, sunt soldi: unde talis oritur questio: uidelicet quod soldi 12 imperialium ualent soldos pisanorum, et soldi 31 ianuinorum ualent soldos 12 pisaninorum. Vnde descripta questione, pones soldos 7 imperialium sub soldis 12 imperialium, ut hic ostenditur; et multiplicabis 7 per 31; que per Ianuinos 12, et diuide summam eorum per 12 Imperialium, et per regulam de 22: sed euitabis $\frac{1}{2}$, ex his exibunt soldi $\frac{4}{11}\frac{10}{12}$ 9, ut in questione ostenditur. Meminiscaris (*sic*) itaque semper supernotare qualitatem omnium numerorum, qui proponuntur in similibus questionibus, etiam et in omnibus questionibus negotiationum, secundum petitionem querentis; hoc est quod super denarios pone denarios, et super soldos pone soldos, et super libras pone libras, et super cantaria pone cantaria, et super Rotulos pone Rotulos, et super uncias pone uncias, et super denarios de cantera pone denarios, et super carrubbas pone carrubbas, ut possit cognoscere, cuius qualitatis sit summa factura: etiam et scias scribere similes sub similibus, ut in hac alia questione, in qua queritur, quot imperiales quis pro libris 7 ianuinorum habuerit: ergo quia queritur de libris, omnes numeri sunt libre: quare talis est questio, quod libre 12 imperialium ualent libras 31 pisaninorum; et libre 12 ianuinorum ualent libras 22 pisaninorum: describes questionem, et notabis super unumquemque numerum qualitatem ipsius, scilicet libras; et pone libras 7 Ianuinorum super libras 12 eiusdem monete, ut hic ostenditur; et multiplicabis 7 per 22; quem pro 12 imperialium; et diuides per 31, et per 12 Ianuinorum, exibunt libre $\frac{8}{11}\frac{4}{12}\frac{10}{20}$ 4.

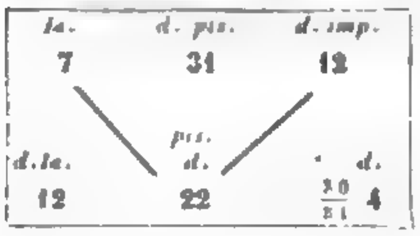
De eodem.

Item soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{4}$ 32, et soldus Ianuinorum ualet pisaninos $\frac{1}{2}$ 22; quot soldos Ianuinorum ergo ualent soldi 9, et denarii 5, hoc est soldi $\frac{5}{12}$ 9 imperialium: describes questionem, ut hic ostenditur; et descripta ea, talis est questio, quod soldi 12 imperialium ualent soldos $\frac{1}{4}$ 32 pisanorum, et soldi 12 ianuinorum ualent soldos $\frac{1}{2}$ 22 pisanorum: quare supernotentur soldi super unumquemque numerum, ut in questione ostenditur; et multiplica $\frac{5}{12}$ 9 per $\frac{1}{4}$ 32; que per 12 Ianuinos, et diuides summam per $\frac{1}{2}$ 22, et per 12 imperialium. Sed relinquet multiplicationem de 12 Ianuinis, ut relinquas diuisionem de 12 imperialium; et multiplica tantum $\frac{5}{12}$ 9 per $\frac{1}{4}$ 32, et diuide

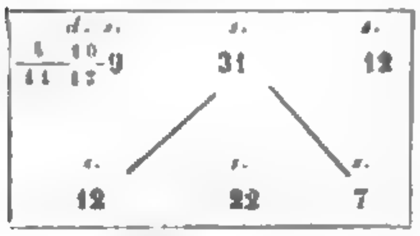
• 7 et per 6 .... multiplicare » (fol. 50 *verso*, lin. 1-4; pag. 121, lin. 41 — pag. 122, lin. 5).



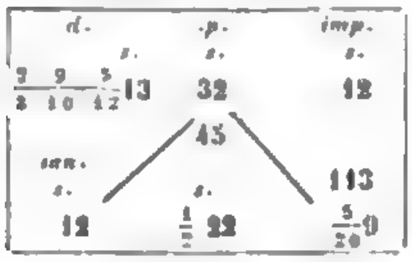
• per ianuinos .... de soldis » (fol. 50 *verso*, lin. 5-10; pag. 122, lin. 5-15).



• omnes numeri .... cantaria » (fol. 50 *verso*, lin. 11-17; pag. 122, lin. 15-24).



• 31 pisaninorum .... ostenditur » (fol. 50 *verso*, lin. 22-27; pag. 122, lin. 29 e 30 28).

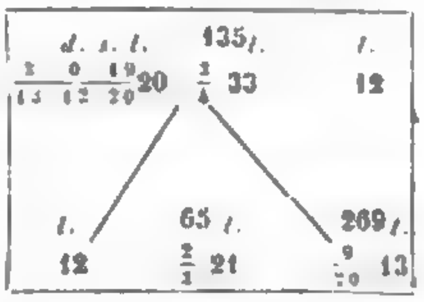


per $\frac{1}{2}$ 22, quod sic fit: multiplica 32 per 4, et adde 1, erunt 129; que pone super $\frac{1}{4}$ 32. Item multiplica 22 per suam uirgulam, erunt 45, que pone super $\frac{1}{2}$ 22; et multiplica 9 per suam uirgulam, erunt denarii 113: deinde multiplica 113 per 129; que per 2, que sunt sub uirgula post 22, et diuide summam eorum per regulam de 45, que est $\frac{1}{5}\frac{0}{9}$, et per ruptos, qui sunt post 32; et post 9, scilicet per 4, et per 12; qui si insimul coaptati fuerint in una uirgula, ita ut $\frac{1}{12}$ sit in capite uirgule propter denarios, in $\frac{1}{2}\frac{0}{9}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$ transmutabuntur. Vnde de dicta multiplicatione potes relinquere multiplicationem de 2 supradictis; et relinques quod non diuides per 2, que sunt sub uirgula: ergo multiplicabis 113 per 129, et diuides per $\frac{1}{9}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$, et habebis summam: uel si uis de predictis, potes adhuc euitare, uidelicet ut accipias tertiam de 129, scilicet 43; in quibus multiplica 113, erunt 4859; que diuide | per $\frac{1}{3}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$, exibunt soldi $\frac{2}{3}\frac{9}{10}\frac{5}{12}$ 13 lanuinorum, ut in questione ostenditur. fol. 51 *recto*.

De eodem.

Rvrsum soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{3}{4}$ 33, et soldus lanuinorum ualet pisaninos $\frac{2}{5}$ 22: quesieris quot imperiales habueris pro libris $\frac{9}{20}$ 13 lanuinorum: describes $\frac{9}{20}$ 13 super libras 12 lanuinorum, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{9}{20}$ 13 per $\frac{2}{3}$ 21; que per imperiales 12, et diuide summam eorum per $\frac{3}{4}$ 33, et per lanuinos 12, hoc est, quod multiplicabis 269 per 65, et per imperiales 12, et per 4, que sunt sub uirgula post 33, et diuide summam eorum per regulam de 135, que est $\frac{1}{3}\frac{0}{5}\frac{0}{9}$, et per 12 gerouinos, et per ruptos aliorum duorum numerorum, uidelicet per 3, que sunt sub uirgula post 21, et per 20, que sunt sub uirgula post 13: de quibus si euitationem obseruaueris, reperies quod non oportuerit te multiplicare 269, nisi tantum per quintam de 65, hoc est per 13; que per tertiam de 12, hoc est per 4; que per 4, que sunt sub uirgula post 33, ut prediximus. Quorum omnium summa est 55952; quam non oportuerit te diuidere propter predictam euitationem, nisi tantum per quintam de 135, hoc est per $\frac{10}{19}$, et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, hoc est per $\frac{1}{3}\frac{0}{9}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{22}{39}\frac{8}{12}\frac{12}{20}$ 8.

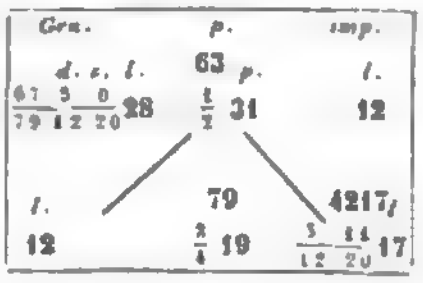
« et per lanuinos .... euitationem » (fol. 51 *recto*, lin. 5-10, pag. 123, lin. 17-25).



De imperialibus ad Gerouinos.

Iterum soldus imperialium uenditur pro pisaninis $\frac{1}{2}$ 31, et soldus lenuinorum ualet pisaninos $\frac{3}{4}$ 19; et queratur quot libras lenuinorum habuerit quidam pro libris 17, et soldis 11, et denariis 5, hoc est pro libris $\frac{5}{12}\frac{11}{20}$ 17 ipsius: describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{5}{12}\frac{11}{20}$ 17 per $\frac{1}{2}$ 31; que per 12 gerouinos, et diuides summam eorum per $\frac{3}{4}$ 19, et per 12 imperiales; et euitabis hoc quod inde euitare poteris secundum suprascriptum modum, exibunt libre $\frac{67}{79}\frac{5}{12}\frac{0}{20}$ 28 lenuinorum, ut in questione ostenditur.

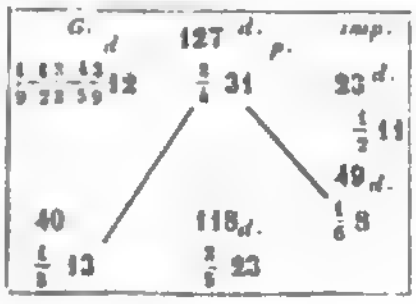
« Iterum .... ad Gerouinos » (fol. 51 *recto*, lin. 12-16; pag. 123, lin. 28-35).



De imperialibus ad Gerouinos.

Item imperiales $\frac{1}{2}$ 11 ualent pisaninos $\frac{3}{4}$ 31, et lenuini $\frac{1}{3}$ 13 ualent pisaninos $\frac{2}{5}$ 23: queratur quot lanuinos habueris pro imperialibus $\frac{1}{6}$ 8: describes questionem, ut hic ostenditur: et quia questio est de denariis, supernotentur denarii super quemquem (*sic*) numerum, et multiplicabis $\frac{1}{6}$ 8 per $\frac{3}{4}$ 31; que per $\frac{1}{3}$ 13, et diuides summam eorum per $\frac{1}{2}$ 11, et per $\frac{2}{5}$ 23, quod sic fit: multiplica 11 per suam uirgulam, erunt 23, que pone super $\frac{1}{2}$ 11; et sic facies de omnibus aliis numeris, et habebis 127 super $\frac{3}{4}$ 31, et 40 super $\frac{1}{3}$ 13, et 118 super $\frac{2}{5}$ 23, et 49 super $\frac{1}{6}$ 8. Vnde multiplicabis 49 per 127; que per 40; que per ruptos aliorum duorum numerorum, scilicet per 5, et per 2; et diuides totam summam

« Item .... numeris » (fol. 51 *recto*, lin. 17-23; pag. 123, lin. 36 — pag. 124, lin. 2).



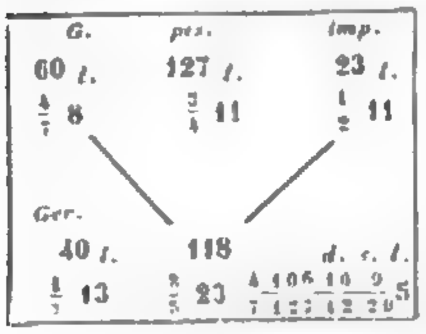
Digitized by Google

eorum per 23, et per regulam de 118, que est $\frac{1}{2}\frac{0}{59}$, et per ruptos, qui sunt sub aliis tribus numeris, uidelicet per 6, et per 4, et per 3, que sunt sub uirgulis illorum; qui omnes si insimul coaptati fuerint in $\frac{1}{2}\frac{0}{8}\frac{0}{9}\frac{0}{2}\frac{0}{339}$; et si habebis Ianuinos, qui contingerit de prescriptis imperialibus $\frac{1}{6}$ 8: nam si euitare cupis hec, que inde euitare potueris, relinquet quod non multiplices per 2, que sunt sub uirgula post 11, ut non diuidas per 2, que sunt sub fine uirgule diuisionis. Item relinques multiplicare per 40; sed diuides ea per 8, exibunt 5; per que 5 multiplicabis, et relinques quod non diuides per 8, que sunt in uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 49 per 127; que per 5, scilicet per octauam de 40; quam summam multiplicabis per 5, que sunt sub uirgula post 23, erunt 155575; que diuide per $\frac{1}{9}\frac{0}{23}\frac{0}{59}$, exibunt denarii $\frac{1}{9}\frac{13}{23}\frac{13}{59}$ 12.

De ienuinis ad imperiales.

Rvrsum si econtra quesieris, quot imperiales habuerit pro libris $\frac{4}{7}$ 8 Ianuinis; describes questionem, ut hic ostenditur: et multiplicabis $\frac{4}{7}$ 8 per $\frac{3}{5}$ 23; que per $\frac{1}{2}$ 11, et diuides per $\frac{1}{3}$ 13, et per $\frac{3}{4}$ 31, hoc est quod multiplicabis 60 per 118; que per 23; que per 4, que sunt sub uirgula post 31; que per 3, que sunt sub uirgula post 13; et diuide summam eorum per regulam de 40, que est $\frac{1}{4}\frac{0}{10}$, et per 127, et per ruptos aliorum trium numerorum, uidelicet per 7, et per 5, et per 2, scilicet per $\frac{0}{5}\frac{0}{7}\frac{0}{127}\frac{0}{4}\frac{0}{20}$; et ideo posuimus $\frac{1}{4}\frac{0}{20}$ in capite uirgule, quia ibi debemus habere $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$; ideo quia questio est de libris: unde scimus quia minuit nobis 3, ut habeamus $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$: quare pones 3 super $\frac{1}{3}$ 13, ne tradatur obliuioni cum acceperis pensam; et multiplicabis per ipsa 3 totam summam; quam diuide per $\frac{1}{5}\frac{0}{7}\frac{0}{127}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, et euitabis, scilicet multiplica 118 per quintam de 60, hoc est per 12; que per 23, erunt 32568; que per 3; que per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 390816; que multiplicabis per 3, que posita sunt super $\frac{1}{3}$ 13, et diuides summam per $\frac{1}{7}\frac{0}{127}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt | libre $\frac{4}{7}\frac{106}{127}\frac{10}{12}\frac{9}{20}$ 5.

• 4 que sunt .... exibunt • (fol. 51 recto, lin. 33-39; pag. 124, lin. 15-24).

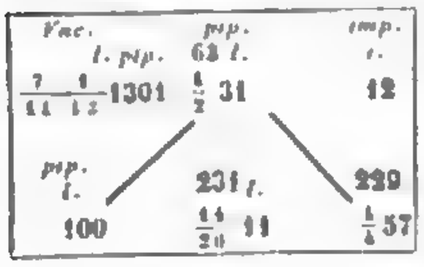


fol. 51 verso.

De imperialibus ad piperem.

Rvrsum soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{2}$ 31, et centum piperis ualet libras $\frac{14}{20}$ 11, et habueris libras $\frac{1}{4}$ 57 imperialium, de quibus uolueris habere piperem. Queritur quantum habueris de ipso pipere pro illis libris $\frac{1}{4}$ 57 imperialium: describes questionem, ut hic ostenditur: et quia pretium piperis, scilicet $\frac{14}{20}$ 11, est de genere librarum; et libre $\frac{1}{4}$ 57, de quibus uolumus piperem emere, sunt ex eodem genere, necessarium est, ut numeri qui sunt in superiori linea, uidelicet 12 et $\frac{1}{2}$ 31, fiant similiter libre: vnde supernotabis libras super unumquemque ipsorum, ut fiat talis questio, quod libre 12 imperialium ualeant libras $\frac{1}{2}$ 31 pisanorum; et sic habebis libras imperialium, scilicet $\frac{1}{4}$ 57 sub libris 12, et libras pisanorum sub libris pisaninis, uidelicet $\frac{14}{20}$ 11 sub $\frac{1}{2}$ 31: deinde, hoc facto, multiplica $\frac{1}{4}$ 57 per $\frac{1}{2}$ 31, que sunt ex aduerso; que per 100, que eisdem $\frac{1}{2}$ 31 sunt ex aduerso; et summa diuidatur per alios duos numeros, qui remanent in questione, scilicet per 12, et per $\frac{14}{20}$ 11, exibunt libre piperis $\frac{7}{11}\frac{1}{12}$ 1301, ut in questione ostenditur, hoc est centenaria 13, et libra 1, et uncie $\frac{7}{11}$ 1.

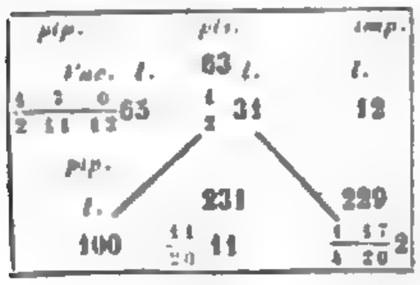
• $\frac{1}{4}$ 57 imperialium .... 12 et per • (fol. 51 verso, lin. 4-10; pag. 124, lin. 28-37).



De eodem.

Nam si prescripta ratione quereres, quot piperis haberes pro soldis $\frac{1}{4}$ 57, tunc in hac questione scias berzi $\frac{1}{4}$ 57 aliter esse describenda, uidelicet ut de soldis $\frac{1}{4}$ 57 facias libras; eruntque libre 2, et soldi $\frac{1}{4}$ 17, hoc est libre $\frac{1}{4}\frac{17}{20}$ 2; que pone sub imperialibus 12 in questione, et supernotabis libras super 12 ut similiter super notes, uel super pretium

• hoc est ... libris $\frac{1}{4}$ 57 • (fol. 51 verso, lin. 14-20; pag. 124, lin. 42 — pag. 125, lin. 7).

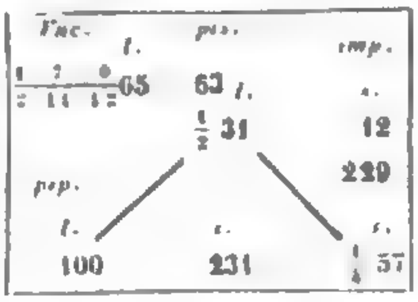


Digitized by Google

prescriptorum 12, scilicet super $\frac{1}{2}31$, que ponenda sunt in questione super pretium centenarii piperis, uidelicet super libras $\frac{11}{20}11$; et erunt ibidem libre pisanorum sub libris pisanorum, scilicet libre $\frac{11}{20}11$ sub libris $\frac{1}{2}31$, et libras imperialium erunt similiter sub libris imperialium, hoc est libre $\frac{17}{20}2$ sub libris 12, ut in hac questione ostenditur: quare multiplicabis $\frac{1\;17}{4\;20}2$ per $\frac{1}{2}31$; que per 100, et diuides summam per $\frac{11}{20}11$, et per 12, et per $\frac{1}{4}$, exibunt libre piperis $\frac{1\;7\;0}{2\;11\;12}65$, ut in questione ostenditur, que sunt uigesima pars de libris $\frac{7\;1}{11\;11}1301$, sicuti soldi $\frac{1}{4}57$ sunt $\frac{1}{20}$ de libris $\frac{1}{4}57$.

Possumus enim hanc eandem questionem aliter describere, uidelicet ut ponamus soldos $\frac{1}{4}57$ imperialium sub imperialibus 12; et notentur soldi super eos: et quia sunt soldi imperiales $\frac{1}{4}57$, necessarium est ut 12, que super eos sunt, fiant similiter soldi: ergo et $\frac{1}{2}31$ erunt similiter soldi: quare notabis soldos super $\frac{1}{2}31$, et super 12: et quia pretium centenarii piperis, scilicet libre $\frac{11}{20}11$, ponendum est sub pretio imperialium, uidelicet sub $\frac{1}{2}31$; ergo necessarium est ut, sicuti ipsi $\frac{1}{2}31$ sunt soldi, ita de libris $\frac{11}{20}11$ faciamus soldos, eruntque soldi 231: quem numerum describes in questione sub $\frac{1}{2}31$; et notabis soldos super eum, ut in hac alia cernitur descriptione; in qua talis est questio, quod soldi 12 imperialium ualent soldos $\frac{1}{2}31$ pisaninorum; et centenarium piperis ualet soldos 231; et queritur quantum piperis quis habuerit pro soldis $\frac{1}{4}57$. Multiplicabis itaque 229, que sunt super $\frac{1}{4}57$, per 63, que sunt super $\frac{1}{2}31$; que per centenarium piperis, et diuides summam eorum per regulam de 231, que est $\frac{1\;0\;0}{3\;7\;11}$, et per $\frac{1}{12}$, et per $\frac{1}{2}$, que sunt sub uirgula post 31, et per 4, que sunt sub uirgula post 57, hoc est per $\frac{1\;0\;0\;0\;0}{3\;7\;8\;11\;12}$; et euitabis inde hoc quod euitare potes, exibunt similiter libre $\frac{1\;7\;0}{2\;11\;12}65$, ut in precedenti questione ostenditur.

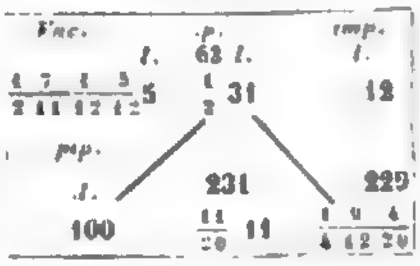
« super eos .... de 231 que est » (fol. 51 verso, lin. 23-29; pag. 125, lin. 10-19).



De eodem.

Rvrsum si eadem ratione quesieris quantum piperis habueris pro imperialibus $\frac{1}{4}57$; scias quod habueris inde tot uncias, quot habuisti libras de soldis $\frac{1}{4}57$, hoc est uncias $\frac{1\;7\;0}{2\;11\;12}65$: ideo quia, sicut dicitur $\frac{1}{4}57$ sunt $\frac{1}{12}$ de soldis $\frac{1}{4}57$, ita et uncie $\frac{1\;7\;0}{2\;11\;12}65$ sunt $\frac{1}{12}$ de libris $\frac{1\;7\;0}{2\;11\;12}65$: et quamuis hoc sit, qualiter per artem ipse uncie repperiantur indicabimus: possumus enim hanc questionem duplici modo describere: primum quidem, ut sicuti pretium centenarii piperis, scilicet $\frac{11}{20}11$, sunt libre, ita pretium imperialium, uidelicet $\frac{1}{2}31$, sint similiter libre; que aliter esse libre non possunt, nisi imperiales 12 fuerint similiter libre. Vnde notabis libras super 12, et super $\frac{1}{2}31$: deinde, quia oportet describere imperiales $\frac{1}{4}57$ sub dictis libris 12 imperialium, necessarium est ut de ipsis imperialibus $\frac{1}{4}57$ facies partes unius libre, | ut sint libre sub libris, eruntque $\frac{1\;9\;1}{4\;12\;20}$ unius libre; quam uirgulam pones sub 12, ut hic in questione ostenditur. Et est talis questio, quod libre 12 imperialium ualent libras $\frac{1}{2}31$ pisanorum, et centenarium piperis ualet libras $\frac{11}{20}11$ pisanorum; et queritur quantum piperis quis habuerit pro $\frac{1\;9\;1}{4\;12\;20}$ unius libre: multiplicabis 1, que sunt super 20 per 12, et addes 9, que sunt super 12; que per 4, et addes 1, erunt 229; que multiplicabis per 63, et per 100; que per 20, que sunt sub uirgula post 11; et diuides summam eorum per regulam de 231, que est $\frac{1\;0\;0}{3\;7\;11}$, et per 12, et per alios ruptos, uidelicet per 2, et per $\frac{1\;0\;0}{4\;12\;20}$, hoc est per $\frac{1\;0\;0\;0\;0\;0\;0}{3\;7\;8\;11\;12\;20\;12}$; et euitabis hoc quod euitare potes, exibunt libre $\frac{1\;7}{2\;11}\frac{1\;5}{12\;12}5$, ut in questione ostenditur; quod tantum est quantum uncie $\frac{1\;7\;1}{2\;11\;12}65$, ut prediximus.

« $\frac{1}{4}57$ .... libre » (fol. 51 verso, lin. 24-29; pag. 125, lin. 26-33).

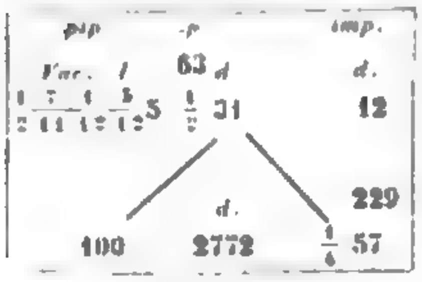


fol. 52 recto.

Item alius modus scribendi hanc questionem est: ut ponas dictos imperiales $\frac{1}{4}57$ sub

imperialibus 12; et erunt denarii $\frac{1}{4}57$, et 12, et $\frac{1}{2}31$. Quare notentur denarii super unumquemque ipsorum numerorum; et quia pretium centenarii piperis, uidelicet libre $\frac{11}{20}11$, scribendum est sub denariis $\frac{1}{2}31$, necessarium est, ut de ipsis libris $\frac{11}{20}11$ facies denarios, qui sunt 2772; et pones eos sub $\frac{1}{2}31$, ut sint denarii sub denariis, ut in hac alia questione ostenditur; et multiplicabis 229 per 63; que per 100, quorum summam diuides per regulam de 2772, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 9\ 11}$, et per imperiales 12, et per ruptos, scilicet per $\frac{1}{2}$ et per $\frac{1}{4}$; et euitabis hoc quod euitare potes, exibunt similiter libre piperis $\frac{1\ 7\ 1\ 5}{2\ 11\ 12\ 12}5$, ut in antecedenti questione inuenimus.

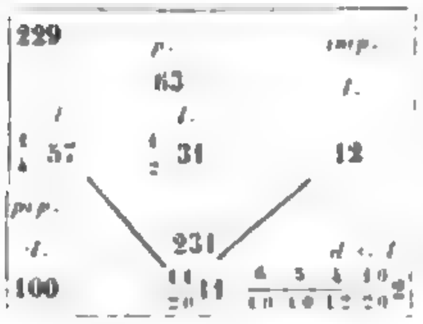
« Item .... in antecedenti » (fol. 32 recto, lin. 9-15 e 16; pag. 125, lin. 42 — pag. 126, lin. 8).



De pipere ad imperiales.

Et si econtra quesieris, quot imperiales quis suprascripta ratione de libris $\frac{1}{4}57$ piperis habuerit; describes siquidem libras $\frac{1}{4}57$ super centenarium piperis, ut in hac alia cernitur descriptione.

« Et si .... piperis » (fol. 32 recto, lin. 17-22; pag. 126, lin. 10-17).

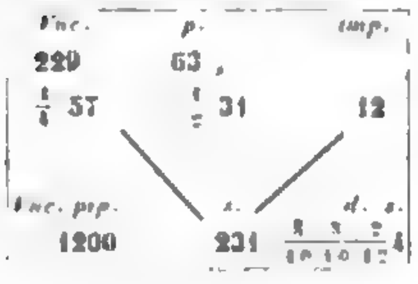


Et multiplicabis $\frac{1}{4}57$ per $\frac{11}{20}11$; que per imperiales 12, et diuides summam per 100 et per $\frac{1}{2}31$: quod sit secundum quod superius in similibus demonstrauimus; et euitabis $\frac{1}{7}\frac{1}{9}$ que sunt in regula de 63, propter $\frac{1\ 0}{3\ 7}$, que sunt in regula de 231; et aptabis uirgulam diuisionis sic, ut sub capite ipsius sit $\frac{1\ 0}{12\ 20}$: ideo quia summa debet poni sub libris 12 imperialium, exibunt libre $\frac{6\ 5\ 4\ 10}{10\ 10\ 12\ 20}2$ pro pretio dictarum librarum $\frac{1}{4}57$ piperis.

De eodem.

Item si queratur, quot imperiales pro unciis $\frac{1}{4}57$ habueris: aut de unciis $\frac{1}{4}57$ facies libras, que sunt libre $\frac{1\ 9}{4\ 12}4$; et pones eas super centenarium piperis; aut de centenario facies uncias, quod est uncie 1200; super quas pones uncias $\frac{1}{4}57$. Et nota quod pulcrius est facere uncias de libris, in hac et in similibus questionibus, quam de unciis facere libras: ideo quia cum de unciis facies libras, augebuntur quandoque rupti in questione. Vnde questio uidetur esse impeditior. Propter quod, cum soldos uel denarios, sub libris uel super libras denariorum, in aliqua alia questione ponere oportuerit; pulcrius est facere soldos, et denarios de libris, quam de soldis et denariis facere libras, uel partes ipsius; et pulcrius est facere grana de tarenis, quam de granis facere tarenos. Hoc idem intelligatur de bizantiis, et de omnibus monetis; quamuis aliter in quibusdam questionibus huius antecedentis capituli superius demonstrauerimus: descriptis itaque unciis $\frac{1}{4}57$ super uncias 1200, fac soldos de pretio centenarii piperis, scilicet de libris $\frac{11}{20}11$, erunt soldi 231; quos pones sub $\frac{1}{2}31$: et erit tunc talis questio, quod soldi 12 imperialium ualent soldos $\frac{1}{2}31$; et uncie 1200 piperis ualent soldos 231, ut in hac alia questione demonstratur. Et scias quia ideo fecimus soldos de libris $\frac{11}{20}11$, ut centum soldi ipsi cum imperialibus 12, sub quibus ponenda est summa, scilicet pretium de unciis $\frac{1}{4}57$; quod pretium cum non surgat in magna quantitate, liquidius demonstrabitur, cum questio fuerit ad soldos, quam cum fuerit ad libras: et multiplicabis 229 per 231; que per 12; que per 2, que sunt sub uirgula; et diuides summam per 63, et per 1200, et per 4; et euita|bis hoc quod euitare poteris, et ordinabis $\frac{1}{12}$ in capite uirgule propter denarios, exibunt pro pretio illarum unciarum soldi $\frac{8\ 3\ 2}{10\ 10\ 12}4$: uel aliter sint 100 in loco de 1200; et erunt ipsa 100 uncie propter uncias $\frac{1}{4}57$, et que sunt super ea, et reliqui numeri erunt denarii, scilicet 231, et $\frac{1}{2}31$ et 12; et operaberis ut supra.

« uncias .... euita » (fol. 32 recto, lin. 23-39, pag. 126, lin. 30-38).



fol. 32 verso.

De baractis monetarum cum plures monete inter similes.

Imperiales 12 ualent pisaninos 31, et soldus Ianuinorum ualet pisaninos 23, et soldus

turnensium ualet Ianuinos 13, et soldus Barcellonensium ualet turnenses 11; queritur de imperialibus 15 quot barcellonenses ualeant. Secundum quidem uulgarem modum consideratur primum de imperialibus 15 quot pisaninos ualeant; ualent enim pisaninos $\frac{3}{4}$ 38: ex quibus consideratur quot Ianuinos ualeant; ualent enim Ianuinos $\frac{5}{23}$ 20: ex quibus consideratur quot turnenses ualeant; ualent enim turnenses $\frac{3}{13}\frac{15}{23}$ 18, scilicet parum minus de turnensibus $\frac{2}{3}$ 18: ex quibus etiam consideratur iterum quot barcellonenses ualeant; ualent enim parum amplius de barcellonensibus $\frac{1}{3}$ 20, qui sunt pretium de imperialibus 15 prescriptis. Sed secundum artem pones omnes prescriptas monetas in duabus lineis per ordinem, scilicet in superiori linea imperiales 12; et pisaninos 31, retro scribendo, et in inferiori Ianuinos 12, et pisaninos 23; ita ut sint pisanini sub pisaninis, et in superiori linea turnenses 12, et Ianuini 13; ita ut sint Ianuini 13 super Ianuinos 12: deinde sub turnensibus 12 pones turnenses 11; et retro in eadem linea pones barcellonenses 12; et sic habes in superiori linea imperiales 12, et pisaninos 31, et Ianuinos 13, et turnenses 12: in inferiori pisaninos 23, et Ianuinos 12, et turnenses 11, et barcellonenses 12: et quando habet imperiales ad cambiandum, scilicet 15, pones ipsos sub imperialibus 12, ut hic ostenditur; et multiplicabis ipsos 15 per pisaninos 31, cum sint ex aduerso; quorum summam multiplicabis per ianuinos 12, qui sunt ex aduerso eisdem 31; cuius multiplicationis summam multiplicabis iterum per turnenses 12; cum sint ex aduerso dictis Ianuinis 12; quorum multiplicationis summam multiplicabis iterum per barcellonenses 12; cum sint similiter ex aduerso dictis turnensibus 12; quam totam summam diuides per imperiales 12, et per pisaninos 23, et per ianuinos 13, et per turnenses 11; et euitabis quod euitare poteris, exibunt barcellonenses $\frac{3}{11}\frac{3}{13}\frac{8}{23}$ 20 pro pretio de imperialibus 15, scilicet parum plus de barcellonensibus $\frac{1}{3}$ 20, ut prediximus.

Nam si habueris barcellonenses 15 ad cambiandum cum imperialibus, pones barcellonenses 15 super barcellonenses 12, ut in hac alia questione ostendetur; et tunc multiplicabis barcellonenses 15 per turnenses 11, quorum summam per Ianuinos 13: deinde per pisaninos 23, et per imperiales 12; et dicte multiplicationis summam diuide per barcellonenses 12, et per turnenses 12, et per Ianuinos 12, et per pisaninos 31; et habebis imperiales $\frac{5}{6}\frac{3}{8}\frac{1}{31}$ 11 pro dictis barcellonensibus 15: et sic secundum hunc modum de pluribus monetis poteris operari. Est enim proportio imperialium ad barcellonenses composita ex IIII^or proportionibus sub suprascriptis, scilicet ex ea quam habet numerus imperialium ad eorum pretium, scilicet 12 ad 31; et ex ea quam habet 23 ad numerum suorum Ianuinorum, scilicet ad 12; et ex ea quam habet numerus Ianuinorum ad suos turnenses, scilicet 13 ad 12; et ex ea quam habet numerus turnensium ad numeros suos barcellonensium, scilicet 11 ad 12, hoc est ex proportionibus antecedentium ad consequentes; et hinc procedit modus supradictus multiplicand. et diuidendi.

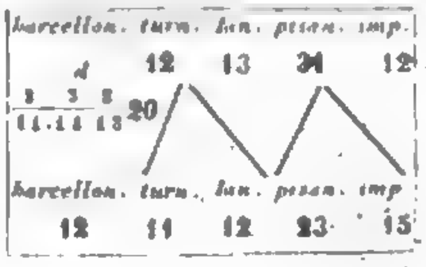
Incipit pars secunda noni capituli de entione (sic) *bolsonalie secundum modum.*

Ille siquidem monete bolsonalie appellantur, que non emuntur nisi quantum ualet argentum, quod est in ipsis; ut dissolutis ipsis in uase super ignem, alie monete inde informentur. Quare nos, qualiter inueniri debeat pretium illarum ad modum baracte, siue sit ad pondus libre, siue ad numerum, ostendemus.

De emptione cuiusdam bolsonalie ad pondus libre. |

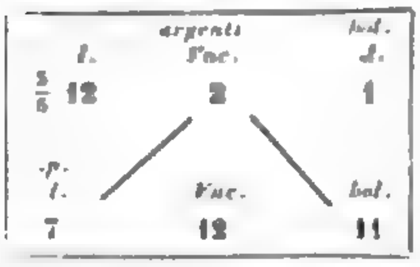
Qvidam habet libras 11 cuiusdam bolsonalie, que est ad uncias 2 argenti, hoc est quod

« pisanini . . . . turnensibus 12 » (fol. 52 verso, lin. 14 e 15-22; pag. 127, lin. 10 e 11-20.



f. 53 recto.

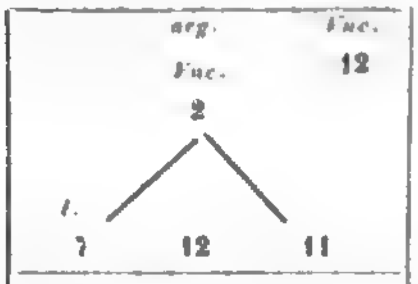
« pisaninos .... secundum modum » (fol. 53 *recto*, lin. 2 e 3-8; pag. 128, lin. 2-9).

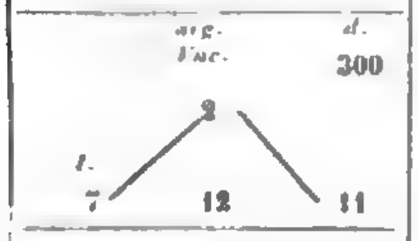


« baracte .... De eodem » (fol. 53 *recto*, lin. 9-13; pag. 128, lin. 9-16).

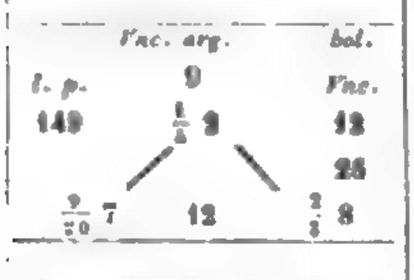
l.	Vnc.
7	12
l.	Vnc.
$\frac{5}{6}$ 12	22

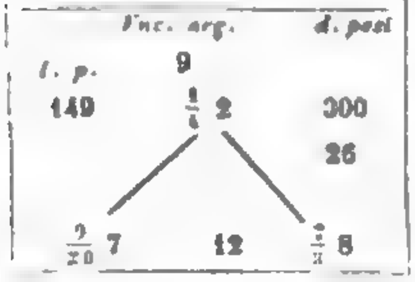
« Item .... uncie $\frac{2}{3}$ 8 » (fol. 53 *recto*, lin. 14-39; pag. 128, lin. 17 — pag. 129, lin. 8).





	Vnc. arg.	bol.
	9	l.
	$\frac{1}{4}$ 2	1
149		26
l. p.		
$\frac{9}{20}$ 7	12	$\frac{2}{3}$ 8





continentur uncie 2 argenti in libra ipsius. Et libra argenti ualet pisis libras 7 pisanorum. Et queratur quot pisaninos de ipsis libris 11 habere debeas. Pones itaque in capite tabule 1 pro libra una bolsonalie. Et argentum quod est in ipsa libra, scilicet uncias 2, ponas retro in eadem linea; et sub ipsos 2 pones 12, scilicet uncias unius libre argenti; in quorum linea retro pones pretium ipsius libre, scilicet libras 7 pisanorum; et sub uno posito plus bolsonalie pones libras 11 predicte bolsonalie, ut sit bolsonalia sub bolsonalia, sicuti est argentum sub argento, scilicet uncie 12 sub unciis 2, ut in hac questione describitur: et multiplicabis ipsos tres numeros; quia ad inuicem positi sunt ex aduerso, secundum modum baracte, hoc est 11 per 2; quorum summa per 7, erunt 154; que diuides per reliquos duos numeros, scilicet per 1, et per 12, exibunt libre $\frac{5}{6}$ 12, hoc est libre 12, et soldi 16, et denarii 8 pro pretio dictarum librarum 11 bolsonalie. Aliter hoc idem per modum negotiationis operatur, uidelicet ut uideas quantum argentum est in illis libris 11 bolsonalie, cum in libra una sint uncie 2 argenti; et inuenies esse uncias 22 in ipsis libris 8 bolsonalie; quarum pretium queras, cum libra argenti ualet libras 7; cuius rei descriptio hec est.

De eodem.

Item si queratur quot pisaninos de unciis 11 dicte bolsonalie suprascripta ratione habueris: cum in hac questione queratur pretium unciarum bolsonalie, debes ponere uncias 12 pro libra bolsonalie, ut sint uncie 11 sub unciis 12, ut in hac alia descriptione ostenditur: et multiplicabis 11 per 2; que per 7, erunt 154; que diuide per 12, et per 12, hoc est $\frac{1\ 0\ 0}{3\ 4\ 12}$. Sed quia locus, in quo ponenda est summa diuisionis, est super libras, scilicet super 7, oportet nos multiplicare 154 per 5; et pone 5 sub uirgula diuisionis, et apta ea cum 4, que sunt sub ipsa uirgula, facies ex eis $\frac{1}{20}$, exibunt libre $\frac{2\ 4\ 1}{3\ 12\ 20}$ 1 pro pretio illarum unciarum 11.

Item si queratur quantum ualeant denarii 11 de cantera ipsius bolsonalie; describe pondus denariorum unius libre, scilicet 300 super denarios 11, ut sint denarii de cantera sub denariis de cantera, ut in hac alia patet descriptione; et multiplicabis 11 per 2; que per 7, erunt 254; que diuide per 12, et per 300, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{1\ 1\ 10\ 0}{3\ 5\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{1\ 1}{3\ 5}$ 10 pro pretio illorum denariorum 11 de cantera.

Rursum quidam habet libras $\frac{2}{3}$ 8 cuiusdam bolsonalie, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 2 argenti; et libra argenti ualet libras $\frac{9}{20}$ 7 pisaninorum; et queratur quot pisaninos habuerit pro ipsis libris $\frac{2}{3}$ 8 bolsonalie: describe questionem ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{2}{3}$ 8 per $\frac{1}{4}$ 2, quia sunt ex aduerso; et eorum summam multiplicabis per $\frac{9}{20}$ 7, cum sint $\frac{1}{4}$ 2 ex aduerso; et diuides summam per reliquos duos numeros, scilicet per 1, et per 12; et euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt libre $\frac{1\ 1\ 2}{2\ 12\ 20}$ 12 pro pretio illarum librarum $\frac{2}{3}$ 8.

Nam si suprascriptas libras $\frac{2}{3}$ 8 dicte bolsonalie uncias esse proposueris; describes uncias unius libre bolsonalie, scilicet 12, super uncias $\frac{2}{3}$ 8, ut in questione ostenditur; et multiplicabis 26, que sunt super $\frac{2}{3}$ 8 per 9, que sunt super $\frac{1}{4}$ 2; que per 149 uigesimas; et diuides summam per 12, et per 12, et per omnes ruptos, scilicet per 3, et per 4, et per 20; et euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt libre $\frac{1\ 2\ 0}{8\ 12\ 20}$ 1, hoc est soldi 20, et denarii $\frac{1}{8}$ 2 pro pretio illarum unciarum $\frac{2}{3}$ 8 bolsonalie.

De eodem.

Rursus si prescriptas uncias $\frac{2}{3}$ 8 denarios de pondere cantere esse proposueris; de-

Digitized by Google

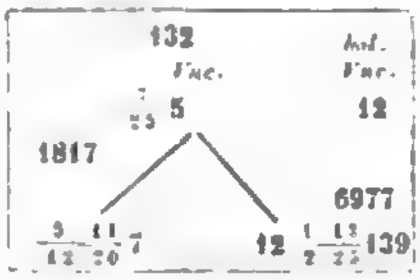
scribe denarios cantare unius libre, scilicet 300, super denarios $\frac{2}{3}$ 8, ut in hac questione ostenditur; et multiplicabis 26 per 9; que per 149, et diuides per 300, et per 12, et per omnes ruptos; et euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt $\frac{1\ 8\ 6\ 9\ 0}{2\ 10\ 10\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{1\ 8\ 6}{2\ 10\ 10}$ 8, parum uidelicet amplius de denariis $\frac{2}{3}$ 9.

De eodem.

Item quidam habet libras 11, et uncias 7, et denarios ponderis de cantera $\frac{1}{2}$ 13, hoc est libras $\frac{1\ 13\ 7}{2\ 25\ 12}$ 11 cuiusdam bolsonalie, in cuius libra sunt uncie 5, et denarii ponderis de cantera 7, hoc est uncie $\frac{7}{25}$ 5; | et libra argenti ualet libras $\frac{5\ 11}{12\ 20}$ 7 pisaninorum; fac itaque uncias de libris $\frac{1\ 13\ 7}{2\ 25\ 12}$ 11, erunt uncie $\frac{1\ 13}{2\ 25}$ 139; quas describe sub unciis libre bolsonalie, scilicet sub 12, ut sint uncie sub unciis, ut in descriptione ostenditur: et multiplicabis uncias 139 bolsonalie per suam uirgulam, hoc est per 25, et adde 13; que per 2, et adde 1, erunt 6977; super que pone pensam ipsarum, que est 5, per septenarium; deinde multiplica uncias 5 argenti per suam uirgulam, hoc est per 25, et adde 7, erunt 132, que pone super $\frac{7}{25}$ 5; et desuper pone pensam, que est 6: similiter facies de libris $\frac{5\ 11}{12\ 20}$ 7; et habebis super ipsa 1817, quorum pensa est 4: deinde multiplica 6977 per 132; quorum summam multiplica per 1817, et diuides totam summam per 12 bolsonalie, et per 12 argenti, et per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis; et euitabis hoc quod euitare poteris, et aptabis ruptos, et probabis multiplicationes et diuisiones, secundum quod superius demonstrauimus; et habebis libras $\frac{2\ 4\ 9\ 1\ 6\ 8\ 11}{3\ 5\ 10\ 10\ 10\ 12\ 20}$ 38 pro pretio suprascriptarum unciarum $\frac{1\ 13}{2\ 25}$ 139; et est pensa summe suprascripti pretii 3 per septenarium post euitationem.

fol. 53 verso.

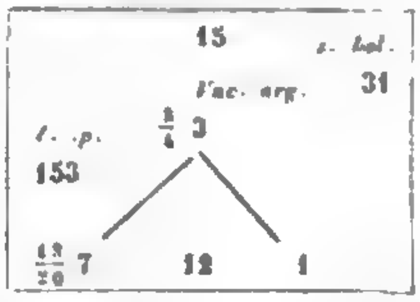
• Et libra .... 12 bolsonalie » (fol. 53 verso, lin. 1-7; pag. 129, lin. 8-16 e 17).



De bolsonalia cum uenditur ad numerum.

Qvidam habet libras 13, et soldos 7 cuiusdam bolsonalie, de qua intrant in libra soldi 31; et in libra ipsius continentur uncie $\frac{3}{4}$ 3; et libra argenti ualet libram $\frac{12}{20}$ 7 pisanorum; queritur quot pisaninos de suprascripta bolsonalia habuerit: facies soldos de libris $\frac{7}{20}$ 13, erunt soldi 267; quos pones sub soldis 31, ut sint soldi sub soldis, ut in hac questione ostenditur: et multiplicabis 267 per numerum de $\frac{3}{4}$ 3, scilicet per 15; que per numerum de $\frac{12}{20}$ 7, hoc est per 153; et diuides summam per 31, et per 12, et per omnes ruptos, uidelicet per 4, et per 20, exibunt libre $\frac{1\ 20\ 9\ 11}{4\ 31\ 12\ 20}$ 20 pisanorum pro pretio de libris 13, et soldis 7 predicte bolsonalie. Et si uis scire quot pisaninos ualeat soldus 1 dicte bolsonalie, describe 1 pro ipso soldo sub soldis 31, ut hic ostenditur, et multiplicabis ipsum 1 per $\frac{3}{4}$ 3; que per $\frac{12}{20}$ 7, et diuides per 12 et per 31, hoc est multiplicabis dictum 1 per 15; que per 153, erunt 2295; que diuides per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 31\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{3\ 15\ 6\ 1}{4\ 31\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{3\ 15}{4\ 31}$ 18, qui sunt denarii $\frac{1}{2}$ 18, et amplius $\frac{1}{124}$ unius denarii. Ergo habito pretio unius soldi predicte bolsonalie, possumus per eum reperire pretium quarumlibet librarum, uel soldorum, uel denariorum, secundum quod superius in antecedenti capitulo demonstrauimus.

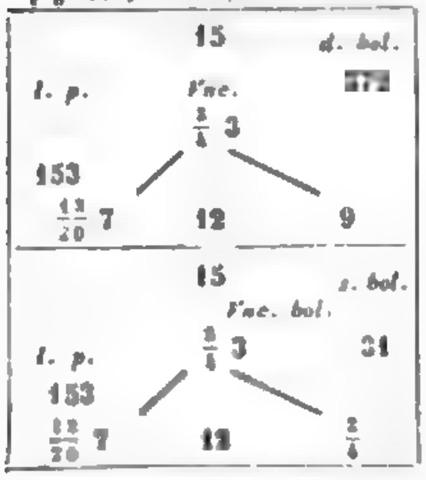
« libre .... De eodem » (fol. 53 verso, lin. 13-23; pag. 129, lin. 24-38).



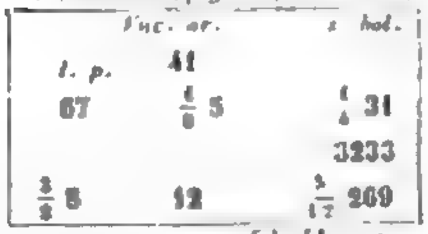
De eodem.

Et si de suprascripta bolsonalia habueris tantum denarios 9 ad cambiandum; aut de soldis 31 facies denarios, qui sunt 372; et pones eos super denarios 9 suprascriptos, ut in hac descriptione ostenditur. Aut de denariis 9 facies partes unius soldi, scilicet $\frac{3}{4}$, et pones eos sub 31, ut inferius in alia descriptione ostenditur. Nam in superiori descriptione multiplicabis denarios 9 per 15; que per 153; et diuides per regulam de 372,

* 372 et .... pone » (fol. 53 verso, lin. 20-35; pag. 129, lin. 30 — pag. 130, lin. 12).

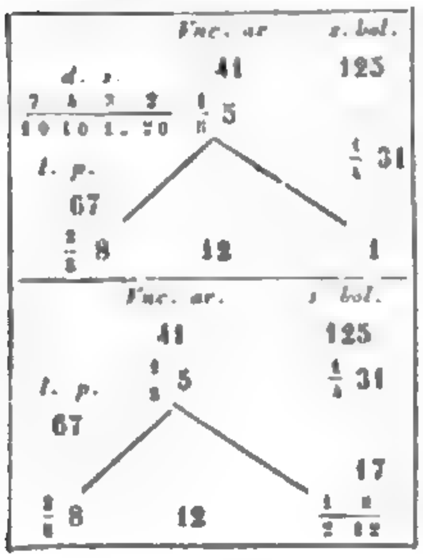


* pensam .... euitabis » (fol. 53 verso, lin. 36-39; pag. 130, lin. 12-17).



fol. 54 recto.

* Et probabis .... pones ipsas » (fol. 54 recto, lin. 1-12; pag. 130, lin. 17-34).



que est $\frac{1\;0\;0}{3\;4\;31}$, et per 12, et per ruptos, hoc est per $\frac{1\;0\;0\;0\;0\;0}{3\;4\;4\;31\;12\;20}$; euitabis inde $\frac{1}{3}$ de 15, hoc est quod multiplicabis 9 per tertiam partem de 15, scilicet per 5; que per 153, erunt 6885; que diuides per $\frac{1\;0\;0\;0\;0}{4\;4\;31\;12\;20}$, exibit $\frac{1\;2\;2\;7\;11}{2\;6\;31\;12\;20}$. In alia uero descriptione multiplicabis 3, que sunt super 4 per 15; que per 153, erunt similiter 6885; que diuides per 31, et per 12, et per omnes ruptos, hoc est per $\frac{1\;0\;0\;0\;0}{4\;4\;31\;12\;20}$, exibunt $\frac{1\;2\;27\;1\;1}{2\;3\;31\;12\;20}$, hoc est denarii $\frac{1\;2\;27}{2\;3\;31}$ 13.

De eodem.

Item sint libre $\frac{3\;9}{12\;20}$ 13 cuiusdam bolsonalie, que sit ad uncias $\frac{1}{3}$ 5 argenti; et in libra ipsius sint soldi 31, et denarii 3, hoc est soldi $\frac{1}{4}$ 31; et libra argenti ualeat libras 8, et soldos 7, et denarios 6, hoc est libras $\frac{3}{8}$ 8: fac soldos de libris $\frac{3\;9}{12\;20}$ 13, erunt soldi $\frac{5}{12}$ 269; quos pones sub soldis $\frac{1}{4}$ 31, ut hic ostenditur; et multiplicabis 269 per suam uirgulam, erunt 3233; que pone super $\frac{5}{12}$ 269, et super ipsa pone pensam ipsorum, que est 10, per 11: similiter facies de $\frac{1}{8}$ 5, et habebis 41 super ipsa, quorum pensa est 8: hoc idem facies de $\frac{3}{8}$ 8, et habebis 67; et pro pensa 1, et super $\frac{1}{4}$ 31 habebis 125: deinde multiplicabis 3233 per 41, et per 67. et per 4, que sunt super uirgula de 31; et diuides summam per regulam de 125, que est $\frac{1\;0\;0}{5\;5\;5}$, et per 12, et per ruptos trium reliquorum numerorum, scilicet per 12, et per 8, et per 8, et aptabis ruptos, et euitabis, | et probabis, semper exibunt libre $\frac{1\;3\;7\;1\;8\;16}{2\;6\;10\;10\;12\;20}$ 30 pro pretio dictarum librarum 13, et soldi 9, et denarii 5.

De eodem.

Et si pretium unius soldi eiusdem bolsonalie reperire uolueris, describes 1 sub $\frac{1}{4}$ 31, et multiplicabis ipsum 1 per 41, erunt 41; que multiplicabis per 67, erunt 2747; que relinques multiplicare per 4, que sunt sub uirgula post 31, et non diuides per 4, que sunt in regula de 8, que sunt sub 41: ergo diuides 2747 per 125, et per 12, et per 2, que remanent de 8, que sunt sub uirgula sub 41, et per 8, que sunt sub uirgula sub 67; et aptabis ruptos, exibunt $\frac{7\;4\;3\;2}{10\;10\;12\;20}$, ut in hac descriptione ostenditur; hoc est parum minus de denariis $\frac{1}{2}$ 27, uidelicet $\frac{3}{5}$ unius denarii, minus per unamquamque libram; et hoc cognoscitur ita: quod pretium soldi est denariorum $\frac{7\;4}{10\;10}$ 27, hoc est denarii $\frac{47}{100}$ 27; a quibus usque in denariis $\frac{1}{2}$ 27 desunt $\frac{3}{100}$ unius denarii: ergo si unicuique soldi defuerint $\frac{3}{100}$ unius denarii et libre, scilicet soldi 20, deerunt $\frac{60}{100}$, hoc est $\frac{3}{5}$ unius denarii, ut prediximus.

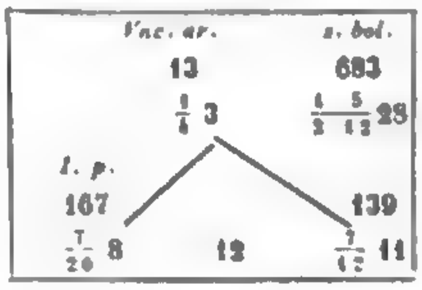
De eodem.

Item si queratur pretium de denariis $\frac{1}{2}$ 8 eiusdem bolsonalie; aut de soldis $\frac{1}{4}$ 31 facies denarios, qui sunt 375; et pones sub eis dictos denarios $\frac{1}{2}$ 8; uel de ipsis denariis $\frac{1}{2}$ 8 facies partes unius soldi, scilicet $\frac{1\;8}{2\;12}$; et pones ipsas sub soldis $\frac{1}{4}$ 31, ut sint soldi sub soldis, ut in hac descriptione ostenditur; et multiplicabis denarios 8 per suam uirgulam, erunt 17; que multiplicabis per 41; que per 67; que per 4, que sunt sub uirgula post 31; et diuides per 125, et per 12, et per ruptos, scilicet per $\frac{1\;0}{2\;12}$, et per 8, et per 8; et euitabis, et coaptabis, et exibunt $\frac{1\;6\;5\;4\;7\;1}{8\;8\;10\;10\;12\;20}$, hoc est denarii $\frac{1\;6\;5\;4}{8\;8\;10\;10}$ 19.

Item quidam habet soldos 11, et denarios 7, hoc est soldos $\frac{7}{12}$ 11 cuiusdam bolsonalie, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 3; et intrant in libra ipsius bolsonalie soldi 28, et denarii $\frac{1}{2}$ 5, hoc est soldi $\frac{1\;5}{2\;12}$ 28; et libra argenti ualet libras $\frac{7}{20}$ 8; describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplica 28 per suam uirgulam, erunt 683: similiter multiplica omnes numeros per suas uirgulas; et habebis 13 super $\frac{1}{4}$ 3, et 167 super $\frac{7}{20}$ 8, et 139 super $\frac{7}{12}$ 11.

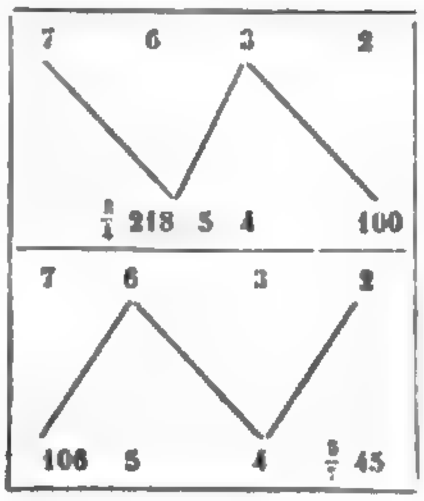
Et tunc multiplicabis 139 per 13; que per 167; que per ruptos, qui sunt cum 28, scilicet per 2, et per 12; et diuides summam per 683, et per 12, et per ruptos trium numerorum multiplicatorum, scilicet per 11, et per 4, et per 20; et euitabis, et coaptabis; et sic habebis $\frac{1\ 624\ 4\ 11}{2\ 683\ 12\ 20}$ pro pretio de soldis $\frac{7}{12}$ 11 dicte bolsonalie. Et sic poteris quarumlibet bolsonaliarum pretia per demonstratum modum sexte proportionis reperire; que proportio est composita ex duabus datis proportionibus. Et cum proportio aliqua est composita ex quotcumque proportionibus; tunc proportio proportionum ipsa appellatur: que compositio qualiter fiat, lucidius demonstrabo. Sit summa aliqua, de qua efficitur summa secunda per datam duorum numerorum proportionem; et de secunda summa fit tertia per proportionem duorum quorumlibet numerorum; et de tertia eodem modo efficitur quarta, et sic deinceps; tunc prime summe proportio ad ultimam dicitur esse composita ex omnibus datis proportionibus, scilicet que proportio est facti numeri ex omnibus antecedentibus ad factum numerum ex consequentibus, eadem est prime summe ad ultimam. Verbi gratia : quidam habuit bizantios 100, de quibus in primo foro de duobus fecit tria; in secunda de quattuor quinque; in tertio ex sex fecit septem : pone has proportiones in una uirga sic $\frac{2\ 4\ 6}{3\ 5\ 7}$; et sunt omnes antecedentes super uirga, et consequentes sub ipsis; et quia in primo foro de duobus fecit tria , prima summa ad secundam est sicut 2 ad 3: quare prima summa est $\frac{2}{3}$ secunde; de qua cum de 4 fecit 5, est proportio secunde summe ad tertiam, sicut 4 est ad 5: quare secunda summa est $\frac{4}{5}$ tertie summe; et sic prima summa est $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ tertie $\frac{6}{7}$ summe; de qua tertia summa cum de 6 fuerit 7, est tertia summa $\frac{6}{7}$ quarte summe. Quare prima summa est $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ ex ultima quesite summe; quarum duarum summarum proportio est sicut facti numeri ex antecedentibus ad factum ex consequentibus. Et est factum ex antecedentibus 48, que est similiter prime summe, qui procreatur ex multiplicatione antecedentium in se, scilicet de 2 in 4; que in 6: factum | quidem ex consequentibus est 105; quia ter quinque ductis in 7 faciunt 105; et asimilantur ultime summe. Ergo si a principio pro prima summa habeantur 48; pro quarta habebuntur 105; quia si de 105 acceperis $\frac{6}{7}$, ueniunt 90 pro tertia summa; de quibus si acceperis $\frac{4}{5}$, uenient 72 pro secunda summa; de quibus si acceperis $\frac{2}{3}$, uenient 48 pro prima summa. Vel aliter: si de 48 de 2 feceris tria, ueniunt 72; de quibus si de 4 feceris 5, ueniunt 90 ; de quibus etiam si de 6 fient 7 , hoc est quod $\frac{1}{6}$ de 90 multiplices per 7, ueniunt 105. Ergo proportio de 48 ad 105 est composita ex tribus datis proportionibus, scilicet ex ea, quam 2 habent ad 3; et ex ea, quam 4 habent ad 5; et ex ea, quam 6 habent ad 7. Et quia est sicut 48 ad 105, ita prima est ad quesitam summam. Quare si prima summa fuerit 100, multiplicanda sunt per 105, et diuidenda per 48. Vel si hoc, secundum modum baracti, operari uis, pone primam proportionem in una linea, scilicet 2 et 3; et sub 3 pone antecedentem secunde proportionis, scilicet 4; post quam pone 5, et super 5 in superiori linea pone antecedentem tertie proportionis, scilicet 6; post quam pone 7, et 100 pone sub 2; quibus multiplicatis per 3; quibus per 5; quibus per 7, reddent summam multiplicationis facti ex consequentibus in 100; quam diuides per antecedentes, scilicet per $\frac{100}{248}$, hoc est per $\frac{10}{60}$, exibunt $\frac{3}{4}$ 218 pro ultima summa. Et si proponatur, quod ultima summa fuerit 100; et uis inuenire primam, pones 100 sub 7, ut in hac alia patet descriptione; et multiplica 100 per factum ex antecedentibus, hoc est per 6; que per 4; que per 2, et diuides per conse-

« ipsius .... proportio » (fol. 54 recto, lin. 18-24, pag. 130, lin. 40 — pag. 131, lin. 7).



fol. 54 verso.

« per 48 .... cum proportione » (fol. 54 verso, lin. 9-22 e 23; pag. 131, lin. 35 — pag. 132, lin. 9 e 10).



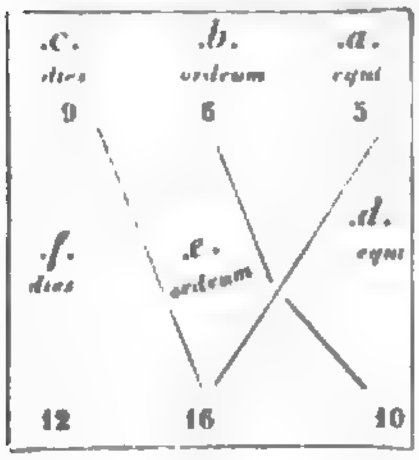
Digitized by Google

quentes, scilicet per $\frac{100}{137}$, exibunt $\frac{5}{7}$ 45 pro prima summa: ex hoc quidem manifestum est, quod composita proportio ex datis quantiscumque proportionibus, numerus factus ex omnibus antecedentibus ad numerum factum ex consequentibus. Nam si proportionem de proportione extrahere uis, multiplica antecedentem illius proportionis, de qua aliam extrahere uis, per consequentem alterius; et habebis antecedentem residue proportionis; et ex multiplicatione duorum residuorum numerorum habebis consequentem. Verbi gratia: proportionem de 3 ad 4 uolumus extrahere ex proportione de 2 ad 5: pro prima proportione pone $\frac{3}{4}$, et pro secunda pone $\frac{2}{5}$; et multiplica 2 per 4, erunt 8; et 3 per 5, erunt 15; que pone sub 8, et habebis residuam proportionem: quam si addideris cum proportione, quam 3 habent ad 4, nimirum proportio, quam 24 habent ad 60, scilicet quam 2 habent ad 5, proueniet.

Explicit pars secunda noni capituli.

Incipit tertia de equis qui comedunt ordeum in propositis diebus.

« 10 exibunt .. consequente » (fol. 54 verso, lin. 28-36 e 39; pag. 132, lin. 18-31).



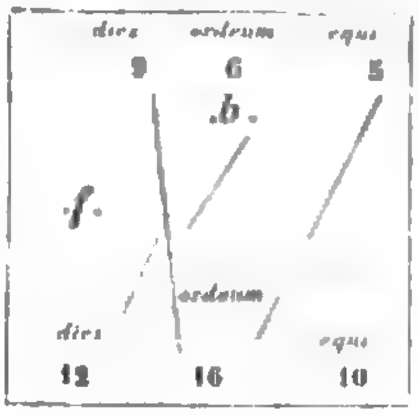
Qvinque equi comedunt sextaria 6 ordei in diebus 9; queritur in quot dies eadem ratione decem equi comedent sextaria 16: pone inferiori linea 5 pro equis, et 6 pro ordeo, et 9 pro diebus, retro uidelicet scribendo; et sub 5 pones 10 equos, et 16 sextaria pone sub 6; et multiplica 5 per 16; que per 9, erunt 720; que diuide per 6, et per 10, exibunt dies 12: uel aliter quia equi 5 comedunt sextaria 6 in diebus 9; ergo decem equi comedent duplum de sextariis 6 in totidem diebus, cum 10 equi sint duplum equorum 5. Rursus quia 10 equi comedunt sextaria 12 in diebus 9; ergo ipsi comedent sextaria 16 in diebus 12, qui proueniunt ex multiplicatione de 16 in 9 diuisa per 12. Possumus enim in hac questione 18 combinationes proportionum ostendere, quas in sex lineis in figura chata prima monstrantur. Sit itaque numerus .e. linea prima, et .f. sit secunda, et .d. sit tertia, et .a. sit quarta, et .b. quinta, numerus quoque .c. sit linea sexta; et sit numerus .a. e. c. quedam coniunctio, que uocetur prima: numeri uero .d. b. f. sit coniunctio secunda. Proportio quidem uniuscuiusque numeri prime coniunctionis ad unumquemque numerum secunde est composita ex quattuor reliquis numeris; et sunt duo illorum antecedentes, et duo consequentes. Quare unaqueque proportio illarum compositarum proportionum, que sunt 9, componitur secundum unam combinationem proportionum: quia cum proportio aliqua componitur ex primo antecedente, et primo consequente, et ex secundo antecedente, et secundo consequente, componetur etiam permutatim eadem proportio, quam habet | primum antecedens ad secundum consequens; et ex proportione, quam habet secundum antecedens ad primum consequens. Non enim mutantur facti ex antecedentibus, neque ex consequentibus; cum ipsi facti numeri faciant compositam proportionem, que componitur ex duobus antecedentibus, et ex duobus consequentibus predictis. Similiter proportio uniuscuiusque numeri secunde coniunctionis ad unumquemque numerum prime est composita ex quattuor reliquis numeris, quorum duo sunt antecedentes, et duo consequentes. Vnde fiunt alie 9 combinationes. Et nos ostendamus compositionem proportionis primi numeri .e. ad secundum .f. esse compositam ex quattuor reliquis numeris; ex quibus numeri .d. b. sunt antecedentes; reliqui uero .a. c. sunt consequentes; quod probabitur ita: quia ex multiplicatione numeri .e. in factum ex numeris .a. c., scilicet de 16 uicibus 9, uicibus 5, diuisa per factum ex numeris .d. b., prouenit numerus .f. Ergo si multiplicatur

fol. 55 recto.

Digitized by Google

factus ex numeris .*d*. *b*. per .*f*. equabitur multiplicationi .*e*. in factum ex numeris .*a*. *c*. : quare proportionaliter est sicut factus ex numeris .*d*. *b*. ad factum ex numeris .*a*. *c*., ita .*e*. ad .*f*.; ergo numeri .*d*. *b*., ut dixi, sunt antecedentes, et .*a*. *c*. sunt consequentes. Componitur ergo proportio .*e*. ad .*f*. ex proportione .*d*. antecedentis ad .*a*. consequentem, et ex proportione .*b*. similiter antecedentis ad .*c*. consequentem; uel proportio .*e*. ad .*f*. componitur ex permutatis proportionibus, scilicet ex ea, quam habet numerus .*d*. ad numerum .*c*., et ex ea quam habet .*b*. ad .*a*.; quod etiam demonstrabo in numeris alio modo. Quoniam est sicut 10 ad 5, hoc est, sicut numerus .*d*. ad numerum .*a*., ita factus ex numeris .*b*. *d*. ad factum ex numeris .*b*. *a*.; hoc est sicut equi 10 sunt ad equos 5, ita equi 60 sunt ad equos 30; et sicut equi 60 sunt ad equos 30, ita sextaria 60 sunt ad sextaria 30. Rursus sicut 6 sextaria sunt ad 9 dies, hoc est, sicut .*b*. est ad .*c*., ita factus ex numeris .*a*. *b*. ad factum ex numeris .*a*. *c*.; hoc est sicut 6 sextaria sunt ad dies 9, ita sextaria 30 sunt ad dies 45 : ergo est sicut .*d*. ad *a*., ita sextaria 60 ad sextaria 30; et sicut .*b*. est ad .*c*., ita sextaria 30 ad dies 45 : ergo proportio ordei ad dies est sicut 60 ad 45; que proportio ostensa est esse composita ex ea, quam habet .*d*. ad .*a*., et .*b*. ad .*c*.: ergo est sicut 60 sextaria ad dies 45, ita sextaria 16 sunt ad quesitos dies, scilicet numerus .*e*. ad numerum .*f*.; et sic proportio .*e*. ad .*f*. ostensa est esse composita ex .*d*. ad .*a*., et ex .*b*. ad *c*., ut oportet. Similiter ostenderem .*e*. ad .*f*. compositam esse ex .*a*. ad .*c*., et ex .*b*. ad .*a*.; et sic habemus unam combinationem. Similiter potest ostendi, quod .*c*. ad .*f*. componitur ex reliquis quattuor numeris. Ex quibus rursus numeri .*d*. *b*. sunt antecedentes, reliqui autem .*e*. *a*. sunt consequentes; et est multiplicatio facti ex numeris .*a*. *e*. in numerum *c*, scilicet 720 equalis multiplicationi facti ex numeris .*d*. *b*. antecedentibus in numerum .*f*.; et sic habetur combinatio secunda. Eodemque modo ostendetur .*a*., qui restat ex prima coniunctione, componi ad .*f*. ex quattuor reliquis numeris; quorum iterum numeri .*d*. *b*. sunt antecedentes, et reliqui, scilicet .*e*. *c*., sunt consequentes; et sic habetur combinatio tertia. Et sic ostensum est, quod proportio uniuscuiusque trium numerorum prime coniunctionis ad numerum .*f*. , qui est unus ex tribus numeris secunde coniunctionis, componitur ex duabus proportionibus reliquorum quattuor numerorum. Rursus supradicta ratione queratur, quot equi comedant sextaria 16 in diebus 12: describe in questione ordeum sub ordeo, et dies sub diebus; et diuides numerum factum ex tribus numeris prime compositionis, scilicet 720, per reliquos duos numeros, scilicet per 12, et per 6, exibunt 10 pro quesitis equis. In hac autem questione supradicto modo potest ostendi, quod proportio quam habet unusquisque numerorum prime coniunctionis ad 10, qui est alius numerus secunde, componitur ex duabus proportionibus reliquorum quattuor numerorum, quorum antecedentes sunt 12 ad 6 , scilicet numeri .*f*. *b*.; et sic habentur tres alie combinationes in hac questione.

* e. ad f. ... proportionibus ... fol. 55 recto, lin. 23-31 e 32; pag. 133, lin. 18-29).

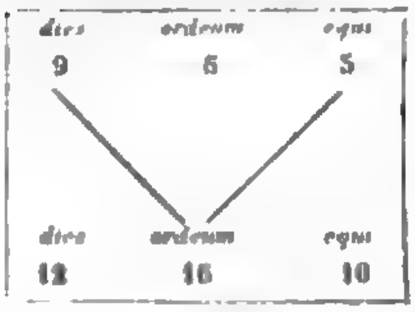


Et si proponatur, quod equi 10 comedant sextaria 16 in diebus 12; et queratur quot sextaria | comedent equi 5 in diebus 9; modo in hac questione deficit tertius numerus secunde coniunctionis; quare reliqui duo numeri eiusdem coniunctionis, scilicet 10 et 12, erunt diuisores; in quibus diuides 720, qui procreantur ex 5 uicibus 16, exibunt sextaria ordei 6, ut in hac tertia descriptione ostenditur; in qua certissime potest cognosci, quod proportio uniuscuiusque numeri prime coniunctionis ad 6, qui est tertius ex

fol. 55 verso

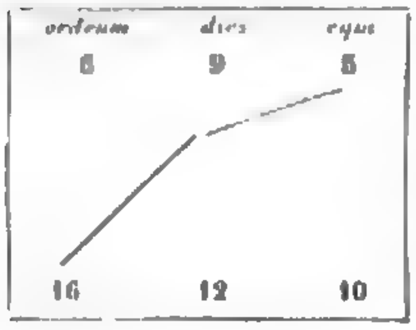
Digitized by Google

« comedent .... antecedentes » (fol. 55 verso, lin. 1-9 e 10, pag. 133, lin. 39 — pag. 134, lin. 7).



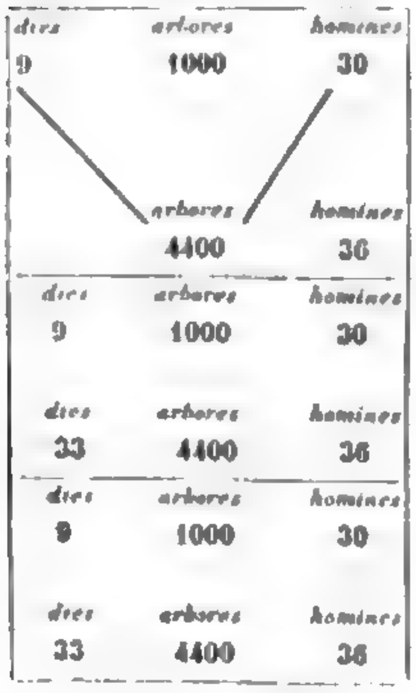
numeris secunde, est composita ex duabus proportionibus quattuor reliquorum numerorum, ex quibus antecedentes sunt 10 et 12; reliqui duo sunt consequentes; et sic habentur nouem combinationes. Reliquas uero 9 combinationes inuenies ex compositione proportionis uniuscuiusque trium numerorum secunde coniunctionis ad unumquemque trium numerorum prime : que compositiones fiunt ex duabus proportionibus , que fiunt a reliquis quattuor numeris, ex quibus semper in unaquaque combinatione erunt antecedentes duo ex numeris prime coniunctionis. Et notandum, quod nullus ex predictis sex numeris habent proportionem compositam ad aliquem numerum sue coniunctionis ex duabus proportionibus reliquorum; et sunt ille proportiones duodecim.

« secunde .... multiplicationi » (fol. 55 verso, lin. 15-23 e 24; pag. 134, lin. 12-23).



Et si in questionibus supradictis ponerentur dies in medio equorum, et ordei, ut in hac alia questione cernitur; tunc numeri prime coniunctionis erunt 5, et 9, et 16; reliqui essent numeri coniunctionis secunde; quod cognosces ita: ponatur ut sit ignotus numerus inferioris linee ; et quia equi 5 comedunt aliquam datam mensuram ordei , scilicet sextaria 6 in datis diebus, scilicet in 9; ergo equi 10 totidem ordeum comedent in diebus $\frac{1}{2}$ 4, qui proueniunt ex multiplicatione 5 in 9, diuisa per 10. Rursus cum in diebus $\frac{1}{2}$ 4 equi 10 comedent sextaria 6; queritur quot sextaria comedent in diebus 12: est ergo sicut $\frac{1}{2}$ 4 sunt ad 6, ita 12 ad quesitum numerum ordei. Quare multiplicanda sunt 12 per 6, et diuidenda per $\frac{1}{2}$ 4; et quia est sicut numerus ad numerum, ita decuplus unius ad decuplum alterius. Si multiplicauerimus ergo per 10 multiplicationem de 12 in 6, hoc est quod multiplicemus 10 uicibus 12, uicibus 6; et summam, que est 720, diuiserimus per decuplum de $\frac{1}{2}$ 4, scilicet per 5 et 9, que sunt in superiori linea, ueniunt 60 pro numero ignoto ordei : quare si multiplicauerimus 5 per 9 uicibus 16 , equabitur multiplicationi de 10 uicibus 12, uicibus 6; et sic 5 et 9 et 16 faciunt primam coniunctionem. Reliqui uero, scilicet 10 et 12 et 6, faciunt secundam. Vnde cum aliquis ex predictis sex numeris fuerit ignotus, quem uolueris inuenire, uide ex ipso numero de quali fuerit coniunctione; quia in reliquis duobus numeris sue coniunctionis diuides factum ex tribus numeris relique coniunctionis; et inuenies quesitum numerum.

« inuenire ... frumentum » (fol. 55 verso, lin. 26-39, pag. 134, lin. 25 — pag. 135, lin. 1).



De hominibus qui plantant arbores in positis diebus.

In quadam planitie quidam rex misit homines 30 ut plantarent arbores in ea, qui plantauerunt ibi arbores 1000 in diebus 9; et queratur de hominibus 36 in quot diebus plantauerunt arbores 4400 : descriptis siquidem hominibus 36 sub hominibus 30, et arboribus 4400 sub arboribus 1000, ut in hac descriptione cernitur; multiplicabis homines 30 pro arbores 4400, et eorum summam per dies 9, et diuides totam summam per homines 36, et per arbores 1000, exibunt 33 ; et in tot diebus ipsi homines plantabunt arbores 4400.

De eodem.

Rursus si econtra queratur de hominibus 36 quot arbores suprascripta ratione plantauerunt in diebus 33; descripta questione, ut hic ostenditur, multiplicabis homines 36, et arbores 1000, et dies 33 in unum, et diuides per homines 30, et per dies 9, exibunt arbores 4400.

Item si queratur, quot homines plantauerunt suprascripta ratione arbores 4400 in diebus 33; describes questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis homines 30, et arbores 4400, et dies 9 in unum, et diuides summam per 1100 et per 33, exibunt homines 36, ut oportet. |

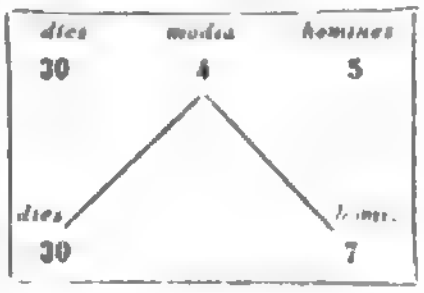
Digitized by Google

De hominibus qui comedunt frumentum.

fol. 56 recto.

Homines 5 comedunt modia 4 frumenti in uno mense, scilicet in diebus 30. Vnde alii homines 7 querunt scire, quot modia sufficient eis eadem ratione in eisdem diebus 30: describes siquidem questionem ut hic ostenditur; et multiplicabis homines 7 per modia 4, et per dies 30, qui sunt in inferiori linea, et diuides summam per homines 5, et per dies 30, qui sunt in superiori linea. Vnde relinquet quod non multiplicabis per 30, nec diuides per 30: ergo multiplicabis tantum 7 per 4, et diuides per 5, exibunt modia $\frac{3}{5}$ 5. Et scias quia ideo posuimus hanc questionem; quia inde etiam, et de uino quod bibitur sepe inter mercatores oritur questio; quare eam tenaci memorie commenda, ut scias in similibus questionibus operari.

• quarunt .... (fol. 56 recto, lin. 2-8, pag. 135, lin. 3-11).



Incipit capitulum decimum de societatibus factis inter consocios.

Cvm autem prepositum fuerit de quibusdam consociis qui insimul societatem fecerunt, quorum unusquisque inequaliter suam portionem in ipsa societate habuerit, et cum ipsa societate aliquam quantitatem lucrati fuerint; quam quantitatem inter se secundum portiones eorum diuidere uoluerint. Et uoluerit scire quot unicuique de ipso lucro continget; pone portionem primi socii in capite tabule in dextera parte; deinde in eadem linea uersus sinistram portiones aliorum per ordinem ponere studeas; et lucrum quod fecerint, in alio capite tabule in eadem linea depingas, in sinistra uidelicet parte. Tunc aggregabis portiones omnium sociorum in unum, et aggregatam summam seruabis. In qua singulariter diuides multiplicationes portionis uniuscuiusque socii in totum lucrum; et sic habebis hoc quod unicuique de ipso lucro contigerit. Et ut hoc apertius declaretur, primum in societate duorum hominum in prima parte; et trium in secunda; et quattuor in tertia cum uariis positionum portionibus demonstrabimus: deinde in quinta parte diuisiones quorumdam numerorum in portionibus ruptorum ad modum societatum terminabimus.

De societate duorum hominum.

Si proponatur de duobus hominibus, qui societatem insimul fecerunt, quorum unus misit in prescripta societate libras 18 alicuius monete; et alter misit in eadem libras 25; et lucrati fuerunt inde libras 7; et queratur quot unicuique de ipsis libris 7 contingerit, sic facies: describes portionem primi socii, hoc est libras 18, in capite tabule in dextera parte; deinde uersus sinistram in eadem linea libras 25, describe lucrum, idest libras 7; iterum uersus sinistram separatim ab ipsis ad libitum pone, ut hic inferius ostenditur. Et iunge insimul portiones utriusque socii, idest 18 cum 25, erunt 43; que pone in questione sub 18, et protrahe uirgulam super ipsa 43, et alia 43 cum uirgula pone sub 25, ut in questione ostenditur. Deinde multiplica portionem primi socii, scilicet 18, per lucrum, uidelicet per 7, erunt 126; que diuide per 43, que posita sunt sub 18, exibunt libre $\frac{40}{43}$ 2; et tantum contingit primo socio de ipso lucro, hoc est libre 2, et soldi 18, et denarii $\frac{11}{43}$ 11. Residuum uero lucri contingit alteri: tamen ut secundum hanc artem operetur, multiplica portionem alterius socii per lucrum, scilicet 25 per 7, erunt 175; que diuide per 43, que posita sunt sub 25, exibunt libre $\frac{3}{43}$ 4; et tantum contingit secundo, scilicet libre 4, et denarii $\frac{12}{43}$ 16; cum quibus si iunxeris libras 2, et soldos 18, et denarios $\frac{11}{43}$ 7, que contingunt primo, in eisdem libris 7 deuenies.

• Si proponatur .... lucrum (fol. 56 recto, lin. 22-29; pag. 135, lin 27-36).

1680 (7)			(7)
240		(3)	
		l.	l.
lucr. 7	port. sec.	25	port. pri. 18
		(10)	(5)
		l.	l.
posita per 11		$\frac{3}{43}$ 4	$\frac{40}{43}$ 2

• secunda .... quam 7 (fol. 56 recto, lin. 34-39; pag. 135, lin. 41 — pag. 136, lin. 6).

lucr.
l. 7 port. sec. l. 25 port. pri. l. 18

posita est per 11

d. s. l.	d. s. l.
$\frac{3\ 2\ 4\ 1}{4\ 3\ 12\ 20}$ 4	$\frac{11\ 7\ 18}{43\ 12\ 20}$ 2

Digitized by Google

De eodem.

Aliter hoc totum facere possumus, uidelicet ut soldos et denarios, qui contingunt unicuique in proportione sui lucri, habeas in una multiplicatione, et in una diuisione, sicuti in precedentibus negotiationibus facere docuimus; et est hoc, quod cum debes multiplicare lucrum per portionem uniuscuiusque, et diuidere per 43; multiplica primum lucrum, scilicet 7 per 12; que per 20, hoc est per 240; ideo quia 7 | sunt libre denariorum; et sic facimus inde denarios, erunt denarii 1680; quos pone super 7, ut in hac alia cernitur descriptione. Et multiplica ipsos denarios, scilicet 1680 per 18, et diuide summam eorum per $\frac{1}{43}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt pro portione primi hominis libre $\frac{11}{43}\frac{7}{12}\frac{18}{20}2$, quas pone in questione sub 18, ut ibidem ostenditur: deinde multiplica 1680 per 25, et diuide summam per $\frac{1}{43}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{32}{43}\frac{4}{12}\frac{4}{20}4$; et tantum contingunt secundo, quas pone in questione sub 25: et ut hoc uerum sit, duplici modo cognoscitur. Quorum primus modus est illud idem, quod in precedentibus negotiationibus demonstrauimus: uidelicet ut accipies pensam illius multiplicationis, que multiplicatur in primo socio, et seruabis eam; et cognosces per eam, si portio lucri ipsius steterit; et illud idem facies de alio consocio. Modus alius est, ut iungas portionem lucri uniuscuiusque in unum; que si fecerint totum lucrum, recte in utroque processisse cognosces. Nam qualiter in unum iungi debeant, per optimam et subtilem regulam addisce: uidelicet ut protrahas sub lucro in questionem unam uirgulam, sub qua pone ruptos, qui sub aliis sint $\frac{1}{43}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$; deinde accipe 11, que sunt super 43 de uirgula primi socii, et adde eum cum 32, que sunt super 43 secundi socii, erunt 43; que diuide per 43, exibit 1, et remanet zephyrum: pone itaque zephyrum super 43, que sunt in uirgula posita sub lucro, et retineas in manu 1; quod adde cum 7, que sunt super 12 de uirgula primi, et cum 4, que sunt super 12 de uirgula secundi, erunt denarii 12; quos diuide per 12, exibit soldus 1, et remanet 0: pones 0 super 12, et retineas in manu 1; quod adde cum soldis 18, qui sunt super 20 de uirgula primi, et cum 1, quod est super 20 de uirgula secundi, erunt soldi 20; quos diuide per 20, exibit libra 1, et remanet 0: pone 0 super 20, et in manu retineas 1; quod adde cum libris 2, que sunt ante uirgulam primi, et cum 4, que sunt ante uirgulam secundi, erunt libre 7; quas pone desuper uirgulam lucri; et hoc uolumus ut habeamus libras 7, et nihil super uirgulam remaneat.

De eodem.

Item duo homines societatem fecerunt, quorum unus misit libras 15, et soldos 7, hoc est libras $\frac{7}{20}15$; et alter misit libras 19; et lucrati fuerunt insimul libras 14, et soldos 14, et denarios 5, hoc est libras $\frac{5}{12}\frac{14}{20}14$. Queritur quantum unicuique de prescripto lucro contingit: describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica 15 per 20, que sunt sub uirgula, et adde 7, que sunt super 20, erunt soldi 307, quos pone super $\frac{7}{20}15$ in questione. Item multiplica libras 19 alterius socii per 20; ideo ut de ipsis libris 19 facias soldos, sicuti fecisti de libris $\frac{7}{20}15$, erunt soldi 380, quos pone super 19 in questione. Tunc apparebit, quod primus misit soldos 307 in predicta societate; et alter misit similiter soldos 380. Vnde addes 307 cum 380, erunt 687. Item multiplica libras 14, scilicet lucrum per eorum uirgulam, erunt denarii 3533; quos pone super ipsum lucrum, et multiplica 307 per 3533, et diuide summam per regulam de 687, que est $\frac{4}{8}\frac{0}{229}$, et per ruptos, qui sunt sub uirgula lucri, scilicet per $\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{2}{8}\frac{184}{229}\frac{6}{12}\frac{11}{20}6$, pro

fol. 56 verso.

* cum soldis ... contingit de (fol. 56 verso, lin. 17-30; pag. 136, lin. 25 — pag. 137, lin. 1).

3533 lucrum	380	307
$\frac{5}{12}\frac{14}{20}14$	portio secundi 19	portio primi $\frac{7}{20}15$
(5)	(3)	(9)
d. s. l.	d. s. l.	d. s. l.
$\frac{0}{1}\frac{0}{229}\frac{5}{12}\frac{14}{20}14$	$\frac{6}{8}\frac{47}{229}\frac{10}{12}\frac{7}{20}8$	$\frac{3}{8}\frac{40}{229}\frac{16}{12}\frac{11}{20}6$

hoc quod contingit de lucro primo socio, que pone in questione sub eodem. Item multiplica 380 per 3533, et diuide summam eorum per $\frac{1}{8}\frac{0}{229}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt pro portione lucri alterius secundi libre $\frac{1}{8}\frac{57}{229}\frac{10}{12}\frac{2}{20}$ 8, quas pone sub eodem socio.

De eodem.

Item duo homines societatem fecerunt, quorum unus misit libras 24, et soldos 11, et denarios 8, hoc est libras $\frac{8}{12}\frac{11}{20}$ 4; et alter misit libras 41, et soldos 9, hoc est libras $\frac{9}{20}$ 41; et lucrati fuerunt libras $\frac{3}{8}$ 31; queritur quantum unicuique de suprascripto lucro contingit: describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica 24 per suam uirgulam, erunt denarii 5900, quos pone super $\frac{8}{12}\frac{11}{20}$ 24. Item fac denarios de libris $\frac{9}{20}$ 41 sic: multiplica 41 per suam uirgulam, hoc est per 20, et adde 9, erunt soldi 829; de quibus fac denarios, hoc est multiplica eos per 12, que sunt sub uirgula alterius socii. Amplius quam in sua uirgula erunt denarii 9948, quos pone | in questione super $\frac{9}{20}$ 41: unde apparebit, quod primus misit denarios 5900, et alter misit denarios 9948; et sic studeas semper portionem sociorum reducere ad similia: deinde multiplica 31 per 8, et adde 3, erunt 251; que pone super $\frac{3}{8}$ 31, et adde 5900 cum 9948, erunt 15848: quibus reperias regulam, que est $\frac{1}{7}\frac{0}{8}\frac{0}{283}$, cum qua comisce ruptum, qui est in lucro, scilicet $\frac{1}{8}$, facient $\frac{1}{7}\frac{0}{64}\frac{0}{283}$; quam uirgulam studeas aptare, ut habeas in capite ipsius $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$; ideo quia in lucro ponuntur libre, in quo si ponerentur soldi, deberemus habere tantum $\frac{1}{12}$ in capite: et si ponerentur bizantii Iperperi, uel saracenati, deberemus habere $\frac{10}{24}$; si tareni $\frac{1}{20}$: et si in eodem lucro ponerentur bizantii Garbi, deberemus habere $\frac{1}{10}$ in capite uirgule, ut sepe in negotiationibus prediximus. Vnde cum non habeas in prescripta uirgula de $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, nisi tantum $\frac{1}{4}$ de ipsa $\frac{1}{12}$, et alia $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{20}$; quas duas quartas accepimus de duobus octauis, qui sunt sub uirgula, et remanet nobis ex eis alia $\frac{1}{4}$ in uirgula; et sic minuit nobis $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{12}$, et $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{20}$, hoc est $\frac{1}{15}$ inter utrumque. Vnde pone 15 super 251, et multiplica 251 per 15, erunt 3765; que pone super 251, et deinceps habebis in aptatione uirgule diuisionis $\frac{1}{4}\frac{0}{7}\frac{0}{283}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$: deinde multiplica 3765 per 5900, et diuide summam per $\frac{1}{4}\frac{0}{7}\frac{0}{283}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, et habebis portionem lucri primi socii. Item multiplica 3765 per 9948, et diuide per eandem uirgulam, et habebis portionem lucri alterius socii, ut superius in questione ostenditur.

fol. 57 recto.

• in questione .... Modia que • (fol. 57 recto, lin. 1-17; pag. 137, lin. 12-34).

De eodem.

Rvrsum duo homines societatem fecerunt, in qua primus misit libras $\frac{1}{2}$ 112, et alter libras $\frac{1}{5}$ 237; et lucrati fuerunt libras $\frac{1}{8}\frac{2}{3}$ 328: queritur quantum unicuique de prescripto lucro contingat: describe questionem ut hic ostenditur; deinde multiplica 112 per 2, et adde 1, erunt 225 modia; que multiplica per 5, que sunt sub uirgula alterius socii, erunt decime 1125; et hec est ars, quam in adictionibus numerorum cum ruptis docuimus: pone ergo 1125 super $\frac{1}{2}$ 112. Item fac decimas de alio socio sic, quod multiplicabis 237 per 5, et addes 1, quod est super 5, erunt quinte 1186; quas multiplica per 2, que sunt sub uirgula primi socii, erunt similiter decime 2372, quod pone super $\frac{1}{5}$ 537: ergo unus misit decimas 1125 unius rei, scilicet libre; et alter misit decimas 2372 eiusdem rei. Postea multiplica lucrum, scilicet 328 per suas uirgulas, erunt uigesime quarte 7891: deinde iunge 1125 cum 2372, erunt 3497; in quorum regula, que est $\frac{1}{13}\frac{0}{269}$, et in ruptis qui sunt in lucro, scilicet per $\frac{1}{3}\frac{0}{8}$, diuides multiplicationem de 7891 in 1125, et habebis portionem lucri, que contingit primo socio: inde coapta partes uirgulam diuisionis, ut

Digitized by Google

* multiplica per 8 .... 6070 per * (fol. 57 recto, lin. 18-31; pag. 137, lin. 34 — pag. 138, lin. 7).

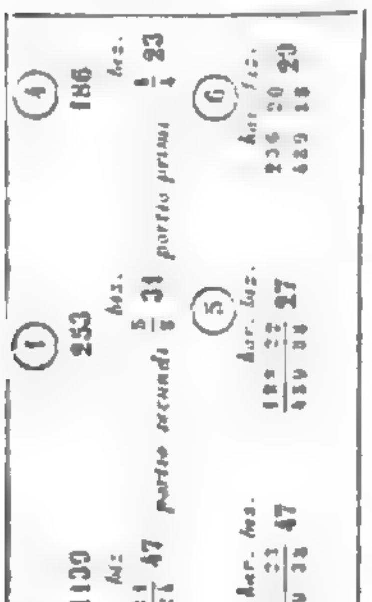
fol. 57 verso.

habeas in capite ipsius $\frac{4}{12}\frac{0}{20}$; sed cum ibi non habeas ex ipsis $\frac{4}{12}\frac{0}{20}$, nisi tantum $\frac{4}{3}\frac{0}{6}$, hoc est $\frac{4}{2}\frac{0}{12}$, scimus quod minuit nobis inde $\frac{1}{10}$; quare multiplicabis 7891 per 10, erunt 78910; que multiplicabis, ut diximus, per 1125, et diuides per $\frac{4}{13}\frac{0}{269}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$; cum ante quam multiplices, potes euitare $\frac{1}{13}$ in multiplicatione et diuisione; ideo quia 78910 integraliter possunt diuidi per 13: unde si diuiserimus 78910 per 13, exibunt 6070; que 6070 si multiplicauerimus per 1125, et diuiserimus per $\frac{4}{269}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, ad eandem quantitatem peruenerimus: quare multiplicabis iterum 6070 per 2372, et diuides per $\frac{4}{269}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, et habebis portionem lucri alterius socii, que est $\frac{84}{269}\frac{4}{12}\frac{0}{20}$ 223, ut in questione ostenditur.

Probatio eiusdem.

Nam si per iunctionem portiones lucri utriusque cognoscere uoluerimus, utrum rectum sit quod fecimus an non; uide de $\frac{3}{8}\frac{2}{3}$ unius libre quot denarii sint: sunt enim soldi 15, et denarii 10; quos redige in partibus unius libre, erunt $\frac{10}{12}\frac{15}{20}$, quos serua: deinde protrahe uirgulam sub lucro, sub qua pone $\frac{4}{269}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, et collige 185, que sunt super 269; de uirgula primi socii; cum 84, que sunt super 269 de uirgula secundi socii, erunt 269 que diuide per 269, exibit 1, et remanet 0: pone 0 super 269, que sunt sub uirgula posita sub lucro, et retineas 1; quod adde cum denariis 6, qui sunt super 12 de uirgula | primi cum denariis 4, qui sunt super 12 de uirgula secundi, erunt denarii 10; quos pone super 12; et adde soldos 15, qui sunt super 20 de uirgula primi cum 0, quod est super 20 de uirgula secundi, erunt soldi 15, quos pone super 20, qui sunt in capite uirgule posite sub uirgula lucri: deinde adde libras 105 cum libris 223, erunt libre 328; quas pone ante uirgulam sub lucro, et sic habebis pro eorum collectione libras $\frac{10}{12}\frac{15}{20}$ 328, hoc est libras $\frac{3}{8}\frac{2}{3}$ 328, ut in eorum lucro prepositum fuit.

* bizantios $\frac{5}{8}$ 31 .... in questione * (fol. 57 verso, lin. 7-22; pag. 138, lin. 24 42).



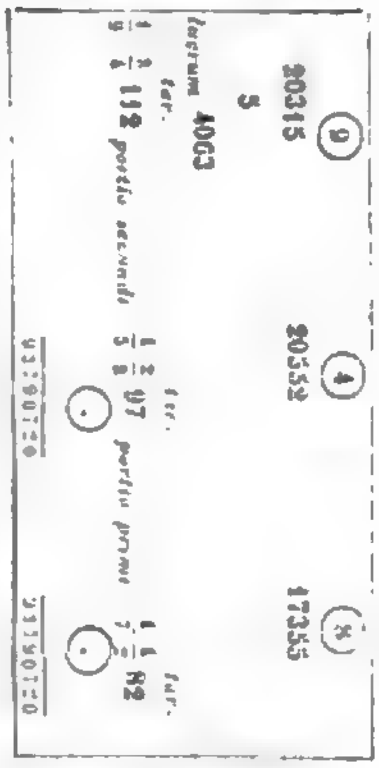
Item duo homines societatem fecerunt, quorum unus misit bizantios $\frac{1}{4}$ 23, alter uero misit bizantios $\frac{5}{8}$ 31; et lucrati fuerunt bizantios 47, et karatos 11, hoc est bizantios $\frac{11}{24}$ 47; queritur quantum unicuique de prescripto lucro contingat: describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica bizantios 23 per suam uirgulam, erunt quarte 93; quos deberes multiplicare per ruptum uirgule alterius socii, scilicet per 8: sed quia uterque ruptus utriusque socii reperitur in octo, non oportet multiplicare 93, nisi tantum per quartam de octo, scilicet per 2, erunt octaue unius bizantii 186, quas pone in questione super $\frac{1}{4}$ 23. Item multiplica 31 per suam uirgulam, erunt octaue 253, similiter unius bizantii: que cum sint octaue, sicuti 186 alterius socii, non oportet eas multiplicare per ruptum primi socii, uel per aliquam partem ipsius. Vnde pone 253 super $\frac{5}{8}$ 31; et erit tunc talis questio, quod unus illorum misit 186, et alter misit 253: possumus enim aliter reperire 186 et 253, uidelicet ut uideas de $\frac{1}{4}$ et de $\frac{5}{8}$ in quali minori numero reperiantur, scilicet in octo; in quibus multiplica $\frac{1}{4}$ 23, erunt, ut prediximus, 186. Item multiplica $\frac{5}{8}$ 31 per 8, erunt ut diximus 253: quare addes 186 cum 253, erunt 439; in quibus cum careant regula, diuides multiplicationem de 186 in toto lucro, et habebis portionem lucri primi socii, quod sic fit: multiplica bizantios lucri, scilicet 47 per suam uirgulam, hoc est per 24, et adde 11, erunt karati 1139; quos multiplica per 186, erunt 211854; que diuide per 439, et per 24, hoc est per $\frac{10}{439}\frac{0}{24}$, exibunt $\frac{256}{439}\frac{20}{24}$ 20, ut in questione ostenditur. Item eodem modo multiplica 253 per 1139, et diuide summam eorum per $\frac{10}{439}\frac{0}{24}$, et habebis portionem lucri alterius socii, ut in questione sub eodem ostenditur.

Digitized by Google

De eodem.

Item fuerunt duo homines, quorum unus misit tarenos $\frac{1}{7}\ \frac{1}{2}$ 82, et alter misit tarenos $\frac{1}{5}\ \frac{2}{3}$ 97; et lucrati fuerunt tarenos $\frac{1}{9}\ \frac{3}{4}$ 112 : describe questionem, ut hic ostenditur; et multiplicabis lucrum, scilicet 112, per suas uirgulas, erunt 4063; que pone super ipsum lucrum : deinde multiplica portionem primi socii per suas uirgulas, erunt quattuor decime 1157; quas multiplica per ruptos, qui sunt sub uirgulis alterius socii, hoc est per 3, et per 5, uel per 15, erunt ducentesime decime 17355. Eademque uia multiplica portionem secundi socii, scilicet 97 per suas uirgulas, erunt quindecime 1467 ; quas multiplica per ruptos, qui sunt sub uirgulis primi socii, hoc est per 2, et per 7, uel per 14, erunt similiter ducentesime decime 20552, quas pone super $\frac{1}{5}\ \frac{2}{3}$ 97: et scias quia ideo fecimus ducentesimas decimas de portionibus arborum ; quia in 210 reperiuntur omnes rupti eorum; et non possunt inueniri in aliquo minori numero, quia rupti non habent ad inuicem aliquam comunem regulam. Ergo primus misit 17355, et alter misit 20552. Quare addes 17355 cum 20552, erunt 37907; in quo numero, et in ruptis, qui sunt in lucro, debes diuidere; qui omnes si ponantur in una uirgula, facient $\frac{1\ \ 0\ \ \ 0}{4\ 937\ 907}$. Sed quia cum lucro est ex conditione tarenorum, necessarium est, ut habeas $\frac{1}{20}$ in capite uirgule diuisionis. Quare cum habere totam de ipsa uirgula non possis; quia in ea non habes ex ea, nisi tantum $\frac{1}{4}$, multiplicabis numerum lucri, scilicet 4063 per 5, erunt 20315; que pone super 4063, et addes $\frac{1}{5}$ in uirgula diuisionis, et facies $\frac{1}{20}$ de eis, | et de $\frac{1}{4}$, que est in uirgula. Et pone ipsam $\frac{1}{20}$ in capite uirgule; et sic habebis in ipsa uirgula $\frac{1\ \ \ 0\ \ \ 0}{9\ 37907\ 20}$; quam uirgulam pone sub primo socio, et aliam similiter sub secundo: deinde multiplicabis 20315 per 17355, et diuides per regulam positam sub primo ; et habebis portionem lucri primi socii. Item multiplicabis eadem 20315 per numerum secundi socii, scilicet per 20552, et diuide per regulam positam sub eodem portionem lucri illius, ut in questione ostenditur.

« multiplicabis .... $\frac{1}{20}$ de eis » (fol. 57 verso, lin. 26-32; pag. 139, lin. 4-19).

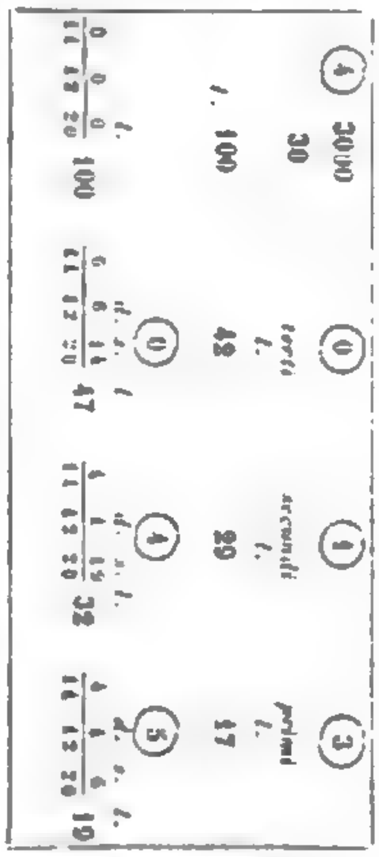


fol 58 recto.

De societate trium hominum.

Tres homines societatem fecerunt, quorum primus misit libras 17, secundus libras 29, tertius libras 42; et lucrati fuerunt libras 100: primum describes questionem, ut hic ostenditur : deinde adde portiones illorum in unum, scilicet libras 17 cum 29, et cum libris 42, erunt libre 88; quibus 88 reperies regulam , que est $\frac{1\ 0}{8\ 11}$; et multiplicabis portionem illius cuiusque socii in lucro , et diuides per $\frac{1\ 0}{8\ 11}$, et habebis portionem lucri contingentem unicuique. Nam si libras, et soldos, et denarios unicuique de lucro contingentes in una multiplicatione, et in una diuisione reperire uolueris, inuenies illud quod tibi minuit de $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$ in uirgula diuisionis predicte, scilicet in $\frac{1\ 0}{8\ 11}$: in qua cum non habeas nisi tantum $\frac{1}{8}$ de prescriptis $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$, minuit tibi $\frac{1}{30}$ inter utrumque. Vel quia $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$, est regula denariorum unius libre, scilicet de 240, diuide 240 per 8, exibunt 30, quod est pro hiis, qui minuunt tibi de $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$, ut prediximus: que si commiscrimus cum $\frac{1\ 0}{8\ 11}$, habebimus $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{11\ 12\ 20}$. Quare multiplicabis lucrum, scilicet 100 per 30, ut sicuti augentur 30 in diuisione, ita augeantur in multiplicatione, erunt 3000; quem pone super 100 in questione, et multiplicabis libras 17 primi socii per 3000, et diuides per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{11\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ \ 4\ \ 6}{11\ 12\ 20}$ 19. Item multiplica libras 29 secundi socii per 3000 , et diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{11\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ \ 1\ \ 19}{11\ 12\ 20}$ 32 ; quas pone in questione sub secundo, scilicet sub 29 : deinde multiplica 42, scilicet portionem tertii socii per 3000, erunt 126000; que

« et in una .... prescriptas » (fol. 58 recto, lin. 11 30, pag. 139, lin. 33 — pag. 140, lin. 14).



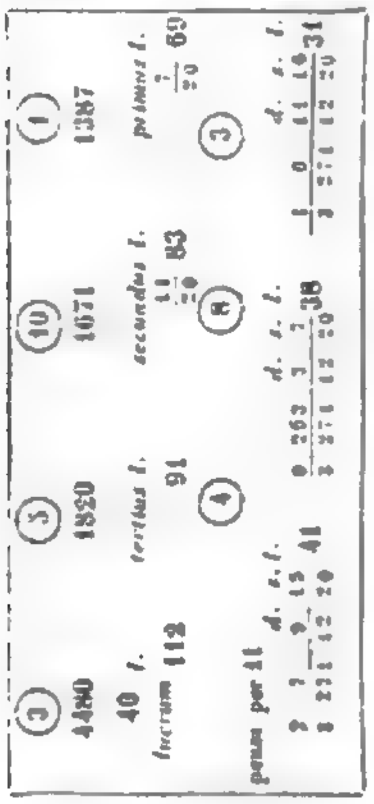
diuide per $\frac{4}{11}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{6}{11}\frac{6}{12}\frac{11}{20}$ 47, quas pone in questione sub 42, scilicet sub tertio socio. Nam si portionem lucri uniuscuiusque in unum per regulam colligere uolueris, facies secundum quod superius demonstrauimus in societatibus duorum sociorum, uidelicet, ut ponas $\frac{4}{11}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$ sub 100, scilicet sub lucro: deinde collige 6, que sunt super 11, in uirgula lucri tertii socii cum uno, quod est super 11, in uirgula lucri secundi, et cum 4, que sunt super 11, in uirgula lucri primi, erunt 11; que diuide per 11, que sunt sub uirgula posita sub 100, exibit inde 1, et remanet 0: pone 0 super 11, et 1 serua in manu; cum quo iunge 6, et 1, et 4, que sunt super 12 omnium trium uirgularum, facient denarios 12; quos diuide per 12, que sunt sub uirgula posita sub 100, exibit soldus 1, et remanet 0: pone 0 super 12, et retineas in manu soldum 1; cum quo iunge soldos 4, et 19, et 6, qui sunt super 20 earumdem trium uirgularum, erunt 40; que diuide per 20, exibunt libre 2, et remanet 0: pone 0 super 20, et libras 2 retineas in manu; cum quibus iunges libras 47, et libras 32, et libras 19, que sunt ante prescriptas tres uirgulas, erunt libre 100, ut oportet.

De eodem.

Item sunt tres homines, quorum unus misit libras $\frac{7}{20}$ 69, et alter misit libras $\frac{11}{20}$ 83, tertius quoque misit libras 91; et lucrati fuerunt libras 112: describe questionem ut hic ostenditur, et tunc facies soldos de portione uniuscuiusque socii sic: multiplices 69, scilicet portionem primi socii per suam uirgulam, hoc est per 20, et super addes 7, erunt soldi 1387, quos pones super libras $\frac{7}{20}$ 69. Quod idem si feceris de portione secundi habebis super ipsam soldos 1671. Similiter multiplica libras 91 per 20, ut facias soldos ex eis, erunt soldi 1820, quos pones super libras 91. Et nota, quod si in portionibus capitalis ipsorum, uel etiam in aliqua ipsarum ponerentur denarii, cum ipsis libris oporteret facere denarios ex portione uniuscuiusque socii, sicuti in hac quod fecimus soldos ex una quaque portione, preter soldos, qui sunt | cum libris ipsorum. Ergo unus misit soldos 1387, alter soldos 1671, tertius soldos 1820. Quare addes prescriptos soldos in unum, erunt soldi 4878; cuius numeri regula hec est $\frac{10}{36}\frac{0}{271}$. Nam cum oporteat habere in capite uirgule diuisionis $\frac{4}{12}\frac{0}{20}$; et ex eis non habeamus in ipsa uirgula nisi tantum $\frac{4}{6}$, scimus quia minuit nobis $\frac{1}{2}\frac{0}{20}$, hoc est 40, ex ipsis $\frac{4}{12}\frac{0}{20}$: pones ergo 40 super lucrum; et multiplicabis 40 per ipsum lucrum, scilicet per 112, erunt 4480; que pone super 40, et coaptabis $\frac{1}{2}\frac{0}{20}$ in uirgula diuisionis sic $\frac{4}{3}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$: quam uirgulam pones sub unoquoque consocio, et multiplicabis 4480 per 1387, et diuides per $\frac{4}{3}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt pro portione lucri primi socii libre $\frac{1}{3}\frac{0}{271}\frac{11}{12}\frac{16}{20}$ 31. Item multiplica 4480 per 1681, et diuide per $\frac{4}{3}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{0}{3}\frac{263}{271}\frac{3}{12}\frac{7}{20}$ 38 pro portione lucri secundi socii. Similiter si multiplicaueris 4480 per 1820, et diuiseris per $\frac{4}{3}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, habebis portionem lucri tertii socii. Possumus enim aliter portionem lucri tertii hominis ex repertis portionibus reliquorum reperire, uidelicet, ut addas 1, quod est super 3, in uirgula primi socii cum 0, quod est super 3 de uirgula secundi socii, erit 1; a quo usque in 3, que sunt sub uirgula tertii, desunt 2, que pone super ipsum 3, et pro expleto semel ternario, retineas in manu 1, quod 1 est $\frac{1}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$ unius libre: ergo addes ipsum 1 cum 0, quod est super 271 in uirgula primi socii, et cum 263, que sunt super 271 in uirgula secundi, erunt 264; a quibus usque in 271 desunt 7, que pone super 271 de uirgula tertii socii: et quia semel expleuisti 271, retinebis semel unitatem

fol. 58 *verso.*

(cum libris .... cum soldis 7 = fol. 58 verso, lin. 1-20; pag. 140, lin. 25 — pag. 141, lin. 6).

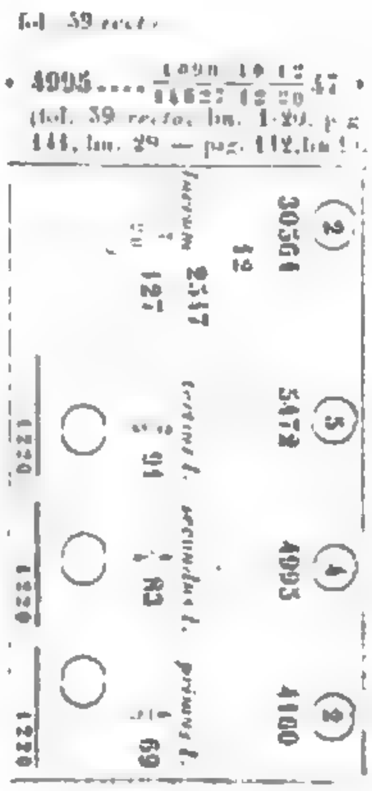


Digitized by Google

in manu; que unitas est $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$ unius libre 1; que adde cum denariis 11, qui sunt super 12 de uirgula primi socii, et cum denariis 3, qui sunt super 12 secundi, erunt denarii 15; a quibus usque in duplum 12, scilicet in 24, desunt denarii 9; quos pone super 12 de uirgula tertii socii; et pro expleto duplo de 12, retinebis in manu 2, que sunt $\frac{2}{20}$ unius libre, hoc est soldi 2; cum quibus adde soldos 16, qui sunt super 20, de uirgula primi socii, et cum soldis 7, qui sunt super 20 de uirgula secundi, erunt soldi 25; a quibus usque in soldos 40, scilicet in duplum de 20, desunt soldi 15. Et nota, quia ideo dicimus a 25 usque in 40, quia 25 sunt plus 20: unde si essent plus quam 40, quereremus differentiam, que esset ab ipsis usque in triplum de 20; et sic intelligas de omnibus aliis similibus. Pones ergo soldos 15 super 20 de uirgula tertii socii; et pro expleto duplo de 20 retinebis in manu libras 2; cum quibus addes libras 31 primi socii, et libras 38 secundi, erunt libre 71; a quibus usque in summam lucri, scilicet in libras 112, desunt libre 41; quas pone ante uirgulam tertii socii, et habebis in portionem lucri ipsius libras $\frac{7}{8}\frac{7}{211}\frac{9}{12}\frac{13}{20}$ 41, ut in questione ostenditur. Nam si suprascripta omnia probare uolueris, probabis ea per modum prioris pense; quia cum portionem lucri ultimi socii per portiones lucri reliquorum inueneris, nequaquam per reliquum modum similes questiones probare poteris. Est enim pensa lucri primi socii 3 per 11, secundi 8, tertii 4, ut super ipsis portionibus in questione reperitur.

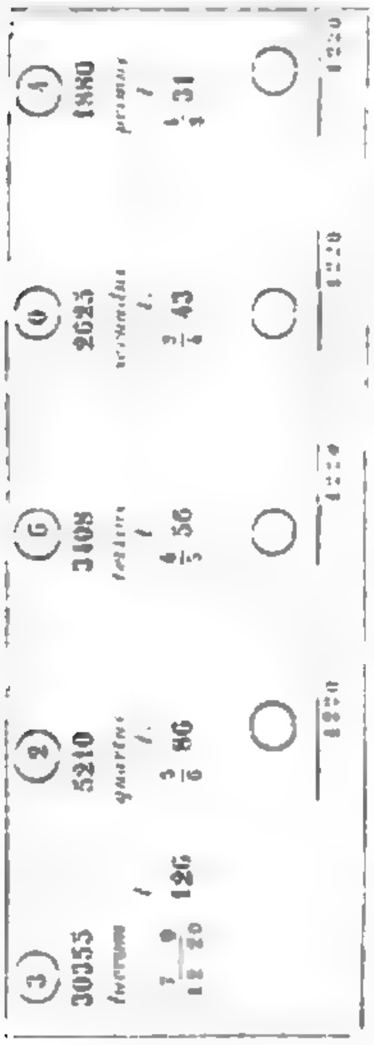
De eodem.

Et si proponatur, quod primus illorum misisset libras $\frac{1}{3}$ 69, secundus libras $\frac{1}{4}$ 83, tertius libras $\frac{1}{5}$ 91; et lucrati essent libras $\frac{7}{20}$ 127: descripta questione, ut hic ostenditur, potes duobus modis procedere. Per primum quidem reperiatur numerus, in quo sint rupti, qui positi sunt in portionibus capitalis ipsorum, scilicet $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$; qui numerus est 60, per quem multiplica unamquamque portionem, scilicet $\frac{1}{3}$ 69, et habebis super ea 4160; et $\frac{1}{4}$ 83 habebis super ea 4995; et $\frac{1}{5}$ 91, et habebis super ea 5472. Vel per alium modum: multiplica 69 per suam uirgulam, hoc est per 3, et adde 1, erunt 208; que multiplica per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis, erunt similiter 4160. Item multiplica 83 per 4, et adde 1, erunt 333; que multiplica per 5, que sunt sub uirgula tertii socii, erunt 1665; que multiplica per 3, que sunt sub uirgula primi, erunt similiter | 4995. Rursum multiplica 91 per 5, et adde 1, erunt 456; que multiplica per 4; que per 3, que sunt sub reliquis uirgulis, erunt similiter 5472; que addes cum 4995, et cum 4160, erunt 14627. In quibus diuides multiplicationem lucri in prescriptis tribus numeris, quod sic fit: multiplicabis libras 127 per eorum uirgulam, erunt soldi 2547; quos pones super libras $\frac{7}{20}$ 20, et multiplicabis eos per 12, ut habeas ipsam sub uirgulis diuisionum post 20, que sunt sub uirgula lucri, erunt 30564; que multiplicabis per 4160, et diuides per $\frac{1}{14627}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt $\frac{8356}{14627}\frac{1}{12}\frac{4}{20}$ 36 pro portione lucri primi socii. Item multiplicabis 30564 per 4995, et diuides similiter per $\frac{1}{14627}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{5191}{14627}\frac{9}{12}\frac{9}{20}$ 43 pro portione lucri secundi socii. Item si multiplicaueris 30564 per 5472, et diuiseris per $\frac{1}{14627}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, habebis portionem tertii socii. Nam si ex repertis portionibus lucri reliquorum sociorum ipsam portionem inuenire desideras, adde 8356, que sunt super 14627 de uirgula primi socii cum 5191, que sunt super 14627 secunde uirgule, erunt 13537; a quibus usque in 14627, desunt 1090, que pone super 14627 in uirgula tertii socii; et pro semel expletis 14627, retinebis 1; cum quo addes 4, que sunt super 12 prime uirgule, et



9, que sunt super 12 secunde, erunt denarii 14; a quibus usque in duplo 12, scilicet in 24, desunt denarii 10, quos pone super 12 de uirgula tertii socii; et pro expletis denariis 24 retinebis in manu soldos 2; cum quibus addes soldos 4, qui sunt super 20 prime uirgule, et soldos 9 secunde, erunt soldi 15; a quibus usque in soldis 27, hoc est ut expleatur una libra cum ipsis soldis 7, qui sunt super uirgulam lucri, desunt soldi 12; quos pones super 20 in uirgula tertii socii, et retinebis 1 pro ipsa expleta libra. Cum qua addes libras 36 primi socii, et libras 43 secundi, erunt libre 80; a quibus usque in libris 127, scilicet in lucro, desunt libre 47. Quas pone ante uirgulam tertii socii, et habebis pro portione lucri ipsius libras $\frac{1090\;10\;12}{14621\;12\;20}$ 47, ut superius in questione ostenditur.

(« ut superius .... numerum » fol. 59 *recto*, lin. 21-39; pag. 142, lin. 9-34)



fol. 59 *recto*

De societate inter IIII^{or} homines.

Qvattuor homines fecerunt societatem, ex quibus primus misit libras $\frac{1}{3}$ 31, secundus libras $\frac{3}{4}$ 43, tertius libras $\frac{4}{5}$ 56, quartus libras $\frac{5}{6}$ 86; et lucrati fuerunt libras $\frac{7\;9}{12\;20}$ 126: descripta questione, ut hic ostenditur, multiplica lucrum per suam uirgulam, erunt denarii 30355, quos pone super lucrum: deinde ut inueniantur numeri sociorum, quos multiplicare debes in prescriptis denariis 30355, potes dupliciter procedere. Primum quidem ut inuenias numerum, in quo reperiantur rupti, qui sunt in portionibus ipsorum; quem numerum, secundum modum euitationis, 60 esse reperies. Quem multiplica per unamquamque portionem ipsorum; et habebis super primum socium 1880, super secundum 2625, super tertium 3408, super quartum 5210. Vel aliter, secundum huius artis magisterium, multiplica 31 per suam uirgulam, erunt 94; que multiplica per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis secundi et tertii socii, erunt sexagesime 1880, ut superius super primum socium per alium modum inuenimus: quem numerum non oportet multiplicare per 6, que sunt sub uirgula quarti socii propter $\frac{1\;1}{4\;3}$, que sunt sub uirgulis primi et secundi, in quibus totam 6 esse cognoscimus. Item multiplica 43 secundi socii per suam uirgulam, erunt quarte 175; quas multiplica per 5; que per 3, que sunt sub uirgulis tertii, et primi socii, erunt similiter sexagesime 2625, ut super secundum socium inuenimus; quas non oportet multiplicare per 6 de uirgula quarti socii suprascripta ratione. Item ut habeas numerum tertii hominis, multiplica 56 per suam uirgulam, erunt quinte 284; quas multiplica per 6, que sunt sub uirgula quarti socii, erunt trigesime 1704; quas multiplica per 2, que sunt in regula de 4, que sunt sub uirgula secundi, erunt sexagesime 3408; quas non oportet multiplicare, cum sint sexagesime per 2, que remanent in regula de eisdem 4, neque per 3, que sunt sub uirgula primi socii. Rursum, ut habeas numerum | quarti socii, multiplica 86 per 6, et adde 5, erunt sexte 521; quas multiplica per 5, et per 2 suprascripta demonstratione, erunt sexagesime 5210, ut per alium modum repertum fuit: deinde adde quattuor repertos numeros in unum, et operaberis secundum quod superius docuimus; et sic habebis portiones que contingunt eis de lucro, ut in questione ostenditur.

De eodem.

Qvattuor homines fuerunt, ex quibus primus misit $\frac{1}{3}$ unius integri, alter misit $\frac{1}{4}$, tertius $\frac{1}{5}$, quartus uero misit $\frac{1}{6}$; et habuerunt insimul soldos 60; queritur quot unicuique ex eis contingerit. Eadem uero questio est, cum dicitur de quattuor hominibus, qui emerunt porcum pro soldis 60; ex quibus primus uoluit habere tertium illius porci, secundus

Digitized by Google

quartum, tertius quintam, quartus sextam. Vnde quidam imperiti cum primus pro tertia parte porci persoluat soldos 20, et secundus pro quarta parte soldos 15, et tertius pro quinta parte soldos 12, et quartus pro sexta parte soldos 10; et omnes insimul iuncti non faciunt nisi soldos 57, mirantur quomodo remanent ad persoluendum soldos 3 ex ipsis soldis 60; et querunt quis eorum ipsos soldos 3 soluere debeat. Non enim considerant, quod ipsi quattuor homines non emerunt totum porcum; cum $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius integri non faciant unum integrum, immo remanet ex eo $\frac{1}{20}$. Quare de soldis 60 remanet similiter uigesima eorum pars, scilicet soldi 3. Vnde si essent tres homines, ex quibus primus emeret dimidium illius porci, et persolueret soldos 30; et alter emeret tertiam, et persolueret soldos 20; et tertius emeret quartam, et persolueret soldos 15; et sic haberentur in summa soldi 65, hoc est soldi 5 magis de soldis 60; qui soldi 5 sunt duodecima pars de soldis 60. Et hic contingit quia $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ faciunt $\frac{1}{12}$ magis integro. Vnde non persoluatur plus uel minus de soldis 60, oportet ut emptores quanticumque fuerint, emant tales portiones que, cum in unum redacte fuerint, faciant unum integrum. Verbi gratia: si emptores fuerint duo, unus emat dimidium, et alius aliud dimidium; uel unus $\frac{2}{3}$ alius $\frac{1}{3}$, et sic deinceps. Et si fuerint tres, unusquisque emat tertiam partem, uel primus emat $\frac{1}{2}$, secundus $\frac{1}{3}$, tertius $\frac{1}{6}$. Et si fuerint quattuor, emat unusquisque quartam partem; uel primus eorum emat $\frac{1}{2}$, secundus $\frac{1}{4}$, tertius $\frac{1}{5}$, quartus $\frac{1}{20}$; et sic potes intelligere de pluribus. Nam ut prescripti soldi 60 diuidantur inter quattuor suprascriptos homines, ita ut nichil inde remaneat; describe questionem, ut hic ostenditur; et uide de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in quali numero reperiantur. Reperiuntur enim in 60, quorum $\frac{1}{3}$, que est 20, pone super $\frac{1}{3}$ in questione; et quartam, scilicet 15, pone super $\frac{1}{4}$; et quintam, scilicet 12, pone super $\frac{1}{5}$; et sextam, scilicet 10, pone super $\frac{1}{6}$. Vnde dices, quod primus misit 20, secundus 15, tertius 12, quartus 10. Vnde adde eos in unum, erunt 57; in quibus diuide multiplicationem uniuscuiusque suprascriptorum quattuor numerorum in soldis 60; et sic habebis pro portione primi hominis soldos $\frac{1}{19}$ 21, hoc est soldos 21 et $\frac{12}{19}$ unius denarii; et pro secundi portione soldos $\frac{15}{19}$ 15, hoc est soldos 15, et denarios $\frac{9}{19}$ 9; et pro tertii portione soldos $\frac{12}{19}$ 12, hoc est soldos 12, et denarios $\frac{11}{19}$ 7. Similiter et pro quarti portione habebis soldos $\frac{10}{19}$ 10, ut superius in questione ostenditur, qui sunt soldi 10, et denarii $\frac{6}{19}$ 6. Quibus quattuor portionibus repertis, si eas in unum coniunxeris, in suprascriptos soldos 60 deuenies.

• Vnde quidam .... et persolueret • (fol. 59 verso, lin. 9-15 e 16; pag 143, lin. 1-9).

	10	12	15	20
s.	quart.	tert.	second.	prim.
60	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
s.	s.	s.	s.	s.
$\frac{0}{19}$ 60	$\frac{10}{19}$ 10	$\frac{12}{19}$ 12	$\frac{15}{19}$ 15	$\frac{1}{19}$ 21

Incipit capitulum undecimum de consolamine monetarum.

Moneta quidem dicitur quelibet denariorum quantitas; et efficitur ex quauis argenti, et eris commixtione. Maior autem moneta dicitur, in cuius libra fuerit plus argenti, quam in ea, que fieri desideratur. Minor uero, in qua minus. Moneta consolari dicitur, quando ponitur in libra ipsius aliqua data argenti quantitas. Et cum dicimus: habeo monetam ad uncias quantaslibet, ut dica|mus ad 2, intelligimus quod in libra ipsius fol. 60 recto
monete habeantur uncie 2 argenti. Consolatur enim moneta tribus modis. Primus modus est, quando consolatur ex data quantitate argenti uel eris. Secundus cum consolatur ex quibuslibet datis monetis cum argenti, uel eris, uel utriusque additione tertius: quando tantum ex datis monetis consolatur; que omnia, ut in hoc capitulo perfecte contineantur, ipsum in differentiis septem diuidimus; quarum prima erit de consolamine monete ex data argenti, uel eris quantitate: secunda erit de consolamine, in quo mo-

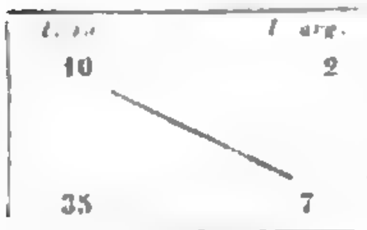
Digitized by Google

nete ponuntur quantitatiue, ex quibus alia moneta informatur, in cuius libra minus argenti habeatur, quam in prepositis monetis. Quod consolamen sine aditione cupri esse non potest. Tertia cum monete similiter ponuntur quantitatiue; et uolueris ex eis facere monetam; in cuius libra sit plus argenti, quam in ipsa, que sine aditione argenti esse non potest. Quarta cum monete ponuntur sine quantitate, ex quibus uolueris facere aliquam positam quantitatem cuiuslibet minoris monete cum additione eris. Quinta cum monete ponuntur similiter sine quantitate, ex quibus uolueris facere aliquam positam quantitatem cuiuslibet maioris monete cum additione argenti. Sexta quidem differentia est de ipsis monetis, que sunt minores et maiores illa moneta, quam uolueris facere; quod consolamen sit sine eris, uel argenti additione. Septima uero differentia erit de regulis ad consolamen pertinentibus.

Differentia prima.

Qvidam habet libras 7 argenti, ex quibus uult facere monetam ad uncias 2 argenti in libra; et uult scire quantitatem totius consolaminis, nec non et eris iunctionem. Ex libris quidem 7 argenti fac uncias, erunt uncie 84; quas diuide per uncias 2 suprascriptas, exibunt 42; et tot libre monete erunt in summa prescripti consolaminis. Verbi gratia: cum in qualibet libra monete oporteat uncias 2 esse argenti, quotiens uncie 2 fuerint in unciis 84, totiens libra una monete potest consolari ex illis unciis 84 argenti. Sunt enim uncie 2 in illis unciis 84 quadragies bis. Vnde summa consolaminis est libre 42, ut prediximus. Ex quibus, extractis prescriptis libris 7 argenti, remanent pro iunctione cupri libre 35. Aliter quia in qualibet libra debent esse uncie 2 argenti, residuum quod est ab illis unciis 12 usque in libra, scilicet uncie 10, erit in eadem libra de cupro, hoc est de rame. Vnde pro quibuslibet unciis 2 argenti, quas habet, oportet ponere in consolamine uncias 10 eris; propter quod et in libris 2 argenti pones libras 10 ramis. Vnde redigitur hec questio ad modum negotiationum, uidelicet ut ponas libras 2 argenti, et libras 10 ramis in una linea; et libras 7 argenti, quas ipse habet, pones sub libris 2 argenti, ut sit argentum sub argento, ut hic ostenditur: et multiplicabis 7 per 10, que sunt ex aduerso, et diuide per 2, exibunt libre 35 eris; cum quibus adde libras 7 argenti, reddunt libras 42 pro summa totius consolaminis. Nam si suprascripte libre 7 essent de rame, poneres ipsas libras 7 sub libris 10, scilicet rame sub rame, ut in hac alia patet descriptione; et multiplicares 7 per 2, et diuides per 10, et exiret libra $\frac{2}{5}$ 1 argenti; cum qua, additis libris 7 ramis, redderent pro summa totius consolaminis libra $\frac{2}{5}$ 8. Aliter quia in qualibet libra dicte monete sunt uncie 10 ramis, quotiens uncie 10 fuerunt in libris 7, scilicet in unciis 84, totiens libra una exiet in summa ipsius consolaminis: quare diuides 84 per 10, exibunt libre $\frac{2}{5}$ 8, ut prediximus; ex quibus extractis libris 7 ramis, re|manet argenti libra $\frac{2}{5}$ 1.

« libras 10 .... re|manet » (fol. 60 recto, lin. 29 — fol. 60 verso, lin. 1; pag. 144, lin. 24-36)



fol. 60 verso

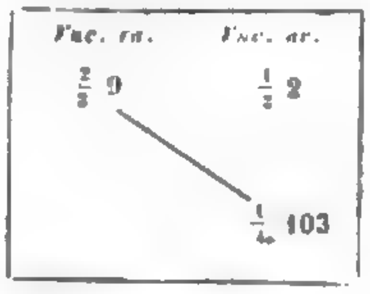
De eodem.

Item si proponatur, quod quidam habeat libras 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7 argenti, ex quibus uult facere monetam ad uncias $\frac{1}{3}$ 2 in libra; et queritur summa consolaminis, nec non et eris adiunctio, fac suprascripta ratione uncias de libris 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7, erunt uncie $\frac{1}{4}$ 103; quas diuide per uncias $\frac{1}{3}$ 2, hoc est multiplica $\frac{1}{4}$ 103 per 12, quia in 12 reperiuntur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, erunt 1239: et multiplicabis iterum $\frac{1}{3}$ 2 per 12, erunt 28; in quibus diuide 1239, exibunt libre $\frac{1}{4}$ 44, scilicet libre 44, et uncie 3 pro summa dicti consolaminis: ex quibus

Digitized by Google

extrahe libras 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7 argenti, remanebunt ex ere libre 35, et uncie $\frac{3}{4}$ 7. Aliter: extrahe uncias $\frac{1}{3}$ 2 argenti ex unciis unius libre, scilicet de 12, remanebunt uncie $\frac{2}{3}$ 9: et describes quod in unciis $\frac{1}{3}$ 2 argenti sunt uncie $\frac{2}{3}$ 9 eris; et sub unciis $\frac{1}{3}$ 2 pone uncias $\frac{1}{4}$ 103, scilicet argenti sub argento; et multiplicabis $\frac{2}{3}$ 9 per $\frac{1}{4}$ 103, et diuides per $\frac{1}{3}$ 2, exibunt uncie eris $\frac{3}{4}$ 427, que sunt libre 35, et uncie $\frac{3}{4}$ 7, ut per alium modum inuenimus: cum quibus adde libras 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7 argenti, erunt in summa totius consolaminis libre 44, et uncie 3.

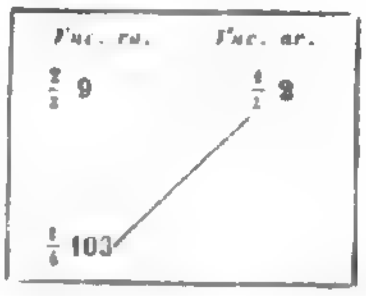
$\frac{3}{4}$ 7. Aliter .... uncie 9 (fol. 60 verso, lin. 8-14; pag. 145, lin. 1-11).



De eodem.

Nam si prescripte libre 8, et uncie $\frac{1}{4}$ 7 fuerint ex ere; et uolueris scire summam consolaminis, et argenti iunctionem, multiplicabis $\frac{1}{4}$ 103 per $\frac{1}{3}$ 2, et diuides per $\frac{2}{3}$ 9, exibunt argenti uncie $\frac{3\ 26}{4\ 29}$ 24; cum quibus adde uncias $\frac{1}{4}$ 103 eris, erunt uncie $\frac{5}{29}$ 128, hoc est libre 10, et uncie $\frac{5}{29}$ 8, que sunt summa totius consolaminis. Vel aliter: diuide $\frac{1}{4}$ 103 per $\frac{2}{3}$ 9, exibunt libre $\frac{3\ 19}{4\ 29}$ 10; de quibus $\frac{3\ 19}{4\ 29}$ si uncias facere uis, multiplica 19 per 4, et adde 3, erunt 79; que multiplica per 3, et diuide per 29, exibunt uncie $\frac{5}{29}$ 8; et sic habebimus pro summa dicti consolaminis libras 10, et uncias $\frac{5}{29}$ 8, ut prediximus.

$\frac{3\ 26}{4\ 29}$ 24 .... secunda » (fol. 60 verso, lin. 15-19; pag. 145, lin. 11-16).



Incipit differentia secunda.

Qvidam habet libras 7 monete, que est ad uncias, ex quibus uult facere monetam ad uncias 2; et quare consolaminis summa, et eris adiunctio. Scribes quidem sub libris 7 uncias 5 argenti, que sunt in unaquaque libra; et inuenies uncias argenti, que sunt in illis libris 7: scilicet multiplicabis 5 per 7, erunt uncie 35; et tantum argentum est in prescriptis libris 7: quas uncias 35 pones super libras 7; ex quibus uero uncie 35 argenti possunt consolari, totiens libra 1 monete ad uncias 2, quoties uncie 2 sunt in unciis 35: quare diuide 35 per 2, exibunt libre $\frac{1}{2}$ 17 pro summa dicti consolaminis; ex quibus extrahe libras 7 suprascriptas, remanebunt libre $\frac{1}{2}$ 10 pro cupri iunctione.

quare consolationis .... libras » (fol. 60 verso, lin. 24-32; pag. 145, lin. 18-22).

Unc. er.	Unc. ar.
$\frac{1}{2}$ 10	35
Summa consol.	l.
$\frac{1}{2}$ 17	7
Unc.	Unc.
2	5

De eadem differentia.

Item si habueris libras 7 ad uncias 5 unius monete, et libras 9 ad uncias 4 alterius; et uolueris ex eis monetam ad uncias 3, cuprum addendo, conformare; et quesieris iunctionem cupri, nec non et totius consolaminis quantitatem, sic facies: ordina questionem dictam in hunc modum; et multiplica libras 7 per 5, erunt 35; et libras 9 per 4, erunt 36; que adde cum 35, erunt 71; et hec est summa uncie argenti, que est in libris dictis utriusque monete; qua diuisa per uncias 3 ipsius monete, quam uis facere, exibunt libre $\frac{2}{3}$ 23, que sunt summa totius consolaminis; de quibus extrahes libris 7, et 9 suprascriptis (*sic*), remanent libre $\frac{2}{3}$ 7, que sunt summa iunctionis cupri.

Unc. eris	Unc.	Unc. ar.
$\frac{2}{3}$ 7	36	35
Summa consol. l.		l.
$\frac{2}{3}$ 23	9	7
Unc.	Unc.	Unc.
3	4	5

De eodem regula uniuersalis.

Si uero in consimili consolamine tres, uel quattuor, uel plures diuerse monete proponantur, argenti uncias, que fuerint in omnibus prepositis monetis, addiscas; quibus diuisis per uncias argenti, que sunt in libra ipsius monete, quam uis facere, summam totius consolaminis, tantum inuenies. De qua summa extractis libris monete, que in consolamine proponuntur, cupri adiunctio relinquitur. Verbi gratia: habeantur in consolamine quattuor monete, ex una quarum sint libre 8 ad uncias $\frac{1}{2}$ 7; et ex altera libre 6 ad ancias $\frac{1}{3}$ 6; Ex tertia uero libra $\frac{1}{2}$ 5 ad uncias $\frac{1}{4}$ 5; Ex quar|ta uero sint libre $\frac{1}{4}$ 11 fol. 61 recto
ad uncias $\frac{1}{5}$ 4; et uolueris ex eis facere monetas ad uncias $\frac{1}{6}$ 3; et quesieris totius consolaminis summam, nec non et cupri iunctionem; scribe questionem, ut supra docui-

• ex quarta uero.... que sunt ad • (fol. 60 *verso*, lin. 39, fol. 61 *recto*, lin. 1-18; pag. 145, lin. 41 — pag. 146, lin. 21).

ũnc. ar. 60	ũnc. 38	ũnc. 28	ũnc. $\frac{1}{4}$ 47	quantitas cupri $\frac{1}{2}\frac{10}{19}\frac{1}{12}$ 24
$\frac{1}{2}$ 8	$\frac{1}{2}$ 6	$\frac{1}{3}$ 5	$\frac{1}{4}$ 11	Summa consol. $\frac{1}{2}\frac{13}{19}$ 54
ũnc. $\frac{1}{2}$ 7	ũnc. $\frac{1}{3}$ 6	ũnc. $\frac{1}{4}$ 5	ũnc. $\frac{1}{3}$ 4	ũnc. $\frac{1}{6}$ 3

mus, et multiplica libras uniuscuiusque monete per uncias argenti, que ponuntur in libra ipsius monete; que multiplicatio sic fit: scilicet ut multiplices libras 8 per uncias $\frac{1}{2}$ 7, erunt uncie 60. Item multiplica libras 6 alterius monete per uncias $\frac{1}{3}$ 6, erunt uncie 38. Item multiplica libras $\frac{1}{3}$ 5 tertie monete per uncias $\frac{1}{4}$ 5, erunt uncie 28. Item multiplica uncias $\frac{1}{4}$ 11 per $\frac{1}{3}$ 4, erunt $\frac{1}{4}$ 47: addes igitur prescriptas multiplicationes, scilicet 60, et 38, et 28, et $\frac{1}{4}$ 47, erunt $\frac{1}{4}$ 173; que sunt summa uncie argenti, que est in dictis quattuor monetis: quas uncias diuide per uncias $\frac{1}{6}$ 3 ipsius monete, quam uis consolare, exibunt libre $\frac{1}{2}\frac{13}{19}$ 54, que sunt summa totius consolaminis: de qua summa extrahe iunctionem positarum librarum, scilicet 8, et 6, et $\frac{1}{3}$ 5, et $\frac{1}{4}$ 11, que sunt libre $\frac{7}{12}$ 30, remanebunt pro cupri quantitate libre $\frac{10}{19}\frac{1}{12}$ 24, hoc est libre 24, et uncie $\frac{10}{19}$ 1. Et si de dicto consolamine libras 60 facere uis, multiplica 60 per $\frac{1}{6}$ 3, erunt uncie argenti 190, que debent esse in prescriptis libris 60 fiende monete: de quibus extrahe uncias argenti $\frac{1}{4}$ 173, que sunt in prescriptis quattuor monetis, remanent uncie $\frac{3}{4}$ 16 argenti, quas addes in prescripto consolamine; quibus additis cum summa prescriptarum monetarum, scilicet cum libris $\frac{7}{12}$ 30, erunt libre 32, minus quarta unius uncie. Residuum quoque, quod est usque in libris 60, scilicet libras 28, et quartam unius uncie addes de ere. Et hic est modus, quo utuntur magis monetarii.

• uncias $\frac{1}{7}$ 3 .... positarum • (fol. 61 *recto*, lin. 19-35 e 36, pag. 146, lin. 21-41).

32760	29750	24200	quantitas cupri $\frac{6\ 12\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 23
45	50	55	Summa consolaminis $\frac{6\ 13\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 48
$\frac{1}{2}$ 7	$\frac{1}{3}$ 8	$\frac{1}{6}$ 9	M. quam uis
728	595	440	17
ũnc. $\frac{1}{5}$ 5	ũnc. $\frac{1}{4}$ 4	ũnc. $\frac{1}{7}$ 3	$\frac{1}{8}$ 2

Item aliud consolamen eiusdem manierei proponatur, quod ostenditur cum demostratione artis figurarum, ut apertius que dicta sunt intelligantur: ut si habeantur libre $\frac{1}{2}$ 7 unius monete, que sunt ad uncias $\frac{1}{5}$ 5; et libre $\frac{1}{3}$ 8 alterius, que sint ad uncias $\frac{1}{4}$ 4, et libre $\frac{1}{6}$ 9 alterius, que sint ad uncias $\frac{1}{7}$ 3; et uolueris ex eis monetam ad uncias $\frac{1}{8}$ 2, cuprum addendo, conformare, scribe questionem in hunc modum. Et inuenias numerum, in quo reperiatur $\frac{1}{6}\frac{1}{3}\frac{1}{2}$; que sunt cum libris trium monetarum, eritque 6. In quibus multiplica libras $\frac{1}{2}$ 7, et $\frac{1}{3}$ 8, et $\frac{1}{6}$ 9, erunt sexte 45 super $\frac{1}{2}$ 7, et 50 super $\frac{1}{3}$ 8, et 55 super $\frac{1}{6}$ 9. Post hec redige ad similia similiter uncias argenti predictarum trium monetarum, scilicet multiplica uncias 5 per suam uirgulam, erunt 26; que per 4; que per 7, que sunt sub aliis duabus uirgis, erunt centesime quadragesime 728; quas pone super uncias $\frac{1}{5}$ 5. Item multiplica uncias 4 per suam uirgam, erunt 17; que per 7; que per 5, que sunt sub aliis uirgis, erunt 595, que pone super $\frac{1}{4}$ 4. Similiter multiplica uncias 3 per eorum uirgam, erunt 22; que per 4; que per 5, erunt 440, que pone super $\frac{1}{7}$ 3. Et multiplica 728 per 45, et 595 per 50, et 440 per 55, erunt octigentesime quadragesime 32760, et 29750, et 24200; quas adde insimul, erunt octigesime quadragentesime 86710, que debes diuidere per $\frac{1}{8}$ 2, et per fractiones unciarum, et per 6. In quibus multiplicasti libras predictarum monetarum, hoc est, multiplicabis uncias 2 per suam uirgam, scilicet per 8, et addes 1, erunt 17. In quibus 17, et in $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 5\ 6\ 7}$ diuides octuplum de 86710: sed ut habeas uncias, et denarios ponderis, que cadunt in prescripta diuisione, apta $\frac{10}{46}$ in $\frac{1\ 0}{2\ 12}$, et adde $\frac{1}{5}$ in uirga, et habebis in aptatione eius $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 7\ 17\ 5\ 5\ 12}$, in qua diuides multiplicationem octupli de 86710 in 5, propter $\frac{1}{5}$, que addita fuit in uirga: tamen euitabis inde $\frac{1}{2}$, scilicet multiplica dimidium de 5 uicibus 8, scilicet 20 per 86710, erunt 1734200; quod diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$, exibunt libre $\frac{6\ 13\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 48 pro summa totius consolaminis; de quibus extrahe libras omnium trium monetarum positarum, scilicet $\frac{1}{2}$ 7, et $\frac{1}{3}$ 8, et $\frac{1}{6}$ 9, hoc est libras 25, remanent pro cupri iunctione libre $\frac{6\ 12\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 23. Et si cum prescriptis libris essent alie fractiones, que de facili extrahi non possent,

Digitized by Google

ex dicta summa consolaminis, tunc accipe sextas 45 et 55, quas superius inuenimus, erunt sexte 150: que ut redigantur ad similia cum uirga fractionum summe predicte, multiplica 150 per 2, erunt duodecime 300; quas | multiplica per reliquos numeros, qui sunt sub uirga, scilicet per 5; que per 5; que per 17; que per 7, erunt 892500; que extrahe de 1734200, remanent 841700; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$, exibunt pro cupri iunctione libre $\frac{6\ 1\ 3\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 23, ut supra. Verum si de predicto consolamine libras 60 cum additione argenti, et eris consolare uolueris. Multiplica 60 per $\frac{1}{8}$ 2, ut habeas argentum, quod erit necessarium in ipsis libris 60, erunt octaue ipsius uncie 1020; quas multiplica per octauam de 840, scilicet per 105, erunt octigentesime quadragesime 107100; de quibus extrahe octigentesimas quadragesimas ex unciis 86710, que sunt argenti in prescriptis, scilicet predictarum monetarum, remanent argenti octigentesime quadragesime ex unciis 20390, que deberent diuidi per 840, ut reintegrentur. Sed ut habeas denarios ponderis, que sunt in eis, multiplica 107100 per 5, erunt 101950; que diuide per 840, et per 5, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 4\ 6\ 5\ 5}$; et que exierunt, erunt uncie: de quibus, ut fiant libre, addes 12 sub uirga, exibunt libre $\frac{2\ 0\ 3\ 1\ 1\ 0}{7\ 4\ 6\ 5\ 5\ 12}$ 2, hoc est libre 2, et denarius 1 ponderis, et carrube 5, et $\frac{2}{7}$ unius grani; et tantum debet addi de argento; que adde cum prescriptis monetis, erunt libre $\frac{2\ 0\ 3\ 1\ 0\ 0}{7\ 4\ 6\ 5\ 5\ 12}$ 27; residuum quod est usque in 60 addes de cupro; quod residuum inuenies esse $\frac{5\ 3\ 0\ 3\ 4\ 11}{7\ 4\ 6\ 5\ 5\ 12}$ 32 per modum demonstratum in societatibus; cum per portionem lucri unius socii portio alterius inuenitur.

fol. 61 verso

« in 60 .... consolaminis » (fol. 61 verso, lin. 18-21, pag. 147, lin. 17-28).

iunctio arg.	Vnc. er.
$\frac{6}{7}$ 3	90
.s. consol.	.l.
$\frac{6}{7}$ 12	9
Vnc. er.	Vnc. ra.
7	10

Incipit differentia tertia.

Qvidam habet libras 9 monete, que est ad uncias 2, ex quibus uult facere monetam ad uncias 5: et quare summa consolaminis, et argenti adiunctio. In hac autem differentia rame, quod est in moneta posita, est considerandum: quare extrahe uncias 2 de libris, remanebunt uncie 10; et tot uncie eris sunt in qualibet libra dicte monete: quare pones 10 sub libris 9, et multiplicabis 10 per 9, erunt 90: et tot uncie eris sunt in illis libris 9; quas uncias diuide per uncias cupri, que sunt in libris monete, quam consolare uis, scilicet per 7; quia quotiens uncie 7 sunt in unciis 90, totiens una libra ex ipsis unciis 90 consolari potest, exibunt libre $\frac{6}{7}$ 12 pro summa totius consolaminis; ex quibus extrahes libras 9, remanent $\frac{6}{7}$ 3 pro argenti iunctione.

De eodem.

« uncias 7 .... que sunt in » (fol. 61 verso, lin. 24-32; pag. 147, lin. 32-42).

Vnc. ar.	Vnc.	Vnc. ra.
$\frac{1}{4}$ 6	45	48
s. consol.	.l.	.l.
$\frac{1}{4}$ 23	9	8
Vnc.	Vnc.	Vn. era
4	5	6

Item si habueris libras 8 alicuius monete, que sit ad uncias 6, et libras 9 alterius, que sit ad uncias 7; et uolueris ex eis consolare monetam ad uncias 8 argenti addendo; et quesieris totius consolaminis summam, nec non et argenti addiscere iunctionem, accipe uncias cupri, que sunt in unaquaque moneta, et eas insimul iunge; quorum summa per uncias cupri fiende monete diuide; et quod ex diuisione peruenerit, erit summa totius consolaminis; que sic facienda sunt. Vide ab unciis 6 argenti, que continentur in libra prioris posite monete, usque in unciis 12, scilicet in libris, quot desint: desunt enim uncie 6; et tot uncie cupri continentur in libra ipsius dicte monete; quas multiplica per libras 8, erunt uncie 48; et tot uncias cupri in prescriptis libris 8 esse cognoscas. Item illud idem fac de alia moneta; et reperies esse in ea uncias 45 cupri: que si iuncte cum unciis 48 fuerint, erunt uncie 93; quas diuide per uncias 4 cupri, que sunt in moneta, quam tu uis facere, exibunt libre $\frac{1}{4}$ 23, que sunt summa totius consolaminis; de qua summa extractis libris 8 et 9, scilicet 17 pro argenti iunctione, libre $\frac{1}{4}$ 6 remanebunt.

Digitized by Google

De eodem.

Item habes libras $\frac{1}{2}$ 5 unius monete, que est ad uncias $\frac{2}{3}$ 3 argenti, et libras $\frac{1}{3}$ 6 ad uncias $\frac{1}{2}$ 4, et libras $\frac{1}{3}$ 7, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 5; et uis facere ex eis monetam ad uncias $\frac{2}{3}$ 6, argentum addendo, conformare; uide cuprum, quod est in libra uniuscuiusque monete: in libra namque prime monete sunt uncie $\frac{1}{3}$ 8; secunde uero uncie $\frac{1}{2}$ 7, et tertie $\frac{3}{4}$ 6. Multiplica itaque libras $\frac{1}{2}$ 5 per uncias $\frac{1}{3}$ 8, erunt $\frac{5}{6}$ 45. Item multiplica libras $\frac{1}{3}$ 6 secunde monete per uncias $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{1}{2}$ 47. Item | multiplica libras $\frac{1}{3}$ 7 tertie monete per uncias $\frac{3}{4}$ 6, erunt uncie $\frac{1}{2}$ 49; et adde tres prescriptas multiplicationes insimul, erunt uncie $\frac{5}{6}$ 142; quas diuide per uncias cupri, que sunt in libris ipsius monete, quam uis facere, scilicet per $\frac{2}{3}$ 5, exibunt pro summa totius consolaminis libre $\frac{1\ 0\ 4}{2\ 9\ 9}$ 26. A quibus extractis libris $\frac{1}{2}$ 5, et $\frac{1}{3}$ 6, et $\frac{1}{2}$ 7, remanebunt pro argenti iunctione libre $\frac{5\ 2}{9\ 9}$ 7.

fol. 62 *recto*.

• Item habes .... $\frac{1}{2}$ 47 Item » (fol. 61 *verso*, *margine inferiore*; pag. 148, lin. 2-7).

Iunctio *argenti*			
$\frac{5\ 5}{9\ 9}$ 7	$\frac{1}{2}$ 49	$\frac{1}{2}$ 47	$\frac{5}{6}$ 45
l. consol.	*d.*	*d.*	*d.*
$\frac{1\ 0\ 4}{2\ 9\ 9}$	$\frac{1}{3}$ 7	$\frac{1}{3}$ 6	$\frac{1}{2}$ 5
	Unc.	*Unc.*	*Unc.*
$\frac{2}{3}$ 5	$\frac{3}{4}$ 6	$\frac{1}{2}$ 7	$\frac{1}{3}$ 8

Cognitio utrum argentum uel rame iungi debeat in quouis consolamine.

Item si trium uel plurium quantitates libre, uel uncie aliquarum monetarum, in consolamine proponantur, in quibus sunt maiores et minores ex ea moneta, quam uolueris facere; et utrum argentum, uel es addere debeas, scire uolueris, argenti uncias cunctarum monetarum accipe, et diuide eas per uncias argenti unius libre ipsius monete, quam uis consolare: et si summa, que exierit, maior libris omnium monetarum erit, cuprum oportet adiungi; et si minor erit, addendum est argentum; et si minor, nec maior fuerit, nec cuprum, nec argentum debet adiungi. Verbi gratia: habeo libras 7 monete ad uncias 2, et libras 8 ad uncias 3, et libras 10 ad uncias 6, et libras 13, que sunt ad uncias 9; et uolo ex eis facere monetam ad uncias 5. In istis namque quattuor monetis sunt uncie argenti 215; quas diuide per uncias 5, que sunt in libra ipsius monete, quam tu uolueris consolare, exibunt libre 43: iunge itaque libras 7 cum libris 8, et cum 10, et cum 13, erunt 38, que sunt minus de 43: quare in dicto consolamine addes cuprum; et si plus fuissent, addendum esset itaque argentum; et si 38 equarentur ad 43, tunc nec cuprum, nec argentum esset addendum, ut supra diximus.

• uolueris .... cum libris 8 » (fol. 62 *recto*, lin. 6 a 7-14; pag. 148, lin. 14-24).

l.	*l.*	*l.*	*l.*
13	10	8	7
Unc.	*Unc.*	*Unc.*	*Unc.*
Unc. 9	6	3	2
5			

Differentia quarta.

Si habueris monetam ad uncias 5, ex qua uolueris facere libras 30 monete ad uncias 2, cuprum uidelicet addendo; et uolueris scire quantum mittes de ipsa moneta, et quantum de cupro, Vides quantum argentum debet esse in illis libris 30 fiende monete, scilicet uncie 60: quia in unaquaque libra debent esse uncie 2 argenti, et bis triginta faciunt 60; que uncie 60 argenti sunt in libre (*sic*) 12 illius monete, quam habes ad uncias 5; quia diuisis 60 per 5, reddunt 12; et tot mittes ex dicta moneta. Residuum uero, quod est usque in libris 30, mittes de cupro, scilicet 18.

• et cum 10 .... reddunt » (fol. 62 *recto*, lin. 15-22, pag. 148, lin. 24-33).

60	
d.	
30	
Unc.	*Unc.*
2	5
l. eris	*l. mo.*
18	12

De eodem.

Et si habueris duas monetas maiores, ex ea quam facere uis, quarum una sit ad uncias 7, et alia ad uncias 6, ex quibus uis facere unam libram monete, in qua sint uncie 4 argenti; et uolueris scire quot uncias ex unaquaque miseris, nec non et eris adiunctionem. Hec autem et sequentium differentiarum consolamina tripliciter preponi possunt. Primus quidem est, ut mittatur equaliter ex unaquaque positarum monetarum. Secundus inequaliter. Tertius proportionaliter. Vnde si in prescripto consolamine equaliter mittere uis; ex unaquaque positarum monete addes uncias argenti, que sunt in utraque moneta, scilicet 7 cum 6, erunt 13; et multiplica argentum ipsius monete,

• 12 et tot .... Vnde si in » (fol. 62 *recto*, lin. 23-29, pag. 148, lin. 33-41).

48	*Unc.*	*Unc.*
Unc.		
12	$\frac{9}{13}$ 3	$\frac{9}{13}$ 3
Unc.	*Unc.*	*Unc.*
4	6	7
	iunctio eris	
	$\frac{3}{13}$ 4	

Digitized by Google

quam uis per uncias 12, scilicet per libram unam, quam uis consolare, erunt uncie 48; quas diuide per dicta 13, exibunt uncie $\frac{9}{13}$ 3; et tantum pones de unaquaque moneta. Residuum uero, quod est usque in unciis 12, scilicet in libra, mittes de rame, scilicet uncias $\frac{8}{13}$ 4.

« quod est .... unciam quam » (fol. 62 recto, lin. 34-39; pag. 149, lin. 3-11 e 12).

48	14	6
unc.	d.	d.
12	2	1
unc.	unc.	unc.
4	7	6
unc. eris	unc.	unc. M.
$\frac{4}{5}$ 7	$\frac{4}{5}$ 4	$\frac{2}{5}$ 2

De eodem mittendo inequaliter de unaquaque.

Nam si equaliter de unaquaque moneta in consolamine prescripto mittere uis, pone ut habeas ad libitum unam libram ex ipsa moneta, que est ad 6 uncias, et libras 2 ex alia, que est ad uncias 7; et describe in questione unum super 6, et 2 super 7, secundum modum secunde differentie; et multiplicabis 1 per 6, erunt 6; et 2 et 7, erunt 14; et pones 6 super 1, et 14 super 2; et adde ea insimul, erunt 20: deinde multiplica 4 per 12, scilicet uncias argenti, quas ponere uis in libra, per unciam quam | consolare uis, erunt 48; que per 1, quod positum est super 6, multiplica, erunt 48; que diuide per 20 suprascripta, exibunt uncie $\frac{2}{5}$ 2; et tot mittes de moneta, que est ad uncias 6. Item multiplica 48 per 2, que sunt super 7, et diuide per 20, exibunt uncie $\frac{4}{5}$ 4; et tot mittes ex ea, que est ad 7: quibus addes cum unciis $\frac{2}{5}$ 2 suprascriptis, erunt uncie $\frac{1}{5}$ 7; a quibus usque in unciis 12, scilicet in libram, quam uis consolare, sunt uncie $\frac{4}{5}$ 4, quas mittes. Et si suprascriptum consolamen proportionaliter facere uis, scilicet ut sicut quilibet datus numerus est ad alium datum numerum, ita hoc quod mittes ex una moneta sit ad hoc quod mittes ex alia: ut dicamus: sicut 3 est ad 4, ita hoc quod mittes ex moneta, que est ad 6, sit ad hoc quod mittes ex moneta, que est ad 7: et ponamus, quod uis inde consolare libras 23, ad uncias 5. Pone igitur 3 super 6, et 4 super 7, qui sunt numeri date proportionis; et multiplicabis 3 per 6, erunt 18; et 4 per 7, erunt 28; pones 18 super 3, et 28 super 4; et addes eos insimul, erunt 46: et multiplica 5 per 23, erunt 115; que multiplica per 3, que sunt super 6, et diuide per 46, exibunt libre $\frac{1}{2}$ 7 de moneta, que est ad 6: similiter multiplica 115 per 4, et diuides per 46, exibunt libre 10 de moneta, que est ad 7; quibus libris $\frac{1}{2}$ 7, et libris 10, scilicet libris $\frac{1}{2}$ 17 extractis de summa consolaminis, scilicet de libris 23, remanent libre $\frac{1}{2}$ 5 pro eris iunctione.

fol. 62 verso.

« de moneta .... modus est » (fol. 62 verso, lin. 11 e 12-24; pag. 149, lin. 25-42).

eris $\frac{2}{16}\frac{3}{8}$ 5	unc. $\frac{7}{12}$ 13	l. 10	unc. arg. 22
l. 1 $\frac{101}{163}$	unc. $\frac{1}{2}$ 3		
l. 1 $\frac{101}{163}$	unc. $\frac{1}{3}$ 4		
l. 1 $\frac{101}{163}$	unc. $\frac{3}{4}$ 5		

De tribus monetis cum mittatur equaliter de unaquaque.

Et si habueris tres monetas, quarum una sit ad uncias $\frac{1}{2}$ 3, alia ad uncias $\frac{1}{3}$ 4, alia ad uncias $\frac{3}{4}$ 5; et uolueris ex unaquaque equaliter mittere, et consolare libras 10 monetarum ad uncias $\frac{1}{5}$ 2, adde argentum, quod est in unaquaque moneta, erunt uncie $\frac{7}{12}$ 13; et multiplica argentum ipsius monete, quam uis facere, scilicet uncias $\frac{1}{5}$ 2 per libras 10, erunt 22; que diuide per $\frac{7}{12}$ 13, exibit $\frac{101}{163}$ 1; et tantum mittes de unaquaque moneta. Residuum uero, quod est usque in libris 10, mittes de cupro, quod est libre $\frac{7}{16}\frac{3}{8}$ 5.

De eodem cum mittatur inequaliter uel proportionaliter de unaquaque.

Nam si inequaliter, et proportionaliter ex unaquaque moneta mittere uis, ut dicamus: sicut est ad 3, ita hoc quod mittes ex moneta, que est ad $\frac{1}{2}$ 3, sit ad hoc, quod mittes de ea, que est ad uncias $\frac{1}{3}$ 4; et sicut 4 est ad 5, ita hoc, quod mittes ex eadem $\frac{1}{3}$ 4, sit ad hoc, quod mittes ex ea de $\frac{3}{4}$ 5. Inuenies quidem tres numeros, quorum primus ad secundum sit sicut 2 ad 3; Et secundus ad tertium sicut 4 ad 5; quorum inueniendi modus est, ut ponas in una linea 2, et 3: pone 4 super 3; et post 3 pone 5; et multiplica 4 per 2, que est ex aduerso, erunt 8 pro primo numero; Et 4 per

Digitized by Google

3, erunt 12 pro secundo; Et 3 per 5, que sunt ex aduerso, erunt 15 pro tertio numero. Vel aliter quia 2 de 3 erunt $\frac{2}{3}$, et 4 de 5 sunt $\frac{4}{5}$, uides in quali numero reperiuntur $\frac{4}{5}\frac{2}{3}$, scilicet in 15, que habeantur pro termino, quorum $\frac{4}{5}$, scilicet 12, habeantur pro secundo, quorum $\frac{2}{3}$, scilicet 8, habeantur pro primo. Sunt enim 8 ad 12, sicut 2 ad 3; et 12 ad 15, sicut 4 ad 5: deinde pones 8 super $\frac{1}{2}$ 3, et 12 super $\frac{1}{3}$ 4, et 15 super $\frac{3}{4}$ 5, ut in questione ostenditur: et uide si ruptus, qui est in unaquaque moneta, reperiatur in suo superposito numero. Nam $\frac{1}{2}$ reperitur in 8, et $\frac{1}{3}$ in 12; sed $\frac{1}{4}$ non reperitur in 15, neque alia pars ipsius. Vnde ut habeas sanius hoc quod uis, oportet, ut multiplicetur unusquisque superpositorum numerorum per 4, erunt 32, et 48, et 60; et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 3 per 32, erunt 112, que pone super 32. Et $\frac{1}{3}$ 4 per 48, erunt 208, que pone super 48; et $\frac{3}{4}$ 5 per 60, erunt 345; que pone super 60; et addes 112 cum 208, et cum 345, erunt 665. Et multiplica libras 10, quas uis consolare, per uncias $\frac{1}{5}$ 2, erunt 22; que multiplica per 32, et diuides per 665, exibunt libre $\frac{10\ \ 1}{57\ 19}$ 1 de moneta, que est ad $\frac{1}{2}$ 3. Item multiplicabis 22 per 48, et diuides per 665, exibit de moneta, que est ad $\frac{1}{3}$ 4, libra $\frac{11\ 11}{57\ 19}$ 1. Item multiplicabis eadem 22 per 60, et diuides per 665, exibunt de ea, que est ad $\frac{3}{4}$ 5, libre $\frac{5\ 15}{7\ 19}$ 1. Residuum uero mittes de cupro, quod est $\frac{0\ 0\ 7}{5\ 7\ 19}$ 5 de residuo reperire per modum inueniendi portionem lucri ultimi socii per inuentas | portiones reliquorum. Nam ex suprascriptis fractionibus uncias, et partes unciarum facere poteris secundum quod in negotiationibus demonstrauimus.

Differentia quinta.

Si autem monete minores proposueris, ut monete ad 4, et monete ad 3 argenti in libra; et uolueris ex ipsis monetis libram 1 ad uncias 7, argentum addendo, conformare; et quesieris uniuscuiusque, nec non et argenti addiscere quantitatem. In hoc autem consolamine, et in similibus operaberis cum cupro, quod est in positis monetis, sicut operatus es in precedenti differentia cum argento. Verbi gratia: adde insimul 8 uncias cupri, que sunt in unaquaque moneta. Nam in moneta, que est ad 4, sunt cupri uncie 8, que sunt ad 4 in 12; et in moneta, que est ad 3, sunt cupri unce 9, erunt 17. Et multiplica uncias cupri fiende monete, scilicet 5, per summam consolaminis, scilicet per uncias 12, erunt 60; que diuide per 17, exibunt uncie $\frac{9}{17}$ 3; et tot mittes de unaquaque moneta. Residuum quod est usque in 12 uncias, mittes de argento, quod est uncie $\frac{16}{17}$ 4.

Si autem de predicto consolamine libras 7 facere uolueris; rame quod est in libra monete quam uis facere, scilicet 5, multiplica 5 per libras 7, erunt libre 35; quas diuide per 17, exibunt libre $\frac{1}{17}$ 2; et tot mittes de unaquaque moneta. Residuum uero quod est usque in libris, pones de argento, quod est libre $\frac{13}{17}$ 2. Si probare uolueris omnia predicta, si bene recteque constiterint, uideas uncias de rame, uel de argento, que in quolibet dictorum consolaminum fuerint; et diuide eas per summam totius consolaminis: si enim ex diuisione uncie eris, uel argenti, que in libra illius consolaminis esse proponuntur, inueneris, recte processisse absque omni dubitatione cognoscas.

De eodem.

Item si proponatur moneta ad uncias $\frac{1}{2}$ 2, et moneta ad uncias $\frac{2}{3}$ 3, et moneta ad uncias $\frac{3}{4}$ 4, et moneta ad uncias $\frac{4}{5}$ 5; et uolueris ex eis libras 19 ad uncias $\frac{5}{6}$ 6, argentum addendo, consolare. Extrahe de unciis libras, scilicet de 12, uncias predictas argenti,

« Vel aliter .... in suo » (fol. 62 verso, lin. 27-30; pag. 150, lin. 2-7).

tert.	secund.	pr.
15	12	8
5	4	
	1	2

« superposito .... inuentas » (fol. 62 verso, lin. 31-39; pag. 150, lin. 7-18).

112	32	ß. 8	unc. 3	l. [illegible] 1	
208	48	ß. 13	unc. 4	l. [illegible] 1	
345	60	ß. 15	unc. 5	l. [illegible] 1	
		22	unc. 2	l. eris [illegible] 5	

fol. 63 recto.

« quod in .... fiende » (fol. 63 recto, lin. 2-8, pag. 150, lin. 19-28).

unc. eris	unc. eris	unc. eris
5	9	8
unc. arg.	unc. M.	unc. M.
$\frac{16}{17}$ 4	$\frac{9}{17}$ 3	$\frac{9}{17}$ 3

« facere .... de $\frac{811}{1877}$ » (fol. 63 recto, lin. 12-26, pag. 150, lin. 32 — pag. 151, lin. 9).

	unc. 9	l. m. [illegible] 3	
	unc. 8	l. m. $\frac{559}{1877}$ 3	
	unc. 7	l. m. $\frac{559}{1877}$ 3	
	unc. 6	l. m. [illegible] 3	
unc. 5 [illegible] 12	unc. 5	l. arg. $\frac{811}{1877}$ 0	

Digitized by Google

remanebunt pro cupro libre $\frac{1}{2}9$, et $\frac{1}{3}8$, et $\frac{1}{4}7$, et $\frac{1}{5}6$: quibus insimul iunctis, faciunt $\frac{17}{60}31$; in quibus diuide multiplicationem eris fiende monete in summa consolaminis, scilicet de $\frac{1}{5}6$ in 19, exibunt libre $\frac{2\ 5\ 9}{18\ 7\ 7}3$; et tot mittes de unaquaque moneta. Residuum uero, quod est usque in libris 19, mittes de argento, quod est, scilicet libre $\frac{8\ 4\ 1}{18\ 7\ 7}6$. Si autem scire uolueris de $\frac{2\ 5\ 9}{18\ 7\ 7}$, que partes sint unius libre. Multiplica 259 per 12, scilicet per uncias unius libre, erunt 3108; que diuide per $\frac{1}{18\ 7\ 7}$, exibunt uncie $\frac{1\ 2\ 3\ 1}{1\ 8\ 7\ 7}1$. Et si scire uolueris de $\frac{1\ 2\ 3\ 1}{1\ 8\ 7\ 7}$, que partes sint unius uncie, multiplica 1231 per 25, scilicet per summam ponderis denarii unius uncie, erunt 30775; que diuide per $\frac{1}{18\ 7\ 7}$, exibunt denarii $\frac{7\ 4\ 3}{18\ 7\ 7}16$. Illud enim idem, quod de $\frac{2\ 5\ 9}{18\ 7\ 7}$ fecisti, potes facere de $\frac{8\ 4\ 1}{18\ 7\ 7}$; sed hoc aliter expeditius fieri potest: multiplica 841 per 300, scilicet per summam ponderis denarii unius libre, erunt 252300; que diuide per 1877, exibunt denarii $\frac{7\ 8\ 2}{18\ 7\ 7}134$, que sunt uncie 5, et denarii $\frac{7\ 8\ 2}{18\ 7\ 7}9$. Potes enim de prescripto consolamine inequaliter etiam, et proportionaliter mittere ex prescriptis monetis, si feceris secundum quod in precedenti differentia fecimus.

« Potes enim .... unaquaque » (fol. 63 recto, lin. 29-39, pag. 151, lin. 12-26).

Differentia sexta XI^mi capituli.

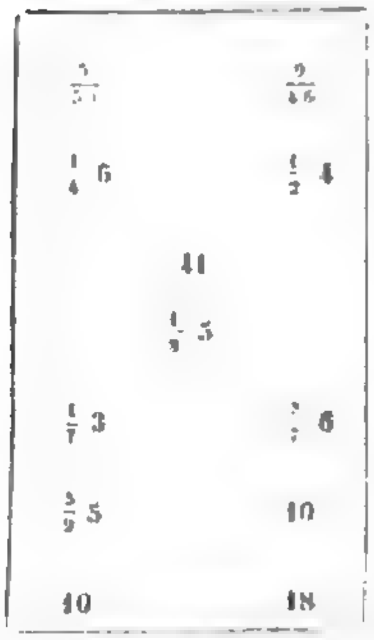
Si quis habuerit duas monetas, quarum una sit maior, et altera minor de moneta, quam facere uult, poterit illud facere sine eris, uel argenti adictione: si ex ipsis duabus monetis posuerit permutatim secundum numerum differentiarum, que sunt ad uncias argenti fiende monete in unceis argenti ipsarum duarum monetarum. Verbi gratia: habeat monetam ad uncias 2, et monetam ad uncias 9, de quibus uult facere monetam ad uncias 5. Pone itaque 2 et 9 in unam lineam, et sub ipsis inter utrumque 5 describe, ut in margine cernitur: deinde differentiam, que est ad 2 in 5, scilicet 3 super 9 pone; et econtra differentiam, que est ad 5 in 9, scilicet 4 super 2 mitte; et habebis propositum, hoc est quod de minori moneta mittes partes 4, et de maiori 3. Quia quantum habundat de argento in libris 3 maioris monete, tantum deficit ex ipso in libris 4 minoris. Verbi gratia: si habundant quidem in unaquaque | libra maioris monete uncie 4, scilicet differentia, que est ad 5 in 9; quare in libris 3 superhabundat de argento triplum de unceis 4, scilicet uncie 12; que 12 proueniunt ex 3 positis super 9 ductis in 4 positis super 2; Et in libra quidem minoris monete deficiunt uncie 3 argenti, scilicet differentia, que est ad 2 in 5: Quare in libris 4 minoris deficit de argento quadruplum unciarum trium, scilicet 12, que etiam proueniunt ex ductis 4, que sunt super 2 in 3, que sunt super 9. Ergo quotiens miseris libras 4 de minori moneta, totiens libras 3 de maiori mittes. Similiter quam partem, uel partes miseris ex libris 4 minoris monete, eandem partem, uel partes librarum trium mittes de maiori. Proportionaliter quidem est sicut 4 ad 3, ita id, quod mittitur ex minori moneta, erit ad id, quod erit mittendum de maiori. Vnde si ex ipso consolamine tantum uncias 12 consolare uolueris, addes insimul numeros proportionis, scilicet 4 cum 3, erunt 7; in quibus diuide multiplicationem de 4 in 12, et de 3 in 12, exibunt de minori moneta uncie $\frac{6}{7}6$, et de minori uncie $\frac{1}{7}5$. Rursus si de minori moneta habueris libras 10, multiplica eas per 3, que sunt supra 9, et diuide per 4, que sunt super 2, exibunt libre $\frac{1}{2}7$ de maiori moneta: uel si de maiori habueris libras 10, multiplica eas per 4 posita super 2, et diuide per 3 posita super 9, exibunt de minori moneta libre $\frac{1}{3}13$. Et si in consimili consolamine fractiones cum unceis fuerint, redîges omnia ad integra; et cum ipsis inte-

3		4
9		2
	5	
$\frac{1}{7}5$		$\frac{6}{7}6$
$\frac{1}{2}7$		10

fol. 63 verso.

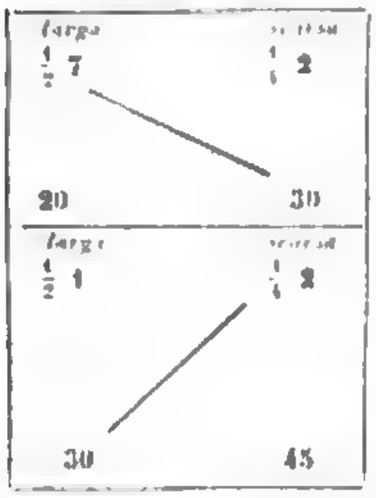
Digitized by Google

(36 de 41 .... [illegible] (fol. 63 verso, lin. 18-31, pag. 152, lin. 1-22).



gris hoc eodem ordine operare. Vt si habes monetam ad $\frac{1}{2}$ 4, et ad $\frac{1}{4}$ 6, de quibus uis facere monetam ad $\frac{1}{8}$ 5; multiplica hec omnia per 8, ut reintegrentur, et habebis monetam ad 36 et ad 50, de quibus uis facere monetam ad 41. Descripta quidem questione, ut cernitur, extrahe 36 de 41, remanent 5, que pone super 50; quia tot libre ponende sunt de maiori moneta. Eodemque Modo differentiam, que est ad 41 usque in 50, pone super 36, scilicet 9; quia tot libre mittende sunt de minori: quibus libris 9 additis cum libris 5 inuentis, reddunt libras 14 pro summa totius consolaminis. Cuius rei probatio est, ut multiplices 9 per $\frac{1}{2}$ 4, et 5 per $\frac{1}{4}$ 6; et habebis pro argento, quod est in ipsis libris 9, uncias $\frac{1}{2}$ 40; et pro eo, quod est in libris 5 maioris monete, habebis uncias $\frac{1}{4}$ 31: quibus unceis insimul additis, reddunt uncias $\frac{3}{4}$ 71 pro argento, quod est in illis libris 14: quare si diuidantur $\frac{3}{4}$ 71 per 14, exibunt uncie $\frac{1}{8}$ 5, ut opportet. Et si de consolamine uis facere libras 10 tantum, multiplicabis 10 per 9, et 10 per 5; et diuides ipsas multiplicationes per 14, et habebis de minori moneta libras $\frac{3}{7}$ 6, et de maiori, libras $\frac{4}{7}$ 3. Et si habueris de minori moneta libras 10, multiplica eas per 5, et diuide per 9, exibunt de maiori libra $\frac{5}{9}$ 5. Vel si habueris de maiori libras 10, multiplica eas per 9, et diuide per 5; quia est sicut 5 ad 9, ita 10 ad quesitam, exibunt libre 18, ut in questione ostenditur. Ex hac enim regula procedit quoddam documentum ualde et sepe utile monetariis in hunc modum. Moneta enim, quam faciunt, quandoque exit eis aliquantulum larga, quandoque aliquantulum scarsa, idest quod quandoque super habundat in ipsa aliquantulum argenti, quandoque deficit; quod accidit uel propter ignorantiam consolidandi, ut est pro nimia, uel pauca eris ebulitione. Vnde ante quam cugnentur, hoc est signentur, oportet ut date quantitati unius addatur tantum ex alia, ut redigantur ad debitum modum; et ex hoc talem proponimus questionem.

(Si queritur .... scarsatas (fol. 63 verso, lin. 33-39, pag. 152, lin. 22-31).



fol. 64 recto.

De equiparanda scharsa moneta cum larga.

Qvidam habet libras 30 monete, in cuius aliqua quantitate, ut dicamus in uncia 1, deficit argenti granum $\frac{1}{2}$ 1; et alius habet monetam, in cuius uncia superhabundant argenti grana $\frac{1}{4}$ 2; queritur quantum ex hac larga cum illis libris 30 de scarsa commisceri oporteat, ut redigantur ad debitum modum. Pone $\frac{1}{2}$ 1 super $\frac{1}{4}$ 2 in una linea, et super largitatem scribe scarsitatem, et econuerso: quia ideo scarsa est minor moneta, que ponitur in consolamine, et larga est maior. Vnde scarsitas, | scilicet $\frac{1}{4}$ 2, est differentia, que est a minori moneta usque in monetam, quam uult facere: que differentia ponenda est, ut superius ostendimus, super maiorem monetam; et largitas, scilicet $\frac{1}{2}$ 1, est differentia, que est a minori usque in monetam, quam uult facere; que differentia ponenda est super minorem monetam. Et tunc erit sicut $\frac{1}{2}$ 1 ad $\frac{1}{4}$ 2, ita quam uolueris quantitatem largioris monete ad quantitatem scarsioris, et econtra. Quare pones libras 30 sub $\frac{1}{4}$ 2, scilicet scarsitatem sub scarsitate, ut hic ostenditur; et multiplica 30 per $\frac{1}{2}$ 1, et diuides per $\frac{1}{4}$ 2, exibunt libre 20; et tantum commisceas de larga cum illis libris scarse. Si autem predicte libre 30 erunt de larga, pones ipsas sub $\frac{1}{2}$ 1, scilicet largitatem sub largitate; et multiplica 30 per $\frac{1}{4}$ 2, et diuides per $\frac{1}{2}$ 1, exibunt de scarsa libre 45.

De consolamine trium monetarum inter se.

Si autem tres monete proponantur, quarum due sint minores, et altera maior; uel

Digitized by Google

due sint maiores, et altera minor de moneta fienda, fac ex ipsis duabus monetis unam; et sic habebis duas monetas ad consolandum, quarum una erit maior, et altera minor de moneta fienda. Nam de duabus monetis fit una tribus modis: scilicet commiscendo eas equaliter, uel inequaliter, seu proportionaliter, secundum aliquam datam proportionem: que omnia, qualiter fiant, indicabimus in hoc consolamine, in quo proponitur quidam habere monetam ad uncias 3, aliam ad 4, aliam ad 6; ex quibus uult facere monetam ad 5. Describe itaque tres predictas monetas in una linea: deinde, ut ex duabus minoribus faciamus unam monetam, adde 3 cum 4, erunt 7; et tot uncie argenti sunt in libris 2 predicte commixtionis. Quare diuide 7 per 2, et habebis uncias $\frac{1}{2}$ 3 pro argento, quod est in libra illius commistionis. Quare dices: habeo monetam ad $\frac{1}{2}$ 3, et ad 6; et uolo facere monetam ad 5. Vel integris dicas: habeo monetam ad 7 et ad 12, ex quibus uolo facere monetam ad 10. Quare differentiam, que est ad 7 in 10, scilicet 3, mittes de maiori moneta; et differentiam, que est ad 10 in 12, scilicet 2, mittes de minoribus; que 2 diuide in duo equa, cum equaliter iunxisti eas ad faciendum ex eis unam monetam, exibit libra 1 super unamquamque ipsarum monetarum; et sic erunt in summa libre 5 consolare ex ipsis tribus monetis, in quibus sunt uncie 25 argenti, ut oportet. Et si ex ipsis duabus monetis unam facere uis, commiscendo eas inequaliter, uel secundum aliquam datam proportionem, ut dicamus: sicut 2 sunt ad 5, ita id quod mittitur de moneta, que est ad 3, sit ad illud, quod mittitur de moneta, que est ad 4. Commisceas itaque libras 2 de moneta, que est ad 3 cum libris 5 de moneta, que est ad 4, et uncias argenti, que sunt in ipsis, scilicet 26, diuide per summam ipsarum librarum, scilicet per 7, exibunt uncie $\frac{5}{7}$ 3; et tot argentum erit in libris illius commistionis. Quare dices: habeo monetam ad $\frac{5}{7}$3. et ad 6; et uolo facere monetam ad 5, hoc est: habeo monetam ad 26, et ad 42; et uolo facere monetam ad 35: pone itaque 9 super 6, scilicet differentiam, que est ad 26 in 35; et differentiam, que est ad 35 in 42, scilicet 7, diuide inter alias duas monetas, secundum proportionem librarum commixtarum ex ipsis, hoc est: ex ipsis 7 mittes partes 5 de moneta, que est ad 4; et partes 2 mittes de moneta, que est ad 3, hoc est $\frac{5}{7}$ ex predictis 7, scilicet libras 5 mittes de moneta, que est ad 4, et $\frac{2}{7}$ eorundem, scilicet libras 2, mittes de moneta, que est ad 3. Quare pones 5 super 4, et 2 super 3 in questione; et erunt in summa huius consolaminis libre 16 ex ipsis tribus monetis, in quibus sunt uncie argenti 80; ex quibus contingunt unicuique libre uncie 5, ut oportet. Et si ex hoc consolamine libras 20 facere uolueris, rediges hanc questionem ad modum societatis, in qua primus misit 2, secundus 5, tertius 9; et lucrati sunt libras 20. Multiplicabis ergo 20 per 2, et 20 per 5, et diuides unamquamque multiplicationem per 16; et sic inuenies te mittere debere de moneta, que est 3, libras $\frac{1}{2}$ 2, et libras $\frac{1}{4}$ 6 de moneta, que est ad 4. Residuum quod est usque in 20, scilicet libras $\frac{1}{4}$ 11, mittes de moneta, que est ad 6; que etiam habebis, si multiplicaueris 20 per 9, et diuiseris per 16. Et si habueris libras 10 de moneta, que est ad 3; et uis scire |, quot de reliquis monetis cum ipsis commiscere debeas, ut facias monetam ad 5, ut diximus; multiplicabis ipsa 10 per 5, que posita sunt super 4, et per 9, que posita sunt super 6; et diuides utramque multiplicationem per 2 posita super 3. Vel quia 10 sunt quincuplum de 2, accipe quincuplum de libris 5, et de 9, et habebis libras 25 de moneta, que est ad 4; et libras 45 de moneta, que est ad 6, ut in questione

« et altera ... – diuide » (fol. 64 recto, lin. 10-29; pag. 153, lin. 1-26)

3	1	1
6	4	3
	5	
12		7
	10	

9	5	2
6	4	3
42		26
	35	

fol. 64 verso

Digitized by Google

ostenditur. Est enim alius modus consolandi, quem in libro minoris guise docuimus, per quem sanius possumus habere summas quaslibet consolaminum in consolamine trium, uel plurium monetarum huius maneriei. Vt si de predicto consolamine uolueris facere libras 20, fac monetas ad 5 ex ea, que est ad 3; et ex ea, que est ad 6, exibunt libre 3, in quibus sunt libre 2 de moneta, que est ad 6; et libra 1 de moneta, que est ad 3. Item de moneta, que est ad 4, et de ea, que est ad 6, fac aliam consolationem ad 5; et erunt in summa libre 2, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 4; et libra 1 ex ea, que est ad 6: deinde ad faciendum libras 20, pones in eis primam consolationem semel, aut bis, aut pluries, donec ex ipsis 20 remaneat numerus, qui integraliter, si possibile fuerit, diuidatur per summam secunde consolationis; et quotiens 1 ex ipsa diuisione peruenerit, totiens mittes ipsam secundam consolationem; et habebis propositum. Verbi gratia: mittamus primam consolationem bis, in quibus erunt libre 2 ex moneta, que est ad 3; et libre 4 ex ea, que est ad 6; quibus extractis de 20, remanent 14; quibus diuisis per summam secunde consolationis, scilicet per 2, ueniunt 7. Quare mittes secundam consolationem septies, in quibus erunt libre 7 de moneta, que est ad 4; et libre 7 de moneta, que est ad 6; et sic de prescriptis libris 20 erunt libre 2 de moneta, que est ad 3; et libre 7 de moneta, que est ad 4; et libre 11 de moneta, que est ad 6; in quibus libris 20 sunt argenti uncie 100, ut oportet; et uocatur iste modus consolationum.

De consolamine trium monetarum cum minutis.

• fractiones .... remanent • (fol. 64 verso, lin. 21 e 22-39; pag. 134, lin. 21-41).

102	102	311
$\frac{1}{4}$ 7	$\frac{1}{4}$ 6	$\frac{1}{2}$ 2
	$\frac{1}{5}$ 4	
$\frac{4\ 57\ 4\ 11}{5\ 103\ 25\ 12}$ 9		$\frac{3\ 22\ 9\ 3}{5\ 103\ 25\ 12}$ 3
815		300
	504	

Qvidam habet monetam ad $\frac{1}{2}$ 2, et ad $\frac{1}{4}$ 6, et ad $\frac{1}{4}$ 7, de quibus uult facere monetam ad $\frac{1}{5}$ 4; multiplica primum prescriptos quattuor numeros per 60; cum in ipsis reperiantur prescripte fractiones, et habebis pro prima moneta 150; pro secunda 380; pro tertia 435; et pro moneta fienda 252: deinde adde duas minores monetas in unum, scilicet 380 et 435, erunt 815, que deberes diuidere per 2, ut in duabus monetis faceres unam: sed quia illa diuisio esset fracta, duplica numerum minoris monete, et numerum fiende, scilicet 150 et 252; et sic habebis monetam ad 300, et ad 815, de quibus uult facere monetam ad 504 per unitas differentias; et habebis de minori moneta partes 311, et de maioribus partes 204, scilicet partes 102 ex unaquaque; quas pone super ipsas monetas, ut in questione ostenditur. Et si de ipso consolamine libras 16, et uncias 5, et denarios 9 de cantera, hoc est libras $\frac{9\ 5}{25\ 12}$ 16, uis consolare, facies ut in societatibus docuimus, uidelicet addes 311 cum 102, et cum 102, erunt 515; et multiplica 16 per suam uirgam, erunt denarii ponderis 4934; que multiplicabis per 311, et per 102, et diuides ipsas multiplicationes per 515, et per $\frac{1\ \ 0}{25\ 12}$, exibunt de moneta, que est ad $\frac{1}{2}$ 2, libre $\frac{4\ 57\ 4\ 11}{5\ 103\ 25\ 12}$ 9; et de unaquaque reliquarum libre $\frac{3\ 22\ 9\ 3}{5\ 103\ 25\ 12}$ 3: possumus etiam per inuentionem portionis prime monete inuenire portionem reliquarum in hunc modum: extrahe 4, que sunt super 5 de 5, remanet 1; quod cum sit indiuisibile per 2, extrahe ipsa 4 de duplicato quinario, remanent 6; quorum dimidium, scilicet 3, pone super 5 alterius uirge, sub qua sint $\frac{}{5\ 103\ 25\ 12}$; et pro duplicato quinario serua 2; que adde cum 57, que sunt super 103, erunt 59; que extrahe de 103, remanent 44; quorum dimidium, scilicet 22, pone super 103, et serua 1; cum semel expleatur 103. Ex additis 59 cum 44, quod 1 adde cum 4, que sunt super 25, erunt denarii ponderis 5; quos extrahe de denariis, qui sunt in summa dicti consolaminis, remanent 4; quorum dimidium, scilicet 2, pone super 25; et extrahe 11, que sunt super 12 de 12, remanet 1; quod adde cum unceis 5, que sunt in summa consolaminis, erunt 6; quorum fol. 65 recto.

Digitized by Google

dimidium, scilicet 3, pone super 12, et serua 1; quod adde cum libris 9, que sunt extra uirgam, erunt 10; quas extrahe de libris 16, remanent libre 6; quorum dimidium, scilicet libras 3, pone ante uirgam, et habebis similiter $\frac{3\ 2\ 2\ 2\ 2}{5\ 10\ 3\ 23\ 12}3$. Et nota, quia cum ita fecimus, tunc accepimus dimidium differentie, que est a libris $\frac{4\ 57}{5\ 102}$—$\frac{4\ 11}{23\ 12}9$ usque in summa consolaminis, scilicet in libris $\frac{9\ 3}{23\ 12}$ 16: potes etiam secundum suprascriptum modum mittere de duabus maioribus monetis inequaliter, et proportionaliter in quacumque uolueris proportione.

De quattuor monetis per modum consolationum.

Item habeo monetam ad uncias 2, et ad 3, et ad 6, et ad 7, ex quibus uolo facere monetam ad 4: secundum quidem priorem modum fac de duabus minoribus monetis unam, et de duabus maioribus aliam, addendo eas equaliter, uel proportionaliter; et operare postea ordine suprascripto. Et si per modum consolationum facere uis, fac ex una de minoribus, et ex alia de maioribus unam consolationem, et de reliquis duabus fac aliam: faciamus ergo de ea, que est ad 2, et de ea, que est ad 7, unam consolationem; et erunt in summa ipsius libre 5, scilicet libre 3 de ea, que est ad 2; et libre 2 ex ea, que est ad 7. Similiter de reliquis fac consolationem aliam; et erunt in summa ipsius libre 3, scilicet libre 2 et ex ea, que est ad 3; et una ex ea, que est ad 6; et sic sunt consolate libre 8 ad uncias 4: quam summam si uis in aliam reducere, ut dicamus in 19, multiplica 19 per unumquemque de predictis numeris, et diuide unamquamque multiplicationem per 8, exibunt de moneta, que est ad 2, libre $\frac{1}{8}$ 7; et de ea, que est ad 3, libre $\frac{3}{4}$ 4; et de ea, que est ad 6, libre $\frac{3}{8}$ 2; et de ea, que est ad 7, libre $\frac{3}{4}$ 4. Sed si hoc sine fractione librarum habere uis, mittes primam consolationem bis, et secundam ter; et habebis de moneta, que est ad 2, libras 6; et de ea, que est ad 7, libras 4; et de ea, que est ad 3, libras 6; et de ea, que est ad 6, libras 3; et sic erunt consolate libre 19. Nam si tantum libras 12 consolare uis sine aliqua fractione; cum per has consolationes hoc non facere possis, muta consolationes; scilicet de moneta, que est ad 2, et de ea, que est ad 6, fac tertiam consolationem; et erunt in summa libre 2, scilicet libra 1 de qualibet ipsarum; et de reliquis duabus fac quartam; et erunt in summa ipsius libre 4, scilicet libre 3; et ex ea, que est ad 3; et libra 1 ex ea, que est ad 7: deinde in prescriptis libris 12 cadent semel prima consolatio, et secunda, et quarta; et sic erunt de moneta, que est ad 2, libre 3; et de ea, que est ad 3 libre 5; et de ea, que est ad 6 libra 1; et de ea, que est ad 7 libre 3; uel in ipsis libris 12 pones bis tertiam consolationem, et quartam; et sic erunt libre 16 de ea, que est ad 3, et libre 2 de unaquaque reliquarum; et sic per hunc modum possumus diuersas summas librarum integraliter consolare.

De quattuor monetis quando minores tres sunt, et altera maior de moneta fienda.

Et si ex quattuor monetis tres essent ab una parte consolaminis, scilicet quod sint maiores, uel minores de moneta fienda: ut si dicatur: habeo monetam ad uncias 3, et ad 4, et ad 5, et ad 7; ex quibus uolo facere monetam ad 6: si per modum consolationum procedere uis, fac ex unaquaque trium minorum monetarum cum maiore, scilicet cum ea, que est ad 7, unam consolationem; et erunt in summa prime consolationis libre 4, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 3; et libre 3 ex ea, que est ad 7. Item in summa secunde consolationis erunt libre 3, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 4; et libre 2 ex

« secundum .... de ea, que est » (fol. 65 recto, lin. 8-24; pag. 155, lin. 10-32).

prima	2		3
	7		2
		4	
secunda	1		2
	6		3
		4	
tertia	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
	6		2
		4	
quarta	1		3
	7		3
		4	

« ad 7 .... sunt in » (fol. 65 recto, lin. 25-39; pag. 155, lin. 32 — pag. 156, lin. 10).

			111
	7		543
	6		
prima	3		1
	7		3
		6	
secunda	2		1
	7		4
		6	
tertia	1		1
	7		5
		6	

Digitized by Google

ea, que est ad 7. Similiter in summa tertie consolationis erunt libre 2, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 5; et libra 1 ex ea, que est ad 7. Adde ergo has tres summas trium consolationum, erunt 9 in summa totius consolaminis; ex quibus libre 6 sunt de moneta, que est ad 7; et libra 1 est de unaquaque reliquarum trium monetarum. Et si de unaquaque minorum monetarum inequaliter mittere uis, mittes primam consolationem semel, et secundam bis, et tertiam ter; et habebis in summa prescripti consolaminis libram 1 de moneta, que est ad 3; et libras 2 de ea, que est ad 4; et libras 3 de ea, que est ad 5; et libras 10 ex ea, que est ad 7. Rursus si uis quod multiplicatio eius, quod miseris ex ea, que est ad 3, in unciis, quod miseris ex ea, que est ad 5, fiat equali multiplicationi eius, quod miseris ex ea, que est ad 4 in se; et sunt in | summa totius consolaminis libre 20: pones primam consolationem semel, et secundam bis, et tertiam quater; et habebis proportionem rei quesite; in cuius proportionis sunt libre 18; ex quibus libre 11 sunt ex ea, que est ad 7; et libre 4 ex ea, que est ad 5; et libre 2 ex ea, que est ad 4 in libra 1 ex ea, que est ad 3; et sunt libre predicte trium minorum monetarum in proportione continua; quia sicut 4 sunt ad 2, ita 2 ad 1; uel sicut 1 ad 2, ita 2 ad 4. Quare multiplicatio de 1 in 4 equatur multiplicationi de 2 in se. Vnde ut summa huius consolaminis redigatur in libris 20; in hac eadem proportione multiplica 20 ad modum societatum per 1, et per 2, et per 4, et per 11; et unamquamque multiplicationem diuide per 18, exibunt de moneta, que est ad 3, libre $\frac{1}{9}$ 1; de ea, que est ad 4, libre $\frac{2}{9}$ 2; et de ea, que est ad 5, libre $\frac{4}{9}$ 4; et de ea, que est ad 7, libre $\frac{2}{9}$ 12.

Fol. 63 verso.

De consolamine septem monetarum.

Et si in aliquo consolamine ponantur septem monete, quarum tres sint minores, et quattuor maiores de moneta fienda; ut moneta ad 1, et ad 2, et ad 3; et moneta ad 5, et ad 6, et ad 7, et ad 8; et uis ex ipsis facere monetam ad 4; et cupis per modum consolationum procedere, facies ex eis quattuor consolationes. Cum monete, que plures sunt ab una parte, sint quattuor; tres enim ex ipsis consolationibus facies ad libitum ex tribus maioribus, et ex tribus minoribus; quartam uero facies ex maiori moneta superhabundante cum una de minoribus qualem uolueris; et summas quattuor consolationum in unum redige, et habebis summam totius consolaminis : deinde poteris procedere secundum quod dictum est superius in his, que proponi possunt in consolamine monetarum. Sed ut modus primus melius intelligatur, qualiter secundum ipsum operari debeas, indicabo. Accipe quidem libram 1 ex unaquaque minorum monetarum, et commisce eas insimul, erunt libre 3; de quibus fac monetam unam, scilicet diuide unceas argenti, que sunt in ipsis per 3, ueniet moneta ad uncias 2: serua ea, et fac ex quattuor monetis maioribus monetam aliam, commiscendo eas equaliter, sicuti fecisti minores, exibit moneta ad uncias $\frac{1}{2}$ 6, que proueniunt ex summa de 5, et 6, et 7, et 8 diuisa per 4, scilicet per numerum multitudinis maiorum monetarum. Ergo dicas: habeo monetam ad 2, et ad $\frac{1}{2}$ 6; et uolo facere monetam ad 4, hoc est habeo monetam ad 4, et ad 13; et uolo facere ad 8: extrahe quidem 4 de 8, remanent 4; et tot mittes de maioribus monetis: extrahe 8 de 13, remanent 5; et tot mittes de minoribus, scilicet tertiam partem earum de unaquaque. Sed quia 5 non diuiduntur integraliter per 3, mittes libras 5 ex unaquaque minorum monetarum, scilicet triplum tertie partis de 5; et triplicabis 4, que

« maiori ..., unaquaque » (fol. 63 verso, lin. 14-27; pag. 156, lin. 28 — pag. 157, lin. 2).

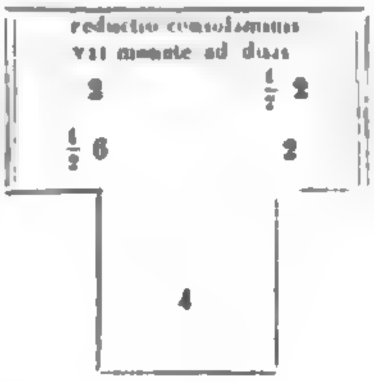
8765		321
	4	
8765		321
	4	
4		5
13		4
	8	

debebant mitti ex maioribus, erunt 12; quorum quartam partem, scilicet 3 mittes de unaquaque maiorum monetarum, ut in questione ostenditur; et erunt in summa dicti consolaminis libre 27. Si uero ex eis libris aliquantas monetas consolare uolueris, facies ut superius in ceteris secundum regulam, quam in societate ostendimus.

Aliter cum ponatur inequaliter uel proportionaliter de monetis.

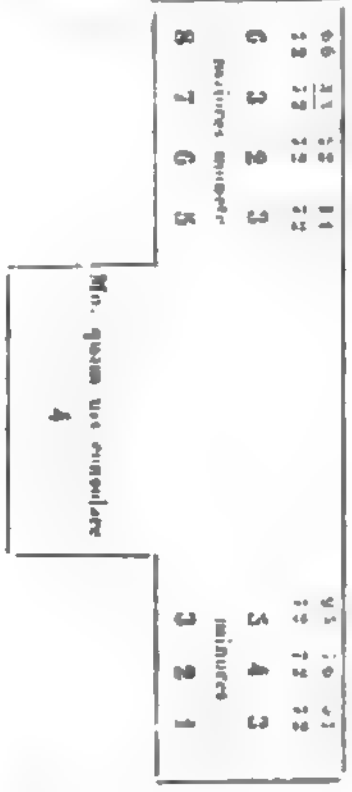
Item si predictarum monetarum consolamen aliter facere uolueris, ut de nulla ipsarum aliqua ponatur equalitas, sic facies: scribe questionem, ut hic ostenditur. Post hoc scribe super unamquamque monetam numeros ad libitum quales uolueris inequales; tamen tales numeros supra minores monetas adscribas, ut cum insimul iuncti fuerint, reddant aliquem sanum, et compositum numerum, ut per eum id, quod partiri debueris, leuius diuidas. Pone igitur super eas 12 in tres inequales partes diuisas, ut pote in 3, et 4, et 5, ut superius in questione posita cernis; quia duodenarius numerus 12 in monetarum consolamine necessarius, atque integer reperitur propter libram, que est uncie 12. Vnde cum aliquis librarum numeris in 12 diuiditur; que super 12 remanserint, erunt uncie. Illud uero idem, quod de minoribus monetis docuimus, fac de maioribus. Pones etiam super prefatas IIII.^or maiores monetas 12 in quattuor | inequales partes diuisa, scilicet in 1, et 2, et 3, et 6, ut super ea in questione posita sunt. Post hec multiplica numerum super minorem monetam positum per ipsam minorem monetam, scilicet 3 per 1, erunt 3, que serua. Item multiplica sequentem positum numerum per sequentem monetam, scilicet 4 per 2, erunt 8, que serua. Item multiplica tertium positum numerum per tertiam minorem monetam, scilicet 5 per 3, erunt 15; que adde cum 8, et cum 3 superius seruatis, erunt uncie argenti 26. Adde itaque tres super positos numeros, uidelicet 3, et 4, et 5, erunt 12; in quibus diuide 26, exibunt uncie $\frac{1}{6}$ 2, quas habebis ab una parte consolaminis. Item positum numerum super minorem numerum maiorum monetarum multiplica per ipsam monetam, scilicet 1 per 5, erunt 5, que serua. Item multiplica sequentem positum numerum per sequentem monetam, scilicet 2 per 6, erunt 12, que serua. Item multiplica 3 per 7, erunt 21, que serua. Item multiplica posteriorem positum numerum, scilicet 6, per posteriorem maiorem monetam, scilicet per 8, erunt 48; que adde cum 5, et cum 12, et cum 21, erunt 86; que diuide per iunctionem super positorum numerorum, qui sunt super maiores monetas, scilicet per 12, exibunt uncie $\frac{1}{6}$ 7, quas habebis ab alia parte consolaminis. Post hec redige dictarum omnium 7 monetarum consolamen. Ad consolamen duarum monetarum, uidelicet ut si dicas: habeo monetam ad uncias $\frac{1}{6}$ 2, et monetam ad unceas $\frac{1}{6}$ 7; et uolo inde facere monetam ad uncias 4 a minori: itaque moneta usque in monetam, quam uis facere, scilicet a $\frac{1}{6}$ 2 usque in 4 desunt $\frac{5}{6}$ 1; et tantum mittes de maioribus monetis inequaliter, secundum proportionem numerorum positorum super ipsas; scilicet de moneta, que est ad 5, mittes unam partem ex ipsis $\frac{5}{6}$ 1; et de ea que est ad 6, mittes duas partes. Et de ea, que est ad 7, mittes tres partes; et de ea, que est ad 8, mittes sex partes: ergo addes ad modum societatum 1, et 2, et 3, et 6, erunt 12. Et multiplicabis $\frac{5}{6}$ 1 per 1, et diuides per 12, exibunt $\frac{11}{72}$; quas pone super ipsam monetam, que est ad uncias 5; quia talis portio de ipsa moneta erit ponenda in consolamine. Similiter multiplicabis singulariter 2, et 3, et 6 per $\frac{5}{6}$ 1; et diuides singulariter per 12, exibunt $\frac{22}{72}$, et $\frac{33}{72}$, et $\frac{66}{72}$; quas pone per ordinem super reliquas tres monetas, ut superius in que-

« numeros .... in questione » (fol. 65 verso, lin. 33-39; pag. 157, lin. 8-16).

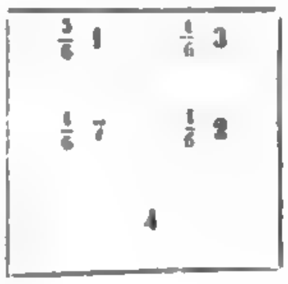


fol. 66 recto.

« in equales .... erunt 12 » (fol. 66 recto, lin. 1-18; pag. 157, lin. 16-29).



« singulariter .... moneta » (fol. 66 recto, lin. 20 e 21 27 e 28, pag. 157, lin. 42 — pag. 158, lin. 6).



Digitized by Google

stione ostenditur. Rursum accipe differentiam, que est ad 4, usque in $\frac{1}{6}$ 7, que est $\frac{1}{6}$ 3; et habeat eam proportionem, que ponenda erit de tribus minoribus monetis in prescripto consolamine; et diuides ipsa $\frac{1}{6}$ 3 in XII.^{am} partes, dando tres partes minori monete, et IIII.^{or} partes alie, et V partes tertie: et ut hoc facias, multiplica 3, que posita sunt super minorem monetam, per $\frac{1}{6}$ 3; et diuide per 12, exibunt $\frac{57}{72}$, quas pone super minorem monetam; quia talis portio erit ponenda in consolamine de ipsa minori moneta. Similiter multiplica 4, que posita sunt super monetam, que est ad uncias 2, per $\frac{1}{6}$ 3; et diuide per 12, exibunt $\frac{76}{72}$, quas pone super ipsam monetam. Iterum multiplica 5, que posita sunt super monetam, que est ad 3, per $\frac{1}{6}$ 3, exibunt $\frac{95}{72}$, quas pone super ipsam monetam, ut in questione ostenditur superius.

Et nota: quia ideo fecimus septuagesimas secundas de .VII. portionibus, que ponende sunt ex predictis 7 monetis; ut cum ipse portiones sint ex eisdem ruptis, scilicet ex septuagesimis secundis, possunt esse integre libre in eisdem numeris, hoc est quod de minori moneta mittes libras 57; cum de ea mittere debeamus $\frac{57}{72}$: et eadem ratione de moneta, que est ad uncias 2, mittes libras 76; et de ea, que est ad uncias 3, mittes libras 95; et de moneta, que est ad uncias 5, mittes libras 11; et de ea, que est ad uncias 6, mittes libras 22; et de ea, que est ad uncias 7, mittes libras 33; et de maiori moneta mittas libras 66; et sic habebis propositum. Nam si de prenominato consolamine tantum libras 30 consolare uolueris, adde prescriptas libras, quas de prescriptis monetis mittere debes, scilicet 57, et 76, et 95, et 11, et 22, et 33, et 66, erunt libre 360; in quibus diuide multiplica|tionem de 30, quas consolare affectas in prenominatis libris 57, et in 76, et in 95, et in 11, et in 22, et in 33, et in 66; et inuenies, quod de minori moneta mittes libras 4, et uncias 9; et de ipsa, que est ad uncias duas, mittes libras 6, et uncias 4; et de ipsa, que est ad uncias 3, mittes libras 7, et uncias 11; et de moneta, que est ad uncias 5, mittes uncias 11; et de moneta, que est ad uncias 6, mittes libram 1, et uncias 10; et ex ea, que est ad 7, libras 2, et uncias 9; et ex ea, que est ad 8, libras 5, et uncias 6.

(c. 66 verso.)

Quidam habuit monetas ducentas quadraginta, quarum prima erat ad $\frac{1}{20}$ unius uncie argenti in libra; secunda ad $\frac{2}{20}$, scilicet ad $\frac{1}{10}$; tertia ad $\frac{3}{20}$; Quarta ad $\frac{4}{20}$, scilicet ad $\frac{1}{5}$; et sic in reliquis per ordinem semper erat $\frac{1}{20}$ plus, usque quod ultima moneta erat ad $\frac{240}{20}$, scilicet uncie 12 argenti; hoc est quod tota ipsa moneta erat argenti; ex quibus uoluit facere monetam ad uncias $\frac{1}{2}$ 2: queritur, quantum mittet ex unaquaque moneta: quamuis superius dictum sit, quod minores monete in unam partem poni debeant, et maiores in aliam; tamen qualiter aliter quandoque fieri doceat, indicabimus: quia in hoc consolamine multe monete posite sunt, summatur ex eis ad libitum per ordinem a minori, usque quod ex summa earum egrediatur moneta, que non sit minor de unciis $\frac{1}{2}$ 2. Summanturque octuaginta monete ex eis, in ultima quarum sunt $\frac{80}{20}$ unius uncie argenti; et colligatur argentum, quod est in illis 80 monetis per ordinem, scilicet iungemus uigesima 1 prime monete, et uigesimas 2 secunde, et 3 tertie, et 4, et 5; et deinceps per ordinem usque in 80: quarum uigesimarum summa reperitur ex multiplicatione de 40 in 81, ut in prima parte duodecimi capituli demonstrabitur: multiplicatio enim de uigesimis 40 in 81, scilicet de unciis 2 in 81, faciunt uncie 162; et tantum argentum est in ipsis libris 80: quare diuisis unciis 162 in monetis 80, ueniunt

Digitized by Google

uncie $\frac{1}{40}$ 2 argenti per unamquamque libram ipsarum 80 monetarum: quas uncias $\frac{1}{40}$ 2 pone ab una parte consolaminis; et uideas quantum argentum est in reliquis centum sexaginta monetis: quod uides cum multiplicaueris 1 plus de uigesimis 240, scilicet 241 per medietatem de 240, scilicet per 120; et ex multiplicatione extrahes uncias 162 inuentas, que sunt in monetis 80 minoribus: multiplicatio de uigesimis 120, scilicet de unciis 6 in 241, faciunt uncias 1446; et tot uncie argenti sunt in moneta 240 positis: ex quibus unciis extrahe 162, remanent uncie 1284; et tantum argentum est in libris 160 maioribus: quare diuisis 1284 per 160, reddunt uncias $\frac{1}{40}$ 8; et tantum argentum uenit in libra uniuscuiusque maiorum monetarum. Quare pones $\frac{1}{40}$ 8 ab alia parte consolaminis; et $\frac{1}{2}$ 2 pones inter $\frac{1}{40}$ 2, et $\frac{1}{40}$ 8, ut in margine ostenditur. Et pone super $\frac{1}{40}$ 8 differentiam, que est a $\frac{1}{40}$ 2, usque in $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{19}{40}$. Et super $\frac{1}{40}$ 2 pone differentiam, que est ab $\frac{1}{40}$ 8 in $\frac{1}{2}$ 2, scilicet $\frac{21}{40}$ 5; que cum sint quadragesime 221, pone 221 super $\frac{1}{40}$ 2: ergo de minoribus monetis mittes 221, hoc est $\frac{221}{80}$ ex unaquaque, cum ipse monete sint 80; et de maioribus monetis mittes 19, hoc est $\frac{19}{160}$ ex unaquaque, cum ipse monete sint 160: deinde ut habeas hoc, quod de unaquaque mitti debet, in integrum redige $\frac{221}{80}$, et $\frac{19}{160}$ in eisdem partibus: dupplicatis quidem 221, faciunt 442; quibus positis super dupplicata 80, faciunt $\frac{442}{160}$: ergo de unaquaque minorum monetarum mittes 442; et de unaquaque minorum mittes 19.

« differentiam .... ergo » (fol. 66 verso, lin. 29-33; pag. 159, lin. 10-17)

19	221
$\frac{1}{40}$ 8	$\frac{1}{40}$ 2
$\frac{1}{2}$ 2	

« ex quibus .... demonstratum est » (fol. 66 verso, lin. 36-39; pag. 159, lin. 20-25)

6	11
b.	b.
67	50
b. 56	

Incipit differentia septima de regulis a consolamine pertinentibus.

Qvidam minuit petia duo auri, quarum pondus erat libra una; ex quibus uendit unum petium ad rationem libre de bizantiis 67; aliud uero ad rationem de bizantiis 50: habuit autem ipsam ex utroque petio bizantios 56; queritur, quantum fuit pondus uniuscuiusque petii. Cuius regula ad monetarum doctrinam redigimus. Vt si diceretur: habeo monetam ad uncias 67, et ad 50; et uolo ex eis libris monete ad 56; in qua regula sic fieri demonstratum est: | uidelicet ut differentia, que est a 50 usque in 56, hoc est 6, ponatur super 67; et differentia, que est a 56 usque in 67, scilicet 11, ponatur super 50; et addantur 6 cum 11, erunt 17; et multiplicentur 6, et 11 per 12, scilicet per quantitatem uncearum utriusque petii; et diuidantur utreque multiplicationes per 17, exibunt pro quantitate ponderis carioris petii uncie $\frac{4}{17}$ 4; et pro quantitate uilioris petii uncie $\frac{12}{17}$ 7.

fol. 67 recto.

« quantitate .... 67 et ad » (fol. 67 recto, lin. 4-8; pag. 159, lin. 29-36).

Item de homine qui inuenerunt (sic) *duo petia auri.*

Si autem diceretur, quod illa duo petia ponderarent uncias 11; et uenderentur similiter pro bizantiis 56, sic erit faciendum: uidelicet, ut dicatur: cum 11 uncie ualeant bizantios 56; quantum ualent ergo uncie 12, scilicet libra: multiplicentur 12 per 56, erunt 672; que diuidantur per 11, exibunt bizantii $\frac{1}{11}$ 61. Modo dicatur. Habeo monetam ad uncias 67, et ad 50; et uis facere monetam ad $\frac{1}{11}$ 61; et operetur postea secundum dictam doctrinam.

$\frac{1}{11}$ 11	$\frac{10}{11}$ 5
b.	b.
67	50
$\frac{1}{11}$ 61	

« per 13 exibunt .... 50 et 67 » (fol. 67 recto, lin. 11-15; pag. 159, lin. 39-44).

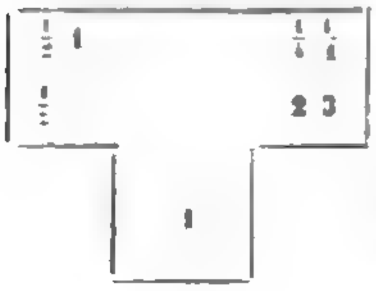
Item si petia illa ponderarent uncias 13; multiplicentur similiter 12 per 56, et diuidantur per 13, exibunt $\frac{9}{13}$ 51; et dicetur tunc: habeo monetam ad 50, et ad 67; et uolo facere monetam ad uncias $\frac{9}{13}$ 51; et sic de tribus, uel pluribus petiis facere potes. Tamen semper prouideas, ut pretium omnium petiorum redigatur ad eiusdem uenditionis quantitatem, sicuti in precedentibus petiis fecimus. Videlicet cum posuimus, quod illa duo petia essent uncie 11, uel 13; et redigamus eam ad quantitatem pretii unius libre; quia de libra dictum fuit, quod ualebat bizantios 50 et 67.

$\frac{9}{13}$ 1	$\frac{4}{13}$ 15
b.	b.
67	50
$\frac{9}{13}$ 51	

Digitized by Google

De homine qui emit libras 7 trium carnium per denarios 7.

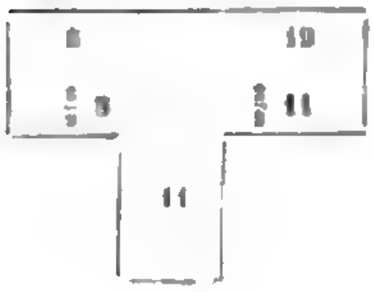
« 7 queritur .... $\frac{7}{8}$ unius » (fol. 67 recto, lin. 18-24, pag. 160, lin. 3 e 4-12).



Qvidam emit libram carnis porcine pro denariis 3, et uaccine pro denariis 2; yrcine uero pro denario $\frac{1}{2}$; et ex illis tribus carnibus habuit libras 7 pro denariis 7; queritur, quantum de unaquaque habuit: cum pro denariis 7 habuit libras 7 carnium; ergo libra ualuit denarium 1: ergo habeo monetam ad 3, et ad 2, et ad $\frac{1}{2}$; et uolo facere monetam ad 1: quod fiat secundum supradictam doctrinam, uidelicet ut addas 2 cum 3, erunt 5: pone differentiam, que est ab uno usque in dimidium de ipsis 5 super $\frac{1}{2}$; et differentiam, que est a $\frac{1}{2}$ usque in 1, scilicet $\frac{1}{2}$, diuide per 2, exibunt $\frac{1}{4}$, quam pone super 2; et aliam $\frac{1}{4}$ pone super 3, et adde ipsas duas quartas cum $\frac{1}{2}$ 1 suprascripta, erunt 2: et multiplica 7 per $\frac{1}{2}$ 1, erunt $\frac{1}{2}$ 10; que diuide per 2, exibunt $\frac{1}{4}$ 5; et tot libras emit de yrcina carne. Item $\frac{1}{4}$, que est posita super 2; uel ipsa, que posita est super 3, multiplica per 7, et diuide per 2, exibunt $\frac{7}{8}$ unius libre; et tot emit ex unaquaque reliquarum carnium. Nam si inequaliter de unaquaque carne in prescripta compera habere uolueris, pone ut emeret ad libitum de porcina carne libram 1 pro denariis 3, remanent libre 6 de reliquis duabus carnibus pro denariis 4; quarum unaqueque ualet $\frac{2}{3}$ unius denarii. Quare dicas: habeo monetam ad 2 et ad $\frac{1}{2}$; et uolo facere libras 6 monete ad $\frac{2}{3}$: quam si per premissum magisterium facere scieris, inuenies, quod de bouina carne emit $\frac{2}{3}$ unius libre pro denariis $\frac{1}{3}$ 1; et de yrcina libras $\frac{1}{3}$ 5 pro denariis $\frac{2}{3}$ 2; et sic habet libras 7 carnium pro denariis 7, ut quesitum est.

De muliere mercatrice que emit mala et pira.

« denario 1 .... adiunctionem » (fol. 67 recto, lin. 32-37; pag. 160, lin. 22-28).

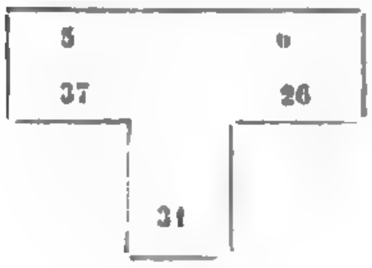


Item mulier mercatris emit mala 7 pro denario 1; et uendidit 6 pro denario 1; et emit pira 8 pro denario 1; et uendidit 9, et inuestiuit denarios 10; et lucrata fuit denarium 1; queritur quot inuestiuit in malis, et quot in piris: sic faciendum est, ut ponatur, ut illa inuestiret in malis illos denarios 10, scilicet ut multiplica 7 per 10, erunt mala 70; quos cum uenderet sex pro 1 denario, diuide ea per 6, exibunt denarii $\frac{2}{3}$ 11: similiter facies de piris, quod pones ut inuestiret in eis denarios 10; et uidebis quot inde habueris de pira: multiplicabis igitur 8 per 10, et diuide per 9, exibunt denarii $\frac{8}{9}$ 8; et dicas: habeo monetam ad $\frac{2}{3}$ 11, et ad $\frac{8}{9}$ 8; et uolueris facere ad 11, hoc est adiunctionem lucri, et capitalis, pone super $\frac{2}{3}$ 11, secundum suprascriptam doctrinam, differentiam, que est a $\frac{8}{9}$ 8 in 11, scilicet nonas 19. Et econtra pone super $\frac{8}{9}$ 8 differentiam, que est inter 11, et in $\frac{2}{3}$ 11, scilicet $\frac{2}{3}$ | 6, et adde 6 cum 19, erunt 25; et multiplica 10 per 19, et diuide per 25, exibunt denarii $\frac{3}{5}$ 7; et tot inuestiuit in piris.

fol. 67 verso.

De laboratore laborante in quodam opere.

« erat .... doctrinam » (fol. 67 verso, lin. 4-9; pag. 160, lin. 35-42).



Qvidam erat recepturus in mense causa sui laboris bizantios 7; et si aliquo tempore a labore cessaret, erat redditurus ad rationem mensis bizantios 4: stetit per mensem, ex quo quandoque laborauit, quandoque non; sic quod habuit de eo, quod laborauit, bizantium 1, discomputato eo, quod non laborauit. Queritur quantum laborauit, et quantum non ex ipso mense: sic facies. Addes dies mensis, qui sunt 30, cum bizantiis 7, quos lucrabatur, erunt 37; et de ipsis 30 tolle 4, quos erat redditurus, si non laboraret, remanent 26. Item cum 30 adde lucrum quod fecit, scilicet 1, erunt 31; et dicas: habeo monetam ad 26 et ad 37; et uolo facere ex eis libras 30, scilicet pro diebus mensis, qui sunt 30 ad 31: quod faciendum est per supradictam doctrinam, uidelicet ut differentia, que est a 37 usque in 31, scilicet 6, pones super 26; et differentia, que est a

Digitized by Google

26 usque in 31, scilicet 5, ponas super 37: ergo euidenter apparet, quod quinque partes illius mensis laborauit, et sex partes a labore cessauit. Vnde diuidendi sunt dies mensis, scilicet 30, in his partibus secundum modum societatum, hoc est ut addes 5 cum 6, erunt 11; in quibus diuides multiplicationem de 5 in 30, exibunt dies $\frac{7}{11}$ 13; et tot diebus laborauit homo ille: similiter multiplicabis 6 per 30, et diuides per 11, exibunt dies $\frac{4}{11}$ 16, in quibus non laborauit memoratus homo.

Diuisi 20 in duas partes, et accepi $\frac{1}{3}$ unius, et $\frac{1}{8}$ alterius, et addidi super 20; et de concreta summa extraxi quinta, et remanserunt 20; quia de quacumque summa extrahitur $\frac{1}{5}$ eius, remanent $\frac{4}{5}$ eiusdem: ergo $\frac{4}{5}$ concrete summe sunt 20: et quia $\frac{1}{5}$ cuiusuis summe est quarta de $\frac{4}{5}$ eiusdem; ergo $\frac{1}{5}$ concrete summe est $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$: que $\frac{1}{4}$ fuit $\frac{1}{3}$ prime partis, et $\frac{1}{8}$ secunde: hoc itaque intellecto, pone 20 esse diuisa in 20 et in 0; quare si acceperis $\frac{1}{3}$ prime partis, et $\frac{1}{8}$ secunde, ueniet utique $\frac{1}{3}$ de 20 tantummodo. Rursus si acceperis $\frac{1}{8}$ secunde partis, scilicet de 0, et $\frac{1}{8}$ prime, ueniet $\frac{1}{8}$ de 20: sed cum acceperis $\frac{1}{3}$ unius ex quesitis duabus partibus, et $\frac{1}{8}$ alterius, prouenit $\frac{1}{4}$ de 20: ergo habeo monetam ad $\frac{1}{3}$ de 20, et ad $\frac{1}{8}$ de 20; et uolo facere monetam ad $\frac{1}{4}$ de 20; que cum sint partes unius, et eiusdem numeri, scilicet de 20, indifferenter possumus dicere: habeo monetam ad $\frac{1}{3}$, et ad $\frac{1}{8}$; et uolo facere monetam ad $\frac{1}{4}$, hoc est: habeo monetam ad 8, et ad 3; et uolo facere libras 20 ad 6 per mutata differentias (*sic*); et inuenies primam partem esse $\frac{3}{5}$ de 20, scilicet 12; secundam $\frac{2}{5}$, scilicet 8. Et si proponatur remanere 19; cum de concreta summa extrahitur $\frac{1}{5}$, adde super 19 quartam eorum, erunt $\frac{3}{4}$ 23, que sunt summa concreta: de quibus extrahe 20, remanent $\frac{3}{4}$ 3; que denomina a 20, scilicet diuide ea per 20, exibunt $\frac{3}{16}$; et sic habes monetam ad $\frac{1}{3}$, et ad $\frac{1}{8}$; et uis facere libras 20 ad $\frac{3}{16}$, hoc est: habeo monetam ad 16, et ad 6; et uolo facere libras 20 ad 9: permutatis quidem differentiis, inuenies primam partem esse $\frac{3}{10}$ de 20, scilicet 6; secundam $\frac{7}{10}$, scilicet 14.

« concrete .... dicere » (fol. 67 *verso*, lin. 16-23; pag. 161, lin. 9-17).

7		3
6		9
	9	

« habeo .... scilicet 14 » (fol. 67 *verso*, lin. 24-30; pag. 161, lin. 17-23).

[illegible]		3
3		8
	[illegible]	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{5}$	

Item diuisi 20 in tres partes, et super ea addidi $\frac{1}{3}$ prime partis, et $\frac{1}{7}$ secunde, et $\frac{1}{8}$ tertie; et de concreta summa extraxi sextam eius, et remanserunt 20: supradictis itaque demonstrationibus inuenitur, quod $\frac{1}{6}$ concrete summe est $\frac{1}{5}$ de $\frac{5}{6}$ eiusdem, scilicet de 20: ergo habeo monetam ad $\frac{1}{3}$, et ad $\frac{1}{7}$, et ad $\frac{1}{8}$; et uis facere monetam ad $\frac{1}{5}$: posita questione, poteris per predictam doctrinam inuenire prescriptas partes; et erit secunda pars cum tertia in quacumque uolueris proportione.

De homine qui emit modia 90 quinque bladarum.

Qvidam emit constantinopolim modia 90 inter frumentum, et milium, et fabas, et ordeum, et lenticulas pro bizantiis $\frac{1}{4}$ 21. Ea uidelicet ratione, quod modia centum frumenti uendebantur pro bizantiis 29; ordei uero pro bizantiis 25; Milii autem pro bizantiis 22; fabarum namque bizantiis 18. Et lenticulas bizantiis 16. Queritur quantum emit de unaquaque blada; sic facies. Vide quantum ualeant modia 100 commixtarum | bladarum cum modiis 90 ex eis: ualeant bizantios $\frac{1}{4}$ 21. Vt hoc scias; multiplica modia 100 per bizantios $\frac{1}{4}$ 21, et diuide per 90, exibunt bizantii $\frac{11}{18}$ 23 pro pretio centum modiorum. Vnde ut redigatur hec questio ad monetarum consolamen, dicendum est: habeo monetam ad uncias 29, et ad 25, et ad 22, et ad 18, et ad 16; et ex eis uolo facere monetam ad uncias $\frac{11}{18}$ 23, et consolare ex eis libras 90: quare describe questionem in hunc modum, et adde insimul pretium de carioribus bladis, scilicet bizantios 29 cum

fol. 68 *recto*

Digitized by Google

bizantiis 25, erunt 54: et quia duas bladas insimul iunxisti, diuide 54 per 2, exibunt 27; de quibus extrahe bizantios $\frac{11}{18}$ 23, remanent bizantii $\frac{7}{18}$ 3; qui numerus est proportio trium milium bladarum: quare diuides $\frac{7}{18}$ 3 per ipsas tres bladas, exibit $\frac{7}{54}$ 1; que pone super bizantios 22, et super 18, et super 16, ut in descriptione ostenditur; et adde insimul pretium aliarum trium bladarum, scilicet 22, et 18, et 16, erunt 56; que diuide per 3, exibunt $\frac{2}{3}$ 18: a quibus usque in $\frac{11}{18}$ 23 desunt $\frac{17}{18}$ 4, qui sunt proportio cariorum bladarum: quare diuide $\frac{17}{18}$ 4 per 2, exibunt $\frac{17}{36}$ 2; que pone super 29, et super 25: quibus ita descriptis, redigitur hec questio ad societatum questiones; uidelicet quod unus misit $\frac{17}{36}$ 2, et alter totidem, et tertius $\frac{7}{54}$ 1, et quartus, et quintus totidem; et lucrati sunt modia 90. Vnde oportet, ut facias de unoquoque numero centesimas octauas; quia in 108 reperiuntur predicti rupti: et describe unumquemque ipsorum super suum numerum; et sic habebis 267 super 29, et super 25, et 122 super 22, et super 18, et super 16: quibus insimul additis, scilicet 267, et 267, et 122, et 22, et 122, erunt 900; in quorum regula diuide multiplicationem de modiis 90 in unumquemque prescriptorum numerorum. Vel quia 90 sunt $\frac{1}{10}$ de 900, accipe $\frac{1}{10}$ de suprascriptis numeris, exibunt de frumento modia $\frac{7}{10}$ 26 pro bizantiis $\frac{2\ 4\ 7}{10\ 10\ 10}$ 7; et de ordeo modia $\frac{7}{10}$ 26 pro bizantiis $\frac{5\ 7\ 6}{10\ 10\ 10}$ 6; et de milio modia $\frac{2}{10}$ 12 pro bizantiis $\frac{4\ 8\ 6}{10\ 10\ 10}$ 2; et de fabis modia $\frac{2}{10}$ 12 pro bizantiis $\frac{6\ 9\ 1}{10\ 10\ 10}$ 2; et de lenticulis modia $\frac{2}{10}$ 12 pro bizantiis $\frac{2\ 5\ 9}{10\ 10\ 10}$ 1.

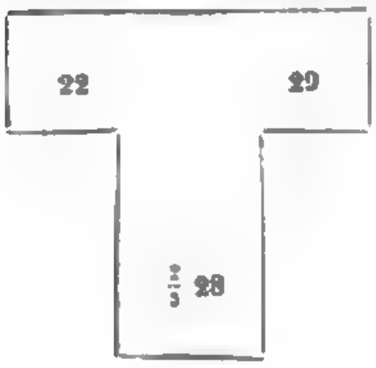
• bladarum .... bladarum » (fol. 68 recto, lin. 1-20; pag. 161, lin. 37 e 38 — pag. 162, lin. 20).

267	$\frac{17}{36}$ 2	29	Moneta	$\frac{7}{10}$ 26
267	$\frac{17}{36}$ 2	25	Moneta	$\frac{7}{10}$ 26
			$\frac{11}{18}$ 23	
122	$\frac{7}{54}$ 1	22	Moneta	$\frac{2}{10}$ 12
122	$\frac{7}{54}$ 1	18	Moneta	$\frac{2}{10}$ 12
122	$\frac{7}{54}$ 1	16	Moneta	$\frac{2}{10}$ 12

Aliter de emptione bladarum.

Uerum si inequaliter de unaquaque predictarum bladarum se habuisse proposueris; aliter quam superius in inequalitate monetarum diximus, hoc dicere uolumus: ut tripliciter similes questiones soluere ualeas, pone ut emisset ex una ipsarum quantum uis. Nam ut magis ueniat expeditum, pone ut emisset ex ea, que ualet bizantios 25, modia 5: ideo quia ipsa modia 5 ualent bizantios $\frac{1}{4}$ 1; que modia 5 extrahe de 90, remanent modia 85; et $\frac{1}{4}$ 1 extrahe de $\frac{1}{4}$ 21, remanent bizantii 20. Modo restant consolare nobis modia 85 pro bizantiis 20 inter reliquas quattuor bladas. Vnde ad libitum pones, ut ex ea, que ualent bizantios 16, emisset modia 25, que ualent bizantios 4; remanet modia 60 ad consolandum pro bizantiis 16 cum reliquis tribus bladis. Iterum summes ad libitum, ut emisset modia 10 de ea, que ualet centenarium bizantios 18; que modia 10 ualent bizantios $\frac{4}{5}$ 1: unde discomputatis modiis 10 de 60, et bizantiis $\frac{4}{5}$ 1 de 16, remanent modia 50 ad consolandum pro bizantiis $\frac{1}{5}$ 14 inter ipsam; cuius centenarium ualet bizantios 22, et eam, que ualet bizantios 29: quare dicendum est: si modia 50 duarum commixtarum bladarum ualent bizantios $\frac{1}{5}$ 14; quantum ualent modia 100. Multiplicabis siquidem 100 per $\frac{1}{5}$ 14, et diuides per 50, hoc est duplicabis ea, exibunt bizantii $\frac{2}{5}$ 28: dices itaque: habeo monetam ad 29, et ad 22; et uolo ex eis facere libras 50 monete ad $\frac{2}{5}$ 28: descripto siquidem prescripto consolamine, ut superius edocetur, accipe differentiam, que est a 22 usque in $\frac{2}{5}$ 28, scilicet $\frac{2}{5}$ 6; et scribe ea super 29; et a $\frac{2}{5}$ 28 usque in 29 desunt $\frac{3}{5}$, quas pone super 22, et fac societatem de $\frac{2}{5}$ 6, et de $\frac{3}{5}$, qui faciunt 7: in quibus diuide multiplicationem de $\frac{2}{5}$ 6 in 50, exibunt modia $\frac{5}{7}$ 45; et tantum emit de illa de 29: et iterum diuides in eadem 7 multiplicationem de $\frac{3}{5}$ in 50, exibunt modia $\frac{2}{7}$ 4; et tantum emit de illa, que ualent bizantios 22.

• 60 ad consolandum .... in $\frac{2}{5}$ 28 scilicet » (fol. 68 recto, lin. 28-35, pag. 162, lin. 29-38).



Digitized by Google

Aliter de eisdem bradis. (sic) |

Usrum si proposuerit, se emisse ex illa de 29 tantum quantum emit; et de illa de 25 quartam partem ipsius; et de illa de 22 tantum quantum emit; et de ipsa de 18 quartam partem ex eadem 22; et de illa de 16 quantum ex ipsa de 18; et sic habuit, prescriptis conditionibus, ex ipsis quinque bladis modia 90 pro bizantiis $\frac{1}{4}$ 21; sic est faciendum: ut describatur questio, sicut inferius cernitur: et quia de ipsa de 25 emit quartam partem de ipsa de 29; ergo quater tantum emit de ipsa de 29, quam ex ipsa de 25. Vnde ponenda sunt 4 super 29, et 1 super 25; et multiplicanda 4 per 29, erunt 116; et 1 per 25, erunt 25; que iunge cum 116, erunt 141; que diuide per iunctionem de 4 cum 1, scilicet per 5, exibunt bizantii $\frac{1}{5}$ 28; et tantum ualuit centum modiorum illarum predictarum bladarum ita uidelicet commixtarum. Item eadem rationem (*sic*) quia cum de ipsa de 22 emerit quantum emit; et ex ipsa de 18 quartam partem ipsius; et ex ipsa de 16 quintam, quam ex ipsa de 18; querendum est de $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}$, in quali reperiantur numero: scilicet in 20, que describantur super 22; et accipias quartam partem ipsorum, que est 5; et describas ea super 18; et iterum accipias $\frac{1}{5}$ ipsorum, que est 1; et ponas eum super 16: et multiplica 20 per 22, erunt 440; et 5 per 18, erunt 90; et unum per 16, erunt 16; que adde cum 90, et cum 440, erunt 546; que diuide per iunctionem de 20 cum 5, et cum 1, scilicet per 26, exibunt 21; et tantum ualet centum illarum trium reliquarum bladarum in dicta proportione commixtarum. Quapropter ut redigatur hec questio ad monetarum consolamen dices: habeo monetam ad $\frac{1}{5}$ 28, et ad 21; et uolo inde facere libras 90 monete ad uncias $\frac{1\,5}{2\,9}$ 23: quod consolamen, si magistraliter secundum artem facere cupis; descripto ipso consolamine, multiplica 28 per 5, et addes 1, erunt 141; que multiplica per 9, et per 2, que sunt sub uirgula de 23, erunt 2538, que pone super 28. Item multiplica 21 per 2, et per 9 de uirgula de 23, et per 5 de uirgula de 28, erunt 1890, que pone super 21. Item multiplica 23 per 9, et adde 5; que per 2, et adde 1, erunt 425; que per 5, que sunt sub uirgula, que est cum 28, erunt 2125, que pone super $\frac{1\,5}{2\,9}$ 23; et iterum dices: habeo monetam ad 2538, et ad 1890; et uolo facere inde libras 90 ad uncias 2125: unde differentia, que est a 1890 usque in 2125, scilicet 235, ponenda est super $\frac{1}{5}$ 28; et differentia, que est a 2125 usque in 2538, scilicet 413, ponenda est super 21, ut est inferius. Iunge siquidem 413 cum 235, erunt 648; in quorum regula, que est $\frac{1\,0\,0}{8\,8\,9}$, que diuidenda esset multiplicatio de modiis 90 supradictis in 235; et summa que exiret esset summa duarum illarum modiorum bladarum superius coniunctarum, scilicet de 29, et 25: sed ut diuidatur pars unius ab altera, multiplica prescriptam multiplicationem, scilicet de 235 in 90, per 4, que sunt super 29 in descriptione; et diuide per coniunctionem eiusdem 4 cum 1, quod positum est super 25, idest per 5, et prescriptam uirgulam, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 9\ 9\ 10}$. Nam cum euidentissime uidetur, regulam de 90 in prescripta uirgula esse idem $\frac{1\,0}{9\,10}$, non oportet multiplicare 235 per 90; sed relinques laborem multiplicationis, ut iterum relinquas laborem diuisionis eorundem 90; et remanebunt tantum 235 per 4 multiplicanda. Et per $\frac{1\,0}{4\,9}$ diuidenda: de quibus etiam, si euitaueris $\frac{1}{4}$, remanebunt 235 diuidenda per 9, exibunt modia $\frac{1}{9}$ 26; et tantum emit de ipsa de 29. Item eodem modo et ordine multiplica 235 per 1, quod est super 25, erunt 235; que diuide similiter per $\frac{1\,0}{4\,9}$, exibunt $\frac{2\,4}{4\,9}$ 6; et tantum emit de ipsa de 25. Rursum ut haberetur quantitas reliquarum trium

fol. 68 verso.

« in dicta .... ab altera » (fol. 68 verso, lin. 12, 14-25; pag. 163, lin. 19-34).

differentia	differentia
413	235
1890	2538
21	$\frac{1}{5}$ 28
2125	
$\frac{1\,5}{2\,9}$ 23	

Digitized by Google

bladarum insimul coniunctarum, multiplicanda essent 413 in modia 90, et in $\frac{100}{199}$ diuidenda : sed ut separentur ad inuicem, multiplicanda est illa multiplicatio, scilicet de 413 in 90 per 20, que posita sunt super 22; et diuidenda per eandem regulam, scilicet per $\frac{100}{199}$, et per 26, que sunt summa eorundem 20 ; et de 5, que sunt super 18, et de 1, quod est super 16, optime in uirgula omnia coaptata sic $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 8\ 9\ 9\ 13}$; et sic habebitur quantitas de ea, quam emerit ad rationem de 22: sed cum rursus euidentissime uidetur de prescriptis 90 erunt $\frac{1}{9}$ sub uirgula diuisionis, $\frac{1}{9}$ de 90 accipe, que est 10; et multiplica ea per | 413, erunt 4130; que multiplica iterum per medietatem de 20; ideo quia potes relinquere $\frac{1}{2}$, quod est in uirgula, erunt 41300: que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 9\ 13}$ tantum, exibunt modia $\frac{1\ 5\ 1}{8\ 9\ 13}$ 44; et tantum emit de illa de 22. Iterum ut habeas illud quod emit de 18, multiplica 413 per 5, scilicet per octauam decimam partem de 90; ideo quia possibile est relinquere de dicta diuisione, scilicet de $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 8\ 9\ 13}$ regulam de 18 , que est $\frac{1\ 0}{2\ 9}$; qua extracta de uirgula , remanebit ut diuidatur tantum in $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 9\ 13}$ multiplicatio 413 in 5, et adhuc in alia 5, que sunt posita super 18 ; que tota multiplicatio est 10325: que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 9\ 13}$, exibunt modia $\frac{5\ 3\ 0}{8\ 9\ 13}$ 11; et tantum emit de ipsa de 18. Item ut habeatur quantitas de ea, que emit de 16: multiplica 413 per 5, scilicet per octauam decimam de 90, erunt 2065; que multiplica per 1, que est per 16, erunt similiter 2065; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 9\ 13}$, exibunt modia $\frac{1\ 6\ 2}{8\ 9\ 13}$ 2; et tantum emit de illa de 16, ut in descriptione ostenditur.

fol. 69 recto.

• 413 erunt .... misit de » (fol. 69 *recto*, lin. 1-13; pag. 164, lin. 8-24).

1.	5.	20.	1.	4	
16.	18.	22.	25.	29.	
$\frac{1\ 6\ 2}{8\ 9\ 13}$ 2.	$\frac{5\ 3\ 0}{8\ 9\ 13}$ 11.	$\frac{1\ 5\ 1}{8\ 9\ 13}$ 44.	[illegible] 6.	[illegible] 26.	

De Campana ex quinque metallis.

Qvidam uolens facere campanam de quinque metallis , ex quibus cantare unius ualet libras 16; Alterius uero libras 18; Alterius namque libras 20; Alterius uero libras 27; Alterius libras siquidem 31 : fecit itaque ex eis campanam, que ponderat rotulos 775, que constitit libris $\frac{3}{4}$ 162 : queritur quantum misit de unoquoque metallo : que omnia facere potes per predictam regulam bladarum. Sed ut clarius intelligantur, uideamus cum rotuli : 775 commixtorum metallorum, ualent libras $\frac{3}{4}$ 162 ; quid ualeant Rotuli 100, scilicet cantare; quod sic uidendum est: ut multiplices $\frac{3}{4}$ 162 per 100, erunt 16275; que diuide per regulam de 775, que est $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 5\ 31}$, exibunt 21. Vnde dicendum est, ut redigatur hec questio ad monetarum consolamen: habeo monetam ad 31, et ad 27, et ad 20, et ad 18, et ad 16; et uolo ex eis facere libras 775 monete ad libras 21 : quod consolamen, si omnium demonstrationum similium non immemor extiteris, inuenies, quod misit in prescripta campana ex eodem 16 rotulos $\frac{2\ 9}{3\ 11}$ 187 pro libris 30, et denarios $\frac{6}{11}$ 14; et ex eodem 18 rotulos $\frac{2\ 9}{3\ 11}$ 187 pro libris 33, et soldis 16, et denariis $\frac{4}{11}$ 4 ; et ex eodem 20 rotulos $\frac{2\ 9}{3\ 11}$ 187 pro libris 37, et soldis 2, et denariis $\frac{2}{11}$ 6; et ex eodem 27 Rotulos $\frac{1\ 7}{2\ 11}$ 105 pro libris 28, et soldis 10, et denariis $\frac{3}{11}$ 8; et ex eodem 31 Rotulos $\frac{1\ 7}{2\ 11}$ 105 pro libris 32, et soldis 13, et denariis $\frac{2}{11}$ 2. Et si inequaliter in prescripta campana de unoquoque metallo mittere uolueris, facies secundum quod in emptione modiorum 90 quinque bladarum superius demonstrauimus. Sed si in integris Rotulis hec omnia habere uis, operare per modum consolationum ; et habebis de uiliori metallo Rotulos 60; de secundo 155; de tertio 400; de quarto 125; de cariori 40: et hec etiam possunt uariari per consolationes cum diuersis integris numeris; et est pretium primi metalli libre 9, et soldi 12; secundi libre 27; tertii libre 80; quarti libre 33, et soldi 15; carioris libre 12, et soldi 8.

• unoquoque .... *denarios* 20 » (fol. 69 *recto*, lin. 14-29 ; pag. 164, lin. 24 — pag. 165, lin. 1).

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
16	18	20	27	31	
					21
$\frac{2\ 9}{3\ 11}$ 187	$\frac{2\ 9}{3\ 11}$ 187	$\frac{2\ 9}{3\ 11}$ 187	$\frac{1\ 7}{2\ 11}$ 105	$\frac{1\ 7}{2\ 11}$ 105	

Digitized by Google

De homine qui emit aues triginta trium generum pro denariis 30.

Qvidam emit aues 30 pro denariis 30. In quibus fuerunt perdices, columbe, et passeres: perdices uero emit denariis 3; columba denariis 2, et passeres 2 pro denario 1, scilicet passer 1 pro denariis $\frac{1}{2}$. Queritur quot aues emit de unoquoque genere: diuide denarios 30 per aues 30, exibit denarius 1. Dic ergo: habeo monetam ad $\frac{1}{2}$, et ad 2, et ad 3; et uolo facere monetam ad 1. In similibus enim questionibus procedendum est per modum consolationum, ut habeamus integros numeros auium. Quare ut species uiliorum auium equetur spetiebus cariorum multitudinem dicas: habeo monetam ad $\frac{1}{2}$, et ad $\frac{1}{2}$, et ad 2, et ad 3; et uolo facere monetam ad 1, hoc est: habeo monetam ad 1, et ad 1, et ad 4, et ad 6; et uolo facere monetam ad 2: fac ex passeribus, et perdicibus primam consolationem; et erunt aues 5 pro denariis 5, scilicet passeres 4, et perdix 1; et de passeribus, et columbis fac secundam; et habebis 3 pro denariis 3, scilicet passeres 2, et columba 1: deinde ut habeas aues 30 consolatas, mittes primam consolationem ter, in quibus erunt passeres 12, et perdices 3; et remanebunt | aues 15 consolate; pro quibus mittes secundam consolationem quinquies, et habebis passeres 10, et columbas 5; et sic in predictis auibus 30 erunt passeres 22, et columbe 5, et perdices 3, ut in questione ostenditur. Et scias quia de suprascriptis potes habere aues sanas quantas uolueris pro totidem denariis ultra 15; sed infra 15 non possunt haberi aues, nisi 13, et 11, et 8. Nam in auibus 13 cadit prima consolatio bis, et secunda semel; et in auibus 11 cadit secunda consolatio bis, et prima semel; et in auibus 8 cadit unaqueque consolatio semel.

De eodem.

Rvrsus perdix ualeat denarios 2; et columbe 2 dentur pro denario 1; et passeres 4 pro denario 1; et uolo aues 12 pro denariis 12: ergo habes monetam ad $\frac{1}{4}$, et ad $\frac{1}{2}$, et ad 2; et uolo facere monetam ad 1: fac de perdicibus et passeribus consolationem primam; et erunt aues 7 pro denariis 7, scilicet passeres 4, et perdices 3: et de perdicibus, et columbis fac secundam; et erunt aues 3 pro denariis 3, scilicet columbe 2, et perdix 1. Et quia cum ipsis duabus consolationibus non possumus aues 12 in integrum pro denariis 12 consolare, consolabimus cum eis aues 24, scilicet duplum de auibus 12, in quibus cadit prima consolatio ter, et secunda semel. Quare ex ipsis auibus 24 erunt perdices 10, et columbe 2, et passeres 12: qui numeri, cum sint pares, possunt integraliter dimidiare. Quare dimidia eos, et habebis perdices 5, et columbam 1, et passeres 6, hoc est aues 12 pro denariis 12. Et si proponeretur, quod columba ualeat tantum denarium 1, tunc non indigeres nisi primam consolationem, in qua sunt perdices 3, et passares 4 pro denariis 7. Residue aues 5 erunt columbe: et si ex ipsis uis consolare aues 100 pro denariis 100, potes mittere primam consolationem quotiens uolueris, donec 100 excedant summam consolationum; et que de 100 remanserint, erunt columbe.

De eodem cum genera auium sint quattuor.

Item perdix ualeat denarios 3, columba 2, turtur denarium $\frac{1}{2}$, passer denarium $\frac{1}{4}$; et uolo ex eis aues 30 pro denariis 30: fac primam consolationem ex perdicibus, et passeribus; et habebis aues 11, scilicet perdices 3, et passeres 8: et in secunda consolatione erunt turtures 2, et columba 1, hoc est aues 3. Et quia ex his duabus consolationibus non possunt aues 30 consolari; cum extracta prima consolatione de 30 semel,

« Qvidam .... remanebunt » (fol. 69 *recto*, lin. 30-39; pag. 165, lin. 2-14).

3 5 2 2
perdi. columba. pass. passeres
6 4 1 1
2

perdix 3 12
Consolatio prima
1 4
6 1
2

fol. 69 *verso*.

« consolatio .... *duodecimum* » (fol. 69 *verso*, lin. 5 e 6-39; pag. 165, lin. 21 — pag. 166, lin. 19).

Columbe 6 *passeres* 10
Consolatio secunda
1 2
4 1
2

2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
1

perdix 3 *passer* 4
consolatio prima
2 $\frac{1}{4}$
1

Secunda perdices columbe
1 2
2 $\frac{1}{2}$
1

perdix columba turtur passer
7 1 6 16
3 2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
1

perdix 3 8
consolatio prima
3 $\frac{1}{4}$
1

columba 1 *turtures*
secunda . . 2
2 $\frac{1}{2}$
1

Columbe passeres
1 4
2 $\frac{1}{4}$
tertia
1

perdix turtures
Consolatio quarta
1 4
3 $\frac{1}{2}$
1

Digitized by Google

et bis, non remaneat numerus diuisibilis per 3, scilicet per summam secunde consolationis. Ideo oportet mutare consolationes: fiat itaque consolatio tertia ex columbis, et passeribus; et habebis aues 7, scilicet columbas 3, et passeres 4: remanebunt pro quarta consolatione aues 5, scilicet turtures 4, et perdix 1 : deinde in omnibus similibus questionibus debes mittere primam consolationem, et secundam uel tertiam, et quartam semel; et tunc studeas supplere summam quesitam, secundum quod fors ceciderit cum aliqua, uel aliquibus ex ipsis. Verbi gratia : ponamus summam prime consolationis, et secunde semel, erunt aues 14; quibus extractis de 30, remanent 16 ad consolandum, in quibus cadit semel prima consolatio, et quarta, seu ter secunda consolatio, et tertia semel: ergo in ipsis 30 auibus cadit prima consolatio bis; bis et secundam, et quartam semel; et sic habebis perdices 7, et columba 1 , et turtures 6, et passeres 16. Vel mittamus semel in ipsis 30 auibus tertiam et quartam consolationem; et erunt aues 12: quibus extractis de 30, remanent aues 18, in quibus cadit semel prima consolatio et tertia , uel quarta consolatio ter, et secunda semel; et sic habebis perdices 4 , columbas 6 , turtures 4, passeres 16 : et sic possunt consolari diuersis modis; cum genera sint 4, uel plura. Et nota, cum ex aliquo genere auium ponatur auis 1 pro denario 1, tunc leuissima est questio; quia relinques ipsum genus; et de reliquis facies consolationes, quas mittes supplendo summam quesitam de genere relicto.

Incipit Capitulum duodecimum. |

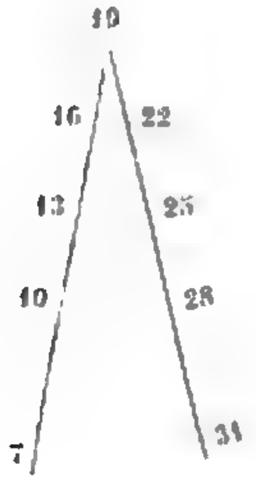
fol. 70 recto

Capitulum itaque duodecimum de questionibus abbaci in partes nouem diuidimus.

Quarum prima est de collectionibus numerorum, et quarundam aliarum similium questionum 70.
Secunda de proportionibus numerorum 71 § per regulam quarte proportionis 73.
Tertia de questionibus arborum, atque aliarum similium, quarum solutiones fiunt.
Quarta de inuentione bursarum 89.
Quinta de emptione equorum inter consocios, secundum datam proportionem 96.
Sexta de uiagiis, atque eorum questionum, que habent similitudinem uiagiorum questionibus 110.
Septima de reliquis erraticis, que ad inuicem in eorum regulis uariantur 119.
Octaua de quibusdam in diuinationibus 133.
Nona de Duplicatione scacherii, et quibusdam aliis questionibus 136.

* Incipit .... ex quibus 8 (fol. 70 recto, lin. 11-18, pag 166, lin. 32-41)

Expliciunt partes XII^mi capituli. Incipit pars prima de collectionibus numerorum.



Cvm autem uis super aliquem datum numerum colligere numeros quotcumque ascendentes ab ipso dato numero equaliter, ut per ascensionem unitatis, uel binarii , uel ternarii, uel alterius cuiuslibet numeri, dimidium multitudinis cunctorum numerorum in collectione positorum per coniunctum extremis multiplica ; uel dimidium summe extremorum , scilicet primi et ultimi numeri, per numerum multitudinis numerorum ducas, et habebis propositum. Verbi gratia : uolo colligere super 7 numeros, qui ascendunt per ternarium ab ipso septenario usque in 31, ut 7, et 10, et 13, et deinceps usque in 31. Multitudo quidem numerorum predictorum est 9 , hoc est quod nouem numeri sunt in predicta collectione ; ex quibus unus est septenarius. Reliqui autem sunt octo, qui habentur ex tertia de 24, que remanent de 31, extractis in 7. Coniunctum itaque ex extremis, scilicet de 7, et 31, et 38: quare si multiplicaueris dimidium de

9 per 38, uel dimidium de 38 per 9, reddunt 171 pro summa collectionis nouem positorum numerorum: per hanc quidem regulam possunt inueniri collectiones subscripte; quas etiam demonstrabimus alio modo.

De eodem alio modo.

Si uis colligere aliquot numeros, qui ordinate ascendunt aut per ascensionem unitatis, incipiendo ab uno; uel per ascensionem binarii, incipiendo a 2; aut per ascensionem alicuius alterius numeri, incipiendo ab ipso, ultimum numerum per primum diuide, et exeunti ex diuisione unum adde; et quod prouenerit serua; ipsumque per dimidium ultimi numeri, uel ultimum numerum per dimidium seruati multiplica. Verbi gratia: uolo colligere omnes numeros, qui sunt ab uno usque in 60: diuidam ergo 60 per 1, et exeunti super addam 1, erunt 61; que multiplicabo per dimidium de 60; uel 60 multiplicabo per dimidium de 61, uenient 1830 pro summa dicte collectionis. Similiter si a binario colligere uis numeros, qui ascendunt per binarium usque in 60, hoc est pares numeros, diuide 60 per 2, et super adde 1, erunt 31, que multiplica per dimidium de 60. Similiter si uis colligere a 3 usque in 60, ascendendo per ternarium, ut 3, et 6, et 9, unum plus tertia parte de 60, scilicet 21, per dimidium de 60 multiplica, erunt 630; et intelligas in reliquis similibus.

Nam si in partes numeros tantum, incipiendo ab 1 usque in alium quemlibet numerum colligere uis, potes per regulam priorem procedere. Vel quod idem est, dimidium summe extremorum in se multiplica, et habebis propositum. Verbi gratia: ut si uis colligere impares numeros, qui sunt ab 1 usque in 19; dimidium summe coniunctionis extremorum, scilicet 10, in se multiplica, scilicet in numerum multitudinis ipsorum numerorum. Nam inpares numeri, qui sunt ab 1 usque in 19, sunt decem; exibunt 100 pro dicta collectione. |

Si autem uis habere summam quadratorum omnium numerorum per ordinem, qui fol. 70 recto.
sunt a quadrato unitatis, scilicet ab uno usque in quadratum alicuius numeri, ut dicamus usque in quadratum decenarii, cuius quadratum est 100; pone 10 ex parte, et ante ea pone numerum sequentem, scilicet 11; et coniunctum ex eis, scilicet 21, pone sub ipsis: et multiplica 10 per 11; que per 21, et diuides summam per 6, et per 1, quod est differentia inter 10, et 11; et habebis 385 pro dicta summa; et erit semper possibile euitare in his 6, in quibus sit diuisio. Et si summa quadratorum, qui fiunt per ordinem ab imparibus numeris, habere uis usque in quadratum nouenarium ante 9, pones sequentem in partem, hoc est 11; et coniunctum ex eis, scilicet 20, pone sub eis; et hos tres numeros insimul multiplica; et summam diuides per 12, hoc est per 6, et per 2, que sunt differentia inter 9 et 11, et euitabis; scilicet tertiam de 9 multiplica per quartam de 20, erunt 15; que multiplica per 11, erunt 165; et hec est summa. Et si collectionem quadratorum, qui fiunt a numeris paribus, per ordinem habere uis, a quadrato binarii, qui est 4, usque in quadratum decenarii, qui est 100, pone 10; et sequentem parem, scilicet 12; et coniunctum ex eis, scilicet 22, ex parte. Et ex supradicta ratione duodecimam partem de summa multiplicationis eorum accipe, que erit summa quesita: sed euitabis $\frac{1}{12}$, et habebis 220. Similiter potes habere summam omnium quadratorum, qui fiunt a numeris ascendentibus ordinate per ternarium, uel quaternarium, uel per alium quemlibet numerum. Vt si uis habere summam quadra-

Digitized by Google

torum, qui fiunt a numeris ascendentibus per quaternarium, incipiendo a quadrato quaternarii, qui est 16, usque quadratum alicuius numeri, ut dicamus usque in quadratum de 20, que est 400; pones primum 20, et eum ipsum scribes sequentem numerum per quaternarium ascendentem, scilicet 24: sub ipsis quidem pones 44, scilicet numerum coniunctum ex eis; et multiplicabis 20 per 24; quod totum per 44, et diuides summam per 6, et per numerum ascendentem per 4, hoc est: multiplicabis 20 per quartam sexte de 24, scilicet per 1, et per 44, exibunt 880 pro eorum summa; et sic fiet in ceteris. Probaui enim geometrice, que hic sunt dicta de collectionibus quadratorum in libro, quem de quadratis composui.

De duobus uiatoribus, quorum unus inmitatur alterum per ascentionem numerorum per ordinem.

Ostensis quidem regulis de collectionibus numerorum; Nunc uero que ad eas pertinent ostendantur, uidelicet ut cum dictum fuerit. Sunt duo homines, qui longum iter agere proposuerunt, quorum unus ibat cotidie milia 20. Alter uero primo die miliarium 1, in secundo 2, in tertio 3; et sicut semper unum miliarium cotidie addendo iter suum perficere conabatur; Queritur in quot diebus alter alterum consequetur; quod sic inueniendum est: uidelicet ut duplicentur 20, erunt 40; de quibus extrahas 1, remanent 39; et in tot diebus eum consecutus est: quia ipse, qui cotidie ibat miliaria 20, perexit in illis 39 diebus 20 uices 39 miliaria, que fuerunt in summa 780. Alter uero in eisdem 39 diebus perexit tot miliaria, quot sunt in summa numerorum, qui sunt ab uno usque in 39; que summa reperitur similiter ex multiplicatione de 20 in 39.

Aliter de duobus uiatoribus, quorum unus sequitur alterum per ipsos numeros ascendendo.

* Item si ... ascendendo (fol. 70 verso, lin. 31-33 e 34, pag. 168, lin. 24-23)

dies
21

Item si propositum fuerit, quod unus iret cotidie miliaria 21; Alter uero iret per impares numeros ordinate, ab uno uidelicet incipiendo, donec eum esset consecutus; Eritque manifestum, quod in diebus 21 eum consecutus. Quia si numeri 21 impares per ordinem accipiamus, erit collectio eorum ab uno usque in 41. Vnde collectio imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 41, ascendit in multiplicatione de 21 in se ipsa.

De duobus uiatoribus, quorum alter alterum per pares numeros inmittatur.

* Verum si ... usque in 3 (fol. 70 verso, lin. 36-38; pag. 168, lin. 30-33).

dies
29

Uerum si proponatur, quod unus cotidie iret miliaria 30; Alter uero per pares numeros augendo iter suum faceret, donec eum esset consecutus, sic faciendum est. Tolle 1 de 30, remanent 29; et in tot diebus eum consecutus est. Ideo quia 29 pares numeri a binario usque in 58 ascendunt. Et quia collectionis summa parium numerorum usque in 58 exiit ex multiplicatione | de 29 in 30, ipsum esse consecutum non dubitatur. fol. 71 recto.

Aliter cum unus immitatur alterum per ternarii ascensionem uel alicuius alii numeri.

Uerum si propositum fuerit, quod unus eat cotidie miliaria quelibet, que diuidi possint integraliter per ascensionem cotidianam miliariorum alterius, qui eat per ascensionem numerorum, qui ascendunt per ternarium, uel quaternarium, uel quinarium, seu per ascensionem alicuius alterius numeri, donec eum consequatur; Sic est faciendum: numerum miliariorum, que primus cotidie uadit, per ascensionem alterius diuide; et quod inde exierit duplica; et de duplicata summa 1 abice; residuum erit quantitas dierum, in quibus eum consecutus erit. Verbi gratia: ponatur, quod unus eat cotidie

Digitized by Google

miliaria 60; alter uero uadat ascendendo per ternarium, hoc est in primo 3; in secundo 6; in tertio 9: et deinceps diuide 60 per 3, exibunt 20; que duplica, erunt 40; de quibus abice unum, remanent 39; et in tot diebus eum consecutus erit; ideo quia 39 numeri, qui ascendunt per ternarium, ueniunt usque in triplum de 39, hoc est in 117. Collectio enim numerorum, qui ascendunt per ternarium a 3 usque in 117, ascendit in multiplicatione de 39 in 60, ut per primam regulam inuenitur. Et ipse, qui cotidie ibat miliaria 60, perrexit similiter in illis 39 diebus per 39 uices miliaria 60.

• Alter uero .... collectio » (fol. 71 recto, lin. 8-10 e 11, pag. 169, lin. 1-5).

dies
39

De eodem per quinarii ascensionem.

Item si per ascensionem quinarii alter alterum imitaretur, quinta de 60 duplicata, et uno inde dempto, 23 pro numero dierum iunctionis ipsorum reperies: et sic potest facere per quamlibet numerorum aliorum ascensionem.

• 39 diebus .... aliorum » (fol. 71 recto, lin. 13-15 e 16; pag. 169, lin. 7-11).

dies
23

Aliter cum numerus aliorum miliariorum illius qui cotidie uadit equaliter per ascensionem alterius integraliter non diuidatur.

Nam si numerus ipsius, qui semper equaliter uadit, minime per ascensionem alterius numeros equaliter diuidi possit; Aliter quam predictum sit, erit faciendum: uidelicet ut si ponatur, quod ipse qui equaliter uadit, eat cotidie miliaria 10; Alter uero per ascensionem ternarii ipsum imitetur; Accipias tertia de 10, que est $\frac{1}{3}$ 3; et duplica ea, erunt $\frac{2}{3}$ 6; de quibus abice 1, remanent $\frac{2}{3}$ 5: de quibus etiam abice fractiones, scilicet $\frac{2}{3}$, remanent 5; et in tot diebus eum fere consecutus est. Sed ut ueritatem coniunctionem eorum adiscas, uide quot ipse qui equaliter uadit, in diebus 5 uadat. Vadit enim miliaria 50. Alter uero uadit in ipsis diebus 5 quantitatem ascensionis numerorum, qui sunt a 3 usque in 15, uidelicet per ternarium ascendendo, unus habetur in ipsa ascensione numerus 45; a quo usque in 50 desunt 5, que serua. Et quia manifestum est, in ipsis 5 diebus eum consecutum non esse, de itinere sex diei erit sumendum. In quo sexto die ipse, qui ascendit per ternarium, uadit miliaria 18, alter uero miliaria 10 equaliter ire consueuerat; a quibus 10 usque in 18 desunt 8; in quibus diuide 5 seruata, exibunt $\frac{5}{8}$; quas iunge cum diebus 5 superius inuentis, erunt $\frac{5}{8}$ 5; et in tot diebus eum consecutus est.

• fractiones .... uidelicet » (fol. 71 recto, lin. 21-23; pag. 169, lin. 18-22).

dies
$\frac{5}{8}$ 5

Aliter summa miliariorum ipsius qui uadit ascendendo per ternarium in diebus 5 predictis, scilicet 45, diuide per 8 modo inuenta, exibunt similiter $\frac{5}{8}$ 5, ut prediximus: et sic de omnibus similibus facere potest.

• Aliter .... de proportionibus » (fol. 71 recto, lin. 29-31; pag. 169, lin. 29-32).

dies
$\frac{5}{8}$ 5

Incipit pars secunda de proportionibus numerorum.

Numerus ad numerum proportionem habet equalem, uel maiorem, uel minorem. Equalem quando numeri sunt ad inuicem equales, ut 3, et 3. Numeri, qui ad inuicem in maiori proportione sunt, habent proportionem, secundum quod exiit ex diuisione maioris numeri in minorem, ut 8 ad 4, que sunt in dupla proportione; ideo quia 8 diuisis in 4, exeunt 2; uel quia 8 dupla sunt de 4. Item 9 ad 3 sunt in tripla proportione; quia 9 tripla sunt de 3. Et 16 ad 5 sunt in tripla proportione, et quinta; ideo quia, diuisis 16 per 5, exeunt $\frac{1}{5}$ 3. Et sic intelligatur de reliquis maiorem habentibus proportionem. Numeri, qui minorem habent proportionem, sunt in ea proportione, que exiit ex diuisione minoris in maiorem, ut 4 ad 8, que sunt in dimidia unius proportionis: quia 4 diuisis in 8 dimidium redunt unius; uel quia 4 dimidium sunt de 8.

Digitized by Google

fol. 71 verso.

Item 3 ad | sunt in tertia unius proportionis; quia 3 sunt tertia de 9, et 5 ad 16 sunt in $\frac{5}{16}$ unius integre proportionis; quia 5 diuisis in 16, nimirum $\frac{5}{16}$ unius integri reddunt.

« proportionis .... 6 sunt » (fol. 71 verso, lin. 1 e 2-4; pag. 170, lin. 2-5).

proportio
10

Si queratur de 6, ad quem numerum eandem habeat proportionem, quam 3 ad 5, sic facies. Multiplica 5 per 6, erunt 30; que diuide per 3, exibunt 10, que sunt quesitus numerus; quia sicut 3 sunt ad 5, ita 6 sunt ad 10. Solent enim ex usu nostri uulgaris hanc eandem questionem aliter proponere: uidelicet ut si 3 essent 5; quid nam essent 6: et cum ita proponitur, multiplicantur similiter 5 per 6, et diuiditur summa per 3.

« Item .... $\frac{4}{5}$ 19 » (fol. 71 verso, lin. 7-8; pag. 170, lin. 9-11).

proportio
$\frac{4}{5}$ 19

Item queritur de 11 ad quem numerum habeat eandem proportionem, quam 5 ad 9: hoc est secundum modum uulgarem, si 5 essent 9, quantum essent 11. Multiplicabis ergo 9 per 11, et diuides per 5, exibunt $\frac{4}{5}$ 19 pro quesito numerum (*sic*).

Modus alius de proportionibus sic.

« intelligatur .... $\frac{5}{6}$ 5 » (fol. 71 verso, lin. 12-14, pag. 170, lin. 15-18).

proportio
$\frac{5}{6}$ 5

Si propositum fuerit tibi, quod si 7 essent dimidium de 12, quantum esset dimidium de 10: hec enim positio dupplici Modo potest intelligi, uidelicet cum dicitur · si 7 essent dimidium de 12; aut intelligitur quod medietas de 12, que est 6, crescit in 7; aut 7 diminuuntur in dimidium de 12, hoc est in 6. Vnde si 6, que sunt dimidium de 12, crescunt in 7; ergo et dimidium de 10 crescet: et tunc tali regula indigebis: multiplicabis 7 per 10, et diuides per 12, exibunt $\frac{5}{6}$ 5 pro dimidio de 10; et si intelligere uolumus, quod 7 minuantur in 6, hoc est in medietate de 12. Ergo et medietas de 10 minuetur; et tunc multiplicabis prescriptum 6 per dimidium de 10, scilicet per 5, erunt 30; que diuides per 7, exibunt $\frac{2}{7}$ 4; et tantum essent tunc dimidium de 10. Et sic similes questiones, per qualem uolueris modum, ex duobus prescriptis modis soluere poteris. Tamen nos semper utimur per primum modum interrogantibus respondere.

« de 12 .... Tamen nos » (fol. 71 verso, lin. 16-18; pag. 170, lin. 19-23).

proportio
$\frac{2}{7}$ 4

Si $\frac{1}{3}$ esset $\frac{1}{4}$, quantum esset $\frac{1}{5}$: hec questio talis est, qualis si diceretur: $\frac{1}{3}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{4}$ unius bizantii; quantum ualent $\frac{1}{5}$ unius Rotuli. Quare scribenda est hec questio ad modum negotiationis, et operandum secundum quod in similibus in octauo capitulo docuimus.

« Si $\frac{1}{3}$ [illegible] .... sit tertius » (fol. 71 verso, lin. 20-24; pag. 170, lin. 24-30).

℞	℞
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}\ \frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$

Si queratur inuenire quattuor integros numeros proportionales, quorum primus sit ad secundum, sicut tertius ad quartum; hoc est que pars, uel partes erit primus numerus de secundo, eadem pars, uel partes sit tertius numerus de quarto: uel quam multiplex fuerit primus de secundo, tam multiplex sit tertius de quarto numero: pones pro primo et secundo numero duos numeros ad libitum, quales uis. Sitque primus 3; secundus 7; et pro tertio numero pone numerum, qui possit diuidi integraliter per primum numerum. Sitque 6; et diuide 6 per primum numerum, scilicet per 3, exibunt 2; per que 2 multiplica ipsum numerum, scilicet 7, erunt 14, que est quartus numerus. Verbi gratia: sunt enim 3 de 7 tres septime. Similiter et 6 de 14 sunt $\frac{3}{7}$: potes etiam 14 habere pro primo numero; 6 pro secundo; 7 pro tertio; 3 pro quarto: quare quam multiplicia sunt 14 de 6, tam multiplicia sunt 7 de 3: sunt enim 14 bis tantum, et tertia 16; et tam multiplicia sunt 7 de 3: et notandum cum quattuor numeri predicto Modo proportionales fiunt, permutatim erit primus ad tertium, sicut secundus ad quartum: est enim primus 3 ad tertium 6, sicut secundus 7 ad quartum 14: dimidium est enim unusquisque antecedentis uniuscuiusque numerus sui consequentis: et notandum iterum, quod in quattuor proportionalibus numeris semper sit multiplicatio primi numeri in

Digitized by Google

quartum, quantum multiplicatio secundi in tertium. Vt hec in qua multiplicatio de 3 in 14 facit quantum multiplicatio de 6 in 7.

Item sit sicut primus numerus ad secundum, et tertius ad quartum, ita quintus ad sextum. Inuentis primum quattuor numeris proportionalibus, ut supra, pones quintum numerum ad libitum, qui diuidatur integraliter per primum numerum. Sit 15, quo diuiso per 3, reddunt 5; per que multiplica secundum | numerum 7, erunt 35, que sunt sextus numerus. fol. 72 recto

Et si proponatur diuidere 10 in quattuor inequales partes proportionales, scilicet quod multiplicata prima in quartam, faciat multiplicationem secunde in tertiam; inuenies primum quattuor numeros proportionales; sitque 3, et 7, et 6, et 14; et adde eos insimul, erunt 30; ex quibus 10 sunt tertia pars. Quare accipies tertiam partem de quattuor positis numeris; et habebis pro prima parte 1; pro secunda $\frac{1}{3}$ 2; pro tertia 2; pro quarta $\frac{2}{3}$ 4: et scias, quod talis proportio proportionalitas appellatur. Est enim quedam alia proportio, que uocatur continua, in qua omnes numeri sunt in una, et eadem per ordinem ad inuicem proportione; uidelicet sicut primus numerus est ad secundum, ita secundus ad tertium, et tertius ad quartum, et quartus ad quintum; et deinceps per ordinem est unusquisque ad unumquemque.

Si uolueris inuenire numeros quotcumque in continua proportione, pone primum numerum qualem uis, secundum aliquem multiplicem primi, ut duplum, uel triplum, aut alium quemuis multiplicem; et pones tertium tam multiplicem secundi, quam multiplex fuerint secundus ex primo numero. Similiter quam multiplex fuerit tertius secundo, tam multiplicem pone quartum tertio, et quintum quarto, et unumquemque de unoquoque suo antecedente. Verbi gratia: Volumus quinque numeros in continua proportionalitate reperire. Sit quidem primus eorum 1; secundus 2, scilicet duplus primi; tertius duplus secundi, scilicet 4; quartus duplus tertii, scilicet 8; quintus duplus quarti, scilicet 16: est enim 1 de 2 dimidium; quod idem sunt 2 de 4, et 4 de 8, et 8 de 16. Similiter sicut 16 sunt duplum de 8, ita 8 sunt duplum de 4; et 4 de 2; et 2 de 1: et sic potes ponere unumquemque numerorum triplum, uel alium quem uis multiplicem sui antecedentis inuenires. Et notandum, quod cum tres numeri continue proportionales fuerint, erit multiplicatio primi in tertium, quantum multiplicatio secundi in se ipsum. Verbi gratia: sint in continua proportione 3, et 9, et 27: est enim multiplicatio de 3 in 27, quantum multiplicatio de 9 in se ipsa, scilicet 81: et cum quattuor numeri continue proportionales sunt, facit multiplicatio primi in quartum, quantum multiplicatio secundi in tertium; et multiplicatio primi in tertium, quantum multiplicatio secundi in se ipsum; et multiplicatio secundi in quartum, quantum multiplicatio tertii in se ipsum. Vt si primus numerus fuerit 1; secundus 2; tertius 4; quartus 8, poteris cognoscere in ipsis que diximus. Similiter, cum plures numeri continue proportionales sint, est semper multiplicatio extremorum equalis multiplicationi reliquorum extremorum; et hoc usque quod non remanserit numerus in medio proportionalium numerorum. Verbi gratia: Si nouem numeri proportionales fuerint, erit multiplicatio primi numeri in nonum, quantum multiplicatio secundi in octauum; et tertii in septimum; et quarti in sextum; et quinti, qui est in medio proportionis in se ipsum. Ad cuius rei euidentiam, sint nouem numeri in continua proportione 1, et

Digitized by Google

2, et 4, et 8, et 16, et 32, et 64, et 128, et 256: est enim multiplicatio de 1 in 256, quantum multiplicatio de 2 128, et de 4 in 64, et de 8 in 32, et de 16 in se. Ex hoc enim procedit materia multiplicandi figuras, quam docuimus in secundo capitulo, ut in eodem capitulo continetur.

Sɪ queratur inuenire duos numeros, quorum $\frac{2}{7}$ unius sit $\frac{3}{8}$ alterius, multiplicabis in cruce 7 per 3, et 8 per 2, et habebis pro primo numero 21; pro secundo 16: sunt 6 enim $\frac{2}{7}$ de 21, et $\frac{3}{8}$ de 16: procedit enim hec regula ex his que secuntur; quia $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{8}$ cuiuslibet numeri sunt quantum $\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}$ eiusdem numeri. Vnde cum multiplicamus 7 per 3, tunc accepimus $\frac{3}{8}$ de 56; que 56 surgunt ex multiplicatione eorumdem 7 in 8, que sunt sub uirgulis: quia que proportio est de 3 ad 8, eadem proportione ex septies 3 ad septies 8; | et quando multiplicamus 8 per 2, tunc accepimus $\frac{2}{7}$ de eisdem 56. Vnde $\frac{2}{7}$ de 21, scilicet de $\frac{3}{8}$ de 56, sunt quantum $\frac{3}{8}$ de 16, scilicet de $\frac{2}{7}$ de 56.

fol. 72 verso.

Iᴛem $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ unius numeri sint $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}$ alterius, redige $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ in partes unius numeri, erunt $\frac{7}{12}$: quod idem facies de $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}$, erunt $\frac{9}{20}$. Ergo $\frac{7}{12}$ primi numeri sunt $\frac{9}{20}$ secundi. Idcirco ordine suprascripto multiplicabis 12 per 9, et 20 per 7, et habebis primum numerum 108; secundum 140: quos etiam possumus habere in minoribus numeris; cum uterque ipsorum numerorum possit diuidi integraliter per 4. Quare si quartam partem uniuscuiusque acceperimus, et habebimus primum numerum 27; secundum 35: uel aliter quia in unaquaque duarum multiplicationum suprascriptarum Multiplicatur numerus, cuius quarta pars est integra, in prima quarum est 12; in secunda 20. Quare multiplica tantum quartam partem de 12 per 9, et quartam partem 20 per 7, et habebis similiter 27 et 35.

Rᴠrsum $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ primi, sint $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}$ secundi; redige similiter $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ in partes unius numeri, erunt $\frac{47}{60}$. Similiter fac de $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}$, erunt $\frac{37}{60}$; et multiplicabis 60, que sunt sub 47 per 37; et 60, que sunt sub 37 per 47: uel ut habeas minores numeros; Multiplicabis tantum sexagesima de 60 per numerum eis existentem ex aduerso, et habebis primum numerum 37; secundum 47: et sic potes procedere in similibus.

Iᴛerum sunt tres numeri, quorum $\frac{2}{5}$ primi sunt $\frac{3}{7}$ secundi, et $\frac{4}{9}$ tertii: pone partes prescriptas in ordinem sic $\frac{4}{9}\,\frac{3}{7}\,\frac{2}{5}$. Et multiplicabis unumquemque numerorum existentem sub uirgula per numerum existentem super unam de duabus uirgulis reliquis; et summam multiplicabis per alium numerum, qui est super aliam uirgulam, et habebis quesitos numeros. Verbi gratia: multiplicatis 5, que sunt sub prima uirgula, per 3, que sunt super 7; quibus per 4, que sunt super 9, habebimus primum numerum 60. Item multiplicabis 7 per 4; quibus per 2, reddent pro secundo numero 56. Rursum multiplicatis 9, que sunt sub tertia uirgula, per 3, et per 2, reddunt pro tertio numero 54.

Nᴀm si, unde hec regula procedat, noscere uis; considera qualiter $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ cuiuslibet numeri sunt quantum $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{5}$ eiusdem numeri; et quantum $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{5}$ eiusdem numeri: quibus consideratis cognosces, nos superius accepisse $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{7}$ ex numero, quod ex multiplicatione exiit de 9 in 7 ducta in 5, scilicet de 315: cum multiplicauimus 5 per 3; que per 4, unde habuimus 60: similiter cum habuimus 56, accepimus $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{5}$ de 315: et adhuc cum habuimus 54, accepimus $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{5}$ de 315. Vnde $\frac{2}{5}$ de 60, que sunt $\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ de 315, sunt quantum $\frac{3}{7}$ de 56, que sunt $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{5}$ de 315; et quantum $\frac{4}{9}$ de 54, que sunt $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{5}$ ex eisdem 315. Est enim quelibet predictarum sumptionum

Digitized by Google

24, que proueniunt ex multiplicatione de 2 in 13 ducta in 4: possunt enim reperiri in minoribus numeris, si inuenti tres numeri, scilicet 60, et 56, et 54 diuiseris per 2, que sunt comunis regula eorum: et erit primus numerus 32; secundus 28; tertius 27.

Et si proponatur, quod $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, scilicet $\frac{7}{12}$ primi numeri sint $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$, scilicet $\frac{9}{20}$ secundi, et $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{30}$ tertii; pone in ordinem $\frac{11}{30}\ \frac{9}{20}\ \frac{7}{12}$, et multiplicabis 12 per 9; que per 11; et 20 per 11; que per 7; et 30 per 9; que per 7; et euitabis $\frac{1}{2}$ ex unaquaque multiplicatione, et habebis primum numerum 594; secundum 770; tertium 945.

Item sunt tres numeri, quorum $\frac{1}{3}$ primi est quantum $\frac{1}{4}$ secundi; et $\frac{1}{5}$ secundi est quantum $\frac{1}{6}$ tertii numeri: inuenias primum duos numeros, quorum $\frac{1}{3}$ unius sit $\frac{1}{4}$ alterius: erunt 3, et 4: post hec inuenies alios duos numeros, ex quibus $\frac{1}{5}$ unius sit $\frac{1}{6}$ alterius; eruntque 5, et 6: ergo primus numerus est ad secundum, sicut 3 est ad 3; et secundus ad tertium, sicut 5 est 6: quare pones 3, et 4 in unam lineam; et 5, et 6 in aliam; ita quod 5 sit super 4, ut hic ostenditur: et multiplicabis 5 per 3, et 5 per 4, et 4 per 6, et habebis primum numerum 15; secundum 20; tertium 24. Verbi gratia: sicut 3 est ad 4, ita aliquod multiplex de 3 est ad idem multiplex de 4: ergo sicut 3 sunt ad 4, ita quinquies 3, scilicet 15, sunt ad quinquies 4, scilicet ad 20. Item sicut 5 sunt ad 6, ita aliquod multiplex de 5 est ad idem multiplex de 6: ergo sicut| 5 sunt ad 6, ita quadruplum de 5, scilicet 20, sunt ad quadruplum de 6, scilicet ad 24: inuentus est enim primus numerus 15 ad secundum 20, sicut 3 est ad 4; et secundus 20 ad tertium 24, sicut 5 ad 6, ut querebamus.

« duos numeros .... de 3 » (fol. 72 verso, lin. 34-37; pag. 173, lin. 9-15).

15	20	24
	5	6
3	4	

fol. 73 recto.

Et si proponatur, quod numeri sint quattuor; et primus, et secundus, et tertius illorum sint ad inuicem in proportionibus suprascriptis; et $\frac{2}{5}$ tertii numeri sint $\frac{3}{7}$ quarti numeri; inuenies primum tres numeros suprascriptos, scilicet 15, et 20, et 24: deinde inuenies duos numeros, quorum $\frac{2}{5}$ unius sint $\frac{3}{7}$ alterius; eruntque 15, et 14: et scribes eos super alios tres numeros, ut hic ostenditur; et multiplicabis 15, que sunt super 24 per 15, et per 20, et per 24; que per 24: multiplicabis 14, et habebis primum numerum 225; secundum 300; tertium 360; quartum 336: et est tertius numerus ad quartum sicut 15 sunt ad 14; cum $\frac{2}{5}$ tertii numeri sint $\frac{3}{7}$ quarti: et sic potes plurimos numeros in quibuslibet proportionibus inuenire.

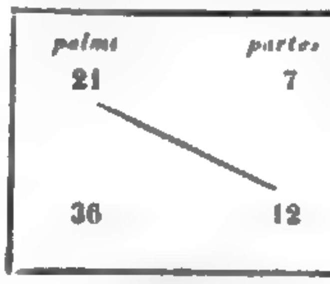
« Et si .... quibuslibet » (fol. 73 recto, lin. 3-8; pag. 173, lin. 21-29).

primus	*secund.*	*tertius*	*quart.*
225	300	360	336
		15	14
15	20	24	

Incipit pars tertia de questionibus arborum et similium quare soluctiones fiunt.

Est arbor, cuius $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ latet sub terra; et sunt palmi 21: queritur quanta sit arboris illius longitudo: quia $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ reperiuntur in 12, intellige ipsam arborem esse in partes 12 equales diuisam; quarum tertia, et quarta, scilicet partes 7, sunt palmi 21: quare proportionaliter est sicut 7 ad 21, ita partes 12 ad longitudinem arboris. Et quia cum quattuor numeri sunt proportionales, est equa multiplicatio primi in quartum multiplicationi secundi in tertium: quare si multiplicaueris secundum 21 per tertium 12 notos, et diuides per primum numerum similiter, scilicet per 7, exibunt 36 pro quarto ignoto numero, scilicet pro illius arboris longitudine: uel quia 21 tripla sunt de 7, accipe triplum de 12, et habebis similiter 36.

« Est arbor .... longitudine » (fol. 73 recto, lin. 10-15 e 16; pag. 173, lin. 31-38).



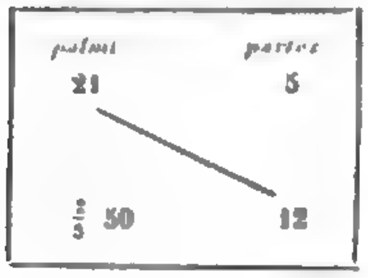
Est enim alius modus quo utimur, uidelicet ut ponas pro re ignota aliquem numerum notum ad libitum, qui integraliter diuidatur per fractiones, que ponuntur in ipsa questione: et secundum positionem illius questionis, cum ipso posito numero studeas inuenire proportionem cadentem in solutione illius questionis. Verbi gratia: nu-

« Est enim .... quia 7 non » (fol. 73 recto, lin. 17-22; pag. 173, lin. 40 — pag. 174, lin. 4).

merus quesitus huius questionis est longitudo arboris: quare pone ipsum esse 12, cum integraliter diuidantur per 3, et per 4, que sunt sub uirgis: et quia dicitur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ arboris sunt 21, accipe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 12 positis, erunt 7; que si essent 21 fortuitu utique haberemus propositum, uidelicet quod illa arbor esset palmorum 12. Sed quia 7 non sunt 21; cadunt ergo proportionaliter sicut 7 ad 21, ita posita arbor ad quesitam, scilicet 12 ad 36: quare consueuit dicere: pro 12, que pono, ueniunt 7; quid ponam, ut ueniant 21: et cum ita dicitur, multiplicandi sunt insimul numeri extremi, scilicet 12 per 21; et summa diuidenda est per reliquum numerum.

De arbore, de qua cum extrahitur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, remanent 12.

« Residuum ... extrema » (fol. 72 recto, lin. 27-32, pag. 174, lin. 10-17).

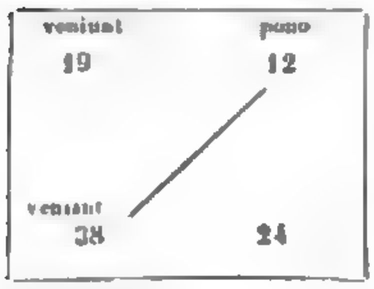


Item est arbor, cuius $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ latet sub terra. Residuum uero, quod est super terram, est palmi 21: fac duodecimas ex ipsa arbore, erunt partes equales 12; ex quibus abice $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsarum, scilicet partes septem, remanebunt partes 5, que ponuntur esse palmis 21: quare sicut partes 5 sunt ad 21, ita partes 12 erunt ad longitudinem arboris: quare multiplicationem de 12 in 21 diuides per 5, exibunt palmi $\frac{2}{5}$ 50. Vel per secundum modum pone ipsam arborem esse palmorum 12; de quibus eiectis $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ earum, scilicet 7, remanebunt palmi 5 super terram: quare dices: pro 12, que pono, ueniunt 5; quid ponam, ut ueniant 21: multiplica itaque extrema, scilicet 12 per 21, et diuide per numerum medium, uenient similiter $\frac{2}{5}$ 50: que si probare uis; quia extractis $\frac{7}{12}$ ex quacumque remanent $\frac{5}{12}$ eiusdem rei; quare accipe $\frac{5}{12}$ de $\frac{2}{5}$ 50, quas dupliciter accipere potes; accipe primum $\frac{5}{12}$ de 48, scilicet $\frac{1}{12}$ de 48, que sunt 4; quincupla, erunt 20: post hec extrahe 48 de $\frac{2}{5}$ 50, remanent $\frac{2}{5}$ 2: de quibus fac quintas, erunt quinte 12; de quibus adde iterum $\frac{5}{12}$, erunt quinte 5, scilicet 1; quod adde cum 20 inuentis, erunt 21; et hoc uolumus, ut extractis $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$ 50, remaneant 21: uel aliter: multiplica $\frac{2}{5}$ 50 per 5, que sunt super 12, erunt 252; quibus diuisis per 12, ueniunt 21: uel de $\frac{2}{5}$ 50 fac quintas, erunt quinte 252; de quibus abice $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ earum, scilicet 84 et 63, remanent quinte 105 unius | palmi, que sunt super terram, hoc est palmi 21.

fol. 72 verso.

De arbore uel numero, super quem si additum fuerit $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, erunt 38.

« demon|stratione .... fient 38 » (fol. 72 verso, lin. 2 e 3-8, pag. 174, lin. 29-36).



Item si dixeris, quod addita $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius arboris super arborem, erunt 38: pones etiam supradicta demonstratione secunde regule, ut illa arbor sit 12; de quibus accipe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, scilicet 7, et adde super 12, erunt 19: que cum uellent esse 38, dices: pro 12, que pono pro quantitate arboris, ueniunt in summa 19; quid ponam, ut uenient in eadem summa 38: multiplicabis enim 12 per 38, scilicet primum numerum per ultimum, et diuide per 19, scilicet per secundum: sed prius diuide 38 per 19, exibunt 2; que multiplica per 12, exibunt 24 pro ipsius arboris longitudine. Verbi gratia: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 24 sunt 14; quibus additis cum 24, faciunt 38; et hoc uolumus. Illud enim idem esset, si dixeris: est numerus, super quem, si addideris $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, fient 38.

De arbore uel de numero, super quem si addatur residuum de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, surgit in 51.

Rursus est arbor, de qua extracta $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, si residuum addatur super ipsam arborem, surgit in 51: queritur illius arboris quantitas: quare cum de ipsius queratur quantitate, ponatur ut ipsa sit 12; et extrahatur inde $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, scilicet 7, remanent 5; quibus additis cum 12, fiunt 17; que cum uellent esse 51, dices: pro 12, que pono, ueniunt 17; quid ponam, ut ueniant 51: multiplica 12 per 51, et diuide per 17; uel diuide 51 per 17, exibunt

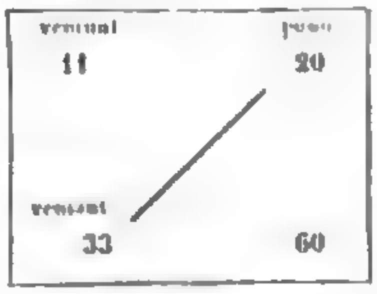
Digitized by Google

3; que multiplica per 12, reddent pro quantitate arboris 36. Verbi gratia: extracta $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 36, que sunt 21, remanent 15; quibus additis cum 36, reddunt 51, ut querebatur. Illud enim idem est si diceres: est numerus, super quem si addideris residuum de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ipsius, surget in 51.

De arbore uel numero, cuius $\frac{4}{5}\frac{3}{4}$ sunt 33 plus arbore uel numero.

Iterum est arbor, de quo acceptis $\frac{4}{5}\frac{3}{4}$; et de collecta quantitate si extraxeris quantitatem illius arboris, remanent 33: queritur rursum quanta sit illius arboris longitudo: et cum de ipsa queratur longitudine, pone ut ipsa sit 20; ideo quia in 20 reperiuntur $\frac{4}{5}\frac{3}{4}$: de quibus 20, accipe $\frac{4}{5}\frac{3}{4}$, erunt 31; de quibus extrahe positum numerum pro quantitate arboris, scilicet 20, remanent 11: que cum uelint esse 33, dices: per 20, que pono in quantitate arboris, perueniunt 11; quid ponam ut perueniant 33: multiplicabis 20 per 33, et diuides per 11: quare diuide 33 per 11, exibunt 3; que multiplica per 20, exibunt 60; et tot palmorum est arbor illa. Verbi gratia: $\frac{3}{4}$ de 60 sunt 45, et $\frac{4}{5}$ de 60 sunt 48; quibus insimul iunctis, faciunt 93; de quibus si extraxeris quantitatem arboris, id est 60, remanebunt 33, ut quesitum est. Est enim illud idem si diceret: est numerus, de quo si acceperis $\frac{4}{5}\frac{3}{4}$, facient ultra ipsum numerum 33; qui numerus est similiter 60. Explicatis quidem arborum regulis, nunc uero ad earum consimiles accedamus.

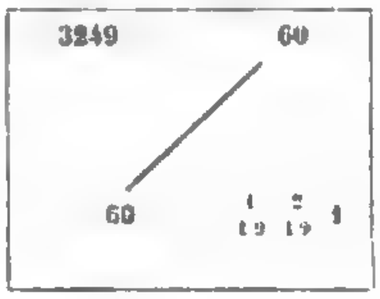
« illius arboris ... remanebunt » (Fol. 73 verso, lin. 19-25; pag. 175, lin. 7-15).



De inuentione cuiusdam numeri, de quo $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ipsius, sit radix eiusdem numeri.

Est numerus, de quo si acceperis $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; et summam, que exierit, si in se ipsam multiplicaueris, faciet eundem numerum; hoc est quod erit radix illius numeri: queritur, quis sit numerus ille. Quare pones iterum, ut sit 60; de quibus accipe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, que sunt 57; et multiplica ea in semetipsa, erunt 3249; que uellent esse 60: dic ergo: pro 60, que pono pro quantitate numeri, ueniunt 3249; quid ponam, ut perueniant tantum 60: multiplicabis itaque 60 per 60, facient 3600; que diuides per regulam de 3249, que est $\frac{1}{9}\frac{0}{19}\frac{0}{19}$, exibunt $\frac{1}{19}\frac{2}{19}1$; et tot est numerus ille. Verbi gratia: multiplica 1 per 19, et super adde 2, que sunt super 19; que multiplica per alium 19, et super adde 1, erunt 400, que sunt $\frac{me}{19}\frac{0}{19}$, hoc est trigentesime sexagesime prime: que ad maiorem intelligentiam scribantur sic $\frac{400}{361}$: de quibus accipe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, que sunt $\frac{380}{361}$, hoc est $\frac{20}{19}$; quibus in se ipsis multiplicatis, reddunt eadem $\frac{400}{361}$, hoc est $\frac{1}{19}\frac{2}{19}1$, ut querebamus. Aliter quia $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{19}{20}$ ipsius numeri in se multiplicatis, faciunt ipsum numerum; inuenias numerum, quo multiplicato per $\frac{19}{20}$, faciat 1: que inuenies, si diuiseris 1 per $\frac{19}{20}$, scilicet 20 per 19; ex qua diui|sione, perueniunt $\frac{20}{19}$, que sunt radix quesiti numeri, ut diximus: quibus in se multiplicatis, faciunt $\frac{400}{361}$ pro quesito numero: quod etiam demonstrabo cum figura geometrica. Adiaceat quidem linea *.a. b.* pro quesito numero, super quam constituatur superficies rectiangula *.a. d.*, latitudinem faciens lineam *.a. t.*, que sit .1: quare superficies *.a. d.* est numerus quesitus; quia ex *.t. a.* in *.a. b.* prouenit numerus *.a. b.*, qui est numerus quesitus: et summatur ex numero *.a. b.* numerus *.a. c.*, qui sint $\frac{19}{20}$ numeri *.a. b.* Et quia ex ductu *.a. e.* in se proponitur prouenire numerum *.a.b.*; Manifestum est, quod numerus *.a. e.* maior est unitate; cum maior sit numerus *.a. b.* numero *.a. e*: quare maior est *.a. c.* unitate *.a. e.*; et constituatur super recta *.a. c.* tetragonum *.e. z.* Et quoniam ex ductis $\frac{19}{20}$ numeri quesiti in se prouenit numerus quesitus; ergo ex ductu *.a. e.* in se prouenit numerus *.a. d.* Sed ex ductu

« eundem .... que sunt » (Fol. 73 verso, lin. 30-36; pag. 175, lin. 21-29).

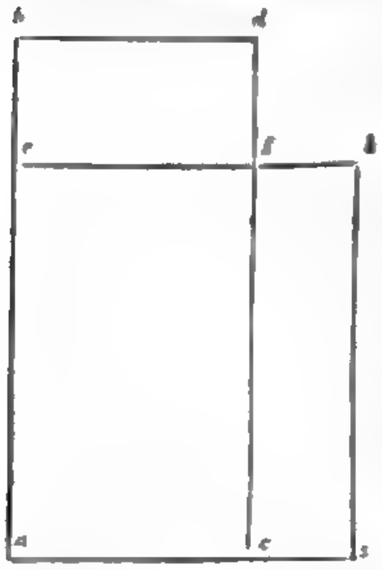


fol. 74 recto

Digitized by Google

.a. e. in se prouenit tetragonum .e. z. ; ergo .e. z. equalis est numero .a. d. : ergo numerus .e. z. est numerus quesitus: communiter auferatur numerus .a. I., remanebit numerus .I. b. equalis numero .t. k. Sed .b. I. fit ex ductu .e. 1. in .I. d.; quia rectiangula est superficies .b. I. Et ex ductu quidem .t. I. in .I. k. prouenit superficies rectiangula .t. k. : proportionales ergo sunt numeri .t. I. I. d. e. I. I. k.; et est .e. I. unum; cum sit equalis unitati .a. t.: et est sicut numerus .t. 1. primus ad secundum .I. d., ita tertius .e. I. ad quartum .I. k: quare erit sicut .t. I. ad .t. d., hoc est sicut .a. e. ad .a. b., ita unitatis .e. 1. ad numerum .e. k., hoc est ad numerum .a. e. Sed .a. e. ad .a. b. est sicut 19 ad 20. Quare et .e. I. ad .e. k. est sicut 19 ad 20: quare multiplicanda est unitas .e. I. per 20, et summa est diuidenda per 19; et uenient $\frac{20}{19}$ pro numero .e. k., hoc est pro numero .e. a., ut oportebat ostendere.

« numerus est .... ad .a. b. » (fol. 74 recto, lin. 7-16; pag. 175, lin. 40 — pag. 176, lin. 9).



De inuentione numeri, cuius radix est residuum de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius.

Est numerus, de quo si extraxeris $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et residuum in se ipsum multiplicaueris, faciet eundem numerum, hoc est quod erit radix illius numeri. Queritur quantum sit numerus ille : pone ergo ut sit 60. Ideo quia in 60 reperiuntur $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$: deinde accipe $\frac{1}{3}$ de 60, scilicet 20, et $\frac{1}{4}$ de 60, scilicet 15, et $\frac{1}{5}$ de 60, scilicet 12, et $\frac{1}{6}$ de 60, scilicet 10; et adde ea insimul, erunt 57; que extrahe de 60, remanent 3; que multiplica in se, faciunt 9, que 9 uellent esse 60. Quare dices : pro 60 , que pono , ueniunt 9 ; quid ponam, ut ueniant 60 : multiplicabis ergo 60 per 60, et diuides per 9, exibunt 400 : sed cum regula de 9 sit $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$, diuide unum de illis 60 per 3, exibunt 20. Iterum diuides alia 60 per alia 3, que in regula remanent de 9, exibunt similiter 20: quibus insimul multiplicatis, reddunt similiter 400. Et tot est numerus ille. Verbi gratia : extrahe $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 400, scilicet 380, remanebunt 20: que si in se multiplicaueris, facient eadem 400, ut oportet. Aliter quia extractis de quesito numero $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ eiusdem, remanet $\frac{1}{20}$, que est radix ipsius numeri. Quare ex ducta $\frac{1}{20}$ in se peruenit idem numerus. Quare inuenias numerum, qui cum multiplicatus fuerit per $\frac{1}{20}$ unius integri, ueniat 1 : quem inuenias, si diuiseris 1 per $\frac{1}{20}$; ex qua diuisione proueniunt 20, que sunt radix predicti numeri: quibus in se multiplicatis , reddunt 400 pro toto numero : que etiam monstrantur per figuram supradictam geometricam.

« de 9 sit .... de quesito » (fol. 74 recto, lin. 26-29 e 30; pag. 176, lin. 21-25).

numerus
400

Inuentio alterius numeri, cui cum superadditur $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, est radix numeri.

Item si dictum fuerit: est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et summam collectam in se ipsam multiplicaueris, faciet eundem numerum. Hoc est quod erit radix illius. Pone itaque, ut ipse numerus sit 60; super que adde $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, id est 57, erunt 117; que multiplica in se, erunt 13689, que uellent esse 60: quare dicas: pro 60, que pono in quantitate numeri, ueniunt 13689; quid ponam ut ueniant 60. Multiplicabis 60 per 60, erunt 3600; que diuide per regulam de 13689, exibunt $\frac{400}{1521}$; et tot | erit numerus ille; cuius radicem, que $\frac{400}{1521}$ inuenies, si diuiseris 1 per $\frac{19}{20}$ 1 : unde prouenient $\frac{20}{39}$ pro radice quesiti numeri; quibus in se multiplicatis, reddunt $\frac{400}{1521}$, ut supra.

« multiplicaueris .... et tot » (fol. 74 recto, lin. 36-39; pag. 176, lin. 34-38).

numerus
$\frac{400}{1521}$

fol. 74 verso.

De numero, cum super additur ei residuum de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, est radix ipsius numeri.

Adhuc si dictum fuerit: est numerus, super quem si addideris residuum de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius,

Digitized by Google

et summam in se ipsam multiplicaueris, iterum eundem faciet numerum, hoc est quod erit radix illius: pone itaque, ut ipse sit 60, de quo extrahe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, remanent 3; que adde cum 60, erunt 63; que in se multiplica, erunt 3969, que uelint esse 60: quare multiplica 60 per 60, erunt 3600; que diuide per 3969, exibunt $\frac{400}{441}$; et talis erit numerus ille. Vel adde $\frac{1}{20}$ super 1, scilicet residuum de $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, erunt $\frac{1}{20}1$; in quibus diuide 1, uenient $\frac{20}{21}$, que sunt radix predicti numeri $\frac{5}{6}$; quibus in se multiplicatis, reddunt pro quesito numero similiter $\frac{400}{441}$.

Rvrsum est numerus, de quo si acceperis $\frac{4}{5}\frac{3}{4}\frac{2}{3}$; et de collecta quantitate extraxeris ipsum numerum; residuumque si in se ipsum multiplicaueris, nimirum eundem faciet numerum, hoc est quod erit radix illius numeri: pone ut ipse sit 60, de quo accipe $\frac{2}{3}$, que sunt 40, et $\frac{3}{4}$, que sunt 45, et $\frac{4}{5}$, que sunt 48, et $\frac{5}{6}$, que sunt 50; et adde insimul, erunt 183; de quibus extrahe 60, remanent 123; que multiplica in se, erunt 15129. Quare dices: pro 60, que pono, ueniunt 15129; quid ponam, ut ueniant 60. Multiplicabis ergo 60 per 60, et diuide per regulam de 15129, exibunt $\frac{319}{4141}$; et tot erit numerus ille.

« 60 et adde .... uita » (fol. 74 verso, lin. 13-15; pag. 177, lin. 11-15).

numerus
$\frac{31}{41}$ $\frac{9}{41}$

De iuuenis uita reperienda.

Qvidam iuuenis uixit per aliquot tempus; qui si uixisset quantum uixit, et iterum tantum, et $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ex eo quod uixerat, et amplius unum annum, 100 annos uixisset. Queritur quantum uixerat. Hec enim positio similis est regule arboris, super quam si addideris bis longitudinem eiusdem arboris, et insuper $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ et 1, fient 100: quod sic faciendum est: extrahe 1 de 100, scilicet ipsum, qui superadditur annis, remanent 99: postea pone, iuuenis uixisset annos 12; qui si uixisset tantum quantum uixit, et iterum tantum, et $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ tanti, haberet annos 43. Ergo dices: pro annis 12, quos pono ut iuuenis uixisset, ueniunt in summa anni 43: quid ponam, ut ueniant in summa anni 99: multiplica 12 per 99, erunt 1188; que diuide per 43, exibunt anni $\frac{27}{43}27$; et tantum uixit iuuenis ille. Illud idem est diuidere 99 per $\frac{1}{4}\frac{1}{3}3$.

« et iterum .... uixit » (fol. 74 verso, lin. 21-23; pag. 177, lin. 21-24).

anni
$\frac{27}{43}$ 27

De leone qui erat in puteo.

Qvidam leo est in quodam puteo, cuius profunditas est palmis 50; et ascendit cotidie $\frac{1}{7}$ unius palmi, et descendit $\frac{1}{9}$. Queritur in quot diebus exierit de puteo. Pone, ut exiret extra puteum in diebus 63; ideo quia in 63 inueuitur et $\frac{1}{9}\frac{1}{7}$: et uide quantum ascenderit leo ille, si descendendo in illis 63 diebus, ascendit enim septimas 63 unius palmi, que sunt palmi 9; et descendit nouenas 63, que sunt palmi 7: quos extrahe de 9, remanent palmi 2; et tot ascendit amplius quam descendat in diebus 63. Vnde dices: pro diebus 63, quos pono, ascendit palmos 2; quid ponam, ut ascendat palmos 50: multiplica 63 per 50, et diuide per 2, exibunt dies 1575; et in tot diebus leo exiet de puteo.

« tot ascendit .... *serpentibus* » (fol. 74 *verso*, lin. 30-32; pag. 177, lin. 32-35).

Dies
1575

De duobus serpentibus.

Item est serpens in plano cuiusdam turris, que est alta palmis 100; et ascendat cotidie $\frac{1}{3}$ unius palmi, et descendit cotidie $\frac{1}{4}$. In summitate uero turris est aliud serpens, qui descendit cotidie $\frac{1}{5}$, et ascendit $\frac{1}{6}$: queritur in quot diebus Infra turrim coniungentur: pone ut coniungantur in diebus 60. Ideo quia in 60 reperiuntur $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$: uide ergo quantum se serpentes appropinquant in illis diebus 60. Inferior uero serpens ascendit in illis diebus 60 magis quam descendit palmis 5. Superior uero descendit magis quam ascendit palmis 2. Ergo appropinquantur palmi 7. Quare dicendum est: pro diebus 60, quos pono, appropinquantur serpentes palmi 7 | quid ponam, ut appro- fol. 75 recto

« quid ponam .... emit $\frac{2}{3}$ » (fol. 75 recto, lin. 1-7; pag. 177, lin. 43 — pag. 178, lin. 10).

dies iunctionis
$\frac{1}{7}$ 857
Ascensio inferioris
$\frac{3}{7}$ 71
Descensio inferioris
$\frac{4}{7}$ 28

pinquantur palmi 100: multiplica 60 per 100, erunt 6000; que diuide per 7, exibunt dies $\frac{1}{7}$ 857; et in tantum temporis coniungentur se. Nam si quesieris, in qua parte turris se coniungerint, sic facies: multiplica 5, scilicet ascensionem inferioris serpentis, per 100, erunt 500; que diuide per 7, exibunt palmi $\frac{3}{7}$ 71; et tot ascendit inferior serpens. Et si descensionem superioris serpentis, scilicet 2, per eundem 100 multiplicaueris, et summam per 7 diuiseris, exibunt palmi $\frac{4}{7}$ 28 pro loco coniunctionis ipsorum a superiori parte.

« pretii illius .... in $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$ » (fol. 75 recto, lin. 8-18; pag. 178, lin. 10-23).

pretium prime
$\frac{6\ 1}{7\ 11}$ 31
pretium secunde
$\frac{4\ 8}{7\ 11}$ 20
Tertie
$\frac{3\ 6}{7\ 11}$ 15
Quarte
$\frac{1\ 5}{7\ 11}$ 12

De petiis quatuor panni.

Qvidam emit panni petias 4 pro bizantiis 80. Quarum primam emit aliquid; alteram emit $\frac{2}{3}$ pretii illius prime. Tertiam uero emit $\frac{3}{4}$ pretii secunde. Quartam autem emit $\frac{4}{5}$ pretii tertie. Queritur quantum ualuit unaqueque petia. Pone, ut prima ualeret bizantios 60; ideo quia in 60 reperiuntur $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$. Ergo si prima ualuit 60; secunda, cum ualeret $\frac{2}{3}$ ipsius, ualuit bizantios 40; et tertia ualuit bizantios 30, hoc est $\frac{3}{4}$ pretii secunde. Quarta uero ualuit bizantios 24, cum sint $\frac{4}{5}$ de 30. Postea adde 60, et 40, et 30, et 24, scilicet posita pretii supradictarum quattuor petiarum, erunt 154; que cum uelint esse 80, dic: pro 60, que pono pro pretio prime petie, ueniunt in summa emptionis quattuor petiarum bizantii 154; quid ponam, ut ueniant tantum in earundem summam 80. Multiplica 60 per 80, erunt 4800; que diuide per regulam de 154, que est $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt bizantii $\frac{6\ 1}{7\ 11}$ 31. Et tot ualuit prima petia. Item ut habeas pretium secunde. Multiplica 40 per 80, et diuide iterum per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt bizantii $\frac{4\ 8}{7\ 11}$ 20 pro pretio secunde petie. Item ut scias pretium tertie, multiplica 30 per 80, et diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt pro ipsius pretio bizantii $\frac{3\ 6}{7\ 11}$ 15: demum ut scias pretium quarte, multiplica 24 per 80, et diuide in $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt pro pretio ipsius bizantii $\frac{1\ 5}{7\ 11}$ 12: et scias quod in unaquaque suprascriptarum quattuor multiplicatio ei euitanda est $\frac{1}{2}$.

« et multiplica .... erunt 154 » (fol. 75 recto, lin. 22-25; pag. 178, lin. 27-33).

24	30	40	60	
	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	1

Aliter de eodem.

Aliter ut redigatur hec questio ad regulam societatum, describe minuta per ordinem sic $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ 1, et multiplica per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 60, que serua. Item multiplica 2, que sunt super 3, per 4, que sunt sub 3, erunt 8; que per 5, erunt 40, que serua. Rursus multiplica 2, que sunt super 3 per 3, que sunt super 4, erunt 6; que per 5, erunt 30, que serua. Et adhuc multiplica 2, que sunt super 3, per 3, que sunt super 4, erunt 6; que multiplica per 4, que sunt super 5, erunt 24: adde itaque quattuor seruantes numeros insimul, scilicet 60, et 40, et 30, et 24, erunt 154. Et inuenias regulam ipsorum, que est $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$; et multiplica singulariter unumquemque prescriptorum quattuor numerorum; et diuide unamquamque multiplicationem per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, et habebis pretium uniuscuiusque petie, hoc est per medietatem de 154.

« Si queratur .... numero illo » (fol. 75 recto, lin. 29-31; pag. 178, lin. 37-40).

numerus
$\frac{2}{3}$ 6

De tertia unius numeri ex quarta, cuius numeri sit quinta.

Si queratur de tertio unius integri, de cuius numeri quarta sit quinta pars; pone igitur ut numerus ille sit 60; de quibus summe $\frac{1}{4}$, que est 15; de quibus accipe $\frac{1}{5}$, que est 3; que cum uellent esse tantum $\frac{1}{3}$, Multiplica 60 per $\frac{1}{3}$, erunt 20; que diuide per 3, exibunt $\frac{2}{3}$ 6 pro numero illo.

« Aliter .... De ouis » (fol. 75 recto, lin. 32-34; pag. 178, lin. 43 — pag. 179, lin. 1).

numerus
$\frac{2}{3}$ 6

Aliter describe per ordinem: sit $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$; deinde multiplica unum, quod est super 3 per 4; que per 5, erunt 20; que diuide per multiplicationem de 1, quod est super 5 in 1, quod est super 4; que in 3; que multiplicatio est 3, exibunt similiter $\frac{2}{3}$ 6.

Digitized by Google

De ouis.

Qvidam emit oua 7 pro numero uno, et uendidit oua 5 pro denario; et lucratus fuit denarios 19: queritur quot ipse in ouis inuestiuerat: pone ut inuestiret denarios 5, pro quibus habuit oua 35, que uendidit denarios 7: ergo lucratus fuit denarios 2 in illis denariis 5: qui denarii 2 uellent esse 19 denarii. Multiplica 19 per 5, et diuide per 2, exibunt denarii $\frac{1}{2}$ 47; et tot inuestiuit homo ille. Nam materiam inueniendi hanc regulam est hec. Vt discas a 5 usque in 7, desunt | 2; in quibus diuide multiplicationem de 5 in 19, ut supra diximus.

• 35 que .... desunt • (fol. 75 *recto*, lin. 37-39; pag. 179, lin. 4-7).

Inuestita
$\frac{1}{2}$ 47

fol. 75 *verso*

De eisdem ouis.

Item si dixerit, quod emit oua 7 pro denariis 2, et uendidit oua 19 pro denariis 6; et lucratus est denarii 21; queritur quot inuestiuit: scribe questionem sic; et multiplica 7 per 6, erunt 42, que pone super 7; et multiplica 19 per 2, erunt 38, que pone super 19: post hec extrahe 38 de 42, remanent 4; multiplica 38 per 21, erunt 780; que diuide per 4, exibunt denarii $\frac{1}{2}$ 199; et tot inuestiuit. Et si proponatur, quod inuestiret denarios $\frac{1}{2}$ 199, et queratur lucrum ipsius; multiplicabis $\frac{1}{2}$ 199 per 4, et diuides per 38; et habebis pro lucro 21.

• 2 in quibus .... *regula ouorum* (fol. 75 *verso*, lin. 1-7; pag. 179, lin. 7-17).

38	42
6	2
19	7
$\frac{1}{2}$ 199	

De rotulis secundum regula ouorum.

Uerum si proposuerit, quod pro denariis $\frac{4}{7}\frac{1}{2}$ 4 rotulos $\frac{13}{28}$ 11 haberet, uenderet rotulos $\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17 pro denariis $\frac{7}{10}$ 7; et esset lucratus denarios 27: describe questionem secundum quod in hac pagina descriptam cerneris; et multiplica Rotulos 11 per 8 de sua uirgula, et desuper adde 3, erunt 91; que per 2, et adde unum, erunt 183, que pone super $\frac{13}{28}$ 11. Item multiplica denarios 4, per 2, et adde 1, erunt 9; que per 7 de altera sua uirgula, erunt 63: super que adde multiplicationem de 1, quod est super 7 in 2, erunt 65, que pone super $\frac{4}{7}\frac{1}{2}$ 4. Rursus multiplica Rotulos 17 per 5, et super adde 1; que per 9, et adde multiplicationem de 2, que sunt super 9 in 5, erunt 784, que pone super $\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17. Iterum multiplica denarios 7 per 10, et adde 7, erunt 77, que pone super $\frac{7}{10}$ 7: post hec multiplica numerum positum super $\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17, scilicet 784 per numerum positum super $\frac{4}{7}\frac{1}{2}$ 4, idest per 95, erunt 50960, que pone super 784. Item multiplica positum numerum super $\frac{13}{28}$ 11, scilicet 183 per positum numerum super $\frac{7}{10}$ 7, idest per 77, erunt 14091, que pone super 183: postea oportet multiplicari 50960 per minuta, que sunt sub uirgulis de 11, et de 7, scilicet per 2, et per 8, et per 10: et adhuc oportet multiplicari 14091 per minuta, que sunt sub uirgulis de 17, de 4, scilicet per 5, et per 9, et per 2, et per 7; unde multiplicentur tantum 5960 per 2, et per 8, idest per 16, erunt 815360; et relinquantur quod non multiplicentur per 10; quia relinquemus multiplicare 14091 per 5, et per 2, in quibus ipsa multiplicare oportuerat; et multiplicabitur tantum per 7, et per 9, idest per 63, erunt 877733; de quibus extrahe 815360, remanent 72373; quibus studeas reperire regulam, que est $\frac{4\ 0\ 0\ 0}{7\ 3\ 7\ 244}$; in qua diuide per multiplicationem de 815360 in 27, scilicet in lucrum; que multiplicatio est 22014720, exibunt denarii $\frac{0\ 0\ 6\ 2\ 8}{7\ 7\ 7\ 2\ 11}$ 3041; et tot inuestiuit in illis Rotulis.

• et multiplica .... multiplicentur tantum • (fol. 75 *verso*, lin. 10-19; pag. 179, lin. 20-32).

888733	815366
14091	50960
183	784
℞	
$\frac{1\ 8}{2\ 8}$ 11	$\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17
65	pro denariis
pro denariis	77
$\frac{4}{7}\frac{1}{2}$ 4	$\frac{7}{10}$ 7

• relinquemus .... et tot inuestiuit • (fol. 75 *verso*, lin. 20 e 21 — 24 e 25; pag. 179, lin. 34-37).

Inuestita
$\frac{6\ 2\ 5}{7\ 2\ 11}$ 304

Aliter diuide $\frac{13}{28}$ 11 per $\frac{4}{7}\frac{1}{2}$ 4, exibunt $\frac{4\ 0\ 6}{4\ 10\ 13}$ 2. Item diuide $\frac{21}{95}$ 17 per $\frac{7}{10}$ 7, exibunt $\frac{8\ 2}{9\ 11}$ 2; que extrahe de $\frac{4\ 0\ 6}{4\ 10\ 13}$ 2; et in hoc remanserit, diuide multiplicationes de $\frac{8\ 2}{9\ 11}$ 2 in 27; et habebis propositum.

De cane et uulpe.

Item si queratur de uulpe, que est ante canem pasus 50, et pasus 9 fugientis uulpis,

Digitized by Google

sunt passus 6 sequentis canis; queritur in quantum ea consequetur. Hec enim questio eandem retinet regulam ouorum: uidelicet ut extrahas 6 de 9, remanent 3; in quibus diuide multiplicationem de 6 in 50, exibunt passus 100; et in tot diebus canis fuit cum uulpe in uno puncto. Verum si distantiam eorum ignoraueris; et preponatur, quod canis uulpem adiungat in passibus 100; multiplicabis 3 per 100, et diuides per predicta 6.

« uulpe .... in Alexadriam » (fol. 75 verso, lin. 29-33; pag. 179, lin. 44 — pag. 180, lin. 6).

Dies
100
Distantia
50

De eo qui misit filium in Alexadriam.

Qvidam misit filium suum in alexandriam; deditque ei bizantios 100, precipiens, ut emeret ex eis piper, atque berzi. Cantare quidem piperis pro bizantiis 50, et cantare berzi pro bizantiis 30; et pondus quod ponderat piper esset $\frac{2}{9}\frac{4}{7}$ ponderis berzi. Queritur, quot emit de pipere, et quantum de berzi. Pone ut emeret de berzi cantaria 63; ideo quia in 63 reperiuntur $\frac{2}{9}\frac{4}{7}$; et uide quantum ualent cantaria illa 63: ualent enim bizantios 1890: quo facto accipe $\frac{2}{9}\frac{4}{7}$ de 63, que sunt 41; et tot cantaria pone, quod emisset ex pipere, que ualent bizantios 2050; cum quibus adde bizantios 1890, erunt bizantii 3940. Quare dices: pro can|tariis 63, que posui ut emeret de berzi, ueniunt in summa bizantii 3940; quid ponam ut ueniat in summa bizantii 100: multiplica 63 per 100, et diuide per 3940; quorum regula est $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ 10\ 197}$: multiplicatio autem de cantariis 63 in 100 surgit in cantariis 6300, que sunt Rotuli 630000; quos diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ 10\ 197}$, exibunt Rotuli $\frac{177}{197}$ 159; et tot emit ipse de berzi. Item multiplica cantaria 41 per 100, erunt Rotuli 410000; quos diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ 10\ 197}$, exibunt Rotuli $\frac{0\ \ 0\ \ 12}{2\ 10\ 197}$ 104; et tantum emit de pipere. Si autem scire uolueris, quot bizantios ualeat piper, et quot berzi; multiplica 2050 per 100, et diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ 10\ 197}$, et habebis pro pretio piperis bizantios $\frac{6}{197}$ 52. Item multiplica 1890 per 100, et diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ 10\ 197}$, exibunt pro pretio berzi $\frac{191}{197}$ 47.

fol. 76 recto.

« in summa .... diuide per » (fol. 76 recto, lin. 2-7, pag. 180, lin. 15-22).

berzi
$\frac{177}{197}$ 159
piper
$\frac{0\ \ 0\ \ 12}{2\ 10\ 197}$ 104

Et si suprascriptus pater precepisset filio, ut $\frac{2}{7}$ ex pondere piperis esset $\frac{2}{9}$ ex pondere berzi; inuenies primum duos numeros, ex quibus $\frac{2}{7}$ unius sint $\frac{2}{9}$ alterius, erunt 14 et 27. Nam $\frac{2}{7}$ de 14 faciunt quantum $\frac{2}{9}$ de 27 : quare pones, ut ipse emeret de pipere cantaria 14, et de berzi cantaria 27; et operaberis secundum quod superius fecimus, et inuenies quantitates utriusque mercis.

« Et si .... operaberis » (fol. 76 recto, lin. 9-11; pag. 180, lin. 23-26).

14	27
$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{9}$

Item $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ex pondere piperis sit $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ ex pondere berzi, inuenies quod duos numeros, ex quibus $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius sint $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius, erunt 27, et 35. Nam $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 27 sunt $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ de 35: quare pones, ut ipse emeret de pipere cantaria 27, de berzi cantaria 35; et operaberis secundum suprascriptum modum.

« $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius .... ad rationem » (fol. 76 recto, lin. 14-16, pag. 180, lin. 29-32 e 33).

35	27
$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{12}$

Rvrsus si proponatur, quod ipse emisset ex suprascriptis bizantiis 100 piper ad rationem de bizantiis 50; et lac ad rationem de bizantiis 40; et de berzi ad rationem de bizantiis 30; et linum ad rationem de bizantiis 20. Et $\frac{2}{3}$ ex pondere piperis esset $\frac{4}{5}$ ex pondere lacce. Et $\frac{6}{7}$ ex pondere berzi, et $\frac{8}{9}$ ex pondere lini. Inueniendi sunt primum quattuor numeri, ex quibus $\frac{2}{3}$ primi numeri sint $\frac{4}{5}$ secundi, et $\frac{6}{7}$ tertii, et $\frac{8}{9}$ quarti; et habebis pro primo numero 36; pro secundo 30; pro tertio 28; pro quarto 27: quare pones, ut ipse emeret ex pipere cantaria 36, que ualeret bizantios 1800. Et de lacca cantaria 30, que ualent bizantios 1200; et de berzi cantaria 28, que ualent bizantios 840; et de lino cantaria 27, que ualent bizantios 540: quibus bizantiis quattuor mertium in unum coniunctis, faciunt bizantios 4380, que uellent esse bizantios 100: quare singulariter cantaria 36 piperis, scilicet Rotuli 3600. Et cantaria 30 lacca, scilicet Rotuli 3000. Et cantaria 28 berzi, scilicet Rotuli 2800; et cantaria 27 lini, scilicet Ro-

« piperis .... cantaria 36 » (fol. 76 recto, lin. 18-23, pag. 180, lin. 34-42).

27	28	30	36
432.	448.	480.	576
$\frac{8}{9}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$

tulos 2700 multiplicabis per bizantios 100, et diuides summam uniuscuiusque multiplicationis per regulam de 4380, que est $\frac{4}{6}\frac{0}{10}\frac{0}{73}$; et habebis pro pondere piperis Rotulos $\frac{44}{73}$ 82; et pro pondere lacce Rotulos $\frac{26}{73}$ 68; et pro pondere berzi Rotulos $\frac{467}{673}$ 63; et pro pondere lini Rotulos $\frac{47}{73}$ 61; et sic possemus huiusmodi uarias proponere questiones, que soluentur suprascripto ordine.

De diuisione de 10 *in tribus partibus inequales secundum continuam proportionem.*

Si opponatur ut diuides 10 in tres inequales partes, quarum multiplicata minorem in maiorem, faciat quantum secunda multiplicata in se ipsam; sic facies: pone ut prima pars sit aliquis, numerus, ut 1; deinde pone, ut secunda pars sit alius quislibet numerus, ut dicamus 2; que multiplica in se, faciunt 4; que diuide per 1, uenient 4. Modo habes tres numeros, scilicet 1, et 2, et 4; ex quibus multiplicatis primo per tertium, scilicet 1 per 4, facit tantum quantum secundus in se ipsum, scilicet 2 per 2. Vnde colligas 1, et 2, et 4, faciunt 7; que cum uellent esse 10, dices: pro 1, quod pono pro prima illarum trium partium, peruenit 7 in earum summa: quid ponam pro eadem, ut perueniat in summam 10. Multiplicabis itaque 1 per 10; que diuides per 7, exibit pro quantitate prime partis $\frac{3}{7}$ 1. Item multiplicabis eademque ratione secundam partem, scilicet 2 per 10, erunt 20: que diuides iterum per 7, exibunt $\frac{6}{7}$ 2; et tantum est secunda pars. Rursum multiplicabis 4, que sunt tertia pars, per 10, erunt 40; que diuides per 7, exibunt pro tertia parte $\frac{5}{7}$ 5. Multiplicatio igitur de $\frac{3}{7}$ 1 in $\frac{5}{7}$ 5, est quantum | Multiplicatio de $\frac{6}{7}$ 2 in se; et $\frac{3}{7}$ 1, et $\frac{6}{7}$ 2, et $\frac{5}{7}$ 5 insimul iunctis, faciunt 10, ut querebatur. Potest enim 10, secundum prescriptam conditionem, in infinitas tres et uariis partes diuidere: quare si alios in principio in continua proportione poneremus numeros preter quod 1, et 2, et 4 in alias partes 10, redderent diuisa; quarum semper prima multiplicata in tertiam, faciet quantum secunda multiplicata in se.

« quantum .... quantum » fol. 76 recto, lin. 34-39; pag. 181, lin. 13-21).

Prima
$\frac{3}{7}$ 1
Secunda
$\frac{6}{7}$ 2
Tertia
$\frac{5}{7}$ 5

fol. 76 verso.

De eodem in IIII^or *partes.*

Item si 10 in quattuor partes diuidere uolueris, ita quod multiplicata prima in quartam faciat quantum secunda in tertiam. Et rursum multiplicata prima in tertiam faciat quantum secunda in se ipsam. Et iterum multiplicata secunda in quartam faciat quantum tertia in se ipsam. Hanc enim diuisionem in infinitas uariasque partes possumus inuenire. Quare unam demonstrationem pro multis ostendamus: ponas ut prima pars sit unum. Secunda bis tantum, scilicet 2. Tertia bis tantum secunde, scilicet 4. Quarta bis tantum tertie, scilicet 8: Hii quattuor numeri sunt in continua proportione. Vnde coadunatis his quatuor partibus, scilicet 1, et 2, et 4, et 8, faciunt 15, que uellent esse 10. Vnde dices: pro 1, quod pono prima parte, perueniunt 15 in summa eorum quattuor partium; quid ponam pro eadem parte, ut ueniant in 10 in earum summa. Multiplicabis enim unum per 10, et diuides per 15, exibunt $\frac{2}{3}$ unius integri pro prima parte. Item multiplicabis singulariter 2, et 4, et 8 per 10; et singulariter diuides per 15, et habebis pro secunda parte $\frac{1}{3}$ 1; pro tertia $\frac{2}{3}$ 2, et pro quarta $\frac{1}{3}$ 5: uel habita prima parte, duplicabis eam, et habebis secundam; qua duplicata, habebis tertiam; qua duplicata, habebis quartam. Vel quia 10 sunt $\frac{2}{3}$ de 15, accipe $\frac{2}{3}$ prescriptorum quattuor numerorum, et habebis quesitas.

« ... et habebis » (fol. 76 verso, lin. 7 e 8-15, pag. 181, lin. 30-40).

Prima
$\frac{2}{3}$
Secunda
$\frac{1}{3}$ 1
Tertia
$\frac{2}{3}$ 2
Quarta
$\frac{1}{3}$ 5

De eodem in quinque.

Rursum si 10 in plures partes quam quattuor, ut in 5, secundum continuam proportio-

Digitized by Google

« Secundum quod .... diuides per 31 » (fol. 76 verso, lin. 16-21; pag. 181, lin. 40 — pag. 182, lin. 8).

prima	$\frac{10}{31}$
Secunda	$\frac{20}{31}$
Tertia	$\frac{9}{31}$ 1
Quarta	$\frac{18}{31}$ 2
Quinta	$\frac{5}{31}$ 5

nalitatem, diuidere uolueris;hoc est, quod multiplicata prima in quinta, faciat quantum secunda in quartam, et quantum tertia in se ipsam. Et iterum prime in quartam faciat quantum secunda in tertiam. Et iterum prima in tertiam, quantum secunda in se ipsam. Et iterum secunda in quintam, quantum tertia in quartam. Et adhuc tertia in quintam, quantum quarta in se ipsam. Pones itaque secundum quod superius fecisti pro prima parte 1; pro secunda 2; pro tertia 4; pro quarta 8; pro quinta 16 : adde ergo 1, et 2, et 4, et 8, et 16, erunt 31; que cum uelint esse 10, Multiplicabis 1 per 10, et diuides per 31, exibunt $\frac{10}{31}$ pro quantitate prime partis : deinde multiplicabis 2 per 10, et diuides per 31, exibunt $\frac{20}{31}$ pro secunda parte; et sic facies de reliquis tribus partibus pro tertia $\frac{40}{31}$, hoc est $\frac{9}{31}$ 1. Et pro quarta $\frac{80}{31}$, hoc est $\frac{18}{31}$ 2; et pro quinta $\frac{160}{31}$, hoc est $\frac{5}{31}$ 5; quibus insimul iunctis, faciunt 10, ut querebatur.

De Leone et leopardo et urso.

Qvidam leo comedabat unam ouem in horis IIII^or^; et leopardus in horis 5; Et ursus in horis 6: queritur, si inter eos ouis una eiecta fuerit, in quantis horis eam deuorauerunt. Sic facies: pro quattuor horis, in quibus leo ouem comedit. Pone $\frac{1}{4}$; et pro horis 5 leopardi pone $\frac{1}{5}$; et pro horis 6 ursi, pone $\frac{1}{6}$: et quia $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ reperiuntur in 60. Pone ut in horis 60 ipsi deuorarent ouem illam. Considera itaque, quot oues leo comederet in illis horis 60: cum in quattuor oris unam deuoret ouem, est manifestum, quod ipse deuoraret oues 15 in illis 60 horis; et leopardus deuoraret oues 12 per quintum de 60, que est 12. Similiter et ursus deuoraret oues 10; cum 10 sint $\frac{1}{6}$ de 60. Ergo in horis 60 comederent ipsi oues 15, et 12, et 10, hoc est 37. Quare dices: pro horis 60, quas pono, comedunt ipsi oues 37. Quid ponam ut tantum comedent ouem unam. Multiplica itaque unum per 60, et diuide 37, exibit hora $\frac{23}{37}$ 1. Et in tot ipsi ipsam ouem deuorauerunt.

« deuoraret .... [illegible] » (fol. 76 verso, lin. 31-37; pag. 182, lin. 20-24).

hora commestionis
$\frac{23}{37}$ 1

De duabus formicis quarum una imittatur aliam.

Formice 2 distabant in plano passibus 100; et tendebant ad unum locum: prima quarum ibat cotidie $\frac{1}{3}$ passus, reuertebat retro $\frac{1}{4}$; alia ibat $\frac{1}{5}$, et reuertebatur $\frac{1}{6}$: queritur, in quot diebus | erunt coniuncte : pone dies 60, in quibus prima iret tertiis 60 unius passus, scilicet passibus 20; et reuerteretur retro passibus 15, scilicet $\frac{1}{4}$ de 60; et sic in diebus 60 iret plus de sua reuersione passibus 5; et aliam eisdem diebus 60 iret $\frac{1}{5}$ de 60, scilicet 12; et reuerteretur retro $\frac{1}{6}$, scilicet passibus 10; et sic iret passibus 2 magis de sua reuersione: quibus extractis de passibus 5, remanent passus 3; et tot appropinquantur ipse in dies 60: que cum uelint esse 100, Multiplicabis $\frac{1}{3}$ de 60 per 100; et habebis dies 2000 pro eorum coniunctione.

fol. 77 recto.

De duabus nauibus se se inuicem coniungentibus.

Naues due distabant ad inuicem per aliquod spatium; quod iter prima nauis explebat in diebus 5; alia in diebus 7: queritur si ceperint iter in eadem hora, in quot diebus erunt coniuncte. Multiplica 5 per 7, erunt 35; et tot dies pone, in quibus prima nauis faciet iter suum septies. Alia uero quinquies: quare adde 7 cum 5, erunt 12; et quia inter utramque nauem debebant facere tantum semel illud iter. Multiplica 1 per 35, et diuide per 12, exibunt $\frac{11}{12}$ 2; et in tot diebus erunt coniuncte: et si uis scire, in qua parte; diuide 7, et 5 per 12, uenient $\frac{7}{12}$ totius itineris ex parte prime nauis, et $\frac{5}{12}$ ex parte secunde. Et si proponeretur primam nauem ire septies ad locum alterius nauis, et aliam redire quinquies in una die, diuide semel 1 per 12, exibit hora una pro earum coniunctione; que coniunctio erit in parte predicta.

Digitized by Google

De tina que habet quatuor foramina in fundo.

Est tina, que habet quattuor foramina, per primum quorum euacuatur in die 1; per secundum in 2; per tertium in 3; per quartum in 4; queritur quot horis euacuabitur, si dicta quattuor foramina simul aperiantur : pone dies 12 pro ipsius euacuatione. In quibus per primum foramen tina euacuaretur duodecies; cum dies 12 sint duodecuplum unius diei: similiter in illis positis 12 diebus per secundum foramen euacuaretur tina septies; per tertium quater ; per quartum ter ; et sic in diebus 12 tina euacuaretur uigies quinquies; hoc est, quod in diebus 12 euacuantur tine 25: et queritur, in quot euacuabitur tina 1. Multiplica ergo extremos, scilicet 12 per 1, et diuide per medium, exibunt $\frac{12}{25}$ unius diei: de quibus si uis horas facere, Multiplica 12, que sunt super uirgam, per horas unius diei, scilicet per 12, erunt 144; que diuide per 25, exibunt hore $\frac{19}{25}$ 5 pro tine euacuatione.

De eadem tina cum super ipsam sint canales IIII.or

Et si proponatur, quod super ipsa tina erunt canales 4 euacuantes aquam; per primum quorum tina impleatur in horis 6; per secundum in 9 ; per tertium in 24; per quartum in 27; queritur si tina fuerit uacua , et per ipsas canales simul fluat aqua uicina, et foramina sint aperta; in quot horis implebitur tina: pone etiam, ut impleatur in dies 12, in quibus per ipsa foramina euacuantur tine 25 : deinde fac horas ex ipsis diebus 12, erunt hore 144; quas diuide per horas primi canalis, scilicet per 6, exibunt 24; et tot tine implentur per primum canalem: quia quam multiplices sunt hore 144 ex horis 6, tam multiplices sunt tine 24 ex tina 1: quare eadem ratione diuides horas 144 per horas reliquorum canalium, scilicet 9, et per 24, et per 27, exibunt tine 16, et 6, et $\frac{1}{3}$ 5: quibus additis cum tinis 24 primi canalis tine $\frac{1}{3}$ 51; et tot tine implentur ab ipsis canalibus 4 in positis diebus 12: a quibus eiectis tinis 25, que euacuantur per foramina, remanent tine $\frac{1}{3}$ 26, que uellent esse tina 1. Quare multiplica horas 12 diei, scilicet 144 per 1; et diuide per secundum numerum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 26, exibunt hore $\frac{37}{79}$ 5; et in tot implebitur tina illa.

De bute que habet IIII.or foramina unum super aliud.

Item buctis habens 4 foramina unum super aliud in quarto retenimento buctis constituta ; ex quibus si aperiens primum foramen .1. superius , euacuatur quarta pars buctis in 1 die; qua euacuata, si aperieris secundum, euacuabitur buctis a primo usque ad secundum , scilicet alia quarta pars in duobus diebus. Rursum, euacuatis duabus quartis, si aperieris tertium, euacuatur de bucte alia quarta pars | a secundo foramine usque ad se in tribus diebus. Iterum si aperieris quartum euacuatur de bucte alia quarta pars in diebus 4. Queritur si omnia quattuor foramina pariter aperta fuerint , in quantum tota buctis euacuabitur. Quia euacuato aliquo ipsorum nullum iuuamen aliis prebere posse preponitur. Necessarium est ut euacuationem uniuscuiusque foraminis singulariter reperiamus. Primum quidem ponamus, quod buctis teneat bariles quotlibet, ut dicamus 48. Quarum quarta pars accepta, que est 12, habeatur pro tenimento uniuscuiusque foraminis : deinde accedamus ad euacuationem primi, id est superioris foraminis: ponamus, ut inter omnia 4 illa foramina euacuetur de bucte usque ad superius foramen in una die, scilicet in horis 12 : deinde uideamus quot bariles in illis 12 horis per unumquodque foramen euacuarentur : per primum quidem euacuarentur

bariles 12 in illis horis 12. Ideo quia preponitur in positione, quod per ipsum euacuatur quarta pars totius buctis in una die. Et quia per secundum alia quarta pars in duobus diebus euacuatur. Ergo in illis 12 horis euacuarentur per ipsum bariles 6: eademque rationem per tertium foramen euacuabitur bariles 4 in illis 12 horis. Et per quartum euacuarentur bariles 3. Iunctis itaque barilibus 12, et 6, et 4, et 3 faciunt 25; et tot bariles euacuarentur per ipsa quattuor foramina in illis 12 horis. Quare multiplica 12 per 12, faciunt 144; que diuide per 25, exibunt hore $\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 5; et in tot horis euacuabitur buctis usque ad superius foramen : deinde accedamus ad euacuationem secunde, quarte : et pone iterum, ut euacuetur ipsa similiter in aliis 12 horis. In quibus, ut prediximus, per secundum euacuantur bariles 6 ; per tertium quoque bariles 4 ; per quartum uero bariles 3. Quare per ipsa tria foramina euacuantur bariles 13; pro quibus multiplicabis 12 per 12, et diuide per 13, exibunt hore $\frac{1}{13}$ 11 pro euacuatione eiusdem secunde partis : deinde pone, ut tertia quarta euacuetur iterum in horis 12, in quibus per tertium foramen euacuantur bariles 4; per quartum 3, hoc est per utrumque euacuantur bariles 7. Quare multiplica 12 iterum per 12, et diuides per 7, exibunt hore $\frac{4}{7}$ 20 pro euacuatione tertie quarte; per quartum uero foramen euacuatur reliqua quarta in quattuor diebus. Quare adde dies 4, et horas $\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 5, et horas $\frac{1}{13}$ 11, nec non et horas $\frac{4}{7}$ 20, erunt dies 7, et horas $\frac{4\ 0\ 2\ 5}{5\ 5\ 7\ 13}$ 1; et in tantum euacuabitur buctis illa.

in duobus .... euacuatur (fol. 77 verso, lin. 12-22, pag. 184, lin. 2-14 e 15).

hore euacuantur
primi
$\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 5
Secundi
$\frac{1}{13}$ 11
Tertii
$\frac{4}{7}$ 20

Euacuatur totius buctis
$\frac{4\ 0\ 2\ 5}{5\ 5\ 7\ 13}$ 1

dies 4 .... in prepositis (fol. 77 verso, lin. 25-27; pag. 184, lin. 17-21).

Dies 7 et hore $\frac{4\ 0\ 2\ 5}{5\ 5\ 7\ 13}$ 1

Aliter de bute.

Et si dixeris, quod per unum quodque foramen tota buctis euacuetur usque ad se ipsam in prepositis diebus; pone similiter, ut buctis teneat bariles 48: deinde uide in quantum euacuabitur buctis usque ad primum foramen. Apertis uidelicet omnibus foraminibus. Pone ergo ut euacuetur in horis 12, in quibus per primum euacuantur bariles 12: per secundum uero totidem euacuantur; cum in duobus diebus bariles 24 euacuentur in horis 12: per tertium quoque in positis horis 12 euacuarentur alios bariles 12; cum in tribus diebus per ipsam euacuarentur bariles 36: per quartum autem in illis 12 horis alios bariles 12 euacuantur: quibus iunctis cum barilibus euacuationum trium reliquorum foraminum, erunt 48, que uellent esse 12. Ergo multiplica 12 per 12, et diuide per 48, exibunt hore 3; et in tot euacuatur usque ad primum foramen. Item si posueris pro euacuatione secunde quarte alias horas 12, reperies quod per reliqua tria foramina euacuabuntur bariles 36 : quare multiplicabis 12 per 12, et diuides per 36, exibunt hore 4; et in tantum euacuabitur secunda quarta. Item si posueris horas 12 pro euacuatione tertii quarte, quod reperies utrumque foramen euacuarentur bariles 24. Quare multiplica 12 per 12, et diuide per 24, exibunt hore 6 pro tertie quarte euacuatione. De quarto foramine nil dicendum est; cum manifestum sit, quod per ipsum in horis 12 euacuetur totum residuum, scilicet bariles 12. Quare addas horas euacuationum quattuor dictorum quartarum, scilicet 3, et 4, et 6, et 12, erunt hore 25; et in tantum euacuabitur buctis illa.

in horis 12 .... euacuatione (fol. 77 verso, lin 39-39, fol. 78 recto, lin. 1; pag. 184, lin. 23-31).

Euacuatio primi foraminis
hore
3
hore
secunde 4
hore
Tertie 6
hore
Quarte 12

fol. 78 recto

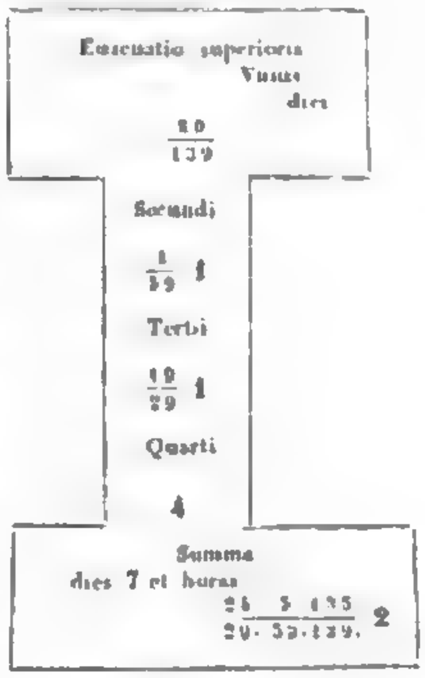
Aliter de bute.

Et si proponatur, quod a summo buctis usque ad superius foramen sit $\frac{1}{3}$ totius tenimenti buctis: ab ipso foramine usque ad secundum, sit $\frac{1}{4}$ eiusdem tenimenti. Et ab ipso usque ad tertium sit $\frac{1}{5}$. Ab ipso usque ad inferius foramen sit residuum tenimenti buctis; et per superius foramen euacuetur buctis usque ad ipsum in 1 die. Per

Digitized by Google

secundum ab ipso superiori usque ad ipsum secundum in 2. Per tertium a secundo usque ad ipsum tertium in 3. Per inferius euacuetur buctis a tertio usque ad ipsum in dies 4. Pone, ut buctis teneat bariles 60; quare usque ad superius foramen sunt bariles 20, scilicet tertium de 60. Et a secundo foramine usque ad superius sunt bariles 15, scilicet quartam de 60. Et a tertio usque ad secundum sunt bariles 12, scilicet quintam de 20. Quibus barilibus 12 et 15, et 20 in unum coniunctis, reddunt bariles 47 pro tenimento buctis usque ad tertium foramen: a quibus 47 usque in 60 sunt bariles 13 ab inferiori foramine usque ad tertium: deinde pone diem 1 in euacuatione buctis usque ad superius foramen, in quo posito die per primum foramen euacuantur bariles 20; per secundum $\frac{1}{2}$ 7, scilicet $\frac{1}{2}$ de 15; per tertium 4, scilicet tertia de 12; per quartum $\frac{1}{4}$ 3, scilicet quartam de 13: ergo per quattuor foramina euacuantur in 1 die bariles 20, et $\frac{1}{2}$ 7, et 4, et $\frac{1}{4}$ 3, hoc est in summa bariles $\frac{3}{4}$ 34, que uellent esse 20, scilicet tenimentum superioris foraminis: quare multiplicabis diem 1 per bariles 20, et diuides per $\frac{3}{4}$ 34, exibunt $\frac{80}{139}$ unius diei pro euacuatione superius foraminis. Item pone unum diem in euacuatione barilium 15 secundi foraminis, in quo per secundum euacuantur, ut prediximus, bariles $\frac{1}{2}$ 7; per tertium 4; per inferius $\frac{1}{4}$ 3, hoc est in summa $\frac{3}{4}$ 14, que uellent esse 15: quare multiplicabis 1 per 15, et diuides per $\frac{3}{4}$ 14, exibit dies $\frac{1}{59}$ 1 pro euacuatione barilium 15. Rursum pone unum diem in euacuatione barilium 12 tertii foraminis, in quo die per ipsum foramen euacuantur bariles 4; per inferius $\frac{1}{4}$ 3, hoc est per utrumque $\frac{1}{4}$ 7, qui uellent esse 12: quare multiplica 1 per 12, et diuide per $\frac{1}{4}$ 7, exibit dies $\frac{19}{29}$ 1 pro euacuatione tertii foraminis. Per inferius uero foramen euacuatur residuum in dies 4, ut propositum est. Quare addes dies 4, et $\frac{19}{29}$ 1, et $\frac{1}{59}$ 1, et $\frac{80}{139}$, et habebis dies 7, et horas $\frac{26\ \ 5\ \ 135}{29\ 59\ 139}$ 2 pro euacuatione totius buctis.

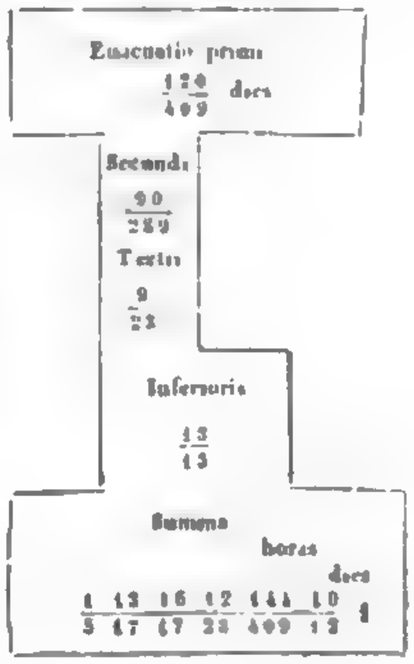
« pro tenimento .... de bucte » (fol. 78 recto, lin. 12-24, pag. 185, lin. 7-24).



Modus alius de bucte.

Et si per unumquodque foramen usque ad ipsum, totam buctem euacuare proponatur in prepositis diebus, pones similiter, ut buctis teneat bariles 60: quare per primum euacuantur bariles 20 in uno die. Per secundum 20 et 15, scilicet 35 in duobus diebus. Per tertium 20, et 15, et 12, scilicet 47 in diebus 3. Per inferius euacuantur bariles 60, scilicet tota buctis in diebus 4. Quare pones in euacuatione barilium 20 superioris foraminis diem 1. In quo per primum euacuantur bariles 20; per secundum $\frac{1}{2}$ 17, scilicet dimidium de 35; Per tertium $\frac{2}{3}$ 15, scilicet $\frac{1}{3}$ de 47. Per inferius 15, scilicet quartam de 60; et sic sunt in summa bariles $\frac{1}{6}$ 68, qui uellent esse 20: quare multiplica 1 per 20, et diuide per $\frac{1}{6}$ 68, exibunt $\frac{120}{409}$ unius diei. Item pro euacuatione barilium 15 secundi foraminis pone diem 1, in quo per secundum euacuantur bariles $\frac{1}{2}$ 17; per tertium $\frac{2}{3}$ 15; per quartum 15, hoc est in summa bariles $\frac{1}{6}$ 48, qui uellent esse 15: quare multiplicabis 1 per 15, et diuide per $\frac{1}{6}$ 48, exibunt $\frac{90}{289}$ unius diei. Rursum pro euacuatione barilium 12 tertii foraminis pone 1 diem, in quo per ipsum euacuantur bariles $\frac{2}{3}$ 15; per ultimum 15, hoc est per utrumque $\frac{2}{3}$ 30, qui uellent esse 12: quare multiplica 1 per 12, et diuide per $\frac{2}{3}$ 30, exibunt $\frac{9}{23}$ unius diei. Item pone in euacuatione bariles 13 inferioris foraminis diem 1, in quo euacuantur bariles 15, qui uellent esse 13: quare multiplica 1 per 13, et diuide per 15, exibunt $\frac{13}{15}$ unius diei; quibus iunctis cum $\frac{9}{23}$, et cum $\frac{120}{409}$, reddunt pro summa diem 1, et horas $\frac{1\ 12\ 16\ 12\ 144}{5\ 17\ 17\ 23\ 409}$ 10 pro euacuatione totius buctis.

« Et si per .... totius buctis » (fol. 78 recto, lin. 25-38, pag. 185, lin. 25-43).



Item est buctis habens inferius foramina 10, que per primum euacuatur in 1 die; per secundum in $\frac{1}{2}$ unius diei. | Per tertium in $\frac{1}{3}$; per quartum in $\frac{1}{4}$, et sic deinceps per ordinem, usque quod per decimum foramen euacuatur buctis in $\frac{1}{10}$ unius diei. Queritur: si foramina insimul aperta fuerint, in quanta diei parte buctis tota erit euacuata. Pone, ut buctis euacuetur in una die, in quo per primum foramen euacuatur buctis semel; per secundum bis, cum in dimidio diei euacuetur ipsa: quare per tertium euacuatur ter; per quartum quater; per quintum quinquies, hoc est buctes 5; per sextum euacuantur buctes 6; per septimum 7; per octauum 8; per nonum 9; per decimum 10: ergo in die 1 per omnia foramina euacuantur tot buctes, quot sunt in collectione numerorum, qui sunt ab 1 usque in 10, scilicet 55 : quare dices: pro die 1, qui pono, euacuantur buctes 55; quid ponam, ut euacuetur buctis 1 : multiplica 1 per 1, et diuide per 55, exibit $\frac{1}{55}$ unius diei pro euacuatione totius buctis.

(a) 78 verso

« ... in collectione » (fol. 78 verso, lin. 2-6; pag. 186, lin. 3-9).

Euacuatur buctis

$\frac{1}{55}$ diei unius

De quatuor hominibus nauem locantibus.

Qvattuor homines naulegiauerunt nauem ad honerandum de frumento; et unusquisque eorum quartam honerauit : et primus erat daturus domino nauis pro naulo $\frac{1}{3}$ sui frumenti; secundus $\frac{1}{4}$; tertius $\frac{1}{5}$; Quartus $\frac{1}{6}$; a quibus habuit dominus nauis pro eorum naulo modia 1000: quare quantitas totius carici nauis : pone ut caricum 4te partis totius nauis , scilicet portio uniuscuiusque , sit modia 60 ; quare caricum totius nauis erit modia 240. Et quia primus dedit $\frac{1}{3}$ sui carici; et secundus $\frac{1}{4}$; tertius $\frac{1}{5}$; quartus $\frac{1}{6}$, accipe $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 60, erunt modia 57, que uellent esse 1000. Quare dices : pro modiis 240, que pono in carico totius nauis, ueniunt Nauclerio modia 57; quid ponam, ut ueniant ei modia 1000: multiplica 240 per 1000, et diuide per 57, exibunt modia $\frac{10}{19}$ 4210 pro carico totius nauis.

« a quibus .... exibunt modia » (fol. 78 verso, lin. 12-19; pag. 186, lin. 16-27).

Caricum nauis

$\frac{10}{19}$ 4210

De eodem.

Et si proponatur, quod dato naulo domino nauis, remansisset ei modia 1000. Extrahes 57 de 240, remanent ei modia 183, que uellent esse 1000: quare multiplica 240 per 1000, et diuide per 183, exibunt modia $\frac{22}{61}$ 1311 pro carico totius nauis.

Caricum nauis

$\frac{22}{61}$ 1311

De homine retento in obsequio.

Qvidam retinuit quendam hominem in obsequium. Cui erat daturus in mense numeros tres, quorum secundus erat denariis 2 maior primo; et tertius denariis 2 maior secundo, hoc est denariis 4 maior primo. Et insuper erat ei daturus denarios 10. Contingit autem, quod ipse laborauit dies 6, pro quibus dominus operis dedit ei medietatem primi numeri. Et tertiam secundi. Et quartam tertii numeri; et fuit persolutus secundum quod ei contingit pro hoc, quod laborauerat. Queritur qui fuerunt numeri illi. Quia dies 6, in quibus laborauit, sunt quinta mensis; scilicet ex diebus 30 debuit ipse pro suo labore recipere $\frac{1}{5}$ omnium trium numerorum dictorum; et de denariis 10, pro qua $\frac{1}{5}$ dedit eius dominus medietatem primi numeri. Et tertiam secundi. Et quartam tertii. Et manifestum est, quod si de secundo numero extrahantur 2, et de tertio 4, uterque eorum erunt equales primo numero. Vnde extractis 2 de secundo , et 4 de tertio ; si acceperimus medietatem primi, et tertiam secundi, et quartam tertii; ideo accepimus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ tantum de primo numero : ergo ut accipiamus $\frac{1}{3}$ de denariis 2, in quibus secundus excedit primum; et $\frac{1}{4}$ de 4, in quibus tertius excedit primum, erunt $\frac{2}{3}$ 1 : ergo dedit ei dominus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ primi numeri, et insuper denarium $\frac{2}{3}$ 1; et fuit tamquam si de-

Digitized by Google

disset ei $\frac{1}{5}$ omnium trium numerorum, et de 10: nam extractis iterum 2 de secundo numero, et 4 de tertio; et accepto $\frac{1}{5}$ primi numeri, et secundi, et tertii; tantum est quantum si acceperimus tantum $\frac{3}{5}$ de primi numeri: deinde remanet, ut accipiatur $\frac{1}{5}$ de denariis 2 prescriptis, qui extracti fuerunt de secundo numero; et de 4, qui extracti fuerunt de tertio; et de 10, hoc est de 16, erunt $\frac{1}{5}$ 3: ergo operarius erat recepturus $\frac{3}{5}$ primi numeri, et insuper denarios $\frac{1}{5}$ 3; pro quibus recepit $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ eiusdem primi numeri, et insuper denarium $\frac{2}{3}$ 1: quare extrahas $\frac{2}{3}$ 1 de $\frac{1}{5}$ 3, remanent $\frac{8}{15}$ 1: ergo $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ ipsius numeri primi sunt plus $\frac{8}{15}$ 1 de $\frac{3}{5}$ eiusdem numeri. Vnde inueniendum est numerus, cuius $\frac{3}{5}$ extractis de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ eiusdem numeri, remaneat $\frac{8}{15}$ 1. Pone, ut numerus ille sit 60, cuius $\frac{3}{5}$ acceptis, que sunt 36; et extractis de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ de 60, scilicet de 65, remanent 29, que uellent esse $\frac{8}{15}$ 1: multiplicabis itaque | 60 per $\frac{8}{15}$ 1, erunt 92; que diuide per 29, exibunt $\frac{5}{29}$ 3 pro quantitate primi numeri: quibus additis 2, habebis $\frac{5}{29}$ 5 pro secundo numero; quibus iterum additis 2, habebis $\frac{5}{29}$ 7 pro tertio numero.

• si debient .... $\frac{2}{5}$ acceptis • (fol. 78 verso, lin. 32-38 e 39; pag. 186, lin. 43 — pag. 187, lin. 10).

primus
$\frac{5}{29}$ 3
Secundus
$\frac{5}{29}$ 5
Tertius
$\frac{5}{29}$ 7

fol. 79 recto.

De numero cui super additur $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ et 12, et a quo extrahitur $\frac{1}{6}\ \frac{2}{5}$ et 12, et nil remanet.

Est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ et 12; et de collecta quantitate abstuleris $\frac{1}{6}\ \frac{2}{5}$ et 12, nichil remanebit. Queritur quid sit numerus ille: primum querendum est, quis sit numerus, de quo si extraxeris $\frac{1}{6}\ \frac{2}{5}$ et 12, nichil remaneat. Pro quo pone 30, de quibus extrahe $\frac{1}{6}\ \frac{2}{5}$, scilicet 17, remanent 13. Que cum uelint esse 12; Multiplica 12 per 30, erunt 360; que diuide per 13, exibunt $\frac{9}{13}$ 27: pro quibus iterum dices: est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ et 12, facient $\frac{9}{13}$ 27: quare extrahe 12 de $\frac{9}{13}$ 27, remanebunt $\frac{9}{13}$ 15: deinde pone, ut ipse numerus sit 12, super quem adde $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ ipsius, erunt 19; que cum uellent esse $\frac{9}{13}$ 15, Multiplicabis itaque 12 per $\frac{9}{13}$ 15, et diuides per 19, exibunt $\frac{4\ 17}{13\ 19}$ 9; et tot erit numerus ille. Verbi gratia: Accipe $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de $\frac{4\ 17}{13\ 19}$ 9; quas sic accipere eas demonstramus: uidelicet ut multiplices 9 per 19, et adde 17; que per 13, et adde 4, erunt 2448; super que adde $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ ipsorum, que sunt 1428, erunt 3876; que diuide per $\frac{1}{19}\ \frac{0}{13}$. Et ideo primus per 19, quam per 13; quia 3876 integraliter diuidantur per 19, exibunt $\frac{9}{13}$ 15; super que adde 12, erunt $\frac{9}{13}$ 27; de quibus extrahe $\frac{1}{6}\ \frac{2}{5}$, que sunt $\frac{9}{13}$ 15, remanent 12; que non abieceris, nichil remanebit, ut prepositum est.

• querendum est .... adde $\frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$ • (fol. 79 recto, lin. 5-8; pag. 187, lin. 17-22).

Numerus
$\frac{4\ 17}{13\ 19}$ 9

De numero cui super additur $\frac{1}{9}\ \frac{3}{7}$ et 60.

Item est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{9}\ \frac{3}{7}$, et denarios 60; et de collecta summa extraxeris $\frac{1}{8}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{3}$, et denarios 60, nichil remanebit: inuenies numerum, de quo extracta $\frac{1}{8}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{3}$, remaneant 60: erit numerus ille $\frac{25}{41}$ 175; de quibus extrahe 60, remanent $\frac{25}{41}$ 115; pro quibus inueniendus est numerus, super quem si addatur $\frac{1}{9}\ \frac{3}{7}$, faciant $\frac{25}{41}$ 115, quem sic inuenies. Pone igitur, ut ipse sit 63; de quibus accipe $\frac{3}{7}$, que sunt 27. Et $\frac{1}{9}$, que est 7, erunt 34; que adde cum 63, erunt 97, que uellent esse $\frac{25}{41}$ 115. Vnde multiplicanda sunt 63 per $\frac{25}{41}$ 115, et diuidenda per 97, exibunt $\frac{17\ 8}{41\ 97}$ 75 pro quesiti numeri quantitate.

• faciant $\frac{25}{41}$ 115 .... quecumque • (fol. 79 recto, lin. 17 e 18-21; pag. 187, lin. 34-40).

Numerus
$\frac{17\ 8}{41\ 97}$ 75

Item alia cum similis.

Item est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{9}\ \frac{3}{7}\ \frac{2}{5}$ ipsius numeri, et insuper alios duos numeros equales quoscumque uolueris, et $\frac{1}{5}\ \frac{1}{2}$ unius ipsorum numerorum; et de collecta quantitate extraxeris $\frac{3}{11}\ \frac{2}{9}\ \frac{2}{7}$, et tres numeros tales, quales fuerint ipsi duo, quos primum iunxeris, et $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$ unius ipsorum numerorum, nichil remanebit: primum quidem inueniendi sunt, qui sunt numeri illi, qui debent addi in principio, et extrahi in

Digitized by Google

fine; quos sic inuenies: uidebis quis sit numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{5}\ \frac{1}{3}$, et $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$: qui numerus est 45; et tot pone pro numero illo. Et quia proponitur in finem, quod extractis tribus numeris illis, et $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$ unius illorum, multiplicabis 45 per 3, erunt 125; super que adde $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$ de 45, scilicet 14, erunt 149: deinde inuenias per regulam secundi arboris, quis sit numerus, de quo extractis $\frac{3}{11}\ \frac{2}{9}\ \frac{2}{7}$, remanent 149: que si secundum considerationem ipsius arboris regulam inuenire sciueris, ipsum esse $\frac{16}{819}$ 679 inuenies: de quibus extrahe duplum de 45, et insuper $\frac{1}{5}\ \frac{1}{3}$ de 45, hoc est 114, remanebunt $\frac{16}{819}$ 565: pro quibus uide per regulam tertie arboris, qualis est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{9}\ \frac{2}{7}\ \frac{2}{5}$; et fiant $\frac{16}{819}$ 165; eritque numerus ille $\frac{3\ 1\ 2\ 27}{4\ 6\ 19\ 119}$ 248: et sic omnes regulas huiusmodi operaberis.

« quo extractis .... sic omnes » (fol. 79 recto, lin. 28-31; pag. 188, lin. 5-9).

Numerus
$\frac{3\ 1\ 2\ 27}{4\ 6\ 19\ 119}$ 248

Questio proposita a quodam constantinopolitano magistro $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$.

Svmme $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$ unius numeri, et inde extrahe $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$; et quod remanet diuide in duas tales partes, ut multiplices unam partem per $\frac{1}{7}\ \frac{1}{2}$, et aliam per $\frac{4}{9}\ \frac{1}{2}$, et fiant equales. Sic facies: pone numerum talem, quod de $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$ ipsius possis $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$ integraliter extrahere; eritque numerus ille 81: de quo accipe $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$, scilicet 36; et extrahe inde $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$, scilicet 16, remanebunt 20; que oportet diuidere in duas tales partes, quod multiplicata una illarum per $\frac{4}{9}\ \frac{1}{2}$, faciat tantum, quantum multiplicata alia per $\frac{1}{7}\ \frac{1}{2}$. Quare ut in hac positione regulam arborum immitetur, pone quod una partium sit 18; que multiplica per $\frac{4}{9}\ \frac{1}{2}$, faciunt 17: deinde uideas per regulam primi arboris qualis est numerus, de quo 17 sit $\frac{1}{7}\ \frac{1}{2}$; eritque numerus ille $\frac{4}{9}$ 26; que adde cum 18, erunt $\frac{4}{9}$ 44, | qui numerus uellet esse 20. Multiplicabis igitur 18 per 20, et diuides per $\frac{4}{9}$ 44, exibunt $\frac{1}{10}$ 8 pro quantitate unius partis; a quibus usque in 20 desunt $\frac{9}{10}$ 11, que sunt alia pars.

« Svmme $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$ .... arborum » (fol. 79 recto, lin. 33-37, pag. 188, lin. 12-18).

pars prima	numerus
$\frac{1}{10}$ 8	81
Secunda	
$\frac{9}{10}$ 11	

fol. 79 verso.

De cuppa cuius fundus est tertia pars totius cuppe Cupercruum est quarta.

Qvendam cuppa est, de qua fundus ponderat tertiam totius cuppe; cuperclium uero ponderat quartum; residuum uero ponderat libras 15: queritur pondus totius cuppe: que positio similis est arboris, de quo $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ latet sub terra; et super terram est palmi 15. Verbi gratia: cum fundus cuppe sit $\frac{1}{3}$; et cuperclium sit $\frac{1}{4}$ totius cuppe. Ergo inter fundum, et cuperclium sunt $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ totius cuppe. Et hoc quod remanet ponderat libre 15. Quare cum de quantitate totius cuppe queratur; ponendum est, secundum eiusdem arboris regulam, ut ipsa ponderat aliquem numerum talem, uidelicet ut in ipso reperiantur minuta positionis, scilicet $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$; qui numerus erit 12. Quare pone, ut cuppa ponderat libre 12; qua ratione, fundus cum sit tertiam, cuppa ponderat libre 4; et cuperclium, cum sit $\frac{1}{4}$, ponderat libre 3. Ergo inter fundum, et cuperclium ponderat libre 7: a quibus usque in 12 de sunt libre 5 pro quantitate residui cuppe, que uellent esse libre 15: que cum non sint. Multiplicabis 12 per 15, et diuides per 5; et sic perueniunt 36 pro pondere totius cuppe.

« uero ponderat .... minuta » (fol. 79 verso, lin. 4-8; pag. 188, lin. 24 e 25-31).

fundus
12
coperclium
9

« positionis .... uellent esse » (fol. 79 verso, lin. 9-11; pag. 188, lin. 31-34).

pondus cuppe
36

Aliter de cuppa.

Nam si dixeris, quod fundus ponderet $\frac{1}{3}$ tantum medii et cuperclii. Et coperclium ponderet quantum medii, et fundi; medium uero ponderet 15: quam positionem, si ad regulam eiusdem arboris redigere uolueris, sic facies: cum fundus ponderet $\frac{1}{3}$ medii, et coperclii. Et si inter coperclium, et medium ponderat 3, fundus ponderat 1; ergo fundus est $\frac{1}{4}$ totius cuppe. Eademque ratione cum coperclium est $\frac{1}{4}$ medii, et fundi; si inter medium, et fundum ponderant 4, coperclium ponderat 1: ergo coperclivm est $\frac{1}{5}$ totius

« redigere .... cuppe summe » (fol. 79 verso, lin. 15-21, pag. 188, lin. 40 — pag. 189, lin. 5).

Cuppe
$\frac{2}{11}$ 27
fundus
$\frac{9}{11}$ 6
Coperclium
$\frac{3}{11}$ 5

Digitized by Google

cuppe; et ita inter fundum et coperclium sunt $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ totius cuppe: quare inueniendus est numerus, de quo reperiatur $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$, eritque 20, qui exiit ex multiplicatione de 4 in 5: de quibus extrahes $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$, scilicet 9, remanent 11. Quare multiplica 20 per 15, erunt 300; que diuide per 11, exibunt $\frac{3}{11}$ 27 pro pondere totius cuppe. Verum si unamquamque ipsarum partium reperire uolueris, cum fundus sit $\frac{1}{4}$ totius cuppe, sume $\frac{1}{4}$ de 20, quod est 5; que multiplica per 15, erunt 75; que diuide per 11, exibunt pro pondere fundi libre $\frac{9}{11}$ 6. Item cum coperclium sit $\frac{1}{5}$ totius cuppe. Accipe $\frac{1}{5}$ de 20, que est 4; que multiplica per 15, erunt 60; que diuide per 11, exibunt pro pondere coperclii libre $\frac{5}{11}$ 5.

Item de cuppa.

Item est cuppa, cuius fundus est $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cuperclii, et medii. Coperclium uero est $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ medii et fundi. Medianus cuppe ponderat libre 6. Queritur pondus fundi, et coperclii; quia fundus est $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ residui: ergo si residuum ponderat libre 12, et fundus ponderat libre 7; ergo tota cuppa ponderet libre 19: quare fundus ponderat $\frac{7}{19}$ totius cuppe; propter eandem rationem coperclium cum sit residui $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, erit $\frac{11}{41}$ totius cuppe. Vnde describe in ordinem $\frac{11}{41}\frac{7}{19}$; et multiplicabis 7, que sunt super 19, per 41, erunt 287. Item multiplicabis 11, que sunt super 41, per 19, erunt 209; que adde cum 287, erunt 496: et multiplicabis 19 per 41, erunt 779; de quibus extrahe 496, remanent 283: multiplica 779 per 6, erunt 4674; que diuide per 283, exibunt $\frac{146}{283}$ 16 pro quantitate ponderis totius cuppe: et si multiplicaueris 287 per 6, et diuiseris per 283, reperies $\frac{24}{283}$ 6 pro quantitate fundi. Iterum si multiplicaueris 209 per 6, et diuiseris per 283, reperies libras $\frac{122}{283}$ 4 pro pondere coperclii.

« $\frac{11}{41}$ totius .... habentibus » (fol. 79 verso, lin. 29-34, pag. 189, lin. 15-23).

$\frac{146}{283}$	16
$\frac{24}{283}$	6
$\frac{122}{283}$	4

De IIII^or^ hominibus denarios habentibus.

Qvattuor homines habent denarios. Denarii autem primi erant $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ denariorum aliorum trium: denarii autem secundi erant $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ aliorum trium: tertii autem erant $\frac{1}{8}\frac{1}{7}$ aliorum trium. Denarii autem quarti erant 27. Queritur quot denarios unusquisque reliquorum habebat: hec questio eandem retinent regulam cuppe sic: quod cum denarii primi hominis sint $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ denariorum reliquorum trium hominum; ergo habet ipse $\frac{7}{19}$ totius summe eorum quattuor. Propter eadem et secundus habet $\frac{11}{41}$ eiusdem summe. Et cum tertius habeat $\frac{1}{8}\frac{1}{7}$ reliquorum: | ergo si ipsi tres habent denarios 56, et ipse habet $\frac{1}{8}\frac{1}{7}$ illorum, hoc est 15; ergo inter omnes habent denarios 71; de quibus ipse habet $\frac{15}{71}$: ergo assimilatur hec questio arboris, uel numero; de quo, extractis $\frac{15}{71}\frac{11}{41}\frac{7}{19}$, remanent 27: quod sic facias: multiplica 7, que sunt super 19, per 41; que per 71, erunt 20377, que pone super $\frac{7}{19}$. Iterum multiplica 11, que sunt super 41, per 71; que per 19, erunt 14839, que pone super $\frac{11}{41}$. Rursus multiplica 15, que sunt super 71, per 41; que per 19, erunt 11685, que pone super $\frac{15}{71}$: adde itaque 20377 cum 14839, et cum 11685, erunt 46901; que extrahe ex multiplicatione de 19 in 41, et in 71, scilicet de 55309, remanebunt 8408; quibus reperies regulam que est $\frac{1\ \ 0}{8\ 1051}$. Et multiplica 20377 per 27, erunt 550179; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ 1051}$. Et multiplica 20377 per 27, erunt 550179; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ 1051}$, exibunt denarii $\frac{3\ 4\ 57}{8\ 10\ 51}$ 65; et tot habuit primus homo. Item multiplica 14839 per 27, erunt 400653; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ 1051}$, exibunt denarii $\frac{5\ 684}{8\ 1051}$ 47; et tot habuit secundus. Item multiplica 11685 per 27, erunt 315495; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ 1051}$, exibunt denarii $\frac{7\ 6\ 49}{8\ 10\ 51}$ 37; et tot habuit tertius.

fol. 80 recto

« rema|nent 27 .... diuide per » (fol. 80 recto, lin. 2 e 8-9; pag. 189, lin. 32-42).

Primus	
$\frac{3\ 457}{8\ 1051}$	65
Secundus	
$\frac{5\ 684}{8\ 1051}$	47
Tertius	
$\frac{7\ 549}{8\ 1051}$	37

Digitized by Google

De duobus hominibus qui habent denarios, ex quibus unus petit alteri aliquam quantitatem et proponit excedere eum in aliqua proportione.

Dvo homines denarios habent, quorum unus dixit alteri : Si dares mihi unum ex tuis denariis, essem tibi equalis. Alter Respondit : et si tu dares mihi unum ex tuis denariis, haberem decies tantum, quam tu. Queritur, quot unusquisque habebat. Quod, ut ad regulam arboris redigatur, sic uidendum est: quia primus , habito numero ex denariis alterius, proponit se ei esse equalem ; ergo medietatem totius summe denariorum arborum eum habere, habito ipso 1 denario, non dubitatur. Quare describes $\frac{1}{2}$. Item quia alter habito 1 ex denariis primi, decies tantum quam ipse se habere pronuntiat : ergo si ipse tunc habuit 10, et primus habuit 1 : ergo inter ambos habent 11; ex quibus cum secundus habeat 10, nimirum de tota summa utriusque ipsum habere $\frac{10}{11}$ affirmatur. Ergo unus habet $\frac{1}{2}$ totius summe, et alter $\frac{10}{11}$, habito uidelicet quesito denario. Quare dices: est arbor, cuius $\frac{1}{2}$, et $\frac{10}{11}$ superat longitudinem arboris palmi 2, uidelicet illis , quos ipsi adinuicem querunt. Secundum illius arboris regulam oportet multiplicare 1, quod est super 2, per 11, erunt 11; et 10, que sunt super 11, per 2, erunt 20: que adde cum 11, erunt 31; et 2 per 11, faciunt 22; que extrahe de 31, remanet 9 , que uellent essent 2 : quare multiplica 2 , scilicet iunctionem utriusque denarii, per 11, erunt 22; que diuide per 9, exibunt $\frac{4}{9}$ 2; et tot habuit primus, accepto denario ab altero homine. Ergo primus habet denarium $\frac{4}{9}$ 1. Iterum multiplica eadem 2 per 20, erunt 40; que diuide per 9, exibunt denarii $\frac{4}{9}$ 4; et tot habuit alter, habito denario ab alio : ergo habuit ipse denarios $\frac{4}{9}$ 3.

pronuntiat .... palmi 2 per » (fol. 89 recto, lin. 17-24; pag. 190, lin. 9 e 10-19 e 20).

Primus
$\frac{4}{9}$ 1
Secundus
$\frac{4}{9}$ 3

De eadem re.

Aliter secundum quorumdam inuentionem. Cum secundus, habito 1 ex denariis primi, preponit se habere decies tantum primo ; extrahe 1 de 10, remanent 9 : unus habet $\frac{4}{9}$ 1 , et alter $\frac{4}{9}$ 3 : et si diceres, quod ipse haberet duodecies tantum primi. Similiter extrahes 1 de 12, remanent 11 ; et sic unus habet $\frac{4}{11}$ 1 , et alter $\frac{4}{11}$ 3. Et sic posses facere de qualibet simili interrogatione.

Questio de eadem re nobis apud constantinopoli a quodam magistro proposita.

Item si proponatur , quod unus illorum petat alteri denarios 7 ; et habeat quincuplum eius. Et secundus petat primo 5 denarios; et habeat septuplum eius. Vt solutio huius questionis redigatur ad regulam secunde arboris, etiam et ad oculum clarius uideatur; sit summa denariorum ipsorum linea .*a. b.*, ex qua .*a. g.* sit portio primi: quare .*g. b.* erit portio secundi: et signetur in .*g. b.* punctus .*d.*; sitque .*g. d.* 7., et in .*a. g.* signetur punctus .*e.*; sitque .*e. g.* 5. Et quoniam primus petit secundo septem, scilicet numerum .*g. d.*; et portio eius est numerus .*a. g.*; si addantur ei ipsa 7, habebit numerum .*a. d.*, qui proponitur esse quincuplum residui denariorum secundi hominis, scilicet ex numero .*d. b.* : ergo si numerus .*a. d.* diuidatur in quinque partes equales, erit unaqueque pars equalis numero .*d. b.* : quare .*d. b.* est sexta pars totius numeri .*a. b.*, scilicet de summa denariorum utriusque hominis. Rursus si super denarios | secundi hominis, scilicet super numerum .*b. g.* addantur denarii 5 de denariis primi hominis, scilicet numerus .*g. e.*, habebit ipse secundus homo numerum .*b. e.*; et primo remanebit numerus .*e. a.* Et quia secundus, habitis 5 de denariis primi, habet septuplvm eius, erit numerus .*b. e.* septuplum numeri .*e. a.*: quare .*e. a.* est $\frac{1}{8}$ totius

» habebat .... .d. b. ergo » (fol. 80 recto, lin. 37 ; pag. 190, lin. 35 e 36-37)

fol. 80 verso.

Digitized by Google

numeri .*a*. *b*.: ostensus etiam et numerus .*b*. *d*. esse $\frac{1}{6}$ numeri .*a*. *b*. : ergo numeri .*b*. *d*., et .*e*. *a*. sunt $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ totius numeri .*a*. *b*.: quare si de numero .*a*. *b*. auferantur $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ ipsius, scilicet numeri .*b*. *d*. et .*e*. *a*., remanebit numerus .*e*. *d*., qui est 12; cum .*e*. *g*. sit 5, et .*g*. *d*. sit 7: et quare, secundum regulam ipsius arboris, pone pro numero .*a*. *b*. 24, quorum $\frac{1}{6}$, scilicet 4, erit pro numero .*b*. *d*.: cuius etiam $\frac{1}{8}$, scilicet 3, erit pro numero .*e*. *a*.: quare si de numero posito per .*b*. *a*., scilicet de 24, auferantur numeri positi pro numeris .*b*. *d*. et .*e*. *a*., scilicet 4 et 3, remanebunt 17 pro numero .*e*. *d*. qui est 12: quare est sicut 17 ad .*d*. *e*., scilicet ad 12, ita 24 ad numerum .*a*. *b*., et ita 4 ad numerum .*b*. *d*., et 3 ad numerum .*e*. *a*.: quare si multiplicauerimus 24 per 12, et diuiserimus per 17, habebimus numerum .*a*. *b*.: similiter si multiplicauimus 4 per 12, et diuiserimus per 17, uenient $\frac{14}{17}$ 2 pro numero .*b*. *d*. : quibus additis 7, scilicet .*d*. *g*., erit .*b*. *g*., scilicet denarii secundi hominis $\frac{14}{17}$ 9. Item diuisa multiplicatione de 12 in 3 per 17, ueniunt $\frac{2}{17}$ 2 pro numero .*a*. *e*.: quibus additis 5, scilicet .*e*. *g*., reddunt pro numero .*a*. *g*. $\frac{2}{17}$ 7; et tot habuit primus.

De eodem secundum regulam rectam.

In soluendis itaque questionibus est regula quedam, que recta dicitur, qua arabos utuntur: et est illius regule modus ualde laudabilis, cum per ipsam infinite questiones solui ualeant: quam regulam, si in hac questione imitari uis , pone secundum hominem habere rem, et denarios 7, quos petit ei primus: et intellige pro re summam aliquam ignotam, quam inuenire uis: et quia primus habet quincuplum eius, habitis ipsis denariis 7, sequitur necessario, illum habere quinque res minus denariis 7: quia cum ipse habuerit 7 de denariis secundi, tunc habebit quinque res integras; et secundo remanebit res una; et sic primus habebit quincuplum eius: quare si de portione primi hominis addantur 5 secundo, que petit ei; et habebit utique secundus rem, et denarios 12; et primo remanebunt quinque res minus denariis 12: et sic secundus habet septuplum primi, hoc est quod una res, et denarii 12 sunt septuplum quinque rerum, et de denariis 12: quare multiplicatis quinque rebus minus denariis 12 per 7, uenient 35 res minus soldis 7, que equantur uni rei, et soldo uno: quare si utraque parti addantur soldi 7 , erunt triginta quinque res equales de re una , et soldi 8 : quia si super equalia equalia addantur, tota erunt equalia. Rursus cum de equalibus equalia dempseris, que remanebunt equalia erunt: si de suprascriptis duarum partium tollatur res una, remanebunt 34 res equales de soldis 8: quare si diuiseris soldos 8 per 34, habebis $\frac{14}{17}$ 2 pro summa uniuscuiusque rei : ergo secundus habet $\frac{14}{17}$ 9, cum habeat rem, et denarios 7. Similiter si de quinque rebus, scilicet ex multiplicatione de $\frac{14}{17}$ 2 in 5, auferantur denarii 7, remanebunt denarii $\frac{2}{17}$ 7 pro denariis secundi hominis, ut superius inuenimus: per hunc tertium modum potes soluere omnes sequentes duorum hominum questiones.

De eadem re.

Item si proponatur, quod unus petat alteri 6; et dicat se habere quinquies tantum et quartam, quam alter; et alius petat primo denarios 4, et habeat septies tantum , et duas tertias quam primus: quia primus preponit se habere quinquies tantum , et quartam alterius ; ergo si ipse habuerit $\frac{1}{4}$ 5, et alter habuit 1 ; ergo inter utrumque dant $\frac{1}{4}$ 6; de quibus habet unam partem ipse secundus habet : fac quartas de $\frac{1}{4}$ 6 ,

Digitized by Google

minoris summe, et amplius denarios 12: habent etiam et maiorem summam: quare $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis 11 faciunt maiorem summam; et $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis 11 faciunt minorem summam. Vnde extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe de eadem, remanebunt 11. Quare ponas ipsam summam esse 24; de quibus extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ remanent 17: que cum uelint esse 11, multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3 per 11, et diuides per 17, exibunt $\frac{16}{17}$ 1 pro $\frac{1}{8}$ minoris summe: quia quam partem de 24 multiplica scilicet per 11, et diuides per 17, talem partem minoris summe inuenies: super que $\frac{16}{17}$ 1 iunctis denariis 5, quos primus habet plus dicte octaue, reddent $\frac{16}{17}$ 6 pro denariis primi, ut superius per aliam regulam inuenimus. Similiter multiplicabis 3, scilicet $\frac{1}{8}$ de 24 per 11, et diuides per 17, et super addes 7 diuisioni, et habebis $\frac{16}{17}$ 9, scilicet denarios secundi.

De eodem.

Item aliter inuentum est superius, quod primus habet $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6; uel $\frac{1}{8}$ eiusdem summe, et plus denariis 5: unde $\frac{5}{6}$ minoris summe unius denarii 6 sunt quantum $\frac{1}{8}$ eiusdem summe cum denariis 5. Quare si addantur unicuique portioni denarii 6, erunt $\frac{5}{6}$ minoris summe quantum $\frac{1}{8}$ eiusdem summe cum denariis 11: ergo extracta $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanent 11: pones itaque, ut ipsa summa sit 24; de cuius $\frac{5}{6}$, scilicet de 24, extrahe $\frac{1}{8}$, scilicet 3, remanent 17: que cum uelint esse 11; aut multiplicabis $\frac{5}{6}$ de 24, scilicet 20, per 11, et diuides per 17, et extrahes 6; uel $\frac{1}{8}$ de 24 multiplicabis per 11, et diuides per 17, et addes 5, et habebis denarios primi hominis. Similiter quia secundus habet $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 4; uel denarios 7, plusquam $\frac{1}{6}$ eiusdem summe; si comuniter utrique portioni addantur 4, erunt $\frac{7}{8}$ minoris summe denarii 11 plus de $\frac{1}{6}$ eiusdem summe. Quare extracta $\frac{1}{6}$ de $\frac{7}{8}$ minoris summe, | remanent 11: pone similiter, ut ipsa summa sit 24; de cuius $\frac{7}{8}$, scilicet de 21, extracta $\frac{1}{6}$, scilicet 4, remanent 17: que cum uelint esse 11, aut multiplica 21 per 11, et diuides per 17, et extrahes inde 4, que secundus habet minus; aut multiplicabis 4, scilicet $\frac{1}{6}$ de 24 per 11, et diuides per 17, et super addes 7, et habebis denarios secundi hominis: possunt enim per ea que diximus reperiri, que ex similibus questionibus solubiles sunt, et que insolubiles: secundum predictas multiplicitates possunt solui, cum unicuique dictorum hominum equaliter superauerit super suam multiplicitatem ab uno predicto denario usque in denarios 11: ab undecim uero superius ipsas insolubiles esse probabimus. A cuius exemplum primus petat secundo denarios 7, et habeat 12 plusquam quinquies tantum ipso. Secundus similiter querat primo 5, et habeat septies tantum quam primus, et plus denariis 12. Vt diximus superius: denarii namque omnes ipsorum uocantur maior summa. Duodecim uero minus ea uocabitur minor; cum 12 super habundet unicuique. Et quoniam primus, habitis 7 a secundo, habet quinquies tantum quam ipse, et insuper denarios 12, necessarium est, ipsum primum habere $\frac{5}{6}$ minoris summe, et denarios 12 plus; ex quibus 12 cum 7 fuit ex denariis secundi, remanet portio primi hominis de 5 plus de $\frac{5}{6}$ minoris summe. Similiter inuenies portionem secundi esse denarios 7 plus de $\frac{7}{8}$ minoris summe: ergo inter utrumque habent $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe, et denarios 12: habent etiam et ipsi similiter denarios 12 plus minoris summe: ergo $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe cum denariis 12 sunt quantum maior summa: et quoniam cum de equalibus equalia tollantur, que remanent equalia sunt.

fol. 81

si ab utraque portione tollantur 12, remanebunt $\frac{1}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe equales eidem minori summe, quod est impossibile: uel aliter, cum secundus dat 7 primo, et remanet ei $\frac{1}{6}$ minoris summe; ergo portio eius est denarii 7 plus quam $\frac{1}{6}$ minoris summe. Inuenimus enim superius, portionem ipsius esse denarios 7 plus de $\frac{7}{8}$ minoris summe. Quare $\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis 7 est quantum $\frac{7}{8}$ eiusdem summe cum denariis 7: sunt enim utrique 7 equales: remanet ergo $\frac{1}{6}$ minoris summe equalis de $\frac{7}{8}$ eiusdem summe; quod est iterum inpossibile. In portione autem primi hominis inuenies $\frac{1}{8}$ minoris summe esse equale de $\frac{5}{6}$ eiusdem summe; quod est inconueniens. Similiter multum inconuenientius ostendentur, non posse superare alicui ipsorum ultra denarios 12.

Modus tertius in questione duorum hominum.

Rvrsus primus querat secundo 7, et habeat 1 plus quam quinquies ipso. Secundus petat primo 5, et habeat 2 plus quam septies ipso. In hac questione tres summe considerande sunt. Quarum maior est quantitas omnium denariorum ipsorum duorum hominum; media est 1 minus ea. Minor quoque est 2, minus maiori summe, uel 1 minus media. Et quoniam primus cum 7 denariis secundi habet quinquies tantum quam secundus, et 1 plus ipsum; primum $\frac{5}{6}$ mediane summe minus denariis 6; et secundum hominem $\frac{1}{6}$ eiusdem summe, et plus denariis 7 habere necesse est. Similiter quia secundus cum 5 denariis primi habet septies tantum quam primus, et 2 plus: extractis ipsis 2 de maiori summa, remanet minor summa; de qua secundus cum 3 ex denariis primi habet septies tantum quam primus, hoc est $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 3: quare primus habet $\frac{1}{8}$ eiusdem minoris summe, et insuper denarios 5 plus ipsos, uidelicet quos dat secundo: quibus omnibus peractis, possunt redigi portiones utriusque in partes uniuscuiuslibet trium dictarum summarum: redigamus ergo eas primum in partes minoris summe. Quoniam mediana summa est plus 1 minori $\frac{5}{6}$ mediane summe, est $\frac{5}{6}$ unius denarii plus de $\frac{5}{6}$ minoris summe: ergo $\frac{5}{6}$ minoris summe cum $\frac{5}{6}$ unius denarii est quantum $\frac{5}{6}$ mediane summe; et primus habet $\frac{5}{6}$ mediane summe minus denariis 6: ergo habet $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6, et plus $\frac{5}{6}$ unius denarii. Quare extractis $\frac{5}{6}$ unius denarii de 6, remanent $\frac{1}{6}$ 5: ergo primus habet $\frac{5}{6}$ minoris summe minus denariis $\frac{1}{6}$ 5; de qua secundus habet, ut inuentum est, $\frac{7}{8}$ minus denariis 3: quare inter utrumque habent $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ eiusdem minoris summe minus denariis $\frac{1}{6}$ 8.

Habent etiam et ipsi maiorem summam, scilicet 2 plus minoris summe. Vnde manifestum est, quod $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis $\frac{1}{6}$ 8, sunt quantum minor summa cum denariis 2. Quare extractis ipsis 2 de utraque portione, remanet minor summa equalis de $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ ipsius, minus denariis $\frac{1}{6}$ 10: quare inuenienda est summa, de qua $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ superhabundent $\frac{1}{6}$ 10 ipsam summam. Pones itaque, ut ipsa summa sit 24, cuius $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$, scilicet 41, superhabundant 17 ipsa 24: que 17 cum uelint esse $\frac{1}{6}$ 10, Multiplicabis $\frac{1}{6}$ 10 per $\frac{5}{6}$ de 24, scilicet per 20, et diuides per 17, exibunt $\frac{1\ 16}{3\ 17}$ 11 pro $\frac{5}{6}$ minoris summe: de quibus extrahe $\frac{1}{6}$ 5, quas primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanebunt $\frac{27}{34}$ 6; et tantum habet primus. Item multiplica $\frac{1}{6}$ 10 per $\frac{7}{8}$ de 24, scilicet per 21, et diuides per 17; et de exeunte summa extrahe 3, que secundus habet, minus de $\frac{7}{8}$ minoris summe, exibunt $\frac{19}{34}$ 9.

Item si uis eos redigere in portione mediane summe, de qua primus habet $\frac{5}{6}$ minus denariis 6; et secundus cum habeat $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 3, habebit ex me-

diana summa $\frac{7}{8}$ minus denariis 3, et minus $\frac{7}{8}$ ipsius denarii; quia est inter medianam summam et minorem: quia cum minor summa sit 1, minus mediana $\frac{7}{8}$ minoris, sunt $\frac{7}{8}$ unius denarii minus de $\frac{7}{8}$ mediane: ergo cum primus habeat $\frac{5}{6}$ mediane summe minus 6; et secundus $\frac{7}{8}$ eiusdem minus denariis $\frac{7}{8}$ 3, inter utrumque habebunt $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ eiusdem mediane summe, minus denariis $\frac{7}{8}$ 9: et quoniam ipsi habent 1 plus mediane summe, scilicet maiorem summam $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ mediane summe, minus denariis $\frac{7}{8}$ 9, sunt quantum mediana summa cum denario 1: quo denario extracto ex utraque portione, remanet mediana summa equalis de $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ ipsius, minus denariis $\frac{7}{8}$ 10. Quare multiplicanda sunt $\frac{7}{8}$ 10 per 20, et diuidenda per 17; et de summa extrahenda 6, que primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ mediane summe, et habebis denarios primi $\frac{27}{34}$ 6. Similiter multiplicanda sunt iterum $\frac{7}{8}$ 10 per 21, et diuidenda per 17, et extrahenda $\frac{7}{8}$ 3, et habebis denarios $\frac{19}{34}$ 9. Rvrsum aliter rediges denarios eorum in portionem maioris summe: quia primus habet $\frac{5}{6}$ mediane summe, minus denariis 6, habebis utique $\frac{5}{6}$ maioris summe minus 6, et minus $\frac{5}{6}$ de ipso denario, qui super est a mediana summa in maiorem: ergo $\frac{5}{6}$ maioris summe sunt $\frac{5}{6}$ unius denarii, plus de $\frac{5}{6}$ mediane summe. Quare primus habet $\frac{5}{6}$ maioris summe, minus denariis $\frac{5}{6}$ 6. Similiter cum secundus habeat $\frac{7}{8}$ minoris summe minus denariis 3, habebis utique de maiori summa $\frac{7}{8}$ minus denariis 3, et minus $\frac{7}{8}$ de denariis 2; in quibus maior summa excedit minorem: nam $\frac{7}{8}$ de 2 est $\frac{3}{4}$ 1: ergo secundus habet $\frac{7}{8}$ maioris summe minus denariis 3, et $\frac{3}{4}$ 1, hoc est minus $\frac{3}{4}$ 4: habet enim primus, ut diximus, $\frac{5}{6}$ maioris summe, minus $\frac{5}{6}$ 6: ergo inter utrumque habent $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ maioris summe, minus denariis $\frac{5}{6}$ 6, et $\frac{3}{4}$ 4, scilicet minus $\frac{7}{12}$ 11: habent enim et ipsi maiorem summam tantum. Quare $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ maioris summe sunt plus de ipsa summa $\frac{7}{12}$ 11. Multiplicabis ergo $\frac{7}{12}$ 11 per 20, et per 21, et diuides utramque multiplicationem per 17; et de prima diuisione extrahes $\frac{5}{6}$ 6; et de secunda extrahes $\frac{3}{4}$ 4, et habebis denarios ipsorum. Processimus enim superius tripliciter; cum $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ possumus iterum tripliciter cum $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ procedere sic. Inuentum est superius, quod primus habet $\frac{1}{8}$ minoris summe, et plus denarios 5; et secundus habet $\frac{1}{6}$ mediane summe, et plus 7: unde potes redigere secundum hoc denarios ipsorum in portione cuiuslibet dictarum trium summarum; et nos redigamus eos primum in portione minoris summe, de qua primus habet $\frac{1}{8}$, et plus denarios 5: et quoniam secundus habet $\frac{1}{6}$ mediane summe, et plus 7, habebit de minori summa similiter $\frac{1}{6}$, et denarios 7, et insuper $\frac{1}{6}$ ex ipso denario, qui est a minori summa usque ad medianam: ergo secundus habet denarios $\frac{1}{6}$ 7 plus de $\frac{1}{6}$ minoris summe. Quare inter utrumque habent $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ minoris summe, et denarios $\frac{1}{6}$ 12: que quantitas, cum sit summa eorum tota, scilicet maior; et ipsa maior summa sit 2 plus minori summa; ergo $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis $\frac{1}{6}$ 12, sunt quantum minor summa cum denariis 2. Quare extractis 2 ex utraque portione, remanebunt $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis $\frac{1}{6}$ 10, quantum minor summa. Quare extractis $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ de minori summa, remanent $\frac{1}{6}$ 10: quam si posuerimus esse 24, et extraxerimus inde $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$, remanebunt 17; que 17 cum uelint esse $\frac{1}{6}$ 10, Multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3, per $\frac{1}{6}$ 10, et diuides per 17, exibit pro $\frac{1}{8}$ minoris summe $\frac{27}{34}$ 1: cum quo aditis 5, quos primus habet plus de $\frac{1}{8}$ minoris summe, erunt $\frac{27}{34}$ 6; et tot superius inuentum est habere primum. Eademque ratione multiplicabis $\frac{1}{6}$ de 24, scilicet 4, per $\frac{1}{6}$ 10, et diuides per 17, et super addes postea super numerum, qui ex diuisione exierit, $\frac{1}{6}$ 7, quo ssecundus habet, plus de $\frac{1}{6}$ minoris summe; et habebis $\frac{19}{34}$ 9 pro denariis secundi, ut supra. |

c. 82 recto. Si autem in portione mediane summe denarios ipsorum reducere scieris, inuenies primum habere $\frac{1}{4}$ eiusdem mediane summe, et plus denariis $\frac{2}{8}4$: secundum quoque eiusdem summe $\frac{1}{6}$, et plus denariis 7, hoc est, inter utrumque habent $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ mediane summe, et denarios $\frac{2}{8}11$. Et quoniam inter utrumque habent denarios 1 plus mediana summa, scilicet maiorem summam; si utraque portione extrahatur 1, remanebunt $\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{2}{8}10$ equales de mediana summa: operaberis secundum quod in minori summa fecimus, et inuenies denarios ipsorum. Similiter potes inuenire denarios ipsorum, si reduxeris ipsos in portione maioris summe; de qua primus habet $\frac{1}{5}$, et plus denariis $\frac{2}{4}4$; secundus $\frac{1}{6}$, et plus denarios $\frac{3}{6}6$. Redactis quoque denariis ipsorum in portione alicuius dictarum trium summarum, possumus quantitates ipsorum aliter inuenire: uidelicet quia superius inuentum est, primum habere $\frac{1}{5}$ minoris summe, et plus denariis 5; uel $\frac{5}{6}$ eiusdem summe, minus denariis $\frac{1}{6}5$; ergo $\frac{1}{5}$ minoris summe cum denariis 5 quantum $\frac{5}{6}$ eiusdem summe minus $\frac{1}{6}5$. Quare si comuniter addiderimus $\frac{1}{6}5$, erit $\frac{1}{5}$ minoris summe cum denariis $\frac{1}{6}10$ quantum $\frac{5}{6}$ eiusdem summe: unde si de 20, que sunt $\frac{5}{6}$ de 24, extraxeris $\frac{1}{5}$ eorum, remanebunt 17. Multiplicabis $\frac{1}{6}10$ per 3, et diuides per 17, et addes 5, quos primus habet plus de $\frac{1}{5}$ minoris summe. Aut multiplicabis $\frac{1}{6}10$ per 20, et diuides per 17; et extrahes inde $\frac{1}{6}5$, quos idem primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ eiusdem summe; et sic habebis denarios primi hominis. Similiter si secundum hoc consideraueris per duas portiones, quas habet primus in qualibet reliquarum duarum summarum, poterit denarios primi reperire: quod idem intelligas de denariis secundi. Et notandum, quia quedam ex similibus questionibus sunt insolubiles: ad quarum notitiam habendam, quedam insolubilis questio proponatur.

Modus quartus in consimilibus questionibus duorum hominum.

Sint iterum duo homines; et primus petat secundo 7; et habeat similiter quinquies tantum quam ipse, et unum plus. Secundus quoque petat 5 primo; et habeat septies tantum quam ipse, et 15 plus. In hac questione maior summa est quantitas duorum ipsorum mediana 1 minus. Minor 15 minus eiusdem maioris summe: et quoniam primus, habitis 7 ex denariis secundi, habet quinquies tantum quam secundus, et 1 plus; necesse est, secundum hominem habere $\frac{1}{6}$ mediane summe, et 7 plus. Similiter, ut supra diximus, primus habet $\frac{1}{5}$ minoris summe, et 5 plus. Et quoniam secundus habet $\frac{1}{6}$ mediane summe, et 7 plus; necesse est, ut pro $\frac{1}{6}$ mediane summe habeat $\frac{1}{6}$ minoris, et insuper sextam partem de denariis 14, in quibus mediana summa excedit minorem: ergo secundus habet $\frac{1}{6}$ minoris summe, et sextam partem de 14, scilicet $\frac{1}{3}2$, et 7 plus: est hoc $\frac{1}{3}9$, plus de $\frac{1}{6}$ minoris summe: ex qua summa, cum primus habeat $\frac{1}{5}$ et 5 plus; inter utrumque habebunt $\frac{1}{5}\frac{1}{6}$ minoris summe, et denariis $\frac{1}{3}14$: habent etiam et ipsi minorem summam, et denarios 15, scilicet maiorem summam. Si ex utraque portione extrahantur denarii $\frac{1}{3}14$, remanebit minor summa cum $\frac{2}{3}$ unius denarii equalis de $\frac{1}{5}\frac{1}{6}$ ipsius summe; quod est impossibile. Similiter si reduxeris portiones eorum in portione mediane summe, inuenies, primum habere $\frac{1}{5}$ mediane summe, minus octaua parte de denariis 14, que sunt a minori summa usque ad medianam, et plus denariis 5: ex quibus 5, extracta $\frac{1}{5}$ de 14, scilicet $\frac{4}{5}2$, remanent $\frac{1}{5}2$: ergo primus habet $\frac{1}{5}$ mediane summe, et $\frac{1}{5}2$ plus: ergo inter utrumque habent denarios $\frac{1}{5}10$, plus de $\frac{1}{5}\frac{1}{6}$ mediane summe: habent enim ipsi 1 plus mediane summe, scilicet maiorem summam: quo 1 extracto ex utraque

Digitized by Google

portione, remanent $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{1}{4}9$ equales ipsius mediane summe. Quare supradictis demonstrationibus, ad habendum denarios primi, multiplicanda est $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3 per $\frac{1}{4}9$, et diuidenda est summa multiplicationis per 17; et postea super addendi sunt denarii $\frac{1}{4}3$, quos primus habet plus de $\frac{1}{8}$ mediane summe; et habebis pro denariis primi $\frac{15}{17}4$; quod est inconueniens; cum sint minus de 5, quos petit secundus ipsi primo homini: hoc idem inuenies, si reduxeris portiones eorum in portione maioris summe.

Item de duobus hominibus modus quintus.

Item primus petat secundo 7, et habeat quinquies tantum quam ipse, et 1 minus. Secundus petat primo 5, et habeat septies tantum quam ipse, et 3 minus. Hee autem questiones in infinitum tendunt solubiles; et soluuntur hoc ordine: quantitas denariorum ipsorum uocatur minor summa; uno plus uocatur mediana; duo plus mediana, scilicet 3 plus minori; que 3 deficiunt secundo, uocatur maior: et quoniam primus, habitis 7 ex denariis secundi, habet 1 minus quam quinquies tantum ipso; si ipse denarius addatur super denarios primi, et super denarios 7, quos querit secundo; habebit ipse primus $\frac{5}{6}$ mediane summe. Quare portio primi hominis est $\frac{5}{6}$ mediane summe minus denariis 7, quos dat ei secundus; et minus denario 1, qui super additur ei, scilicet minus denariis 8: secundi uero est $\frac{1}{6}$ eiusdem mediane summe, et plus denariis 7 predictis. Similiter inuenies ex petitione secundi, primum habere $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denarios 5, quos dat secundo. Et secundum $\frac{7}{8}$ eiusdem maioris summe, minus ipsis 5, et minus 3, qui minuunt ei ad habendum septuplum primi: quibus itaque si daretis, potes reducere portiones ipsorum in portionibus cuiuslibet trium dictarum summarum; et deinceps in ipsis tripliciter operari, secundum quod superius fecimus. Sed ut hoc liquidius ostendatur, reducamus eos in portione mediane summe, secundum unum modum ex tribus modis: habet enim secundus $\frac{1}{6}$ mediane summe, et plus denariis 7: primus autem habet $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denarios 5. Et quoniam maior summa est 2 plus mediane summe, erit $\frac{1}{8}$ maioris summe $\frac{1}{8}$ pars de denariis 2, scilicet $\frac{1}{4}$ unius denarii plus de $\frac{1}{8}$ mediane summe. Quare $\frac{1}{8}$ mediane summe cum $\frac{1}{4}$ unius denarii est quantum $\frac{1}{8}$ maioris summe. Et quoniam primus habet $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denarios 5; habebis $\frac{1}{8}$ mediane summe, et denarios $\frac{1}{4}5$: ergo inter utrumque habent $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe, et denarios 7, et 5, et $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{4}12$: habent etiam et ipsi minorem summam tantum: ergo $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{1}{4}12$ sunt quantum minor summa. Quare si utrique portioni addatur 1, erunt $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{1}{4}13$ quantum ipsa mediana summa; cum ipsa sit 1 plus minore. Ergo extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe ex ipsa summa, remanent $\frac{1}{4}13$: et queritur quantitas de $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ eiusdem summe: quare multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3, per $\frac{1}{4}13$, et diuide summam per 17, et habebis pro $\frac{1}{8}$ mediane summe $\frac{3}{4}\frac{5}{17}2$: cum quibus additis denariis $\frac{1}{4}5$, reddunt pro denariis primi hominis $\frac{10}{17}7$. Item multiplicabis $\frac{1}{6}$ de 24, scilicet 4, per $\frac{1}{4}13$, et diuides per 17, exibunt pro $\frac{1}{6}$ mediane summe $\frac{2}{17}3$; cum quibus additis 7, quos secundus habet plus de $\frac{1}{6}$ mediane summe, reddent proportione ipsius $\frac{2}{17}10$.

Ex is autem que dicta sunt satis potes perpendi si proponatur, ut uni ipsorum super suam multiplicitatem superet; et alteri uero minuat: tamen ut melius comprehendantur, quedam similis questio proponatur, in qua primus, habitis 7 ex denariis secundi, habeat plus quam quinquies ipso; et secundus, habitis 5 ex denariis primi, habeat septuplum eius, minus denariis 8. In hac autem questione minor summa est 6, minus quantitate

Digitized by Google

omnium denariorum ipsorum; de qua, si de supradictis immemor non extiteris, inuenies primum habere $\frac{5}{6}$ minus denario 1; secundum $\frac{1}{6}$ eiusdem summe plus denariis 7: mediana quoque summa est quantitas denariorum ipsorum. Maior quoque est 8 plus mediana, de qua primus habet $\frac{1}{8}$, et insuper denarios 5; secundus ex eadem maioris summa habet $\frac{7}{8}$, minus ipsis dictis 5 denariis, et minus adhuc ipsis 8, quos minuunt ei, ut habeat septuplum primi hominis: quibus cognitis, reducamus eos in partes mediane summe; quamuis possunt redigi in portiones reliquarum summarum. Et hoc faciamus secundum unum modum ex tribus modis, quibus hoc fieri potest. Quoniam maior summa est 8 plus mediana; octaua pars maioris summe erit $\frac{1}{8}$ de denariis 8, scilicet 1 plus de octaua parte mediane summe. Vnde cum primus habeat $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denariis 5, habebis similiter $\frac{1}{8}$ mediane summe, et denarios 6. Item quia minor summa est 6, minus mediana, erit $\frac{1}{6}$ minoris summe sexta pars de denariis 6, scilicet 1 minus de $\frac{1}{6}$ mediane summe: unde cum secundus habeat $\frac{1}{6}$ minoris summe, et denarios 7, habebit similiter $\frac{1}{6}$ mediane summe, minus denario 1, et plus denariis 7, hoc est denarios 6 plus: ergo inter secundum et primum habent $\frac{1}{8}\,\frac{1}{6}$ mediane summe; et de 12 habent etiam et ipsius medianam summam. Quare $\frac{1}{8}\,\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis 12 est quantum ipsa mediana summa: ergo extractis $\frac{1}{8}\,\frac{1}{6}$ mediane summe ex ipsa remanent 12. Vnde ut habeas $\frac{1}{8}$ eiusdem mediane summe, multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3 per 12, et diuides per 17, exibunt $\frac{2}{17}\,2$: cum quibus adde 6, quos primus habet, plus de $\frac{1}{8}$ mediane summe, erunt $\frac{2}{17}\,8$; et tot habet primus. Item ut habeat $\frac{1}{6}$ mediane summe, multiplicabis 4 per 12, et diuides per 17, et addes 6, quos secundus habet, plus de $\frac{1}{6}$ mediane summe, exibunt $\frac{14}{17}\,8$ pro denariis secundi hominis. Quod etiam per regulam rectam potes inuenire, si ponas, secundum habere rem et denarios 7. Secundum quinque res minus denario 1: quia cum primus habeat 7 a secundo, remanebit secundo res una; et primus habebit res quinque, minus denario 1: discomputatis 6 denariis, quos habet, plus quincuplo eius de illis denariis 7, quos dat ei secundus. Similiter si secundus habuerit 5 a primo, remanebunt ipsi primo quinque res, minus denariis 6; et secundus habebit rem unam, et denarios 12: que cum denariis 8 equantur septuplo denariorum secundi, scilicet triginta quinque rebus, minus denariis 42: quibus denariis 42 aditis ab utraque parte, erunt 35 res, que equantur uni rei, et denariis 62 : quare diminuta ab utroque parte, erunt 35 res, que equantur uni rei et denariis 62 : quare diminuta ab utraque parte remanebunt 34 res, que equantur denariis 62, hoc est, 17 res sunt denarii 31: quare diuide 31 per 17, ueniet denarios $\frac{14}{17}\,1$ pro re una. Et quia secundus habet rem cum denariis 7, ergo habet denarii $\frac{14}{17}\,8$: similiter quia secundus habet quinque res, minus denario 1, multiplica $\frac{14}{17}\,1$ per 5, erunt $\frac{2}{17}\,9$; de quibus tolle 1, remanebunt denarii $\frac{2}{17}\,8$; et tot habuit primus. Per hunc itaque modum possunt solui omnes suprascripte duorum hominum questiones: sunt enim ex similibus questionibus infinite, que solui non possunt; quas cognosces secundum suprascriptum modum.

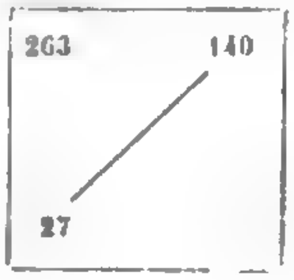
Questio consimilis inter tres homines.

Item tres homines habent denarios, quorum unus dixit ceteris duobus : si daretis mihi 7 utrorum denariorum, haberem quinquies tantum quam uos. Secundus dixit ceteris : si daretis mihi 9 utrorum denariorum, haberem septies tantum quam uos : tertius petit denarios 11; et preponit se habere septies tantum quam ipsi: queritur quot unusquisque habebat: hec enim regula per regulam quinti arboris facienda est sic:

Digitized by Google

uidebis de unoquoque, quam partem habebat totius summe denariorum eorum, habitis ipsis denariis, quos ipse petit ceteris : quod sic uidendum est: cum primus, acceptis 7 denariis ab aliis, preponit se habere quinquies tantum quam ipsi ; si tunc habuit quinque quaslibet quantitates; et reliqui duo habebunt unam ex eisdem quantitatibus: quare primus habet $\frac{5}{6}$ cunctorum denariorum, minus ipsis 7 denariis, quos erit eadem ratione ; secundus habet $\frac{6}{7}$ totius summe 9 denariis , quos petit reliquis. Similiter et tertius habet $\frac{7}{8}$ totius summe eorum, minus ipsis 11 denariis, quos petit reliquis: ergo inter omnes habent $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ totius summe, minus denariis 7, et 9, et 11 ; hoc est denarios 27 : ergo $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{6}{5}$ cunctorum denariorum ipsorum superhabundant summe eorum in denariis 27 : unde assimilatur hec questio arbori: illi $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ superant longitudinem arboris palmis 27: quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{8}\,\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}$, scilicet in 168 : de quio accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 140; et $\frac{6}{7}$, que sunt 144; et $\frac{7}{8}$, que sunt 147, et addes insimul, erunt 431; de quibus extrahe 168, remanebunt 263, que uellent esse 27: quare multiplicabis 140 per 27, et diuide per 263, exibunt denarii $\frac{98}{263}$ 14; et tot habuit primus homo, habitis 7 denariis, quos petit reliquis: quare extrahe 7 de $\frac{98}{263}$ 14, remanebunt $\frac{98}{263}$ 7; et tot habuit primus. Iterum ut habeas denarios secundi , multiplica 144 per 27, et diuide per 263, exibunt $\frac{206}{263}$ 14: de quibus extrahe denarios 9, quos secundus petit reliquis, remanebunt denarii $\frac{206}{263}$ 5; et tot habuit secundus. Item ut habeas tertii hominis, multiplica 147 per 27, et diuide iterum per 263, exibunt $\frac{24}{263}$ 15: de quibus extrahe denarios 11, quos tertius petit, remanebunt denarii $\frac{24}{263}$ 4; et tot habuit tertius, cum uero petat secundo. Secundus tertio, et tertius primo; inuenies modum solutionis in quarta parte huius capituli, etiam et in secunda parte elchatain.

* hec questio .... reliquis a (fol. 83 verso, lin. 23-26, pag. 199 lin. 10-15).



De eodem secundum alium modum.

Item homines sint tres; et primus, habitis 7 ex denariis aliorum, habeat quinquies tantum quam ipsi, et unum plus. Secundus, habitis ab aliis, habeat septies tantum quam ipsi, et unum plus : tertius, habitis 11 ab aliis , habeat septies tantum quam ipsi, et unum similiter plus. In hac autem due summe considerande sunt , quarum maior est quantitas illorum trium; minor est 1 minus maiori. Et quoniam primus cum 7 ex denariis aliorum habet quinquies tantum quam ipsi, et 1 plus ; ipsum $\frac{5}{6}$ minoris summe minus denariis 6 habere necesse est: propter eadem ergo, secundum cum denariis 9 reliquorum, $\frac{6}{7}$ eiusdem minoris summe, minus denariis 8 habere inuenies; cum ipse cum 9 denariis habeat septies tantum quam reliqui, et 1 plus. Rursum cum tertius, habitis 11 ex denariis aliorum, habeat septies tantum quam ipsi, et 1 plus | ipsum habere $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 10, non dubitatur: ergo inter omnes habent $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6, et 8, et 10, scilicet minus 24: habent etiam et ipsi maiorem summam: ergo $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 24, faciunt maiorem summam. Quare si extrahatur inde 1, in quo maior summa superhabundat minorem, remanebunt $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 25 equales eiusdem minoris summe. Quare $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe superhabundant ipsam summam in 25: quare ut in antecedente questione fecimus, multiplicabis 104 per 25, et diuides per 263, et habebis pro $\frac{5}{6}$ minoris summe $\frac{81}{263}$ 13: de quibus extrahe 6, quos primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanebunt $\frac{81}{263}$ 7; et tot habuit primus. Item multiplicabis 144 per 25, et diuides per 263; et pro $\frac{6}{7}$ minoris summe habebis $\frac{181}{263}$ 13: de quibus extrahe 8, quos secundus habet,

fol. 84 r.

minus $\frac{6}{7}$ minoris summe, remanebunt $\frac{181}{263}$ 5; et tot habet secundus. Item multiplicabis 147 per 25, et diuides per 263, et habebis pro $\frac{7}{8}$ minoris summe $\frac{236}{263}$ 13 : de quibus extractis 10, quos tertius habet, minus de $\frac{7}{8}$ minoris summe, remanebunt $\frac{236}{263}$ 3; et tot habuit tertius. Itcm primus petat reliquis 7; et habeat 1 plus quam quinquies ipsi; secundus petat 9; et habeat 2 plus quam septies ipsi. Tertius petat reliquis 11; et habeat 3 plus quam septies ipsi. In hac autem quattuor summe sunt considerande, quarum prima, et maior est quantitas denariorum ipsorum. Secunda 1 minus. Tertia 2 minus prima, uel 1 minus secunda. Quarta et minor, et 3 minus prima, uel 2 minus secunda, uel 1 minus tertia. Et quoniam primus, habitis 7 ex denariis reliquorum hominum, habet quinquies tantum quam ipsi, et 1 plus; necesse est ipsum habere $\frac{5}{6}$ secunde summe minus de 6; quia 1 remanet ei ex 7 predictis, sine quo efficitur ipsa secunda summa. Ex hoc autem comprehendere poteris, quod secundus habet $\frac{6}{7}$ tertie summe minus 7; cum superhabundent ei 2, ex 9, quos petit reliquis. Et tertius habet 3, demptis de 11, scilicet 8, minus de $\frac{7}{8}$ minoris summe: his itaque intellectis, potes redigere denarios uniuscuiusque in portione cuiuslibet quattuor dictarum summarum: rediguntur enim in minori summa sic. Quoniam secunda summa est 2 plus minori, erunt $\frac{5}{6}$ secunde summe $\frac{5}{6}$ de denariis 2, scilicet $\frac{2}{3}$ 1 plus de $\frac{5}{6}$ minoris summe. Vnde cum primus habeat $\frac{5}{6}$ secunde summe, minus 6, habebis $\frac{5}{6}$ minoris, minus $\frac{1}{3}$ 4: quia extractis $\frac{2}{3}$ 1 de 6, remanent $\frac{1}{3}$ 4. Item quia tertia summa est 1 plus minore, erunt $\frac{6}{7}$ tertie summe $\frac{6}{7}$ ipsius denarii, plus de $\frac{6}{7}$ minoris summe. Vnde cum secundus habeat $\frac{6}{7}$ tertie summe, minus 7, habebit $\frac{6}{7}$ minoris, minus denariis $\frac{1}{7}$ 6 : habet etiam et tertius homo $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 8 : ergo inter omnes habent $\frac{7}{8}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis $\frac{1}{3}$ 4, et $\frac{1}{7}$ 6, et 8, scilicet minus $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 18 : habent etiam et ipsi 3 plus minoris summe, scilicet maiorem summam. Quare extractis ipsi 3 ex utraque equali portione, remanebunt $\frac{7}{8}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21 equales minori summa : quare secundum hoc quod superius diximus, multiplicabis $\frac{5}{6}$ de 168, scilicet 140 per $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21, et diuide summam per 263, et extrahes inde $\frac{1}{3}$ 4; et inuenies, primum habere $\frac{26}{263}$ 7. Rursum multiplicabis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21 per 144, que sunt $\frac{6}{7}$ de 168, et diuide summam per 263; et extrahes inde $\frac{1}{7}$ 6, et habebis denarios secundi $\frac{162}{263}$ 5. Item multiplicabis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21 per 147, que sunt $\frac{7}{8}$ de 168, et diuides per 263; et extrahes inde 8, et habebis denarios tertii $\frac{4}{263}$ 4: potes enim ex predictis satis aperte comprehendere, si de multiplicitatibus ipsorum aliquid minuerit, etiam et de pluribus hominibus operari; cum unus eorum petat reliquis omnibus.

Modus alius inter tres homines.

Sint iterum tres homines, quorum primus, et secundus petat tertio homini denarios 7; et habeant quinquies quam ipse. Secundus quoque, et tertius petat primo denarios 9; et habeant septies quam ipse. Tertius, et primus petant secundo 11; et habeant septies quam ipse. Quia primus, et secundus, habitis 7 ex denariis tertii, habent quinquies quam ipse; tertium homineın $\frac{1}{6}$ totius summe, et insuper denarios 7 habere necesse est. Similiter ex petitionibus ex proportionibus reliquorum hominum comprehenditur, primum habere $\frac{1}{7}$ totius summe, et denarios 9; secundum $\frac{1}{8}$ eiusdem summe, et denarios 11 : ergo inter omnes habent $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$, et denarios 27. Quare pones, ut inter omnes habeant 168; quorum $\frac{1}{6}$, scilicet 28 et $\frac{1}{7}$, scilicet 24, et $\frac{1}{8}$, scilicet 21, in unum coniunctis, faciunt 73: a quibus usque in 168 sunt 95; que 95 cum uelint esse 27, ut habeat $\frac{1}{6}$ totius summe eorum

Digitized by Google

multiplicabis 27 per 28, et diuides per 95, exibunt $\frac{91}{95}$ 7; cum quibus adde 7, quos tertius homo habet plus de $\frac{1}{6}$ | totius summe, erunt $\frac{91}{95}$ 14; et tot habuit tertius. Item multiplica 27 per 24, et diuide per 95, et super adde 9, erunt $\frac{78}{95}$ 15; et tot habuit primus. Rursum multiplicabis 27 per 21, et diuides per 95, et super addes 11, erunt $\frac{92}{95}$ 16; et tot habuit secundus: potes enim secundum hoc operari de pluribus hominibus, cum reliqui petant uni eorum per ordinem aliquem numerum, et excedant eum in aliqua multiplicitate. Etiam si de supradictis non immemor extiteris, poteris operari cum superatione, uel diminutione multiplicitatum ipsorum.

De eodem inter quattuor homines questio insolubilis.

Qvattuor homines habent denarios, ex quibus primus et secundus petunt reliquis 7; et proponunt habere ter tantum quam ipsi. Secundus et tertius petunt reliquis 8, ut habeant quater tantum quam ipsi. Tertius et quartus petunt reliquis 9; et habent quinquies tantum quam ipsi. Quartus et primus petunt 11, et excedunt eos in sesquplum: queritur quot unusquisque habeat. Hec questio insolubilis est; et cognoscitur sic. Cum primus et secundus cum 7 ex denariis reliquorum habuerit ter tantum quam ipsi; tunc $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum eorum habebunt ipsi; et tertio, et quarto homini remanebit $\frac{1}{4}$ eiusdem summe: ergo inter tertium, et quartum hominem habent $\frac{1}{4}$ totius summe, et amplius 7, quos dant primo et secundo homini. Similiter ex petitionibus, et ex propositionibus reliquorum inuenies, inter quartum et primum hominem habere $\frac{1}{5}$ totius summe, et denarios 8; et inter primum et secundum $\frac{1}{6}$ dicte summe, et denarios 9; et inter secundum et tertium $\frac{1}{7}$ eiusdem summe, et insuper denarios 11. Et quoniam inter primum et secundum habent $\frac{1}{6}$ totius summe, et denarios 9; et inter tertium et quartum $\frac{1}{4}$ eiusdem summe, et denarios 7; ergo inter omnes quattuor habent $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ dicte summe, et denarios 16. Quare summa eorum est numerus, de quo extracto $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$, remanent 16: quem numerum per regulam secundi arboris inuenies esse $\frac{2}{7}$ 27. Item quia inter quartum et primum habent $\frac{1}{5}$ totius summe eorum, et denarios 8; et inter secundum et tertium habent $\frac{1}{7}$, et denarios 11; ergo erit summa eorumdem quattuor hominum quantum $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ eiusdem summe cum denariis 19. Quare summa eorum est numerus, de quo extracto $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$, remanent 19: quem numerum per regulam eiusdem arboris inuenies esse $\frac{24}{23}$ 82; quod est inconueniens, cum per primam inuestigationem inuenimus, summam eorum esse aliter, scilicet $\frac{2}{7}$ 27: unde hec questio insolubilis est. Nam si eam solubilem proponere uolumus, petant primus et secundus reliquis denarios 100; Secundus et tertius denarios 106; tertius et quartus 145; Quartus et primus 170; et inuenies per utramque inuestigationem, summam eorum esse 420; de qua inter primum et secundum habent $\frac{1}{6}$ et 145, scilicet 215; inter secundum et tertium habent $\frac{1}{7}$ de eodem 420 et 170, scilicet 230; et inter tertium et quartum habent $\frac{1}{4}$ de 420, et 100 plus, scilicet 205; et inter quartum et primum habent $\frac{1}{5}$ de 420, et denarios 106, hoc est 190: quos diuide inter eos ad libitum, hoc est: cum primus et secundus habent 215, habeat inde primus 100, et secundus 115: qui secundus, cum habeat cum tertio homine 230, extrahe inde 115, quos habet secundus, remanebunt tertio denarii 115: qui tertius, cum habeat cum quarto homine 205, extrahe inde 115, quos habet tertius, remanebunt quarto homini denarii 90.

Digitized by Google

De quinque hominibus questio consimilis.

Item homines sint quinque; et primus, et secundus, et tertius petant quarto et quinto homini denarios 7; et habeant bis tantum quam ipsi. Secundus, et tertius, et quartus petant quinto et primo denarios 8; et habeant ter tantum quam ipsi. Tertius, et quartus, et quintus petant primo et secundo denarios 9; et habeant quater tantum quam ipsi. Quartus, et quintus, et primus petant secundo et tertio denarios 10; et habeant quinquies tantum quam ipsi. Quintus, et primus, et secundus petant tertio et quarto 11; et habeant septies tantum quam ipsi. Quoniam primus et secundus, et tertius cum 7 ex denariis quarti et quinti habeant bis tantum quam ipsi, necesse est, ut primus, et secundus, et tertius habeant $\frac{2}{3}$ totius summe, minus ipsis 7; et quartus, et quintus habeant $\frac{1}{3}$ eiusdem summe, et ipsis 7 plus. Similiter ex petitionibus, et ex propositionibus aliorum cognoscitur, quod inter quintum et primum habent $\frac{1}{4}$ totius summe eorum, et denarios 8. Et inter primum, et secundum habent $\frac{1}{5}$ totius summe, et denarios 9. Et inter primum, et tertium habent $\frac{1}{6}$ totius summe, et denarios 10. Et inter tertium, et quartum habent $\frac{1}{7}$ totius summe, et denarios 11: unde inter omnes habent dimidium $\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ summe, et dimidium de denariis 7, et 8, et 9, et 10, et 11, hoc est denarios 45; cum unusquisque in prescriptis partibus, et numeris bis computatus sit. Quare inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, erit 420; que dupplica propter binam computationem eorum, erunt 840: et accipe $\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ de 420, et extrahe eos de 840, remanent 381, que uellent esse 45. Quare multiplicabis 45 per 420, et diuides per 381, et habebis summam eorum $\frac{77}{127}$ 49: de qua inter quartum et quintum | habent tertiam partem, et 7 plus, hoc est $\frac{68}{127}$ 23. Et inter quintum et primum quartam partem, et 8 plus, scilicet $\frac{51}{127}$ 20. Et inter primum, et secundum habent quintam partem, et 9 plus, scilicet $\frac{117}{127}$ 18. Et inter secundum, et tertium habent sextam partem, et 10 plus, scilicet $\frac{34}{127}$ 18. Et inter tertium, et quartum eiusdem summe habent septimam partem, et 11 plus, scilicet $\frac{11}{127}$ 18. Deinde ut separentur denarii unius a denariis alterius, adde denariis (*sic*) primi et secundi, scilicet $\frac{117}{127}$ 18, cum denariis tertii, et quarti, scilicet cum $\frac{11}{127}$ 18, erunt $\frac{1}{127}$ 37: residuum uero, quod est usque in summam eorum omnium, scilicet in $\frac{77}{127}$ 49, habet quintus homo; quod residuum est $\frac{76}{127}$ 12: quibus extractis de denariis quinti et primi, remanebunt primo $\frac{102}{127}$ 7; quibus extractis de denariis primi et secundi, remanebunt secundo $\frac{15}{127}$ 11; quibus extractis de denariis secundi et tertii, remanebunt tertio homini $\frac{19}{127}$ 7; quibus extractis de denariis tertii et quarti $\frac{119}{127}$ 10, remanebunt quarto homini.

Aliter quoniam inter secundum, et tertium, ut ostensum est superius, habent $\frac{1}{6}$ totius summe quinque hominum, et denarios 10; et inter quartum et quintum habent $\frac{1}{3}$ eiusdem summe, et denarios 7; ergo inter ipsos quattuor habent $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{2}$ summe, et denarios 17. Quare primo remanet $\frac{1}{2}$ eiusdem summe, minus ipsis 17. Similiter quia inter $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ habent $\frac{1}{7}$ summe, et denarios 11; et inter quintum et primum habent $\frac{1}{4}$ summe, et denarios 8; ergo ipsi quattuor habent $\frac{1}{7}\,\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{11}{28}$ summe, et denarios 19: quare secundo homini remanet residuum summe, scilicet $\frac{17}{28}$ minus ipsis 19. Similiter si addideris portionem quarti et quinti cum portione primi et secundi, scilicet $\frac{1}{3}$ summe, et denarios 7 cum $\frac{1}{5}$, et denarios 9, erunt $\frac{8}{15}$ summe, et denarii 16: quibus extractis de summa, remanent tertio homini $\frac{7}{15}$ summe minus ipsis 16. Item addita

Digitized by Google

portione quinti et primi cum portione secundi et tertii, scilicet $\frac{1}{4}$ summe, et denariis 8 cum $\frac{1}{6}$ summe, et denariis 10, faciunt $\frac{5}{12}$ summe, et denarios 18. Quare remanent quarto homini $\frac{7}{12}$ summe, minus ipsis 18. Rursum addita portione primi et secundi cum portione tertii et quarti, scilicet $\frac{1}{5}$ summe, et 9 cum $\frac{1}{7}$ summe, et 11 faciunt $\frac{12}{35}$ summe, et denarios 20: quare remanent quinto homini $\frac{23}{35}$, minus ipsis 20. Inuenta autem portione uniuscuiusque per ordinem, potes per regulam primam trium hominum operari.

De homine qui ad uendendas tres margaritas constantinopoli properauit.

Qvidam mercator duxit constantinopolim tres margaritas ad uendendum. Quarum una ualebat aliquid. Secunda duplum prime. Tertia siquidem duplum secunde, minus tertia unius bizantii. Commerciarius quippe constantinopolitanus exigebat decimam predictarum margaritarum pro curie directum. Mercator quidem uendidit prima (*sic*) margaritarum, scilicet uiliorem; et persoluit exigenti decimam predictarum margaritarum omnium; et hoc quod superfuit ei fuit $\frac{1}{8}$ pretii secunde margarite, et amplius bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$. Queritur pretium uniuscuiusque margarite: sic enim faciendum est: ut ponamus numerum quemlibet pro pretio prime margarite, ut dicamus 10; pro secunda quidem 20; pro tertia quoque $\frac{2}{3}39$, hoc est duplum pretii secunde margarite, minus $\frac{1}{3}$ unius bizantii: quibus insimul coniunctis, $\frac{2}{3}69$ coadunabunt: de quibus accipe $\frac{1}{10}$, que est $\frac{2\ 9}{3\ 10}6$; a quibus usque in 10, scilicet in pretium prime margarite, desunt $\frac{1\ 0}{3\ 10}3$; de quibus extrahe $\frac{1}{8}$ de 20, scilicet pretii secunde margarite, que est $\frac{1}{2}2$, remanent $\frac{16}{30}$; quas extrahes de $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$, remanent $\frac{9}{10}20$, que serua. Et talem questionem oppone, ut prima margaritarum ualeat aliquid. Secunda bis tantum. Tertia ualeat quadruplum prime. Et extracto commertio ipsarum de pretio prime margarite, remaneat $\frac{1}{8}$ pretii secunde, et insuper bizantii $\frac{9}{10}20$. Deinde pone ad libitum pro tertio prime margarite 20; et pro secunda 40; et pro tertia 80: quibus insimul additis, faciunt 140; quorum $\frac{1}{10}$, scilicet 14 extrahe de 20, scilicet de pretio prime margarite, remanent 6; de quibus extrahe $\frac{1}{8}$ pretii secunde margarite, scilicet de 40, scilicet 5, remanet 1: quod cum uellent esse $\frac{9}{10}20$, multiplica $\frac{9}{10}20$ per 20, et diuide per 1, exibunt 418; quibus adde bizantios 10, quos posuimus pro prima margarita, erunt bizantii 428 pro pretio prime margarite. Quare pretium secunde est 856; tertie $\frac{2}{3}1711$.

De eodem per regulam rectam.

Pone pro pretio margarite rem. Quare pretium secunae erit due res; tertie quattuor, minus $\frac{1}{3}$ unius bizantii; quibus insimul iunctis sunt septem res, minus $\frac{1}{3}$ unius bizantii; quorum $\frac{1}{10}$, scilicet $\frac{7}{10}$ rei, minus $\frac{1}{30}$ bizantii, abice de re una, scilicet de pretio prime margarite, remanebunt $\frac{3}{10}$ rei, et $\frac{1}{30}$ unius bizantii, que equantur $\frac{1}{8}$ pretii secunde margarite, et bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$, hoc est $\frac{1}{4}$ prime margarite, et bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$. Communiter auferatur $\frac{1}{30}$ unius bizantii, remanebunt $\frac{3}{10}$ rei, que equantur | $\frac{1}{4}$ rei, et bizantiis $\frac{2}{5}21$. Iterum communiter auferatur $\frac{1}{4}$ rei, remanebit $\frac{1}{20}$ rei equalis de bizantiis $\frac{2}{5}21$. Quare iiī cuplum (*sic*) de $\frac{1}{20}$ rei, scilicet res, equabitur iiī cuplo de bizantiis $\frac{2}{5}21$, scilicet bizantiis 428; ergo pretium prime margarite 428, ut prediximus. Est enim alius modus, qui regula uersa dicitur; per quem etiam possunt solui multe questiones: nam per regulam rectam tendimus de principio ad finem questionis; per uersam faciamus contrarium; quod uolumus in hac questione demostrare: in qua proponitur super $\frac{1}{10}$ pretii

fol. 85 verso

Digitized by Google

trium margaritarum de pretio prime margarite remansisse $\frac{1}{8}$ pretii secunde, et insuper bizantios $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$; a quibus summamus initium: quoniam pretium secunde margarite est duplum pretii prime, ergo $\frac{1}{8}$ pretii secunde est quantum $\frac{1}{4}$ pretii prime. Ergo de pretio prime margarite, quos ponas esse rem, remansit $\frac{1}{4}$ ipsius, et in super bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$ post solutionem $\frac{1}{10}$ predicte; que $\frac{1}{10}$, ut supradictum est, fuit $\frac{7}{10}$ rei, minus $\frac{1}{30}$ unius bizantii. Sed cum de re extrahitur $\frac{1}{4}$ ipsius, et bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$, remanent $\frac{3}{4}$ rei, minus bizantiis $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$, que equantur $\frac{7}{10}$ rei, minus $\frac{1}{30}$ unius bizantii. Si comuniter addatur bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$, erunt $\frac{3}{4}$ rei, que equantur $\frac{7}{10}$ eiusdem, et bizantiis $\frac{2}{5}21$. Quare si comuniter auferantur $\frac{7}{10}$ rei, remanebit $\frac{1}{20}$ rei equalis de bizantiis $\frac{2}{5}21$, ut per regulam rectam inuenimus.

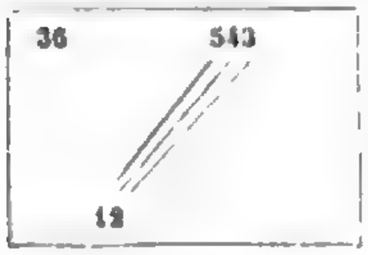
Aliter de tribus margaritis.

Ualeat quidem secunda margarita quarta unius bizantii, plus duplo pretii prime. Tertia quoque ualeat duplum secunde, minus tertia unius bizantii. Cuius questionis solutionem, si per regulam rectam inuenire uis, pone primam ualere rem. Quare secunda ualebit duas res, addita quarta bizantii. Et tertia ualebit IIII.or res, sexta bizantii addita: quibus insimul additis, erunt septem res, et quarta, et sexta bizantii; quarum decima, que est $\frac{7}{10}$ rei, et $\frac{1}{24}$ unius bizantii, extracta de re, scilicet de pretio prime, remanent $\frac{3}{10}$ rei, minus $\frac{1}{24}$ unius bizantii, que equantur $\frac{1}{8}$ secunde, et bizantiis $\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$. Sed $\frac{1}{8}$ secunde equatur $\frac{1}{4}$ prime, et $\frac{1}{32}$ bizantii; ergo $\frac{3}{10}$ rei, minus $\frac{1}{24}$ bizantii, equatur $\frac{1}{4}$ rei, et bizantiis $\frac{1}{32}\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$. Si comuniter addatur $\frac{1}{24}$ bizantii, erunt $\frac{3}{10}$ rei, que equantur $\frac{1}{4}$ rei, et bizantiis $\frac{1}{32}\frac{1}{24}\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$: comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ rei, remanet $\frac{1}{20}$ rei, que equantur $\frac{1}{32}\frac{1}{24}\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$: reintegra ergo rem tuam, scilicet multiplica $\frac{1}{32}\frac{1}{24}\frac{1}{10}\frac{1}{3}21$ per 20; que multiplicatio uulgariter sic fit: multiplicantur primum 20 per 21, faciunt 420; et 20 per $\frac{1}{3}$, faciunt $\frac{2}{3}6$; et 20 per $\frac{1}{10}$, faciunt 2; et 20 per $\frac{1}{24}$, faciunt $\frac{5}{6}$; et 20 per $\frac{1}{32}$, faciunt $\frac{5}{8}$: quibus insimul iunctis faciunt bizantios $\frac{1}{8}430$ pro pretio prime. Quare pretium secunde est $\frac{1}{2}860$; tertie $\frac{2}{3}1720$: soluitur quidem hec questio, et eius similes, per primum modum, etiam et per regulam uersam.

De tribus hominibus qui inequaliter colligerunt bursas.

Tres homines inuenerunt bizantios, ex quibus unusquisque sumpsit inequaliter, sic quod multiplicatio bizantiorum primi in tertiam summe facit quantum multiplicatio bizantiorum secundi in quartam summe; et quantum multiplicatio bizantiorum tertii in quintam eiusdem summe. Et hee tres multiplicationes equales in unum redacte faciunt eandem summam bizantiorum, quam ipsi tres homines inuenerant. Queritur, que fuit illa summa; et quot unusquisque ex ea assumpserat. Pone itaque, ut primus sumeret bizantios 3; et secundus 4; et tertius 5: ideo quia multiplicatio cuiuslibet numeri in tertiam partem de 3 est quantum multiplicatio eiusdem numeri in quartam partem de 4, uel in quintam partem de 5; ergo et multiplicatio cuiuslibet numeri in 3 est quantum multiplicatio quarte eiusdem numeri in 4, et quantum multiplicatio quinte eiusdem numeri in 5: adde 3, et 4, et 5, erunt 12 pro summa bizantiorum inuentorum : multiplica itaque 3, scilicet bizantios primi per tertiam summe, scilicet per 4, erunt 12, que serua; et multiplica bizantios secundi, scilicet 4, per quartam partem summe, scilicet per 3, erunt similiter 12, que serua; et multiplica iterum bizantios tertii, uidelicet 5, per quintam summe, scilicet per $\frac{2}{5}2$, erunt similiter 12. Adde ergo has tres

• primi in tertiam ... multiplica itaque • (fol. 85 verso, lin. 23 e 24-30; pag. 204, lin. 30-40)



• 2 Scilicet .... Ruijnum • (fol. 85 verso, lin. 31-36 e 37; pag. 204, lin. 40 — pag. 205, lin. 6).

Primus

1

Secundus

$\frac{1}{2}$ 1

Tertius

$\frac{2}{3}$ 1

Digitized by Google

multiplicationes, erunt 36, que uellent esse 12: quare dices: per 3, que pono in quantitate bizantiorum primi, ueniunt 36; quid ponam ut ueniant tantum 12: multiplicabis ergo 3 per 12, et diuides per 36, exibit bizantius 1; et tot sumpsit primus homo ex repertis bizantiis. Item eadem ratione multiplica 4, scilicet bizantios secundi, per 12, et diuides per 36, exibit bizantius $\frac{1}{3}$ 1; et tot sumpsit secundus homo ex ipsis bizantiis. Rursum suprascripta ratione multiplica bizantios 5 tertii hominis per 12, et diuides iterum per 36, exibit bizantius $\frac{2}{3}$ 1 pro quantitate inuentione tertii hominis.

« inuentione .... hominibus » (fol. 85 recto, lin. 38-41, pag. 205, lin. 7-12).

Aliter pro prescriptis $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ pone 3, et 4, et 5, et adde eos insimul, erunt 12; que diuide per numerum hominum, scilicet per 3, exibunt 4; et tot bizantios reperierunt ipsi; ex quibus primus sumpsit $\frac{3}{3}$, hoc est bizantium 1; Secundus $\frac{4}{3}$, hoc est bizantium $\frac{1}{3}$ 1. Tertius sumpsit $\frac{5}{3}$ unius bizantii, hoc est bizantium $\frac{2}{3}$ 1, ut prediximus.

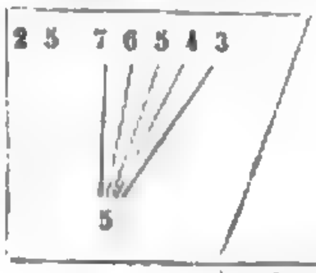
primus
1
Secundus
$\frac{1}{3}$ 1
tertius
$\frac{2}{3}$ 1

De eodem de quinque hominibus.|

fol. 86 recto.

Item quinque homines bizantios reperierunt, ex quibus iterum sumpsit unusquisque inequaliter; sic quod multiplicatio bizantiorum primi in tertiam summe facit quantum multiplicatio bizantiorum secundi in quartam summe; et quantum multiplicatio bizantiorum tertii in quintam eiusdem summe; et quantum multiplicatio bizantiorum quarti hominis in sextam summe. Etiam et quantum multiplicatio bizantiorum quinti hominis in septimam eiusdem summe: et hec quinque multiplicationes insimul iuncte faciunt eandem inuentam summam. Cum itaque hec positio per primam regulam, hoc est per modum arborum, solui possit; tamen qualiter aliter soluatur, demonstrare cupimus. Pro predictis $\frac{1}{3}$, et $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{5}$, et $\frac{1}{6}$, et $\frac{1}{7}$ pone in ordinem 3, et 4, et 5, et 6, et 7; et adde eos insimul, erunt 25; et tot quinte reperierunt ipsi; ideo quia equales multiplicationes fuerunt 5, ex quibus quintis primus sumpsit $\frac{3}{5}$ unius bizantii. Secundus $\frac{4}{5}$; tertius $\frac{5}{5}$, hoc est bizantium 1. Quartus $\frac{6}{5}$, hoc est $\frac{1}{5}$ 1. Quintus $\frac{7}{5}$, hoc est bizantium $\frac{2}{5}$ 1.

« Item quinque .... faciunt eadem » (fol. 86 recto, lin. 1-18, pag. 205, lin. 13-38).



Summe
5
Portione primi
$\frac{3}{5}$
Secundi
$\frac{4}{5}$
Tertii
1
Quarti
$\frac{1}{5}$ 1
Quinti
$\frac{2}{5}$ 1

Aliter de quinque hominibus.

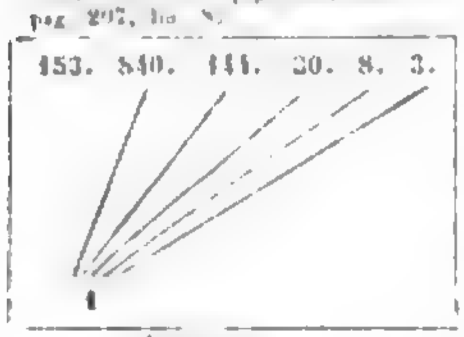
Rursus quinque homines bizantios inuenerunt, ex quibus unusquisque collegit inequaliter; sic quod multiplicatio bizantiorum primi in tertiam summe, hoc est multiplicatio totius summe in tertiam partem bizantiorum ipsius primi, facit aliquem numerum. Et multiplicatio quarte partis totius summe in bizantiis secundi hominis, uel econuerso, facit duplum multiplicationis predicte primi hominis. Et multiplicatio bizantiorum tertii in quintam partem summe, et econuerso, facit triplum multiplicationis secundi hominis, hoc est sexuplum multiplicationis primi. Et multiplicatio bizantiorum quarti in sextam partem summe, uel econuerso, facit quadruplum multiplicationis tertii hominis, hoc est uicuplum quadruplum multiplicationis primi hominis. Item et multiplicatio bizantiorum quinti hominis in septimam partem summe, uel septimam partem bizantiorum ipsius quinti hominis in totam summam, facit quincuplum multiplicationis quarti hominis, hoc est centuplum uicuplum multiplicationis primi hominis. Et hec quinque multiplicationes in unam coniuncte faciunt eandem repertam summam. Queritur que fuit illa summa; et quot unusquisque ex ea collegit. Quia preponitur, quod multiplicatio totius summe in tertiam partem bizantiorum primi facit aliquem numerum; ponendum est, quod primus homo colligeret aliquem numerum bizantiorum, qui habeat $\frac{1}{3}$. Ponatur ergo, ut ipse colligeret bizantios 3. Quarum tertia pars est bizantius 1; quo multiplicato in summa cunctorum bizantiorum facit aliquem numerum, scilicet ipsam

Digitized by Google

eandem summam. Et quia preponitur, quod multiplicatio quarte partis bizantiorum secundi hominis in totam summam facit duplum multiplicationis tertie partis bizantiorum primi in ipsam eandem summam; ponendum est, quod secundus colligeret talem numerum bizantiorum, quorum quarta pars sit duplum tertie partis bizantiorum primi; eritque numerus ille 8. Cuius quarta pars est 2, que sunt duplum tertie partis bizantiorum primi, scilicet de 1. Item quia multiplicatio quinte partis bizantiorum tertii hominis in totam summam preponitur facere triplum multiplicationis quarte partis bizantiorum secundi in eandem summam; opportet ergo, ut tertius homo colligeret tot bizantios, ex quibus quinta pars sit triplum quarte partis bizantiorum secundi: ergo pones, ut ipse colligeret bizantios 30, quorum quinta pars, scilicet bizantii 6, est triplum quarte partis bizantiorum secundi, scilicet de 2. Adhuc quia multiplicatio sexte partis bizantiorum quarti hominis in suprascripta summa proponitur facere quadruplum multiplicationis quinte partis bizantiorum tertii, in ipsa summa ponendum est, ut ipse quartus homo colligeret tot bizantios, ex quibus sexta pars fiat quadruplum quinte partis bizantiorum tertii hominis; erunt bizantii 144, quorum sexta pars sunt bizantii 24, qui sunt quadruplum quinte partis bizantiorum tertii hominis, scilicet de 6. Rursus quia multiplicatio septime partis bizantiorum quinti hominis in totam summam preponitur facere quincuplum multiplicationis sexte partis bizantiorum quarti hominis in ipsam summam, opportet quod ponatur, quod quintus homo colligeret bizantios 840. Ideo quia septima pars ipsorum sunt bizantii 120, qui sunt quincuplum de bizantiis 24, sexte uidelicet partis bizantiorum quarti hominis. Quo facto, colliges prescriptas bizantiorum positiones in unum, scilicet bizantios 3 primi hominis, et bizantios 8 secundi, et bizantios 30 tertii, et bizantios 144 quarti, et bizantios 840 quinti, erunt bizantii 1025, qui est numerus positus pro reperta summa: deinde uideas, in quot ascenderint quinque suprascriptas (*sic*) multiplicationes in ipsam summam. Multiplicatio quidem tertie partis bizantiorum primi in ipsa summa, scilicet 1 in 1025, facit semel 1025: quare seruabis 1 ex parte. Item multiplicatio quarte partis bizantiorum secundi, scilicet 2, in totam summam, uidelicet in | 1025, facit bis 1025: quare seruabis 2. Iterum quinta pars bizantiorum tertii hominis, scilicet 6, multiplicata in prescriptis 1025, faciet sexies 1025: quare seruabis iterum 6. Rursus sexta pars quarti hominis, scilicet 24, multiplicata in 1025, facit uigies quater 1025: quare seruabis 24: adhuc septima pars bizantiorum quinti hominis, scilicet bizantii 120, multiplicata in prescriptam summam, scilicet in 1025, facit centies uigies 1025: quare seruabis 120; que addes cum 24, et cum 6, et cum 2, et cum 1 seruatis, erunt 153: ergo in prescriptis quinque multiplicationibus exeunt centies quinquagies ter 1025: et cum ipse quinque multiplicationes non debeant facere nisi tantum semel ipsam summam, dices: pro 3, que pono in collectione bizantiorum, ueniet centies quinquagies ter ipsa summa; quid ponam, ut tantum ipsa perueniat semel: multiplicabis ergo 3 per 1, et diuides per 153, exibunt $\frac{3}{153}$ unius bizantii; et tot reperit primus homo de reperta summa. Similiter si hoc feceris de positionibus bizantiorum reliquorum quattuor hominum, scilicet de bizantiis 8 secundi hominis; et de bizantiis 30 tertii hominis; et de bizantiis 144 quarti; et de bizantiis 840 quinti hominis. Reperies, quod secundus homo collegit ex reperta summa $\frac{8}{153}$ unius bizantii; et tertius homo colligit $\frac{30}{153}$; et quartus $\frac{144}{153}$; et quintus $\frac{840}{153}$, hoc est bizantii $\frac{75}{153}$ 5: collige ergo hec quinque collectiones in unum faciunt $\frac{1025}{153}$, hoc est bizantii $\frac{107}{153}$ 6; et tot reperierunt ipsi.

fol. 86 verso.

1025 facit .... 12 multiplicata: fol. 86 verso, lin. 1-12; pag. 206, lin. 27 — pag. 207, lin. 8.



Primus $\frac{3}{153}$

Secundus $\frac{8}{153}$

Tertius $\frac{30}{153}$

Quartus $\frac{144}{153}$

Quintus $\frac{75}{153}$ 5

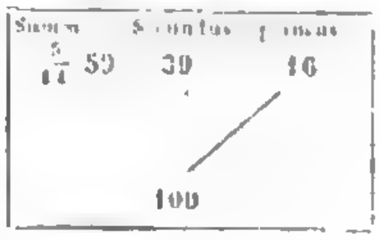
Summa $\frac{107}{153}$ 6

pertice prime [illegible] 26

Secunde [illegible] 65

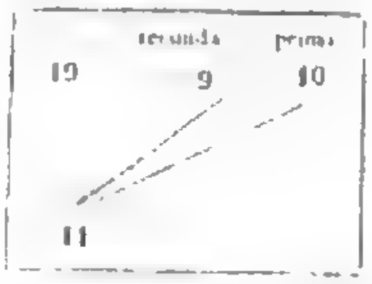
De duobus hominibus qui inuenerunt bizantios.

Dvo homines inuenerunt bizantios, ex quibus unusquisque colligit inequaliter; et id, quod colligit primus, fuit $\frac{1}{13}\frac{1}{3}$ ex hoc quod colligit secundus; et primus lucrando cum sua portione, de bizantiis 11 fecit bizantios 12. Alter uero de bizantiis 13 fecit 14; et sic inter utrumque habuerunt bizantios 100. Queritur, quot sit summa inuenta; et quot unusquisque ex ea collegit. Primum quidem inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{13}\frac{1}{3}$, eritque 39; et tot pone secundum collige (*sic*): de quibus accipe $\frac{1}{13}\frac{1}{3}$, scilicet 16; et tot bizantios pone pro collectione primi; qui cum de 11 fecisset 12, multiplica bizantios 16 per 12, et diuide per 11, exibunt bizantii $\frac{5}{11}$ 17, quos serua: deinde quia secundus de 13 fecit 14, multiplica 39 per 14, et diuide per 13, exibunt bizantii 42; quos adde cum bizantiis $\frac{5}{11}$ 17, erunt bizantii $\frac{5}{11}$ 59, qui uellent esse bizantii 100: quare multiplicabis 16 per 100, et diuides per $\frac{5}{11}$ 59, exibunt pro portione primi hominis bizantii $\frac{1}{3}\frac{9}{10}\frac{2}{9}$ 26. Item eadem ratione multiplica 39 bizantios per 100, et diuide per $\frac{5}{11}$ 59, exibunt pro portione secundi hominis $\frac{65}{109}$ 65 bizantii; quibus iunctis cum bizantiis $\frac{1}{3}\frac{9}{10}\frac{2}{9}$ 26 primi hominis, reddunt pro tota summa bizantios $\frac{1}{3}\frac{55}{109}$ 92.



Diuisio de 11 in duas partes.

Diuide 11 in duas partes, quarum una multiplicata per 9 faciat quantum alia multiplicata per 10: accipiendum est primum, quod multiplicatio cuiuslibet partis cuiuslibet numeri in numerum, ex quo ipsa pars ducit originem, facit quantum multiplicatio alie cuiuslibet partis eiusdem numeri in numero. Vnde ipsa pars deriuatur. Verbi gratia: multiplicatio quidem tertie cuiuslibet numeri in 3, ex quibus $\frac{1}{3}$ ducit origginem, facit quantum multiplicatio quarti eiusdem numeri in 4. A quibus $\frac{1}{4}$ ducit origginem: quare nona unius numeri multiplicata per 9 facit quantum $\frac{1}{10}$ eiusdem numeri multiplicata per 10. Vnde quam proportionem habet decima unius numeri ad nonam eiusdem numeri, eandem proportionem habebit una pars de 11 ad aliam. Vnde inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{10}\frac{1}{9}$, eritque 90, cuius $\frac{1}{9}$, et $\frac{1}{10}$ sunt 10 et 9: multiplicatio ergo de 9, scilicet decime de 90 in 10, facit quantum multiplicatio de 10, scilicet $\frac{1}{9}$ de 90 in 9: unde iunge 9 et 10, erunt 19, que uellent esse 11: multiplica ergo 10 per 11, et diuide per 19, exibunt $\frac{15}{19}$ 5; et tot erit una pars: residuum uero, quod est usque in 11, scilicet $\frac{4}{19}$ 5, erit alia pars; qui numerus exiit ex multiplicatione de 9 in 11 diuisa per 19. Aliter quia multiplicatio prime partis in 9 est equa multiplicationi secunde partis in 10; proportionaliter est sicut 10 ad 9 est prima pars ad secundam. Vnde erit sicut 9 iunctum ex 10, et 9, scilicet 19 ad 9 iunctum ex partibus, scilicet ad 11, ita 10 ad primam partem, et 9 ad secundam. Quare multiplicanda sunt 11 per 10, et per 9; et diuidenda utraque multiplicatio per 19. Si uero per regulam rectam uis procedere, pone pro prima parte rem; quare secunda erit 11 minus re: et multiplica rem, scilicet primam partem, per 9, egredientur nouem res. Item multiplica 11 | minus re, scilicet secundam partem per 10, erunt 110, minus decem rebus, que equantur nouem rebus: quare si communiter addantur decem res, erunt 19 res, que equantur 110: diuide itaque 110 per 19, erunt pro prima parte $\frac{15}{19}$ 5; quibus extractis de 11, super erunt pro secunda parte $\frac{4}{19}$ 5, ut superius inuenimus.



Diuisio de 11 in tres partes.

Item si 11 in tres partes diuidere uolueris, quarum prima multiplicata per 4 faciet

• ... fol. 86 verso, lin. 27-36, pag. 207, lin. 22-32.

• ... 11 » (fol. 86 verso, lin. 37-40 pag. 207, lin. 32-37 e 38).

fol. 87 recto.

Digitized by Google

quantum alia multiplicata per 5, et quantum alia multiplicata per 6: quia multiplicatio quarte unius numeri per 4 facit quantum multiplicatio quinte eiusdem numeri in 5, et quantum multiplicatio sexte eiusdem numeri in 6, inuenies numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$; eritque 60, cuius quarta est 15; quinta est 12; sexta est 10: adde ergo 15, et 12, et 10, eruntque 37, que uellent esse 11: quare multiplicabis 15, et 12, et 10 singulariter per 11, et diuides unamquamque multiplicationem per 37; et sic habebis pro prima parte $\frac{17}{37}4$; pro secunda $\frac{21}{37}3$; pro tertia $\frac{26}{37}2$; et sic possemus diuidere 11, etiam et quemlibet alium numerum in plures partes.

• quemlibet alium .... usque in 11 » (fol. 87 recto, lin. 10-15, pag. 208, lin. 8-15).

pars prima

$\frac{59}{72}3$

Secunda

$\frac{13}{72}7$

Diuisio de 11 in duas partes secundum alium modum.

Item si proponatur diuidere 11 in duas partes, quarum una multiplica (*sic*) per 9 faciet $\frac{1}{4}30$, plus alia multiplicata similiter per 9; quia maior pars multiplicata per 9 facit $\frac{1}{4}30$, magis alia multiplicatione, diuides $\frac{1}{4}30$ per 9, exibunt $\frac{13}{49}3$; et in tot excedit maior pars minorem: ideo quia multiplicatis $\frac{13}{49}3$ per 9, faciunt $\frac{1}{4}30$; ergo extrahes $\frac{13}{49}3$ de 11, remanebunt $\frac{23}{49}7$, hoc est $\frac{23}{36}7$; que diuide in duo equa, exibunt $\frac{59}{72}3$ pro qualibet parte; et tot fuit minor pars: residuum uero, quod est usque in 11, scilicet $\frac{13}{72}7$, fuit alia.

Aliter de eodem.

• duas partes .... desunt 4 » (fol. 87 recto, lin. 20-25, pag. 208, lin. 21-29).

pars prima

$\frac{2\ 7\ 14}{4\ 10\ 19}3$

Secunda

$\frac{1\ 2\ 4}{4\ 10\ 19}7$

Nam si proponatur diuidere 11 in duas partes, quarum secunda multiplicata per 10 faciet $\frac{1}{4}30$, plus multiplicatione prime partis in 9; extrahe de 11 numerum, qui cum multiplicetur per 10, faciat $\frac{1}{4}30$: qui numerus reperitur, cum $\frac{1}{4}30$ diuiduntur per 10; eritque numerus ille $\frac{1}{40}3$: quod extracto de 11, remanent $\frac{39}{40}7$; que diuide in duas partes per suprascriptam regulam; ita quod multiplicatio prime partis per 9 faciat quantum alia multiplicata per 10; eritque prima pars $\frac{2\ 7\ 14}{4\ 10\ 19}3$; qua inuenta, extrahatur de 11: quod facies per modum, quem in decimo capitulo demonstraui: scilicet accipe 3, que sunt super 4, et extrahe ea ex ipsis 4, et remanens pone super 4 cuiusdam protracte uirge, sub qua sint per ordinem suprascripti rupti, scilicet $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 10\ 19}$; et pro expretis (*sic*) 4, retinet in manu 1; que adde cum 7, que sunt super 10, erunt 8: a quibus usque in 10 desunt 2, que pone super 10; et pro expretis decem retine 1; que adde cum 14, que sunt super 19, erunt 15: a quibus usque in 19 desunt 4, que pone super 19 protracte uirgule; et pro expletis 19 retine 1, quod adde cum 3, que sunt ante uirgulam 7; et extrahe de 11, remanebunt 7, que pone ante protractam uirgulam; et sic habebis pro secunda parte $\frac{1\ 2\ 4}{4\ 10\ 19}7$. Item si 11 in tres partes diuidere proponatur, quarum secunda multiplicata per 5 faciat 10, plus multiplicationi prime in 4; et multiplicatio tertie per 6 faciat 11, plus multiplicatione secunde in 5, hoc est 21, plus multiplicatione prime partis per 4. Cum itaque ultima pars multiplicata per 6 faciat 21, plus quam prima pars multiplicata per 4; ergo si ex ipsa ultima parte extrahatur numerus, quo multiplicato per 6, faciet 21, scilicet $\frac{1}{2}3$, que exeunt ex diuisione 21 per 6, remanent ex ipsa ultima parte numerus, qui, cum multiplicatus fuerit per 6, facit quantum prima pars multiplicata per 4. Item quia secunda pars multiplicata per 5 facit 10, plusquam prima multiplicata per 4; si ex secunda parte extrahatur numerus, qui multiplicatus per 5 faciat 10, scilicet 2, remanebit ex ipsa secunda parte numerus, quo multiplicato per 5, faciet quantum prima multiplicata per 4: ergo extrahantur 2, et $\frac{1}{2}3$ de 11, remanebunt $\frac{1}{2}5$; que diuide per suprascriptam regulam in

• per 6 faciat .... proportionem » (fol. 87 recto, lin. 33-39, pag. 208, lin. 38 e 39 — pag. 209, lin. 5).

prima

$\frac{1\ 4}{2\ 73}2$

Secunda

$\frac{0\ 19}{2\ 37}3$

Tertia

$\frac{1\ 36}{2\ 37}4$

Digitized by Google

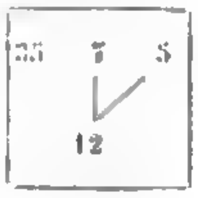
tres partes, quarum secunda multiplicata per 5, et tertia multiplicata per 6 faciunt quantum prima multiplicata per 4; eritque prima pars $\frac{1}{2}\frac{8}{37}2$; secunda $\frac{0}{2}\frac{29}{37}1$; tertia $\frac{0}{2}\frac{18}{37}1$: adde ergo 2 cum secunda parte, erunt $\frac{29}{37}3$: similiter adde $\frac{1}{2}3$ cum tertia parte, erunt $\frac{1}{2}\frac{26}{37}4$; et sic potes facere de similibus.

De duobus numeris reperiendis secundum datam quandam proportionem.|

Svnt duo numeri, quorum $\frac{1}{5}$ unius est $\frac{1}{7}$ alterius; et eorum multiplicatio est quantum eorum aditio. Inuenias primum duos numeros, quorum $\frac{1}{5}$ unius sit $\frac{1}{7}$ alterius; eruntque 5 et 7. Que pone pro quesitis numeris, et adde 5 cum 7, erunt 12. Sed multiplicatio de 5 in 7 facit 35; que cum uelint esse 12, et multiplica 12 per 5, et 12 per 7, et diuides utramque multiplicationem per 35; et habebis primum numerum $\frac{5}{7}1$; secundum $\frac{2}{5}2$: uel aliter suprascripta 12 diuide per 7, et per 5.

Fol. 87 verso.

• Svnt duo .... diuide » (fol. 87 verso, lin. 1-4; pag. 209, lin. 6-11).



Aliter.

Et si proponatur, quod addita quinta parte unius cum septima alterius faciat quantum multiplicatio numerorum ad inuicem; addes quintam de 5, scilicet 1, cum $\frac{1}{7}$ de 7, erunt 2; que multiplica per 5, et per 7, et diuide utramque multiplicationem per 35; uel ipsa 2 diuide per 7, et per 5; et habebis primum numerum $\frac{2}{7}$; secundum $\frac{2}{5}$.

• per 5 et per 7 .... primum numerum » (fol. 87 verso, lin. 7-11; pag. 209, lin. 15-22).

Aliter.

Rvrsum si proponatur, quod multiplicata quinta parte unius per septimam alterius faciat quantum aditio unius numeri cum alio; multiplicabis quintam de 5 per $\frac{1}{7}$ de 7, scilicet 1 per 1, erit unum; et adde 5 cum 7, ut supra, erunt 12; que multiplicabis per 5, et per 7, et diuides utramque multiplicationem per unum, quod fuit summa multiplicationis de uno in uno supradictis; et habebis primum numerum 60, quorum quinta est 12; secundum est 84, quorum septima est 12 similiter, ut opportet: nam multiplicato 12 per 12 facit quantum aditio de 60 cum 84.

Modus alius de duobus numeris reperiendis.

Item quinta unius numerorum sit septima alterius; et multiplicata quinta parte unius per septimam alterius facit quantum adita quinta parte unius cum septima alterius: multiplicabis 1 per 1, ut supra, erit unum; et addes ipsas unitates insimul, erunt 2: per que multiplicabis 5 et 7, et diuides utramque multiplicationem per unum, et habebis primum numerum 10; secundum 14.

Questio alia de duobus numeris.

Adhuc si proponatur, quod multiplicato uno numero per alium faciat aliquod multiplex eorumdem adictionis, ut dicamus duplum: addes tunc 5 cum 7, erunt 12; que duplicabis, erunt 24: multiplicabis ergo 24 per 5, et 24 per 7; et diuides utramque multiplicationem per multiplicationem de 5 in 7, scilicet per 35, et habebis primum numerum $\frac{3}{7}3$; secundum $\frac{4}{5}4$: et nota quia in omnibus suprascriptis, etiam et in sequentibus, semper damus diuisionem numero, qui ex multiplicatione duorum numerorum colligitur multiplicatorum.

Questio alia de duobus numeris.

Iterum si proponatur, quod aditio numerorum faciat aliquam multiplicitatem multiplicationis eorumdem, ut dicamus triplum: multiplicabis 12, que sunt aditio de 5, et 7 per eosdem numeros, erunt 60, et 84; que diuide per dictam multiplicitatem multiplicationis de 5 in 7, scilicet per triplum de 35, idest per 105, et habebis primum numerum $\frac{4}{7}$; secundum $\frac{4}{5}$.

• Iterum si .... adiectionis » (fol. 87 verso, lin. 23-27 e 28; pag. 209, lin. 40 — pag. 210, lin. 3).

Aliter secundum aliam questionem.

partes .... numerum » (fol. 87 verso, lin. 29-33; pag. 210, lin. 1-10).

Rursum multiplicatio numerorum in se ipsos faciat aliquod multiplex, ut dicamus, quadruplum aditionis quinte partis unius numeri cum septima parte alterius: quadruplum de 2, que sunt aditio quinte partis de 5, et septime partis de 7, scilicet 8, multiplica per 5 et per 7, erunt 40, et 56; que diuide per multiplicationem de 5 in 7, scilicet per 35, et habebis primum numerum $\frac{1}{7}$ 1; secundum $\frac{3}{5}$ 1. Item aditio quinte partis unius cum septima alterius faciat quincuplum multiplicationis unius numeri in alium: multiplicabis 2 suprascripta per 5, et per 7, erunt 10, et 14; que diuide per quincuplum de 35, scilicet per 175, et habebis primum numerum $\frac{2}{35}$; secundum $\frac{2}{25}$.

« sexcuplum .... diuidi uero » (fol. 87 verso, lin. 34-36; pag. 210, lin. 11-16).

Item questio alia de duobus numeris.

Adhuc multiplicatio quinte partis unius in septimam alterius sit sexcuplum aditionis earumdem partium: addes $\frac{1}{5}$ de 5 cum $\frac{1}{7}$ de 7, erunt 12; quorum sexcuplum, scilicet 12, multiplica per 5, et per 7, erunt 60, et 84; que diuide per multiplicationem quinte partis de 5 in septimam partem de 7, scilicet per unum; et habebis primum numerum 60; secundum 84.

Iterum .... numerum » (fol. 87 verso, lin. 37-39; pag. 210, lin. 17-20).

De eodem secundum aliam diuisionem.

Iterum aditio quinte partis unius cum septima parte alterius faciat septuplum multiplicationis earumdem partium in se: multiplicabis 2 per 5, et per 7, erunt 10, et 14; que diuides per septuplum multiplicationis quinte partis de 5 in septimam partem de 7, scilicet per 7; et habebis primum numerum | $\frac{3}{7}$ 1; secundum 2: possumus enim multas alias questiones uarias ex suprascriptis proponere; quorum solutiones per suprascriptas satis competenter reperiri possunt.

(fol. 88 recto).

« Item .... primum » (fol. 88 recto, lin. 2-6; pag. 210, lin. 21-28).

Diuisio alia inter duos numeros.

Item sunt duo numeri, ex quibus $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius sunt $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; et multiplicatis insimul faciunt iunctionem eorumdem: primum quidem suprascriptorum inuenies duos numeros, quorum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius sit $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; eruntque 27, et 35; et addes 27 cum 35, erunt 62: per que multiplica 27, et 35, et diuides utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35; uel diuide 62 per 35, et per 27, et habebis primum numerum $\frac{27}{35}$ 1; secundum $\frac{8}{27}$ 2.

« Et si .... diuides per » (fol. 88 recto, lin. 8-12; pag. 210, lin. 31-37).

De eodem.

Et si propositum fuerit, quod multiplicatio unius dictorum numerorum in alium sit duplum aditionis eorumdem; duplum de 62, scilicet 124, multiplica per 27, et per 35, et diuide utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35; uel 124 diuide per 35, et per 27, et habebis primum numerum $\frac{19}{35}$ 3; secundum $\frac{16}{27}$ 4.

De eodem.

Et si aditio sit duplum multiplicationis eorumdem; multiplicatio de 62 in 27, et in 35 diuides per duplum multiplicationis de 27 in 35; uel diuide 62 per duplum de 35, et de 27, et habebis primum numerum $\frac{31}{35}$; secundum $\frac{4}{27}$ 1.

« Item $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ .... multiplicabis » (fol. 88 recto, lin. 13-18; pag. 210, lin. 40 — pag. 211, lin. 1).

De eodem.

Item $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi numeri sit $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi; et multiplicatio primi in secundum faciat quantum aditio cuiuslibet partis; uel quarumlibet partium primi in quamlibet partem, uel partes secundi, ut dicamus, quod aditione (*sic*) $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius sit quantum multiplicatio unius numeri in alium: accipe $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 27, que sunt $\frac{3}{4}$ 15; et adde ea cum

Digitized by Google

$\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 35, scilicet cum $\frac{3}{4}15$, erunt $\frac{1}{2}31$: multiplicabis $\frac{1}{2}31$ per 27, et $\frac{1}{2}31$ per 35; et diuides utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35: uel $\frac{1}{2}31$ diuides per 35, et per 27, et habebis pro primo numero $\frac{9}{10}$; pro secundo $\frac{1}{6}1$.

De eodem.

Et si multiplicatio numerorum sit quadruplum aditionis de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; quadruplum $\frac{1}{2}31$, scilicet 126, multiplica per 27, et per 35; et diuide utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35: uel 126 diuide per 35, et per 27, et habebis pro primo numero $\frac{3}{5}3$; pro secundo $\frac{2}{3}4$. Et si multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi numeri in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi sit quantum aditio primi numeri cum secundo: quia $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 27, et $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 35 non cadunt in integrum, cum sint $\frac{3}{4}15$; oportet ut multiplicentur 27 et 35 per 4, erunt 108, et 140: et accipe $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 108, que sunt 63; et multiplica ea per 63, que sunt $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 140, erunt 3969: et adde 108 cum 140, erunt 248; que multiplica per 108, et per 140; et diuide utramque multiplicationem per regulam de 3969; et euitabis hoc quod euitare poteris, et habebis primum numerum $\frac{2\,1\,5}{3\,7\,7}6$; secundum $\frac{4\,6\,6}{7\,9\,9}8$.

De eodem.

Et si multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi sit quincuplum aditionis numerorum; quincuplum de 248, scilicet 1240, multiplica per 108, et per 140; et diuides utramque multiplicationem per regulam de 3969; et euitabis, et habebis primum numerum $\frac{1\,1\,5}{3\,7\,7}33$; secundum $\frac{6\,5\,6}{7\,9\,9}43$.

Rvrsus $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, ut diximus, primi numeri sit $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi; et multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi faciat aditionem de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi; adde 63 cum 63, scilicet $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 108 cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 140, erunt 126; per que multiplica 108 et 140; et diuide utramque multiplicationem per 3969; et euitabis, et habebis primum numerum $\frac{3}{7}3$; secundum $\frac{4}{9}4$.

De eodem.

Et si multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius sit sexcuplum additionis de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; sexcuplum de 126 multiplicabis per 108, et per 140; et diuides utramque multiplicationem per 3969; et euitabis hoc quod poteris, et habebis primum numerum $\frac{4}{7}20$; secundum $\frac{2}{3}26$.

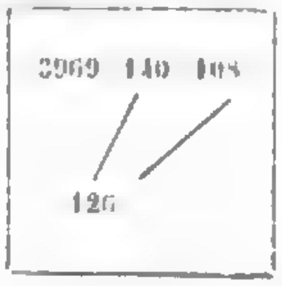
Et si aditio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius sit septuplum multiplicationis de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius per $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; multiplicationes de 126 in 108, et in 140 diuides per septuplum de 3969; et euitabis, et habebis pro primo numero $\frac{3\,3}{7\,7}$; pro secundo $\frac{5\,5}{7\,9}$.

De duobus numeris reperiendis, qui sint ad inuicem in data proportione.

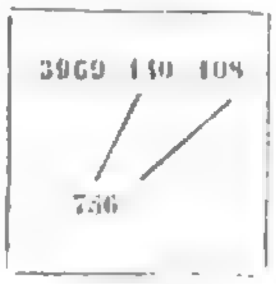
Accepi $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ unius numeri extracxi de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ alterius sit, et quod remansit multiplicaui per $\frac{1}{4}9$, et habui 100: diuides itaque 100 per $\frac{1}{4}9$, exibunt $\frac{30}{37}10$. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius excedant $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ alterius in $\frac{30}{37}10$: pone pro primo numero 30, et pro secundo 24: extrahe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ de 30, scilicet 11, de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 24, scilicet de 14, remanent 3: que cum uellent esse $\frac{30}{37}10$, Multiplicabis $\frac{30}{37}10$ per 30, et per 24, et diuides utramque multiplicationem per 3, exibunt pro primo numero $\frac{4}{37}108$; pro secundo $\frac{22}{37}86$: uel habeas pro primo numero 30; et super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ eorum adde $\frac{30}{37}10$, erunt $\frac{30}{37}21$, que sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ secundi numeri. Quare multiplica 12 per $\frac{30}{37}21$, et diuide per 7. Et si uis, sit secundus numerus 24; de quorum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ deme $\frac{30}{37}10$, remanebunt $\frac{7}{37}3$, que sunt $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ primi numeri. Et si proponatur, quod $\frac{2}{3}$ primi sint $\frac{3}{5}$ secundi; et ex ipsis proueniant supradicta. Inuenies duos numeros, quorum $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{3}{5}$ alterius, erunt 9, et 10: quos

« $\frac{1}{2}31$ .... ea per » (fol. 88 recto, lin. 22-26; pag. 211, lin. 6-11 e 12).

« per regulam .... eodem » (fol. 88 recto, lin. 31 e 32-36; pag. 211, lin. 18-21).

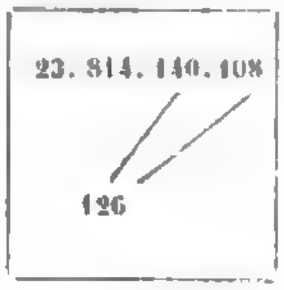


« Et si .... numerum » (fol. 88 recto, lin. 37-39; pag. 211, lin. 25-28).



fol. 88 verso.

« Et si .... proportione » (fol. 88 verso, lin. 2-4 e 5; pag. 211, lin. 29-32).



multiplica per 30; ut que necessaria sunt, habeantur in integra; eruntque pro primo numero 270; pro secundo 300 : extrahe ergo $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ de 270, scilicet 99 de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de 300, scilicet de 175, remanent 76; que cum uelint esse $\frac{30}{37}$ 10 , multiplicabis $\frac{30}{37}$ 10 per 270, et per 300, et diuides unamquamque multiplicationem per 76, exibunt pro primo numero $\frac{1\ \ 15}{19\ 37}$ 38; pro secundo $\frac{18\ \ 24}{19\ 37}$ 42. Et si uis, ut multiplicato residuo in se, quod est inter $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ primi numeri, et $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ secundi, faciant unum ex ipsis duobus numeris, qualem uis, ut dicamus primum; pones pro ipso primo numero numerum habentem radicem, cuius $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ sint integre; sitque 900 super $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$, quorum adde radicem eorum, scilicet 30, erunt 360: quare inuenias numerum, cuius $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ sit 360, scilicet multiplicationem de 12 in 360 diuide per 7, exibunt pro secundo numero $\frac{1}{7}$ 617. Rursus si uis, ut multiplicatio predicti residui in se faciat secundum numerum ; pone ipsum secundum numerum esse 144; de quorum $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, scilicet de 84, abice radicem eorum, que est 12, remanebunt 72. Inuenies ergo numerum, cuius $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ sint 72; eritque $\frac{4}{11}$ 196 pro secundo numero. Item multiplicaui $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ primi numeri per $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ secundi; et fuit illud quod prouenit 100. Inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant 100: sint 5, et 20: quare pro primo numero habebis numerum, cuius $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ sunt 5; et pro secundo habebis ipsum numerum , cuius $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, et $\frac{1}{4}$ sunt 20. Quare multiplica 30 per 5, et diuide per 11; et 12 per 20; et diuide per 7, et habebis primum numerum $\frac{7}{11}$ 13; secundum $\frac{2}{7}$ 34. Aliter quia ex ductis 10 in se proueniunt 100 ; inuenias pro primo numero numerum , cuius $\frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$ sint 10; eritque $\frac{3}{11}$ 27: et pro secundo inuenias numerum, ex quo 10 sint $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$; eritque $\frac{1}{7}$ 17: et sic possumus infinitas questiones per regulas arborum soluere.

Incipit pars quarta duodecimi Capituli de inuentione bursarum. |

fol. N° [illegible] Dvo homines, qui habebant denarios, inuenerunt bursam unam denariorum; qua inuenta, primus dixit secundo: Si hos denarios burse cum denariis, quos habeo, haberem, haberem utique ter tantum quam tu. Cui econtra alter Respondit : Et si ego haberem denarios burse cum denariis meis, haberem quater tantum quam tu. Queritur quot unusquisque habebat; et quot ipsi reperierunt in bursa. Notandum est quidem, quod quia cum primus, habita bursa, habeat ter tantum secundo ; si ipse cum bursa habet 3, et secundus habet 1 ; ergo inter utrumque cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3: ergo habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum illorum, et burse. Propter eadem et secundus, cum habeat cum bursa quater tantum primo, eiusdem summe $\frac{4}{5}$ eum habere necesse est. Quare inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$; eritque 20. Pone ergo, ut summa denariorum illorum sit 20; de quibus primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$, scilicet 15. Et secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$, scilicet 16: ergo inter utrumque cum bursa bis computata habent 31 : Superfluum uero, quod est a 20 usque in 31, scilicet 11, est summa denariorum burse. Ideo quia bursa computata est bis, cum non debeat computari nisi tantum semel; quare cumputatio burse fuit semel magis quam debuit. Vnde denarij superflui, qui sunt a 20 usque in 31, uidelicet 11, sunt semel id quod in bursa repertum fuit. Quare extrahes 11 de 15, remanent 4; et tot habuit primus : deinde extrahe 11 de 16, remanent 5; et tot habuit secundus : ergo primus habet 4, et secundus 5; quibus additis cum 11 de bursa faciunt 20, ut pro eorum summa posuimus.

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum ipsorum, et burse;

Digitized by Google

ergo secundus habet $\frac{1}{4}$ totius summe. Et primus habet $\frac{1}{5}$ totius summe; ideo quia secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$ summe. Quare accipe $\frac{1}{5}$ de 20, que est 4; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{4}$ de 20, que est 5; et tot habuit secundus: ergo inter utrumque habent 9; a quibus usque in 20 remanent 11 pro burse quantitate, ut prediximus. Item aliter. Pone primum habere rem; quare cum bursa habet rem et bursam, que sunt triplum denariorum secundi: ergo secundus habet tertiam rei et burse. Quare si habuerit bursam, habebit bursam et tertiam burse, et insuper tertiam rei, que equantur .IIII.^{or} rebus, scilicet quadruplo denariorum primi; cum secundus cum bursa habeat quater tantum quam primus. Extrahe ergo ab utraque parte tertiam rei, remanebunt bursa, et tertia burse, que equantur .IIII.^{or} rebus, minus tertia rei. Quare triplum unius burse, et tercie, scilicet burse 4, equatur triplo .IIII.^{or} rerum, minus tercia, scilicet rebus 11: et quia quater 11 equantur undecies .IIII.^{or}, erit proportio denariorum burse ad denarios primi hominis, sicut 11 est ad 4. Vnde si in bursa sunt denarii 11, primus homo habet 4, quorum omnium tercia, scilicet 5, necessario habet secundus; cum primus cum bursa habeat triplum eius.

Aliter .... equantur » (fol. 89 recto, lin. 18-21; pag. 212, lin. 43 — pag. 213, lin. 7).

Primus
4
Secundus
5
Bursa
11

De bursa a tribus hominibus reperta.

Item tres homines denarios habentes, qui bursam denariorum inuenerunt; quorum primus dixit ceteris. Si daretis mihi bursam denariorum cum denariis, quos habeo, haberem bis tantum quam uos. Secundus, habitis denarijs burse, preponit se habere ter tantum reliquis. Tercius, si bursam habuerit, quater tantum duobus reliquis se habere affirmat. Queritur, quot unusquisque habebat; et quot in bursa reperierunt. Quia primus, habita bursa, preponit bis tantum aliis habere; ergo si primus habet 2 cum bursa, alij habent 1: ergo inter omnes habent 3: ergo primus, habita bursa, habet $\frac{2}{3}$ totius summe cunctorum trium hominum denariorum et burse. Eademque ratione secundus homo eiusdem summe habet $\frac{3}{4}$, et tertius habet $\frac{4}{5}$, quare uidendum est de $\frac{4}{5}\ \frac{3}{4}\ \frac{2}{3}$, in quo reperiantur numero, uidelicet in 60: accipe | ergo $\frac{2}{3}$ de 60, que sunt 40, et $\frac{3}{4}$, que sunt 45, et $\frac{4}{5}$, que sunt 48; et adde insimul, erunt 133; qui numerus magis est in integro, scilicet de 60: et hoc contigit propter denarios burse, qui ter computantur in prescripta summa, uidelicet cum unoquoque ipsorum. Et cum non sit computanda nisi tantum semel; manifestum est, quod computatur bis plus quam debeat: ergo illud superfluum, quod est a 60 usque in 133, quod est 73, est duplum denariorum burse. Quare diuidenda sunt 73 per 2; aut 60 per 2 multiplicanda. Sed melius est, ut multiplicetur 60 per 2, quam diuidere 73 per 2. Ideo quia 73 non potest diuidi per 2 absque fractione; ascendit enim multiplicatio de 2 in 60, in 120, que erunt summa cunctorum denariorum, et burse. Et 73 erunt pro quantitate denariorum burse. Et quia primus $\frac{2}{3}$ totius summe cum bursa amplectitur, scilicet de 120, ipsum denarios 80 habere non dubitatur: de quibus extractis denarijs burse, scilicet 73, remanent 7; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{3}{4}$ de 120, erunt 90; de quibus extrahe 73, remanent 17; et tot habuit alter. Rursus sume $\frac{4}{5}$ de 120, que sunt 96, et extrahe inde 73, remanent 23; et tot habuit tercius.

(Fol. 89 verso.)

per 2 .... et manere » (fol. 89 verso, lin. 6-14 e 15, pag. 213, lin. 32-42).

primus
7
Secundus
73
tertius
17
bursa
73

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{2}{3}$ totius summe; reliquis duobus $\frac{1}{3}$ eiusdem summe remanere necesse est. Iterum cum secundus cum bursa $\frac{3}{4}$ totius summe detineat; reliquis $\frac{1}{4}$ eiusdem summe remanere non dubitatur. Rursus cum tertius homo habeat

Digitized by Google

$\frac{4}{5}$, et reliqui habent $\frac{1}{5}$. Quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, hoc est 60. Pone igitur, ut summa denariorum trium hominum, et burse sit 60; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 20, habent inter secundum et tertium. Et $\frac{1}{4}$, scilicet 15, habent inter tercium et primum. Et $\frac{1}{5}$ eiusdem summe, scilicet 12, habent inter primum et secundum; et sic, unoquoque bis computato, habent inter omnes denarios 47. Quare sit summa ipsorum, et burse duplum de 60; et eorum summa erit 47. Et quia secundus et tercius homo habent $\frac{1}{3}$ ex ipsis 120, scilicet 40, et inter omnes habent 47; residuum quod est a 40 in 47, scilicet 7, habet primus homo. Similiter. Si auferatur $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ de 120 a 47, remanebunt 17 pro denariis secundi, et 23 pro denariis tercii, ut superius inuenimus. Nam additis 7, et 17, et 23 reddunt 47, ut pro eorum summa inuenimus.

* Nam [illegible] (fol. 89 verso, lin. 27-33; pag. 214, lin. 12-19.

bursa	tertius	secundus	primus
73	23	17	7

23

De bursa, cum in ipsa reperiatur aliqua denominata quantitas.

Nam si dixerit, quod in bursa inuenta sit aliqua quelibet denariorum quantitas, ut dicamus 23; quia denarii burse inuenti sunt esse 73, quos esse uis 73 (*sic*); pone 23 sub 73, scilicet bursa sub bursa; et post 73 pone denarios trium hominum, ut in margine cernitur; et multiplicabis 23, scilicet bursam per 7 de bursa, et diuide per 73; et habebis denarios primi. Item multiplica 17 per 23, et diuide per 73; et habebis denarios secundi. Rursus multiplica 23 per 23, et diuide per 73; et habebis denarios tercii hominis.

De bursa a quatuor hominibus inuenta.

Item si proponantur homines esse 4; et primus, habita bursa, preponat habere ter tantum reliquis. Secundus quater tantum; tercius quinquies tantum. Et quartus, habita uidelicet bursa, sex tantum reliquis habere affirmet: per superiorem regulam inuenies; quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe, et reliquis remanent 4; et secundus habet $\frac{4}{5}$, et reliquis remanet $\frac{1}{5}$; et tercius habet $\frac{5}{6}$, et reliquis remanet $\frac{1}{6}$; et quartus habet cum eadem bursa $\frac{6}{7}$, et aliis remanet $\frac{1}{7}$. Vnde, secundum prime regule considerationem, uidendum est de $\frac{6}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$, in quo reperiantur numero, scilicet in 420; que pone pro summa denariorum ipsorum, et | burse: de quibus accipe $\frac{3}{4}$, scilicet 315, et $\frac{4}{5}$, que sunt 336, et $\frac{5}{6}$, que sunt 350, et $\frac{6}{7}$, que sunt 360. Et adde insimul erunt 1361; de quibus extrahe 420, remanent 941. Et quia homines sunt 4, et semper cum unoquoque ipsorum computatur bursa; ergo bursa computatur quater in prescriptis 1361; cum non sit nisi semel computanda: ergo computatur ter amplius quam debeat. Vnde multiplica 420 per 3, erunt 1260, que sunt summa denariorum .IIII.^{or} hominum, et burse; et 941 erunt denarij burse: accipe ergo $\frac{3}{4}$ de 1260, erunt 945; et tot habet primus homo cum bursa: de quo accipe $\frac{3}{4}$, que sunt 945; et extrahe inde 941, remanent 4; et tantum habuit primus. Item accipe $\frac{4}{5}$ de 1260, que sunt 1008; et extrahe inde 941, remanent 67; et tot habuit alter. Rursus extrahe $\frac{5}{6}$ de 1260, que sunt 1050: extrahe inde 941, remanent 109; et tot habuit tercius. Et adhuc accipe $\frac{6}{7}$ de 1260, que sunt 1080; et extrahe inde 941, remanent 139; et tot habuit quartus. Illud idem reperies, si feceris secundum aliam regulam, uidelicet ut $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$, que remanent tribus hominibus per ordinem accipias de 420, erunt 319, que sunt summa denariorum IIII.^{or} hominum: quam extrahe de 1260 superius reperta, remanent 941, que sunt bursa. Et accipe quartam de 1260, que est 315; et extrahe de 319, remanent 4; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{5}$ de 1260, que est 252, et extrahe de 319, remanent 67; et tot habuit secundus.

Fol. 90 [illegible]

* $\frac{6}{7}$ que .... Illud » (fol. 90 recto, lin. 2-12; pag. 214, lin. 28-38).

Bursa
941
primus
4
Secundus
67
tercius
109
quartus
139

Digitized by Google

Iterum summe $\frac{1}{6}$ de 1260, que est 210, et extrahe de 319, remanent 109; et tot habuit tercius. Rursus sume $\frac{1}{7}$ de 1260, et extrahe de 319, remanent 139; et tot habuit quartus, ut superius per primam regulam inuenisti.

De bursa quinque hominibus reperta.

Item si proponatur, quod homines sint 5; et primus, habita bursa, proponat se habere bis tantum, et dimidium reliquis; et alter, si habuerit bursam, preponat se habere ter tantum, et terciam reliquis. Tercius quoque quater tantum et quartam; quartus uero quinquies tantum et quintam; quintus autem cum eadem bursa sexies tantum, et sextam habere affirmat. Secundum suprascriptam materiam, cum primus cum bursa habeat bis tantum, et dimidium reliquis; ergo si ipse cum bursa habuerit $\frac{1}{2}$ 2; et omnes reliqui habebunt 1: ergo si ipse habuerit 5, et reliqui habebunt 2; ergo inter omnes habent 7: de quibus cum primus cum bursa habeat 5, nimirum $\frac{5}{7}$ totius summe inter ipsum, et bursam habere demonstratur. Quare reliquis IIII.^{or} hominibus $\frac{2}{7}$ eiusdem summe remanere non dubitatur. Eadem itaque ratione, si de secundo homine prospexeris, ipsum cum bursa $\frac{10}{13}$ totius summe habere; et reliquis $\frac{3}{13}$ remanere reperies. Quod idem, si de tercio cerneris, ipsum cum bursa $\frac{17}{21}$ totius summe habere; et reliquis $\frac{4}{21}$ eiusdem summe remanere cognosces. Et si de quarto inspexeris, ipsum cum bursa habere $\frac{26}{31}$; et reliquis $\frac{5}{31}$ remanere non dubitatis. Nam si eodem modo de quinto homine inspicere procuraueris, ipsum cum bursa $\frac{37}{43}$ totius summe habere; et reliquis IIII.^{or} hominibus $\frac{6}{43}$ eiusdem summe remanere inuenies. Quare uidendum est de $\frac{37}{43}$ $\frac{26}{31}$ $\frac{17}{21}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{5}{7}$, in quo numero reperiantur. Quod si secundum nostrum magisterium, scilicet nostrarum figurarum inuenire uolueris, multiplica 7, que sunt sub 5 per 13, erunt 91; que cum debeas multiplicare per 21, relinque 7, que sunt in regula de 21 propter ipsa 7, que modo multiplicasti per 13; et multiplicabis 91 per 3, que remanent in regula de 21, erunt 273; | que per 31, et per 43, erunt 363909; de quibus accipe $\frac{5}{7}$, et $\frac{10}{13}$, et $\frac{17}{21}$, et $\frac{26}{31}$, et $\frac{37}{43}$. Quas si iterum magistraliter secundum eandem artem accipere uolueris, describe minuta prescripta per ordinem sic

313131	305214	294593	279930	259935
$\frac{37}{43}$	$\frac{26}{31}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{5}{7}$

; et multiplica 5, que sunt super 7 per 13, erunt 65; que multiplica tantum per 3, que sunt in regula de 21; quia non oportet repetere 7, que sunt in regula de 21 propter ipsa 7, que sunt sub 5, a quibus incepisti modo multiplicare: et sic 5 per 3 multiplicata reddunt 195; que per 31, et per 43, erunt 259935, que sunt $\frac{5}{7}$ ipsius prescripti numeri; que ponantur super $\frac{5}{7}$, sicuti superius cernuntur esse descripti. Iterum multiplica 10, que sunt super 13, per 21; que per 31, et per 43, erunt 279930, que relinquuntur, ut non multiplicentur per 7, que sunt sub 5 propter ipsa 7, que sunt in regula de 21; et describantur 279930 super $\frac{10}{13}$. Rursus multiplica 17, que sunt super 21, per 31, et per 43, et per 13. Et relinquitur quod non multiplicabuntur per 7, que sunt sub 5, erunt 294593, que pone super $\frac{17}{21}$. Item multiplica 26, que sunt super 31, per 43, et per 21, et per 13, erunt 305214, que pone super $\frac{26}{31}$. Adhuc multiplica 37, que sunt super 43, per 31, et per 21, et per 13, erunt 313131; que pone super $\frac{37}{43}$, et adde 259935 cum 279930, et cum 294593, et cum 305214, et cum 313131, erunt 1452803; de quibus extrahe 363909, remanent 1088894, que sunt quantitas denariorum burse. Et quia homines sunt 5, bursa computatur quater magis quam oportet. Quare multiplicanda sunt 363909 per 4, erunt 1455636,

[illegible] Queritur [illegible] fol. 10 verso, lin. 23-37, pag. 216, lin. 2-18.

Bursa
1088894
debitum primi hominis
49154
[illegible]
30826
[illegible]
89478
quarti
131962
[illegible]
163630

que sunt summa burse, et denariorum quinque hominum: et quia primus habet $\frac{5}{7}$ totius summe, accipe $\frac{5}{7}$ de 1455636, que sunt 1039740; et tot habent inter primum, et bursam. Sed quia superius magis in bursa repertum est, quam id quod inter bursam, et primum hominem habent: aut positio huius questionis indissolubilis erit; aut primus homo debitum habebit, illud uidelicet quod deest a summa denariorum ipsius, et burse usque ad summam denariorum burse, scilicet id quod est a 1039740 usque in 1088894, quod est 49154. Item accipe $\frac{10}{13}$ de 1455636, que sunt 1119720; et tot habuit inter secundum hominem, et bursam: de quibus extractis denariis burse, scilicet 1088894, remanent 30826; et tot habuit secundus. Iterum accipe $\frac{17}{21}$ de 1455636, que sunt 1178372; de quibus extrahe denarios burse, remanent 89478; et tot habuit tertius. Rursus accipe $\frac{26}{31}$ de 1455636, que sunt 1220856; de quibus extrahe denarios burse, scilicet 1088894, remanent 131962; et tot habuit quartus. Et adhuc accipe $\frac{37}{43}$ de 1455636, que sunt 1252524; de quibus extrahe 1088894, remanent 163630; et tot habuit quintus.

Modus alius ad inuentionem burse inter tres homines.

Tres homines denarios habentes bursam denariorum inuenerunt. Quorum primus dixit secundo. Si haberem denarios burse, te in duplo excederem. Secundus dixit tercio: quod si habuerit bursam, excedet illum in triplo. Tercius si haberet bursam, proponit se habere quater tantum primo. Queritur, quot in bursa reperierunt; et quot unusquisque habeat. Pro duplo dicas $\frac{1}{2}$. Ideo quia denarii secundi sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et burse; cum primus cum bursa habeat duplum eius, et de triplo $\frac{1}{3}$, et de quadruplo $\frac{1}{4}$; et describe in ordinem sic: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et multiplica 2 per 3, erunt 6; que per 4, erunt 24; de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ductam in 1, quod est super 4; que multiplicatio tantum ascendit in 1, remanent 23; et tot denarii inuenti sunt in bursa. Post hec descende $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$; quia secundus habet $\frac{1}{3}$ summe denariorum suorum, et primi, et burse. Similiter eadem ratione descende $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{5}$; et pone eas ex parte sic $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et multiplica 3 per 4, et per 5, erunt 60; quibus super adde 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam in 1, quod est super 5, erunt 61; que sunt summa denariorum trium hominum, et burse. Post hec extrahe 1, quod est super 3, de eisdem 3, remanent 2; que multiplica per 4, erunt 8; quibus super adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, eruntque 9: que multiplica per 1, quod est super 5, erunt 9; et tot habuit primus. Item extrahe 1, quod est super 4, de eisdem 4, remanent 3; que multiplica per 5, et adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in uno, quod est super 5, erunt 16: que multiplica per 1, quod est super 3, et erunt 16; et tot habuit alter. Iterum extrahe 1, quod est super 5, de 5, remanet 4; que multiplica per 3, erunt 12: et multiplica 1, quod est super 5, per 1, quod est super 3, et adde cum 12, erunt 13: que multiplica per 1, quod est super 4, erunt similiter 13; et tot habuit tercius. Potes enim promtius denarios uniuscuiusque reperire: pones $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ in ordinem, ut supra; et de suprascriptis 24 retine quartum, scilicet 6; cum quibus 6 iunge tercium ipsorum, scilicet 2, erunt 8; super quem 8 adde dimidium de 2, que modo addisti, cum 6, erunt 9; et tot habet primus. Cum quibus 9 adde bursam, scilicet 23, erunt 32; quorum dimidium, scilicet 16, habet secundus. Cum quibus, addita bursa, erunt 39; quorum terciam partem habet tercius.

[illegible] 24 [illegible]

[illegible] 6 .... et per 4 (fol. 11 [illegible] lin. 2-6, pag. 216, lin. 21-27.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

Extrahe 1 .... partem habet [illegible] fol. 11 recto, lin. 11-25, pag. 216, lin. 32-43.

Bursa
23
Primus
9
Secundus
16
Tercius
13

Digitized by Google

De bursa inter homines inuenta secundum istum modum.

Rvrsus si proponatur, quod unus illorum, habita bursa, habeat bis tantum, et dimidium secundo. Et secundus ter tantum, et terciam tercio. Et tercius habeat quater tantum, et quartam primi. Quia primus, habita bursa, habet bis tantum et dimidium secundo; ergo si primus habet tunc $\frac{1}{2}2$; et secundus habet 1: ergo si primus habet 5, et secundus habet 2; ergo secundus habet $\frac{2}{5}$ primi, et burse; et habet $\frac{2}{7}$ sui, et primi, et burse. Pone ergo $\frac{2}{5}$ in unam partem, et $\frac{2}{7}$ in aliam. Item quia secundus, habita bursa, habet ter tantum, et terciam tercio; ergo si secundus tunc habet 10, et tercius habet 3; ergo tercius habet $\frac{3}{10}$ secundi, et burse; et habet $\frac{3}{13}$ sui, et secundi, et burse. Pone $\frac{3}{10}$ cum $\frac{2}{5}$ superius inuentis; et $\frac{3}{13}$ pone cum $\frac{2}{7}$. Item quia tercius, habita bursa, habet quater tantum, et quartam primo; ergo primus habet $\frac{4}{17}$ tercij, et burse; et habet $\frac{4}{21}$ sui, et tercij, et burse. Pone $\frac{4}{17}$ cum $\frac{3}{10}\,\frac{2}{5}$; et $\frac{4}{21}$ cum $\frac{3}{13}\,\frac{2}{7}$, sicut in margine ostenditur; et operare ut supra.

¹ Rvrsus si .... et terciam (fol. 51 recto, lin. 22-26, pag. 217, lin. 2-3).

$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{7}$

Tres homines habent denarios, et inuenerunt bursam denariorum; quorum primus cum bursa excedit secundum in duplo. Secundus tercium in triplo; tercius primum in quadruplo. Queritur quot unusquisque habuit, et quot reperierunt in bursa: pro duplo pone $\frac{1}{2}$, scilicet partem, quam habet secundus ex denarijs primi, et burse. Et pro triplo pone $\frac{1}{3}$, quam partem habet tercius homo ex denarijs secundi, et burse. Similiter pro quadruplo pone $\frac{1}{4}$ post $\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$ sic $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$. Nam $\frac{1}{4}$ est pars, quam primus homo habet ex denarijs tercij hominis, et burse. Deinde multiplica 2 per 3; que per 4, erunt 24; de quibus tolle 1, quod oritur ex multiplicatione de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ducta in 1, quod est super 4, remanebunt 23 pro denarijs burse. Deinde accipe $\frac{1}{4}$ de 24, que est | 6; cum quibus adde terciam eorum, scilicet 2, erunt 8; cum quibus adde $\frac{1}{8}$ ipsorum, scilicet 1; et tot denarios habet primus: quos adde cum denarijs burse, scilicet cum 23, erunt 32; quorum $\frac{1}{2}$, scilicet denarios 16, habet secundus; cum quibus, addita bursa, erunt 39; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 13, habet tercius. fol. 51 verso.

Aliter, positis $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, multiplica 1, quod est super 4 per 3, que sunt sub uirga; que per 2, erunt 6; et hoc est accipere quartam de 24. Item 1, quod est super 4, multiplica per 1, quod est super 3; quod per 2, que sunt sub uirga, erunt 2; que sunt $\frac{1}{3}$, quam accepimus superius de 6, que fuerunt $\frac{1}{4}$ de 24. Rursus multiplica 1, quod est super 4, per 1, quod est super 3; quod per 1, quod est super 2, erit 1; et hoc est accipere $\frac{1}{2}$ de 2, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 6: adde ergo 6, et 2, et 1, erunt 9, scilicet denarij primi hominis. Possumus etiam hec promtius inuenire; uidelicet 1, quod est super 4, multiplica per 3, et superadde multiplicationem eiusdem 1 in 1, quod est super 3, hoc est multiplica 1, quod est super 4, per 3, et adde 1, erunt 4: que multiplica per 2, que sunt sub uirga, erunt 8; quibus adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 3, ductam in 1, quod est super 2, erunt similiter 9: deinde, ut secundum hunc modum inuenias denarios aliorum, redige $\frac{1}{2}$ ad sinistram sic: $\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$; et multiplica 1, quod est super 2, per 5, scilicet per coniunctionem de 4 cum 1, quod est super ipsa 4, erunt 5; que multiplica per 3, erunt 15; quibus super adde 1, quod prouenit ex ducto 1, quod est super 2, in 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 3, erunt 16, ut pro denarijs secundi hominis inuenimus. Vel accipe $\frac{1}{2}$ de 24, et $\frac{1}{4}$ ipsius medietatis, et $\frac{1}{3}$ ipsius quarte; et habebis similiter 16. Item redige $\frac{1}{3}$ ab alio

Digitized by Google

capite sic: $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$; et fac ut fecisti in inuentione denariorum reliquorum hominum; et habebis 13 pro denarijs tertij hominis.

Et si primus cum bursa excedat secundum in duplo, et in dimidio eius; et secundus cum bursa excedat tercium hominem in triplo, et in tercia eius; et tercius homo cum bursa excedat primum in quadruplo, et eius quarta. Quia cum primus cum bursa excedit secundum in duplo eius, et dimidio; ergo si primus cum bursa habet $\frac{1}{2}$ 2; secundus quidem habet 1: quare si primus cum bursa habet duplum de $\frac{1}{2}$ 2, scilicet 5; secundus habebit 2: ergo denarij secundi sunt $\frac{2}{5}$ denariorum primi, et burse. Similiter inuenies, tercium hominem habere $\frac{3}{10}$ denariorum secundi, et burse. Et primum habere $\frac{4}{17}$ denariorum tercii hominis, et burse. Quare pones in ordinem $\frac{4}{17}\ \frac{3}{10}\ \frac{2}{5}$; et multiplicabis 5 per 10; que per 17, erunt 850; et 2 per 3; que per 4, erunt 24; que extrahes de 850, remanent 826 pro denarijs burse: post hec multiplica 4 per 10, et per 3, hoc est per 13, in una multiplicatione, erunt 52; que multiplica per 5, et adde multiplicationem de 4 in 3 ductam in 2, erunt 284; et tot habuit primus. Deinde redige $\frac{2}{5}$ post $\frac{4}{17}$ sic: $\frac{2}{5}\ \frac{4}{17}\ \frac{3}{10}$; et multiplica 2 per 21, scilicet per coniuncta de 17 cum 4, erunt 42; que multiplica per 10, et adde 24, scilicet bis 4 ter, pro 2, et 4, et 3, que sunt super uirgas, erunt 444; et tot habuit secundus. Vel accipe $\frac{2}{5}$ de denarijs primi, et burse: deinde redige $\frac{3}{10}$ post $\frac{2}{5}$ sic: $\frac{3}{10}\ \frac{2}{5}\ \frac{4}{17}$, et operare ut supra, et habebis 381 pro denarijs tercij hominis. Vel de denarijs secundi, et burse accipe $\frac{3}{10}$.

Item homines sint .IIII.^{or}; et denarij primi, et burse sint duplum denariorum secundi: denarij quoque secundi, et burse sint triplum denariorum tertij hominis: denarij autem tertij hominis, et burse sint quadruplum denariorum quarti hominis: denarij quidem quarti hominis, et burse sint quincuplum denariorum primi: quia primus cum bursa excedit secundum in duplo, erunt denarij secundi hominis $\frac{1}{2}$ denariorum primi et burse. Similiter ex hijs, que posita sunt, denarij tertij hominis sunt $\frac{1}{3}$ dena-
fol. 92 recto riorum secundi | et burse. Et denarij quarti hominis sunt $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis, et burse. Nam et denarij primi hominis sunt $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis, et burse. Quare pone in ordinem $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et multiplica numeros, qui sunt sub uirgis in se, erunt 120: de quibus tolle 1, quod prouenit ex multiplicatione unitatum, que sunt super uirgas in se, erunt 119 pro denarijs burse. Post hec accipe $\frac{1}{5}$ de 120, erunt 24; de quibus accipe $\frac{1}{4}$, erunt 6; de quibus accipe $\frac{1}{3}$, erunt 2; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, erit 1: quos .IIII.^{or} numeros insimul iunge, reddent 33 pro denarijs primi hominis. Vel multiplica 1, quod est super 5, per 4; que per 3; que per 2, erunt 24; quod idem est accipere quintam de dictis 120. Item multiplicabis 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 3; que per 2, erunt 6; quod idem est accipere quartam de dictis 24. Rursus 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 3; quod per 2, erunt 2: quod idem est accipere $\frac{1}{3}$ de dictis 6. Et adhuc 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 3; quod per 1, quod est super 2; et erit; quod idem est accipere $\frac{1}{2}$ de dictis 2, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 6. Adde 24 cum 6, et cum 2, et cum 1, erunt similiter 33; que potes promtius reperire: uidelicet multiplica 1, quod est super 5, per 4, et adde multiplicationem eiusdem 1 in 1, quod est super 4. Et hoc est sicut multiplicare 1, quod est super 5, in 4, et in 1, scilicet in 5 in una multiplicatione, erunt 5; que multiplica per 3; et adde mul-

Digitized by Google

tiplicationem de 1, quod est super 5, in 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 3, erunt 16: que multiplica per 2, et adde multiplicationem mj.or unitatum, que sunt super uirgas, erunt similiter 33: deinde redige $\frac{1}{2}$ in capite linee ruptorum sic: $\frac{1}{2}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$; et operaberis cum ruptis, incipiendo a $\frac{1}{2}$, sicuti superius fecisti, incipiendo a $\frac{1}{5}$: uidelicet accipies $\frac{1}{2}$ de 120, scilicet 60; de quibus accipies $\frac{1}{5}$, uidelicet 12; de quibus accipe $\frac{1}{4}$, scilicet 3; de quibus accipe $\frac{1}{3}$, uidelicet 1, et iunge insimul, erunt 76; et tot habet secundus. Vel aliter: denarios primi, scilicet 33, cum denarijs burse iunge, scilicet cum 119, erunt 152; quorum medietatem, scilicet 76, habet secundus. Rursus pone $\frac{1}{3}$ in principio linee sic: $\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$, et operaberis ut supra, incipiendo a $\frac{1}{3}$ de 120; et habebis 65 pro denarijs tercij hominis: uel ex denarijs secundi et burse, accipe terciam partem. Iterum pone in principio linee $\frac{1}{4}$ sic: $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{5}$; et inuenies denarios quarti ordine suprascripto esse 46, qui sunt quarta de denarijs tercie, et burse: procedit enim suprascripta inuentio denariorum primi, et burse ex proportione, quam habent ad inuicem; que proportio inuenitur sic. Quoniam primus cum bursa habet bis tantum quam secundus; medietas primi et burse est quantum denarij secundi. Secundum hanc consimilem considerationem inuenies $\frac{1}{3}$ denariorum secundi et burse esse quantum denarij tercij hominis; et $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis, et burse esse quantum denarij quarti hominis. Et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti et burse esse quantum denarij primi hominis. Et quoniam medietas denariorum primi, et burse est quantum denarij secundi. Tercia pars medietatis denariorum primi, et burse, scilicet $\frac{1}{6}$ eorum, sunt $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter adiungatur $\frac{1}{3}$ burse, erit $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet cum $\frac{1}{2}$ burse, quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ denariorum burse; que $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ denariorum burse sunt quantum denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ denariorum burse sunt quantum denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{4}$ sexte partis denariorum primi, scilicet $\frac{1}{24}$, cum $\frac{1}{4}$ medietatis burse, uidelicet $\frac{1}{8}$, sunt quantum quartum denariorum tercii hominis. Comuniter adiungatur $\frac{1}{4}$ denariorum burse, erit $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{4}$, scilicet cum $\frac{3}{8}$ denariorum burse, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum $\frac{1}{4}$ denariorum burse; que $\frac{1}{4}$ denariorum tercij, et burse sunt quantum denarij quarti hominis: ergo $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{3}{8}$ denariorum burse sunt quantum denarij quarti hominis. Quare $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{8}$, uidelicet cum $\frac{3}{40}$ denariorum burse, sunt quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti. Comuniter adiungatur $\frac{1}{5}$ denariorum burse, erit $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{3}{40}$ et $\frac{1}{5}$, uidelicet cum $\frac{11}{40}$ denariorum | burse, quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et burse: que $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et burse est quantum denarij primi hominis. Quare $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{11}{40}$ burse sunt quantum denarij primi hominis. Comuniter auferatur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{11}{40}$ denariorum burse, quantum $\frac{119}{120}$ denariorum primi. Quare reperti sunt superius duo numeri, scilicet 119 et 33, ex quibus $\frac{11}{40}$ de 119, sunt $\frac{119}{120}$ de 33. Nam modus reperiendi duos numeros, ex quibus $\frac{11}{40}$ unius sint $\frac{119}{120}$ alterius; hoc est inuenitur numerus, qui diuidatur integraliter per 40, et per 120; qui numerus est 120, de quo accipitur $\frac{11}{40}$, que sunt 33, et $\frac{119}{120}$, que sunt 119; et sunt postea $\frac{119}{120}$ de 33, quantum $\frac{11}{40}$ de 119; quia $\frac{11}{40}$ de $\frac{119}{120}$ unius numeri est quantum $\frac{119}{120}$ de $\frac{11}{40}$ eiusdem numeri. Accepimus enim superius $\frac{119}{120}$ de 120, cum ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis de $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ extraximus multiplicationem uni-

tatum, que sunt super uirgulas. Similiter accepimus $\frac{11}{40}$ de 120 coniunximus 24, que sunt $\frac{1}{5}$ de 120 cum 6, que sunt $\frac{1}{20}$ eiusdem, et cum 2, que sunt $\frac{1}{60}$ de (*sic*), et cum 1 quod est $\frac{1}{120}$. Nam $\frac{1}{120}\ \frac{1}{60}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{5}$ insimul iunctis faciunt $\frac{11}{40}$. Et si denarij primi hominis et burse excedant denarios secundi in duplo, et eorum dimidio. Et denarij secundi et burse excedant denarios tertij in triplo, et eorum tercia. Et denarij similiter tercij hominis, et burse excedant denarios quarti in quadruplo, et quarta. Et denarij quarti, et burse excedant denarios primi in quincuplo, et eorum quinta. Inuenies siquidem per ea, que supradiximus, denarios secundi esse $\frac{2}{5}$ denariorum primi, et burse; et denarios tercij hominis esse $\frac{3}{10}$ denariorum secundi, et burse; et denarios quarti hominis esse $\frac{4}{17}$ denariorum tercij hominis, et burse. Et adhuc reperies denarios primi esse $\frac{5}{26}$ denariorum quarti hominis, et burse. Quare pone $\frac{5}{26}\ \frac{4}{17}\ \frac{3}{10}\ \frac{2}{5}$ ex parte, et multiplica 26 per 17; que per 10; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 22100; de quibus extrahe multiplicationem de 5 in 4; quam in 3; quam in 2, que sunt super uirgas, erunt scilicet 120, remanebunt 21980 pro denarijs burse: post hec multiplica 5, que sunt super 26 per 17, et per 4, hoc est per 21, erunt 105: que multiplica per 10; et adde 5 uicibus 4, uicibus 3, scilicet 60, erunt 1110; que multiplica per 5, que sunt sub prima uirga, et super adde multiplicationem de 5, que sunt super 26, in 4; quam in 3; quam in 2, scilicet 120, erunt denarij 5670; et tot habuit primus homo: deinde redige $\frac{2}{5}$ post $\frac{5}{26}$ sic: $\frac{2}{5}\ \frac{5}{26}\ \frac{4}{17}\ \frac{3}{10}$; et incipias a $\frac{2}{5}$, procedens ordine suprascripto; et inuenies denarios secundi hominis 11060: postea redige $\frac{3}{10}$ post $\frac{2}{5}$ sic: $\frac{3}{10}\ \frac{2}{5}\ \frac{5}{26}\ \frac{4}{17}$, et operare ut supra; et pro denarijs tertij hominis habebis 9912: ad ultimum quidem redige $\frac{4}{17}$ post $\frac{3}{10}$ sic: $\frac{4}{17}\ \frac{3}{10}\ \frac{2}{5}\ \frac{5}{26}$; et fac ut supra, scilicet multiplica 4, que sunt super 17, per 13; que per 5, et adde 4 uicibus 3, uicibus 2; que omnia per 26, et adde 120 suprascripta, erunt 7504; et tot habuit quartus homo: et sic secundum hunc modum procedas, si homines fuerint plures quam 4.

Item ms.^{or} homines ms.^{or} inuenerunt bursas denariorum. In secunda quarum erant denarij 3 plusquam in prima. In tercia 7. In quarta 13; et primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus. Secundus cum secunda ter tantum quam tercius; tercius cum tercia quater tantum quam quartus; quartus cum quarta quinquies tantum quam primus. Queritur quot unusquisque habuit; et quot in unaquaque bursa repertum fuit; et fiant omnes numeri in integrum: pones ratione suprascripta $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et super $\frac{1}{2}$ pones 0, in quo prima bursa excedit seipsam. Super $\frac{1}{3}$ pones 3; super $\frac{1}{4}$ pone 7; super $\frac{1}{5}$ pone 13; in quibus relique burse excedunt primam. Deinde super medietatem de 0 adde 3, que sunt super $\frac{1}{3}$, erunt 3; quorum terciam partem iunge cum 7, que sunt super $\frac{1}{4}$, erunt 8; quorum $\frac{1}{4}$ iunge cum 13, que sunt super $\frac{1}{5}$, erunt 15; quorum quinta, scilicet 3, serua ex parte; et inuenias 120, et 119, et 33 suprascripta, ut in alia fol. 93 recto antece|dente questione fecimus; et diuide 119, et 33 per 120, exibunt $\frac{119}{120}$, et $\frac{11}{40}$. Tunc inuenias duos numeros, ex quibus $\frac{119}{120}$ unius sint 3 plus $\frac{11}{40}$ alterius, scilicet ipsa 3, que seruata sunt superius: quos duos numeros si inueneris in integrum, habebis in integrum denarios hominum, et bursarum, que in integrum reperiuntur sic: pone ut primus numerus sit 120; de quibus $\frac{119}{120}$, scilicet de 119, extrahe 3, remanent 116; de quibus considera, si sint $\frac{11}{40}$ alicuius numeri integri: que cum non sint propter 116, que non diuiduntur integraliter per 11, que sunt super 40. Nam 116 sunt $\frac{11}{40}$ ex numero, qui exit ex multi-

Digitized by Google

plicatione de 40 in 116 diuisa per 11. Quare pone pro primo duplum de 120, uel triplum uel aliud quodlibet multiplex, ex quibus $\frac{119}{120}$ extractis 3 suprascriptis, remaneat numerus, qui diuidatur integraliter per 11. Quare pone pro primo 480, scilicet quadruplum de 120, quorum $\frac{119}{120}$ sunt quadruplum de 119, scilicet 476: de quibus extractis 3, remanent 473; quorum $\frac{1}{11}$, scilicet 43, multiplica per 40, erunt 1720, qui est alius numerus: ergo primus habet 480; et in prima bursa reperierunt 1720. Quare in secunda fuerunt 1723. In tercia 1727. In quarta 1733, cum quibus bursis, et cum denarijs primi inuenies, secundum hominem habere 1100; tercium 941; quartum 667. Procedit enim hec regula ex inuentione proportionis, quam habent denarij primi ad denarios prime burse sic. Quia primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus. Medietas denariorum primi, et prime burse sunt quantum denarij secundi. Similiter inuenies $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et secunde burse esse quantum denarij tercij hominis; et $\frac{1}{4}$ tercij, et tercie burse esse quantum denarij quarti hominis; et $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et quarte burse esse quantum denarij primi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ primi, et prime burse est quantum denarij secundi; $\frac{1}{3}$ medietatis, scilicet primi, et prime burse est quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter addatur $\frac{1}{3}$ secunde burse, que est denarius 1, plus tercia parte prime burse; quod 1 est illud, quod habuimus superius, cum accepimus $\frac{1}{3}$ de 39, que sunt super $\frac{1}{3}$ in questione; erit tunc $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{2}$ prime burse, et cum denario 1, quantum est $\frac{1}{3}$ secundi, et secunde burse. Nam $\frac{1}{3}$ secundi, et secunde burse est quantum sunt denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ prime burse, et cum denario 1 sunt quantum sunt denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{24}$ denariorum primi, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{8}$ prime burse cum $\frac{1}{4}$ unius denarij, sunt quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis. Comuniter adiungatur $\frac{1}{4}$ tercie burse, que est denarius $\frac{3}{4}$ 1, plus quarta parte prime burse; tunc $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{1}{8}$, et $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{8}$ prime burse cum $\frac{1}{4}$ unius denarij, et cum denarij (*sic*) $\frac{3}{4}$ 1, scilicet cum denarijs 2, erunt quantum est $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et tercie burse. Nam $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et tercie burse est quantum sunt denarij quarti hominis : ergo $\frac{1}{24}$ denariorum primi, et $\frac{3}{8}$ prime burse cum denarijs 2 sunt quantum denarij quarti hominis. Sunt quidem suprascripti denarij 2 illi, quos habuimus superius: cum accepimus 4 de 818, habuimus ex coniunctione de 1, quod fuit $\frac{1}{4}$ de 3 cum 7, in quibus tercia bursa excedit primam. Et quoniam $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{3}{8}$ prime burse cum denarijs 2 sunt quantum denarij quarti hominis, erit $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{8}$, scilicet cum $\frac{3}{40}$ prime burse, et cum $\frac{1}{5}$ de denarijs 2, scilicet cum $\frac{2}{5}$ unius denarij, quantum $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti hominis. Comuniter addatur $\frac{1}{5}$ quarte burse, que est $\frac{1}{5}$ de denarijs 13, scilicet $\frac{3}{5}$ 2, plus de $\frac{1}{5}$ prime burse ; tunc $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{3}{40}$, et $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{40}$ prime burse, et $\frac{2}{5}$ unius denarij, et denarij $\frac{3}{5}$ 2, erunt quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et quarte burse. Nam $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis, et quarte burse est quantum denarij primi : ergo $\frac{1}{120}$ denariorum primi, et $\frac{11}{40}$ prime burse cum denarijs 3 sunt quantum denarij primi hominis. Comuniter extrahatur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{11}{40}$ prime burse cum denarijs 3, quantum $\frac{119}{120}$ denariorum primi. Vnde inuenimus superius duos numeros, quorum $\frac{119}{120}$ primi sunt 3 plus de $\frac{11}{40}$ alterius. Et notandum, si in secunda bursa inuenti essent denarij 3, in tertia denarij 7. Et in quarta denarij 13, minus quam in prima, sicut in hac questione inuenti sunt, plus de eisdem demonstrationibus; inuenires quod oportet inuenire

duos numeros, ex quibus $\frac{119}{120}$ unius essent 3 | minus $\frac{41}{40}$ alterius; et sic haberet primus denarijs (*sic*) 840, qui sunt septies 120; et in prima bursa essent 3400. In secunda 3037. In tercia 3033. In quarta 3027; et secundus homo haberet 1940; tercius 1659; quartus 1173: hee et similes questiones per elchataym solui non possunt in integrum, nisi fortuitu accideret, quod positiones, que ponuntur in ipso elchataym essent numeri, in quibus in integrum caderent. Et si proponatur, quod in prima bursa reperissent denarios 26. In secunda 29. In tercia 34. In quarta 39: pones 26 super $\frac{1}{2}$, et 29 super $\frac{1}{3}$, et 34 super $\frac{1}{4}$, et 39 super $\frac{1}{5}$; et adde $\frac{1}{2}$ de 26 cum 29, erunt 42; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 14, adde cum 34, erunt 48; quorum $\frac{1}{4}$, scilicet 12, adde cum 39; quorum $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{1}{5}$ 10, multiplica per 120, et diuide per 119 superius inuentos, exibunt $\frac{2}{7}$ 10; et tot habuit primus: quibus iunctis cum 26 prime burse, faciunt $\frac{2}{7}$ 36: quorum $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{7}$ 18, habet secundus: cum quibus iunctis 29 secunde burse, erunt $\frac{1}{7}$ 47; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{5}{7}$ 15, habet tercius: cum quibus iunctis 34 tercie burse, faciunt $\frac{5}{7}$ 49; quorum $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{7}$ 12, habet quartus homo: procedit enim hec regula ex inuentione proportionis denariorum burse ad denarios primi hominis sic: manifestum quidem est, quod medietas denariorum primi cum denarijs 13, qui sunt $\frac{1}{2}$ prime burse, sunt quantum denarij secundi. Similiter $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ secunde burse, scilicet cum $\frac{2}{3}$ 9, sunt quantum denarij tercij. Rursus $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum denarijs $\frac{1}{2}$ 8, scilicet cum $\frac{1}{4}$ tercie burse, sunt quantum denarij quarti hominis. Item $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis cum denarijs $\frac{4}{5}$ 7, scilicet cum $\frac{1}{5}$ quarte burse, sunt quantum denarij primi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ denariorum primi cum denarijs 13 sunt quantum denarij secundi; $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{3}$ denarijs 13, scilicet cum $\frac{1}{3}$ 4, sunt quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter adiungantur denarij $\frac{2}{3}$ 9, erit $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{3}$ 4, et $\frac{2}{3}$ 9, scilicet cum 14, quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum denarijs $\frac{2}{3}$ 9. Verum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum denarijs $\frac{2}{3}$ 9 sunt quantum denarij tercij hominis; ergo $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum denarijs 14 sunt quantum denarij tercij. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{1}{4}$ de denarijs 14, scilicet cum $\frac{1}{2}$ 3, sunt quantum denarij tercij. Comuniter adiungantur denarij $\frac{1}{2}$ 8, erit $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{2}$ 3, et $\frac{1}{2}$ 8, scilicet cum denarijs 12, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum denarijs $\frac{1}{2}$ 8. Verum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum denarijs $\frac{1}{2}$ 8 sunt quantum denarij quarti. Comuniter adiungantur denarij $\frac{4}{5}$ 7, erit $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{2}{5}$ 2, et $\frac{4}{5}$ 7, scilicet cum denarijs $\frac{1}{5}$ 10, quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti cum denarijs $\frac{4}{5}$ 7. Verum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti cum denarijs $\frac{4}{5}$ 7 sunt quantum denarij primi. Similiter et $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{5}$ 10 sunt quantum denarij primi. Comuniter auferatur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{119}{120}$ denariorum ipsius primi quantum $\frac{1}{5}$ 10 denariorum primi, remanebunt $\frac{119}{120}$ ipsius primi, quantum $\frac{1}{5}$ 10. Quare reperiendus est numerus, ex quo $\frac{1}{5}$ 10 sint $\frac{119}{120}$; qui reperitur ex multiplicatione de $\frac{1}{5}$ 10 in 120, diuisa per 119, ut superius fecimus. Et si proponatur, quod denarijs prime burse multiplicatis per denarios quarte burse, faciant multiplicationem denariorum secunde in terciam; et multiplicatis denarijs prime in denarijs tercie, faciant multiplicationem denariorum secunde in se ipsos: et adhuc multiplicatis denarijs secunde cum quarte (*sic*) faciant multiplicationem denariorum tercie in se ipsis. Pro denarijs iiij.or bursarum pone .iiij.or numeros in continua proportionalitate; ex quibus pro prima bursa sit 6 pro secunda 12; pro tercia 24; pro quarta 48, ut hic ostenditur; et operaberis ut supra,

et habebis pro quantitate primi hominis $\frac{4}{7}$ 11: quos si in integrum habere uis, multiplica eos per 7, erunt 78. Quare multiplicabis denarios prime burse, scilicet 6 per 7, erunt 42. Nam cum 78, et 42 diuidantur integraliter, diuide ipsos, ut habeas minores numeros; et habebit primus 13; et in prima bursa erunt denarij 7. Quare in secunda erunt 14. In tercia 28. In quarta 56. Cum quibus inuenies, secundum hominem habere denarios 10; tercium 8; quartum 9.|

De duobus hominibus qui duas bursas bizantiorum inuenerunt. f. 54 recto.

Item duo homines bizanthios habentes, qui duas bursas cum bizantijs inuenerunt. In secunda quorum (*sic*) erant bizantij 13 plus quam in prima. Vnde primus dixit secundo: Si haberem primam bursam, haberem bis tantum quam tu. Cui alter Respondit: Et si ego haberem secundam bursam, haberem siquidem ter tantum quam tu. Queritur, que sit quantitas bizantiorum illorum, et bursarum. Quia primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus; ergo habet ipse $\frac{2}{3}$ cunctorum bizantiorum illorum, et eiusdem prime burse: propter eandem ergo et secundus cum secunda bursa habet $\frac{3}{4}$ bizantiorum illorum duorum hominum, et maioris burse: et quia in prima bursa sunt bizantij 13, minus quam in maiori; ergo summa bizantiorum illorum duorum hominum, et minoris burse est minor similiter bizanthij 13 summa bizanthiorum eorundem duorum hominum, et maioris burse. Quare reperies duos numeros, quorum unus sit 13 maior altero. Et minor illorum diuidatur per 3 integraliter. Et maior diuidatur per 4; sintque 15, et 28: quare pone 15 pro summa bizantiorum illorum, et minoris burse: et 28 pone pro eorundem summa, et maioris burse. Et quia primus cum minori bursa habet $\frac{2}{3}$ summe illorum, et minoris burse. Accipe $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et extrahe de 15, remanent 5; et tot habuit secundus. Eademque ratione accipe $\frac{3}{4}$ de 28, que sunt 21, et extrahe de 28, remanent 7; et tot habuit primus: a quibus usque in 10 prescriptis desunt 3; et tot inuenerunt in minori bursa: super que adde 13, erunt 16 in maiori bursa. Vel aliter adde 10 cum 21 prescriptis, erunt 31; de quibus extrahe 28 et 15 prescriptis remanent 3 et 16 pro earundem bursarum quantitate.

De tribus hominibus et tribus bursis ab eis repertis.

Item homines sint tres; et repererunt tres bursas bizantiorum. In secunda quarum erant bizanthi 10, magis quam in prima. Et in tercia erant bizanthi 13, magis quam in secunda, hoc est 23, magis quam in prima. Et primus illorum cum in minori bursa habeat bis tantum reliquis. Et secundus cum secunda bursa habeat ter tantum reliquis; et tercius cum maiori bursa habeat quater tantum. Et queratur similiter, quot unusquisque habuerit; et quot in unaquaque bursarum repererunt: quia primus cum minori bursa habet bis tantum reliquis; ergo habet cum eadem bursa $\frac{2}{3}$ summe bizanthiorum eorum, et eiusdem burse: propter eandem ergo et secundus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ bizanthiorum illorum, et secunde burse. Et tercius cum maiori bursa habet $\frac{4}{5}$ bizanthiorum eorundem trium hominum, et maioris burse. Quare pones in ordinem $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$; et reperias tres numeros, quorum secundus sit 10 maior primo; et tercius sit 13 maior secundo: et diuidatur minor ipsorum integraliter per 3; et secundus per 4; et tercius per 5; eruntque 42, et 52, et 65; ex quibus minor, scilicet 42, habeatur pro summa bizantiorum eorum, et minoris burse. Alter, scilicet 52, pro eorundem summa, et secunde burse habeatur. Maior uero, scilicet 65, habeatur pro eorundem summa, et maioris burse: deinde ac-

cipe $\frac{2}{3}$ de 42, erunt 28, que sunt summa bizanthiorum primi hominis, et prime burse. Item accipe $\frac{3}{4}$ de 52, erunt 39, que sunt summa bizanthiorum secundi hominis, et secunde burse. Rursum accipe $\frac{4}{5}$ de 65, erunt 52, que sunt summa bizanthiorum tercij hominis, et maioris burse. Adde ergo insimul bizanthios 28, et bizantios 39, et bizantios 52, erunt bizanthij 119, que sunt summa omnium bizanthiorum illorum, etiam et trium bursarum. Vnde ut separantur ad inuicem, adde iterum tres primos positos numeros, uidelicet 42, et 52, et 65, erunt 159, que sunt summa eorundem trium hominum, et bursarum. In qua unusquisque ter computatus existit; cum non debeat computari nisi tantum semel: ergo
fol. 54 verso. computatur unusquisque ipsorum bis magis | quam oporteat; et ideo 159 prescripta magis sunt de 119. Vnde extrahas 119 de 159, remanent 40, que sunt duplum bizanthiorum illorum trium hominum propter binam superfluam computationem illorum: quare diuisis 40 per 2, exeunt 20, que sunt summa bizanthiorum illorum trium hominum. Quibus extractis de 119, remanent bizantij 99 pro summa trium bursarum; de quibus extrahe bizantios 10, et bizantios 23, qui inuenti fuerunt in secunda, et tercia bursa magis quam in prima, remanent bizantij 66; quos diuide per numerum bursarum, scilicet per 3, exibunt bizantij 22 pro quantitate minoris burse. Quibus superadditis bizantijs 10, erunt bizantij 32; et tot inuenerunt in secunda bursa. Cum quibus superadde bizantios 13, quos in maiori bursa reperierunt magis quam in secunda, erunt bizantij 45, qui sunt bizantij maioris burse. Deinde, ut habeas bizantios uniuscuiusque hominis, extrahe bizantios minoris burse, scilicet 22, de summa bizanthiorum primi hominis, et prime burse, scilicet de 28, remanent bizantij 6; et tot bizanthios habet primus. Iterum extrahe secundam bursam, uidelicet bizantios 32, de summa bizanthiorum secundi hominis, et secunde burse, scilicet de bizantijs 39, remanent bizantij 7; et tot habuit secundus. Similiter extrahe bizanthios maioris burse, uidelicet 45, de summa eiusdem burse, et tercij hominis, scilicet de 52, remanent bizanthij 7; et tot habuit tercius. Per hanc enim regulam potes facere antecedentem de duobus hominibus, et de pluribus huiusmodi questionibus.

Item homines sint 4, et burse sint 4, quarum secunda sit 10 maior prima; et tercia sit 13 maior secunda; et quarta sit bizantij 19 maior tertia. Et primus habeat cum minori bursa bis tantum quam reliqui. Et secundus ter tantum habeat cum secunda bursa. Tercius quoque cum tercia bursa habeat quater tantum: quartus uero cum quarta bursa habeat similiter quinquies tantum quam reliqui. Repertis itaque suprascriptis demonstrationibus $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$, reperies deinceps .IIIJ.^{or} numeros, quorum secundus sit 10 maior primo; tercius sit 13 maior secundo, hoc est 23 maior primo. Et quartus sit 19 maior tercio, hoc est 42 maior primo. Et hoc fecimus, ut habeamus bizantios eorum, et bursarum in numeros integros; eruntque 42, et 52, et 65, et 84: quos numeros iunge, erunt 243, que serua; et accipe $\frac{2}{3}$ primi numeri, scilicet de 42, erunt 28; et accipe $\frac{3}{4}$ de 52, erunt 39; et $\frac{4}{5}$ de 65, erunt 52; et accipe $\frac{5}{6}$ de 84, erunt 70; et adde insimul, erunt 189; que extrahe de 243 seruatis, remanent 54. Qui numerus est triplum omnium bizantiorum eorum; quia in summa de 253 unusquisque ter computatur ultra quam debeat. Quare diuide 54 per 3, exibunt 18, et tot habent inter omnes: quibus extractis de 189, remanebunt 171 pro summa bizantiorum .IIIJ.^{or} bursarum; de quibus extrahe bizantios 10, et 23, et 42, qui reperti fuerunt in secunda, et tercia, et quarta bursa

Digitized by Google

magis quam in prima, remanent 96: quos diuide per numerum bursarum, scilicet per 4, exibunt 24, qui est summa numeri minoris burse. Quare bizantij secunde burse sunt 34; tercie sunt 47. Quarte sunt bizantij 66, hoc est 19 magis tercia. Deinde extrahe bizantios minoris burse, scilicet 24, de suprascriptis 28, remanent bizantij 4; et tot habuit primus. Item extrahe bizantios secunde burse, uidelicet 34 de 39, scilicet de bizantijs secundi hominis, et secunde burse, remanent 5; et tot habuit secundus. Rursus extrahe bizantios tercie burse, scilicet 47, de summa tercij hominis, et eiusdem burse, scilicet de 52, remanent bizantij 5; et tot habuit tercius: adhuc extrahe bizantios minoris burse, uidelicet 66, de summa eiusdem burse, et quarti hominis, scilicet de 70, remanent bizantij 4; et tot habuit quartus. Et sic studeas operari in omnibus similibus. Vel aliter: de summa trium hominum, et prime burse, scilicet de 42, | extrahe $\frac{2}{3}$ eorum, scilicet summam bizantiorum primi, et prime burse, remanent 14 pro bizantijs secundi, et tercij, et quarti hominis. Similiter extrahe $\frac{3}{4}$ secunde summe, scilicet de 52, remanent $\frac{1}{4}$ eius, scilicet 13, pro summa tercij, et quarti, et primi hominis. Item de tercia summa, scilicet de 65, extrahe $\frac{4}{5}$, quos habet tercius homo cum tercia bursa, remanebit $\frac{1}{5}$ eorum, scilicet 13, pro bizantiis quarti, et primi, et secundi hominis. Rursus de maiori summa, scilicet de 84, extrahe $\frac{5}{6}$ eorum, remanebit $\frac{1}{6}$ eorumdem, scilicet 14, pro bizantijs primi, et secundi, et tercij hominis. Adde itaque hos .IIII.^{or} inuentos numeros, erunt 54, in quibus unusquisque hominum ter computatus est. Quare summa eorum est $\frac{1}{3}$ de 54, scilicet 18, ut prediximus: quibus extractis de prima bursa, scilicet de 42, remanebunt 24 pro bizantijs prime burse. Similiter bizantios secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet 14, extrahe de summa eorum, scilicet de 18, remanent 4 pro bizantijs primi. Item bizantios tercij, et quarti, et primi, scilicet 13, extrahe de 18, remanent 5 pro bizantijs secundi hominis. Eodemque modo de 18 extrahe bizantios quarti, et primi, et secundi, scilicet 13; et bizantios primi, et secundi, et tercij, scilicet 14, remanebunt pro bizantijs tercij hominis 5, et pro bizantijs quarti 4.

De quatuor hominibus et una bursa.

Habeant cum bursa primus et secundus duplum denariorum tercij. Secundus quidem et tercius triplum quarti: tercius quoque et quartus quadruplum primi: quartus autem et primus habeant similiter cum bursa quincuplum denariorum secundi. Huius enim questionis solutionem inuenies per inuentionem proportionis denariorum burse ad denarios primi hominis sic. Quoniam primus, et secundus cum bursa habent duplum secundi. Medietas denariorum primi, et secundi, et burse est quantum denarij tercij hominis. Similiter ex reliquis propositionibus habetur, quod $\frac{1}{3}$ secundi, et tercij hominis, et burse est quantum denarij quarti hominis; et $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et quarti, et burse est quantitas denariorum primi; et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et prime burse est quantitas denariorum secundi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ primi, et secundi, et burse, est quantitas tercij; tercia pars medietatis primi, et secundi, et burse, scilicet $\frac{1}{6}$ eorum, est $\frac{1}{3}$ tercij hominis. Comuniter adiungantur $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et burse, erunt $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{2}$ secundi, et burse, quantum $\frac{1}{3}$ secundi, et tercij, et burse. Sed $\frac{1}{3}$ secundi, et tercij, et burse est quantitas quarti; ergo $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{2}$ secundi, et burse sunt quantitas denariorum quarti hominis. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ denariorum primi, hoc est $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{8}$ denariorum secundi, et burse, sunt $\frac{1}{4}$ denariorum quarti hominis. Comuniter

Digitized by Google

addatur $\frac{1}{4}$ tercij, et burse, erit $\frac{1}{24}$ primi cum $\frac{1}{8}$ secundi, et cum $\frac{1}{4}$ tercij, et cum $\frac{3}{8}$ burse, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij, et quarti, et burse. Sed $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et quarti, et burse est quantitas primi; ergo $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{1}{8}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{3}{8}$ burse sunt quantum denarij primi. Quare quinta pars eorum, scilicet $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{3}{40}$ burse, sunt $\frac{1}{5}$ denariorum primi. Comuniter adiungatur $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et burse, erunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse quantum $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et primi, et burse. Sed $\frac{1}{5}$ quarti, et primi, et burse, est quantitas denariorum secundi; ergo $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse sunt quantitas secundi. Comuniter auferatur $\frac{1}{40}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse quantum $\frac{39}{40}$ denariorum secundi. Sunt enim denarij quarti hominis $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et tercij, et burse. Quare $\frac{1}{5}$ quarti hominis est $\frac{1}{15}$ secundi, et tercij, et burse: ergo $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{15}$ secundi, et $\frac{1}{15}$, et $\frac{1}{20}$ tercij, scilicet $\frac{7}{60}$ ipsius, et $\frac{11}{40}$, et $\frac{1}{15}$, scilicet $\frac{41}{120}$ burse, sunt $\frac{39}{40}$ secundi. Comuniter auferatur $\frac{1}{15}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{7}{60}$ tercij, et $\frac{41}{120}$ burse quantum $\frac{109}{120}$. Quia si de $\frac{39}{40}$ cuiusuis rei auferatur $\frac{1}{15}$ eiusdem, nimirum $\frac{109}{120}$ ipsius remanebunt. Et quia denarij tercij hominis sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{7}{60}$ tercij erunt $\frac{7}{120}$ primi, et secundi, et burse: ergo $\frac{1}{120}$, et $\frac{7}{120}$, hoc est $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{7}{120}$ secundi, et $\frac{41}{120}$, et $\frac{7}{120}$, hoc est $\frac{2}{5}$ burse, sunt $\frac{109}{120}$ denariorum secundi. Comuniter auferantur $\frac{7}{60}$ secundi, rema|nebunt $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse, quantum $\frac{17}{20}$ denariorum secundi. Quia si de $\frac{109}{120}$ auferantur $\frac{7}{120}$, remanent $\frac{102}{120}$, que sunt $\frac{17}{20}$, ut dictum est. Et quia denarij secundi sunt $\frac{1}{5}$ primi, et quarti, et burse; ergo $\frac{17}{20}$ secundi sunt $\frac{17}{100}$ primi, et quarti, et burse. Quare $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse sunt $\frac{17}{100}$ primi, et quarti, et burse. Comuniter auferantur $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{17}{100}$ burse, remanebunt $\frac{31}{300}$ primi, et $\frac{17}{100}$ quarti, quantum $\frac{23}{100}$ burse. Sunt enim omnes denarij quarti hominis $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et tercij, et burse. Quare $\frac{17}{100}$ quarti sunt $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij, et burse: ergo $\frac{31}{300}$ primi, et $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij, et burse sunt $\frac{23}{100}$ burse. Comuniter auferantur $\frac{17}{300}$ burse, remanebunt $\frac{31}{300}$ primi, et $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij quantum $\frac{13}{75}$ burse. Et quia omnes denarij tercij hominis sunt $\frac{1}{2}$ primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{17}{300}$ tercij hominis sunt $\frac{17}{600}$ primi, et secundi, et burse. Quare $\frac{31}{300}$, et $\frac{17}{600}$, scilicet $\frac{79}{600}$ primi, et $\frac{17}{300}$, et $\frac{17}{600}$, scilicet $\frac{17}{200}$ secundi, et $\frac{17}{600}$ burse, sunt quantum $\frac{13}{75}$ burse. Comuniter auferantur $\frac{17}{600}$ burse, remanebunt $\frac{79}{600}$ primi cum $\frac{17}{200}$ secundi, quantum $\frac{29}{200}$ burse. Et quia $\frac{17}{20}$ secundi, ut inuentum est supra, sunt $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse, decima pars de $\frac{17}{20}$ secundi, scilicet $\frac{17}{200}$ ipsius, erit $\frac{1}{150}$ primi, et $\frac{1}{25}$ burse: ergo $\frac{79}{600}$, et $\frac{1}{150}$, scilicet $\frac{83}{600}$ eiusdem cum $\frac{1}{25}$ burse sunt $\frac{29}{200}$ burse. Comuniter auferatur $\frac{1}{25}$ burse, remanebunt $\frac{83}{600}$ primi, quantum $\frac{21}{200}$ burse. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{83}{600}$ primi sint $\frac{21}{200}$ secundi, erunt 63 et 83. Quare si primus homo habet 63, bursa est 83. Et quia $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse sunt $\frac{17}{20}$ secundi, accipe $\frac{1}{15}$ de 63, et $\frac{2}{5}$ de 83, et habebis $\frac{2}{5}$ 37 pro $\frac{17}{20}$ denariorum secundi. Quare est sicut 17 ad 20, ita $\frac{2}{5}$ 37 ad denarios secundi: multiplica ergo $\frac{2}{5}$ 37 per 20, et diuides per 17, exibunt 44; et tot habuit secundus: quibus additis cum denarijs secundi, et burse, scilicet cum 63, et 83, erunt 190; quorum dimidium, scilicet 95, habeas pro denarijs tercij, cum primus, et secundus, et bursa habeant duplum tercij: quibus 95 additis cum denarijs secundi, et burse, erunt 222; quorum tercia pars, scilicet 74, est quantitas denariorum quarti hominis.

Digitized by Google

Modus alius de tribus hominibus et una bursa.

Sint itaque denarij primi, et secundi cum bursa duplum denariorum tercij. Secundi quoque, et tercij triplum primi: tercij uero, et primi quaduplum (*sic*) secundi. Ex positione predicta inuenies, denarios tercij hominis esse $\frac{1}{3}$ summe denariorum trium hominum et burse; primi esse $\frac{1}{4}$; secundi $\frac{1}{5}$. Quare pone, ipsam esse 60, de qua primus habet $\frac{1}{4}$, scilicet 15; secundus $\frac{1}{5}$, scilicet 12; tercius $\frac{1}{3}$, scilicet 20: quibus omnibus extractis de 60, remanent 13 pro denarijs burse.

De quatuor hominibus et una bursa, cum duo illorum dicant reliquis; questio insolubilis.

Denarij quidem primi, et secundi cum bursa sint duplum denariorum tercij, et quarti. Secundi uero, et tercij sint triplum quarti, et primi: tercij autem, et quarti sint quaduplum primi, et secundi: quarti quoque, et primi similiter cum bursa sint quincuplum denariorum secundi, et tercij: hec questio est insolubilis; et cognoscitur sic. Quoniam primus, et secundus cum bursa habent duplum et tercij, et quarti. Ideo denarij tercij, et quarti hominis sunt $\frac{1}{3}$ summe denariorum .IIII.^{or} hominum, et burse. Similiter ex precedentibus habetur, quod denarij quarti, et primi sunt $\frac{1}{4}$ eiusdem summe; et denarij primi, et secundi sunt $\frac{1}{5}$ eiusdem summe; nec non et denarij secundi, et tercij sunt $\frac{1}{6}$: et quia inter primum, et secundum habent quintam predicte summe; et inter tercium, et quartum habent terciam; ergo inter omnes .IIII.^{or} habent $\frac{1}{5}\,\frac{1}{3}$, hoc est $\frac{32}{60}$: habent etiam inter primum, et quartum quartam; et inter secundum et tercium sextam: ergo inter omnes .IIII.^{or} habent $\frac{1}{6}\,\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{25}{60}$ predicte summe. Ostensum est enim, ipsos habere per primam computationem $\frac{32}{60}$ predicte summe; ergo $\frac{25}{60}$ ipsius summe sunt $\frac{32}{60}$ eiusdem, quod est inconueniens; et hoc uolui demonstrare.

De quinque hominibus et una bursa.

Primus quidem, et secundus habeant cum bursa duplum trium reliquorum hominum. Secundus et tercius, triplum; tercius et quartus, quaduplum; quartus et quintus, quincuplum. Quintus, et primus habeant similiter sexcuplum trium reliquorum hominum. Ex hac quidem positione cognoscitur, tercium, et quartum. et quintum hominem habere $\frac{1}{3}$ summe denariorum quinque hominum, et burse: quartum quoque, et quintum, et primum $\frac{1}{4}$. Quintum, et primum, et secundum $\frac{1}{5}$; primum, et secundum, et tercium $\frac{1}{6}$; secundum, et tercium, et quartum $\frac{1}{7}$: pone pro eorum summa, et bursa 420; qui numerus diuiditur integraliter per partes predictas. Et accipe per ordinem $\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ ex ipsis, et habebis denarios tercij, et quarti, et quinti hominis, 140: denarios quoque quarti, et quinti, et primi, 105; quinti, primi, et secundi, 84; primi, et secundi, et tercij 70: similiter et denarios secundi, et tercij, et quarti erunt 60: quibus quinque numeris insimul iunctis, reddunt pro triplo denariorum quinque hominum 459; cum unusquisque ter computatus sit in prescriptis numeris. Quare accipe $\frac{1}{3}$ de 459, cum cadat in integrum, exibunt 153 pro summa denariorum hominum: qua extracta de 420, remanent 267 pro denarijs burse. Post hec adde denarios primi, et secundi, et tercij cum denarijs quarti, et quinti, et primi, scilicet 70 cum 105, erunt 175; et tot habent inter omnes, primo bis computato. Quare extrahe 153, scilicet summa eorum de 175, remanent 22; et tot habet primus: quos adde cum denarijs tercij, et quarti, et quinti, erunt 162; et tot habent inter primum, et tercium, et quartum. Sed inter omnes

Digitized by Google

quinque habent tantum 153: quare hec questio est insolubilis, nisi ponamus, secundum hominem habere debitum 9, que sunt a 153 in 162: adde itaque denarios 22 cum debito secundi, scilicet extrahe 9 de 22, remanent 13; quos extrahe de 70, remanent 57; de quibus extrahe 9, scilicet debitum secundi, remanent 48; quos extrahe de denarijs secundi, et tercij, et quarti, scilicet de 60, remanent 12; et tot habet quartus: quos adde cum 57, erunt 69; quos extrahe de 140, remanent 7; et tot habet quintus.

Incipit pars quinta de emptione equorum inter consocios
secundum datam proportionem.

Dvo homines bizanthios habentes inuenerunt equum equum (*sic*) ad uendendum; quem cum ipsi emere uoluissent, primus dixit secundo. Si dares mihi $\frac{1}{3}$ tuorum bizanthiorum, haberem pretium equi. Cui alter petijt $\frac{1}{4}$ suorum bizantiorum, et equi similiter pretium habere proposuit. Queritur pretium equi, et bizantios uniuscuiusque: pone in ordinem $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et extrahe 1, quod est super 3 ex ipsis 3, remanent 2; que multiplica per 4, erunt bizantij 8; et tot habuit primus. Item 1, quod est super 4, extracto ex ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 3, reddunt bizantios 9; et tot habuit alter. Rursus multiplica 3 per 4, erunt 12; de quibus tolle 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, remanent bizantij 11 pro pretio equi: procedit enim hec regula ex regula proportionum, scilicet ex inuentione proportionis bizanthiorum unius ad bizantios alterius; que proportio inuenitur sic.

Inuentio proportionis et bizantiorum unius ad bizantios alterius;
ex qua proportione procedit regulam suprascriptam (sic).

(Quoniam primus .... duo numeri (fol. 16 recto, lin. 26-30, pag. 228, lin. 22-26).)

8	9
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$

(fol. 16 recto)

Quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizanthiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi remanebit primus equalis duobus tercijs bizanthiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum sui. Item si auferatur comuniter $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Vnde reperiendi sunt duo numeri, [quorum $\frac{3}{4}$ unius sit $\frac{2}{3}$ alterius. Multiplicabis ergo 4, que sunt sub uirgula de $\frac{3}{4}$ per 2, que sunt super uirgulam de $\frac{2}{3}$, erunt 8; et hoc est quod superius multiplicauimus 2, scilicet 1, extracto de 3, per 4; et habuimus pro bizantijs primi hominis 8. Item ut habeas alium numerum, multiplicanda sunt 3, que sunt sub uirgula de $\frac{2}{3}$, per 3, que sunt super uirgulam de $\frac{3}{4}$, erunt 9; et hoc est quod fecimus superius, cum extraximus 1 de 4; et residuum, scilicet 3, multiplicauimus per 3, et habuimus 9 pro bizantijs secundi hominis. Vel aliter, ut possimus demonstrare inuentionem pretij equi: quia 8 et 9 sunt numeri, quorum $\frac{3}{4}$ unius sunt $\frac{2}{3}$ alterius; redigantur ipsa 8, et 9 in partes alicuius numeri, ut acceptis ipsis partibus ex numero illo, habeamus bizantios uniuscuiusque: redigantur enim in partes de 12, cum $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ reperiantur in ipsis. Sunt enim 8 de 12 due tercie, et 9 tres quarte. Vnde primus homo habet $\frac{2}{3}$ ex quouis numero; et secundus habebit $\frac{3}{4}$ eiusdem numeri: sitque numerus ille 12; de quibus si acceperis $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$, habebimus bizantios illorum. Accepimus enim superius $\frac{2}{3}$ de 12 cum 1 dempto de 3, scilicet 2, multiplicauimus per 4. Sunt enim 2 de 3 due tercie: multiplicatis quidem 2 per aliquem numerum, numerus qui exierit ex multiplicatione, erit $\frac{2}{3}$ ex numero, qui procreabatur ex multiplicatione de 3 in ipso numero, in quo multiplicata fuerint 2. Vnde multiplicatio de 2 in 4, scilicet 8, est $\frac{2}{3}$ multiplicationis de 3 in 4, scilicet de 12. Similiter accepimus $\frac{3}{4}$ de 12, cum dempto de 4, scilicet 3 multiplicauimus per 3: deinde quia primus habet

Digitized by Google

$\frac{2}{3}$ alicuius numeri, ex quo alius habet $\frac{3}{4}$; et ad emendum equum, primus petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizanthiorum; ergo petit $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ illius numeri, de quo secundus homo habet $\frac{3}{4}$. Nam $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ ipsius numeri est $\frac{1}{4}$ eiusdem numeri: ergo primus petit secundo $\frac{1}{4}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$: quo habito, habebit primus $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$. Nam $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ ipsius numeri est $\frac{11}{12}$ eiusdem numeri. Et quia cum primus habeat $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{11}{12}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$, et habeat pretium equi; ergo $\frac{11}{12}$ ipsius numeri est pretium equi: habet primus $\frac{2}{3}$ de 12, scilicet 8; et secundus $\frac{3}{4}$, scilicet 9; et pretium equi est $\frac{11}{12}$ de 12, scilicet 11. Vnde cum superius de multiplicatione de 3 in 4 extraximus multiplicationem de 1 in 1, tunc remanserunt $\frac{11}{12}$ de numero; ex quibus primus habet $\frac{2}{3}$, et secundus $\frac{3}{4}$, scilicet de 12: per hanc enim proportionum regulam, multe alie diuerse questiones solui possunt, ut in sequentibus demonstrabimus.

Aliter cum precium equi sit certa quantitas.

Et si proponatur, quod pretium equi sit bizantij 15. Inuenies primum bizantios 8 primi hominis, et 9 secundi, et 11 equi; et multiplicabis singulariter 8 et 9 per 15, et diuides singulariter per 11; et inuenies, primum hominem habere $\frac{10}{11}$ 10; secundum bizantios $\frac{3}{11}$ 12.

De emptione equi inter tres homines, cum unus petat alteri tantum per ordinem.

Item homines sint tres; et primus petat secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizanthiorum. Et secundus petat tercio quartam; et tercius primo quintam. Et proponat uuusquisque ipsum emere equum: positis petitionibus ipsorum sic: $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, extrahe 1 de 3, remanent 2; que 2 multiplica per 4, que sunt sub alia uirgula, erunt 8: super que adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in uno, quod est super 4, erunt 9; que multiplica per 5, que sunt sub alia uirgula, erunt bizantij 45; et tot habuit primus. Item extrahe 1, quod est super 4, ex ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 5, et superadde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5, erunt 16; que multiplica per 3 de prima uirgula, erunt 48; et tot habuit secundus. Rursus extrahe 1, quod est super 5, ex ipsis 5, remanent 4; que multiplica per 3 prime uirgule; et superadde | multiplicationem de 1, quod est super 5; in 1, quod est super 3, erunt 13; que multiplica per 4, erunt 52; et tot bizantios habuit tercius. Item multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, scilicet 3 per 4; que per 5, erunt 60: super que, cum homines sint impares, adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam multiplicatam per 1, quod est super 5; que multiplicatio facit tantum 1, erunt 61; et tot bizantios ualuit equus. Nam, si homines essent pares, extraheres multiplicationem numerorum, qui sunt super uirgulas, ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, ut in antecedente questione fecimus: procedit enim hec ex proportionis regula sic.

Inuentio proportionis, quam habet primus ad secundum, ex qua portione procedit regula suprascripta.

Qvoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij; et tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, habent tantum pretium equi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habuit quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij; et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi: et quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet

« numeri, de quo ... habet de 12 » (fol. 56 verso, lin. 19-25, pag. 229, lin. 2-10)

primus
8
Secundus
9
pretium
11

« per hanc enim .... 9 secundi » (fol. 56 verso, lin. 26-28, pag. 229, lin. 10-15)

11 9 8
15

« et 11 equi .... super adde » (fol. 56 verso, lin. 29-39, pag. 229, lin. 15-29).

primus
$\frac{10}{11}$ 10
Secundus
$\frac{3}{11}$ 12
equus
15

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$

primus
45
Secundus
48
tercius
52
equus
61

fol. 57 recto

quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habebit primus quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et quantum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Item quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, habebit secundus homo quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij; et quantum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Rursus quia tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet quantum primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; si comuniter auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanet tercius homo equalis $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Sed demonstratum est, quod primus homo habet $\frac{2}{3}$ de bizantijs secundi, et quartam de bizantijs tercij. Nunc ostendendum est, que pars sit bizantij primi de bizantijs secundi tantum; que ostenduntur sic: quoniam tercius homo habet $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et $\frac{1}{3}$ de bizantijs secundi; quarta pars de bizantijs tercij est $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et de $\frac{1}{3}$ de bizantijs secundi. Quarta uero pars de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi est $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; et quarta pars de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi est $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo quarta pars bizantiorum tercij (*sic*) $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo primus habet $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{3}{4}$, bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum; cum habeat $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et quia bizantij primi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum; si comuniter auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{4}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ alterius, erunt 15, et 16. Nam $\frac{4}{5}$ de 15 sunt quantum $\frac{3}{4}$ de 16; ergo in qua proportione est 15 ad 16, in eadem proportione sunt bizantij primi hominis ad bizantios secundi. Deinde inuenienda est proportio bizantiorum primi ad bizantios tercij; quam proportionem inuenies sic. Quia primus, ut prediximus, habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Videas de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, que pars sit de bizantijs tercij, et primi hominis. Omnes enim bizantij secundi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Quare $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{1}{2}$ bizantiorum tercij, et $\frac{2}{15}$ bizantiorum primi. Quare ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{2}{15}$ bizantiorum suorum. Quare si comuniter auferantur $\frac{2}{15}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{13}{15}$, scilicet bizantij primi, quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij: ergo reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{13}{15}$ unius sint $\frac{3}{4}$ alterius; erunt 45, et 52: ergo in qua proportione sunt 45 ad 52, in eadem proportione sunt bizantij primi hominis ad bizantios tercij. Et quia proportio bizanthiorum primi ad bizantios secundi est sicut 15 ad 16; eritque similiter proportio primi hominis ad secundum, sicut est triplum de 15, scilicet 45, ad triplum de 16, scilicet ad 48: ergo si primus habet 45, et secundus habet 48, et tercius 52: et quia bizantij primi hominis, scilicet 45, sunt $\frac{3}{4}$ de 60, in quo reperiuntur petitiones ipsorum, scilicet $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$. Ideo accepimus superius $\frac{3}{4}$ de 60, cum habuimus bizantios primi hominis; quam acceptionem accepimus sic: extraximus 1 de 3; et 2 que remanserunt, multiplicauimus per 4, et habuimus 8: quare accepimus tunc $\frac{2}{3}$ de 12, que oriuntur ex multiplicatione de 3 in 4. Et cum super 8 iunximus multiplicationem de $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$; scilicet cum multiplicauimus 1, quod est super 3, per 1, quod
c. 97 recto est super 4; | tunc habuimus $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{3}{4}$ de 12; que $\frac{3}{4}$ fuerunt 9: que 9 cum multiplicauimus per 5, habuimus $\frac{3}{4}$ de 60, scilicet 45, scilicet ex numero, qui procreatur ex multiplicatione de 12 in 5; ex quibus 12 fuerunt 9, ut diximus $\frac{3}{4}$. Similiter cum

Digitized by Google

habuimus superius bizanthios secundi hominis, multiplicauimus 1, extracto de 4, scilicet 3 per 5; et superaddidimus multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5; et sic habuimus 16 pro $\frac{4}{5}$ de 20; que 20 oriuntur ex multiplicatione de 4 in 5, que sunt sub uirgulis: que 16, cum multiplicauimus per 3, accepimus $\frac{4}{5}$ ex numero, qui oritur ex 20 suprascriptis in 3, scilicet de 60; quia bizantij secundi hominis sunt $\frac{4}{5}$ de eisdem 60. Eademque ratione, cum inuenimus superius bizantios tercij hominis, accepimus $\frac{13}{15}$ de 60, sicut bizantij 52 sunt $\frac{13}{15}$ de eisdem 60. Et quia primus habet $\frac{3}{4}$ de 60; et secundus habet $\frac{4}{5}$ de 60; et primus petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; ergo petit ei $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de 60, scilicet $\frac{1}{15}\frac{1}{5}$ de 60: qua petitione, scilicet $\frac{1}{15}\frac{1}{5}$ addita cum $\frac{3}{4}$ de 60 primi hominis, reddit pro pretio equi $\frac{1}{15}\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ de 60; que partes sunt $\frac{1}{60}$ de 60, plus ex ipsis 60: et ideo superius super 60, que exeunt ex multiplicationibus numerorum, qui sunt sub uirgulis, scilicet de 3 in 4; que in 5, addidimus multiplicationem numerorum, qui sunt super uirgulas, scilicet de 1, in 1; quam in 1; ex qua multiplicatione exijt tantum 1, scilicet $\frac{1}{60}$ de 60; et sic habuimus pretium equi, ut prediximus. Ex huius regule consideratione quedam alia oritur questio, uidelicet de homine, qui habuit ziros 3; quorum primus tenet $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij, sicut superius inuenimus, primum hominem habere. Et secundus tenet $\frac{3}{4}$ tercij ziri, et $\frac{1}{5}$ primi, sicut secundus homo habet; et tercius zirus tenet $\frac{4}{5}$ primi ziri, et $\frac{1}{3}$ secundi, sicut tercius homo habet. Vnde primus zirus tenet media 45; secundus 48; tercius 52, ut pro bizantijs trium hominum inuenti sunt.

Alia questio de tribus hominibus secundum suprascriptum modum.

Item si primus petat secundo $\frac{2}{3}$ suorum. Et secundus petat tercio homini $\frac{4}{7}$ suorum; et tercius querat primo $\frac{5}{9}$: in hac enim positione similiter est operandum, scilicet ut describantur petitiones eorum in ordinem, sicut in margine cernitur. Deinde extrahantur 2, que sunt super 3, ex ipsis 3, remanet 1; quod multiplicetur per 7, et addatur multiplicatio de eisdem 2 per 4, erunt 15; que multiplicantur per 9, erunt 135; et tot bizantios habuit primus. Item extrahantur 4 de 7, remanent 3; qui multiplicetur per 9, et superaddatur multiplicatio de 4 in 5, idest 20, erunt 47; que multiplicentur per 3, erunt 141; et tot bizanthios habuit secundus. Rursum extrahe 5 de 9, remanent 4; que multiplicentur per 3, erunt 12; quibus superaddatur multiplicatio de 5 in 2, erunt 22; que multiplicentur per 7, erunt 154; et tot bizantios habuit tercius. Et multiplicentur 3 per 7; que per 9, erunt 189; quibus superaddantur 40, que exeunt ex multiplicatione numerorum, qui sunt super uirgulas, scilicet de 2 in 4; que in 5, erunt 229, que habeantur pro pretio equi. Origo huius regule dicenda non est; cum materia ipsius satis aperte in antecedente questione per regulam proportionum demonstrata sit.

* [illegible] extrahantur 4 (fol. 97 verso, lin. 22-24; pag. 231, lin. 24-27).

$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{3}$

* de 7, remanent .... demonstrata sit. (fol. 97 verso, lin. 25-32; pag. 231, lin. 27-35).

Primus
135
Secundus
141
Tercius
154
Precium equi
229

De eodem cum quatuor hominibus.

Uerum si homines .IIII.^{or} extiterint; et primus petat secundo tercium suorum bizanthiorum; et secundus tercio $\frac{1}{4}$ suorum. Et tercius petat quarto $\frac{1}{5}$ suorum. Et quartus primo querat $\frac{1}{6}$; et sic unusquisque equum emere proposuerit: describe in ordinem $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$: deinde extrahe 1, quod est super 3; et de eisdem 3 remanent 2; que multiplica per 4, erunt 8; quibus superadde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, erunt 9; que multiplica per 5, et tolle inde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam in 1, quod est super 5, remanent 44; que multiplica

* secundo tercium [illegible] quod est [illegible] (fol. 97 verso, lin. 34-37, pag. 231, lin. 37-41 e 42).

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

fol. 58 recto.

6, erunt 264 .... quotcumque homines (fol. 58 recto, lin. 1-4, pag. 232, lin. 1-6 e 7).

primus
264

3, erunt 16 .... per 1, quod est s (fol. 58 recto, lin. [illegible] pag. 232, lin. 19-23).

Secundus
285

Tercius
296

Quartus
315

pretium equi
359

per | 6, erunt 264; et tot habuit primus. Et sic semper in principio est extrahendus numerus, qui est super uirgulam, de numero, qui est sub uirgula illius, que quesita est ab ipso homine; cuius summa tunc inuenimus, sicuti modo de primo homine fecimus: deinde est multiplicandus per numerum, qui est sub sequenti uirgula; et tunc erit addenda multiplicatio superiorum numerorum; et sic semper usque in finem, quotcumque homines fuerint, semel extrahendo, et semel addendo gradieris. In fine autem nec addere, nec extrahere debes. Quare ut inueniantur bizantij secundi hominis, extrahatur 1, quod est super 4, ex ipsis 4; quia ipse petit $\frac{1}{4}$, remanent 3; que multiplica per 5, erunt 15; quibus superadde 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5, erunt 16; que multiplica per 6, erunt 96: de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5; quam in 1, quod est super 6: quod cum non sit nisi tantum 1, remanent 95; que multiplica per 3, erunt 285; et tot habuit secundus. Item ut habeantur bizantij tercij hominis, extrahe 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanent 4; que multiplica per 6, erunt 24; quibus superadde 1, quod exijt ex multiplicatione unius, quod est super 5, in 1, quod est super 6, erunt 25; que multiplica per 3, erunt 75: de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 5, in 1, quod est super 6; quam in 1, quod est super 3, remanent 74: que multiplica per 4, erunt 296; et tot habuit tercius. Item extrahe 1 de 6, remanent 5; que multiplica per 3, erunt 15: quibus superadde 1, erunt 16; que multiplica per 4, erunt 64; de quibus extrahe 1, quod exijt ex multiplicatione unius, quod est super 6, in 1, quod est super 3; quam in 1, quod est super 4, remanent 63: que multiplica per 5, erunt 315; et tot habuit quartus homo. Et multiplica 3 per 4; que per 5; que per 6, erunt 360. Item multiplica 1, quod est super 3, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 5; quod per 1, quod est super 6, erit 1, quod extrahe de 360. Ideo quia homines sunt pares, remanent 359, que sunt pretium equi.

Qualiter suprascripta regula procedat ex regula proportionum.

Materia huius regule, secundum regulam proportionum, hec est: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizanthiorum secundi habet pretium equi, sicut secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et sicut tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et sicut quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et quantum quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi. Et quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii; si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, inuenies, primum hominem habere $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Similiter cum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habeat quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, habebit secundus $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Similiter si supradicto modo procedere scieueris, inuenies, quod tercius homo habet $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti hominis, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; et quod quartus homo habet $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: quibus per ordinem cognitis, inuenienda est proportio primi hominis ad bizantios secundi; quam inueniemus sic: quia primus habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Redigemus hanc $\frac{1}{4}$ in partes bizantiorum primi, et secundi; quod facere non possumus, nisi primum redigatur ipsa $\frac{1}{4}$ in partes bizantiorum quarti hominis, et primi; quod facies

Digitized by Google

sic : quia bizantij tercij hominis sunt $\frac{4}{5}$ de bizantijs quarti, et $\frac{1}{6}$ de bizantijs primi; ergo $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij est $\frac{1}{5}$ de bizantijs quarti, et $\frac{1}{24}$ de bizantijs primi hominis: ergo bizanthij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum suorum. Si comuniter auferatur $\frac{1}{24}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Et | quoniam bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti hominis est $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{15}$ bizantiorum secundi : ergo $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{15}$ $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{11}{15}$ bizantiorim secundi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi. Quare repe- riendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{11}{15}$ alterius; eruntque 264, et 285, qui sunt bizantij primi, et secundi, ut in suprascripta regula inuenimus. Itaque si duxeris bizantios secundi hominis in partes bizantiorum tercij, sicut reduximus bizantios primi hominis in partes secundi, inuenies , quod $\frac{37}{45}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum tercij. Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{37}{45}$ unius sint $\frac{19}{24}$ alterius; eruntque 855, et 888. Sunt enim in hac proportione 855 secundi hominis. In alia inuenimus 285 pro bizantijs secundi hominis: ergo redigenda sunt suprascripta 855 in 285: est igitur 285 tercia pars de 855; quare diuides 888 per 3, euenient 296 pro bizautijs tercij hominis. Rursum suprascripto ordine reduc bizantios tercij hominis in proportione bizantiorum quarti ; eruntque $\frac{7}{8}$ bizantiorum tercij $\frac{37}{45}$ bizantiorum quarti. Quare inuenies duos numeros , quorum $\frac{7}{8}$ unius sint $\frac{37}{45}$ alterius; eruntque 296, et 315, ut superius pro bizantijs tercij, et quarti hominis inuenimus : bizantij uero primi hominis, scilicet 264, sunt $\frac{11}{15}$ de 360; que 360 proueniunt ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, scilicet de 3 in 4; quem in 5; quem in 6. Vnde cum superius in inuentione bizantiorum primi hominis extraximus 1 de 3, remanserunt 2; que 2 sunt $\frac{2}{3}$ de 3. Et multiplicatis ipsis 2 per 4, ut superius fecimus, habuimus 8 pro $\frac{2}{3}$ de 12, que proueniunt ex multiplicatione de 3 in 4; super que 8 cum addidimus 1, scilicet multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, habuimus 9, scilicet $\frac{3}{4}$ ex eisdem 12: que 9 cum multiplicauimus per 5, habuimus 45 pro $\frac{3}{4}$ de 60, que exeunt ex multiplicatione dictorum 12 in dictis 5 : ex quibus 45 cum extraximus 1, quod exijt ex multiplicatione trium unitatum, que sunt super uirgulis de 3, et de 4, et de 5, remanserunt 44; que 44 sunt $\frac{11}{15}$ de 60. Nam extracto $\frac{1}{60}$ de $\frac{3}{4}$, remanent $\frac{11}{15}$: est enim 1 suprascriptum $\frac{1}{60}$ de 60; quia cum multiplicatur 1, quod est super 3, per 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 5, tunc accipitur $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$, de $\frac{1}{5}$, hoc est $\frac{1}{60}$. Item cum multiplicauimus 44 per 6, habuimus 264 pro $\frac{11}{15}$ de bizantijs 360, ut prediximus. Vnde si in reliquis tribus hominibus hanc materiam inspexeris, inuenies in inuentione bizantiorum uniuscuiusque, quod accepimus ipsorum partes de 360. Nam bizantij secundi hominis, scilicet 285, sunt $\frac{19}{24}$ de 360. Et bizantij tercij hominis, scilicet 296, sunt $\frac{37}{45}$ de 360. Et bizantij quarti hominis, scilicet 315, sunt $\frac{7}{8}$ de 360. Et ita has partes in suprascripta regula nos accepisse inuenies. Et quia primus habet $\frac{11}{15}$ de 360; et ad habendum pretium equi petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; ergo petit ei $\frac{1}{3}$ de $\frac{19}{24}$ de 360, sicuti secundo habet; que $\frac{1}{3}$ est $\frac{1}{72}$ $\frac{1}{4}$ de 360: quibus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{72}$ additis cum $\frac{11}{15}$ faciunt $\frac{1}{360}$ de 360, minus ex ipso 360: et ideo in inuentione bizantiorum equi extrahitur multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgulis, scilicet 1, ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis; et habentur pro pretio equi bizantij 359.

fol. 58 recto

de 360, quibus .... $\frac{1}{5}$. Que... (fol. 58 recto, lin. 32-39; pag. 233, lin. 40 — pag. 234, lin. 7

primum uas
264
secundum
285
tercium
296
quartum
315

Digitized by Google

Egreditur hinc questio ipsius, qui habet uasa 4; quorum primum tenet $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij. Secundum $\frac{3}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti. Tercium $\frac{4}{5}$ quarti, et $\frac{1}{6}$ primi. Quartum tenet $\frac{5}{6}$ primi, et $\frac{1}{3}$ secundi. Primum uas tenet metra 264; secundum 285; tercium 296; quartum 315.

Inuentio proportionis primi ad secundum in 5 hominum questionum.

Et si homines quinque, quorum primus ad emendum equum peteret secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum. Secundus tercio peteret $\frac{1}{4}$. Tercius quarto peteret $\frac{1}{5}$. Quartus | quinto peteret $\frac{1}{6}$. Et quintus primo peteret $\frac{1}{7}$. Et uis scire, in qua proportione sunt bizantij unius illorum ad bizantios sui sequentis. Videas quidem suprascripto modo, que pars sint bizantij uniuscuiusque de bizantijs duorum sequentium per ordinem. Bizantij uero primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Secundi sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti. Quarti sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Bizantij autem quinti sunt $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Sunt enim, ut diximus, bizantij primi hominis $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Bizantij uero tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi: quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij est $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti. Sunt enim omnes bizantij quarti hominis $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi. Ergo bizantij primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{24}\,\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{35}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferatur $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{34}{35}$ bizantiorum primi, $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti. Sunt enim omnes bizantij quinti hominis $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti sunt $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{72}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{34}{35}$ bizantiorum primi hominis sunt $\frac{5}{72}\,\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{53}{72}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{28}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferantur $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi. Erunt $\frac{111}{140}$ bizantiorum primi; $\frac{53}{72}$ bizantiorum secundi. Eademque uia potes inuenire proportiones aliorum per ordinem, cum quibus poteris habere originem suprascripte regule; quam regulam in quinque alijs hominibus inferius recitabimus: habet enim primus suprascriptorum hominum bizantios 1835. Secundus bizantios 1998. Tercius bizantios 2092. Quartus bizantios 2145. Quintus bizantios 2156. Et pretium equi est bizantij 2521.

fol. 59 recto.

* primi hominis [illegible] in 6, erunt * fol. 59 recto, lin. 13-25, pag. 235, lin. 23-38)

primus
1815
Secundus
1998
tercius
2092
quartus
2145
quintus
2256
pretium equi
2521

$\frac{8}{19}\,\frac{6}{13}\,\frac{5}{11}\,\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$

Alia questio de quinque hominibus.

Item homines sint quinque; et primus petat secundo $\frac{2}{3}$ suorum bizantiorum. Secundus itaque petat tercio $\frac{4}{7}$; tercius uero petat quarto $\frac{5}{11}$. Et quartus petat quinto $\frac{6}{13}$. Quintus namque petat primo $\frac{8}{19}$. Describantur minuta petitionum ipsorum per ordinem sic: $\frac{8}{19}\,\frac{6}{13}\,\frac{5}{11}\,\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$. Et multiplicentur omnes numeri insimul, qui sunt sub uirgulis, erunt 57057. Quibus, cum homines sint impares, superaddatur multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgulis, idest de 2 in 4; que in 5; que in 6, erunt 58977, que habeantur pro pretio equi. Et ut habeantur bizantij primi hominis, extrahendus est superior numerus de uirgula sue petitionis de numero inferiori eiusdem uirgule, idest 2 de 3, remanet 1; que per 7, erunt 7; cui superadde multiplicationem de 2 in 4, erunt 15; que multiplica per 11, erunt 165; de quibus deme multiplicationem de 2 in 4; que in 5, remanent 125: que multiplica per 13, erunt 1625; quibus superadde

* est superior [illegible] que in 8 * fol. 59 recto, lin. 27-39, pag. 234, lin. 39 e 40 — pag. 235, lin. 10).

primus
35435
Secundus
35313
tercius
41712
quartus
38643
quintus
44037
equus
58977

Digitized by Google

multiplicationem de 2 in 4; que in 5; que in 6, erunt 1865; que multiplicentur per 19, erunt 35435; et tot habuit primus. Item extrahes 4, que sunt super 7, de ipsis 7, remanent 3; que multiplica per 11, erunt 33; cui superadde multiplicationem de 4 in 5, erunt 53; que multiplica per 13, erunt 680; de quibus extrahe multiplicationem de 4 in 5; que in 6, idest 120, remanent 560; que multiplica per 18, erunt 10811: quibus superadde multiplicationem de 4 in 5; que in 6, que in 8, idest 960, erunt 11771; que multiplica per 3, erunt 35313; et tot habuit secundus. Item extrahe 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 13, erunt 78; quibus superadde multiplicationem de 5 in 6, erunt 108; que multiplica per 19, erunt 2052: de quibus extrahe multiplicationem de 5 in 6; que in 8, | idest 240, remanent 1812; que multiplica per 3, erunt 5436; quibus superadde multiplicationem de 5 in 6; que in 8; que in 2, idest 480, erunt 5916; que multiplica per 7, erunt 41712; et tot habuit tercius. Et si de quarto, et quinto homine secundum datam et ostensam materiam inuenire studueris, reperies, quod quartus homo habuit bizantios 38643, et quintus habuit 44057; et sic de pluribus facere poteris. fol. 99 verso

Alia questio de IIII.or hominibus.

Uerum si homines fuerint 4; et primus petat secundo $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; secundus tercio $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$; tercius quarto $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$; quartus primo $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$; de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ facies $\frac{7}{12}$; de $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ facies $\frac{9}{20}$; de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ facies $\frac{11}{30}$; de $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ facies $\frac{13}{42}$; et operaberis postea secundum quod supra docuimus; et inuenies, primum habere 176274; secundum 200772; Tercium 205820; Quartum 238830; et pretium equi esse 293391.

De duobus hominibus, et de duobus equis per regulam proportionum.

Dvo homines bizanthios habentes inuenerunt duos equos ad uendendum; quorum secundus ualebat bizantios 2 plus pretio primi. Et primus homo cum suis bizantijs proponit, primum equum emere, habita $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Secundus uero habita $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, proponit secundum equum emere; et fiant hec omnia cum integris numeris. Queritur pretium uniuscuiusque equi; et quot bizantios unusquisque habeat: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi. Et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum secundi habet pretium secundi equi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet 2, minus quam secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi. Vnde si auferatur ex utroque $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habebit primus bizantios 2, minus quam $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum suorum. Quare si adhuc ex utroque auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantij primi bizantij 2, minus quam $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Quare inuenias duos integros numeros, quorum $\frac{3}{4}$ unius sint 2, minus de $\frac{2}{3}$ alterius: est enim modus reperiendi eos, ut accipias $\frac{3}{4}$ cuiusuis numeri, qui diuidatur integraliter per 4; cui cum superaddideris 2, ueniet numerus, qui diuidatur integraliter per 2, que sunt super 3 de $\frac{2}{3}$: Sitque numerus ille 8 super $\frac{3}{4}$, cuius scilicet super 6 adde 2, in quibus $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi excedunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi, erunt 8; que 8 sunt $\frac{2}{3}$ alicuius integri numeri; quem inuenies cum multiplicaueris dimidium de 8, scilicet 4 in 3: quare numerus ille est 12: et quia $\frac{3}{4}$ de 8 sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ de 12; habet primus homo bizantios 8, et secundus 12; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 4, additis super 8, reddit 12 pro pretio primi equi: cum quibus additis 2, reddunt 14 pro pretio secundi. Item quia $\frac{3}{4}$ de 16, scilicet 12, sunt 2 minus de $\frac{2}{3}$ de 21; potest primus homo habere bizantios 16. Et secundus bizantios 21. Et primus equus ualeret 23; secundus 25. Et sic possemus infinitos numeros

« si adhuc ex .... primus homo » (fol. 99 verso, lin. 15-26, pag. 235, lin. 31-39).

Vel primus	Primus homo
16	8
Secundus	Secundus
21	12
Primus equus	primus equus
23	12
Secundus	Secundus
25	14

« bizantios 8 .... similiter » (fol. 99 verso, lin. 27-32, pag. 235, lin. 39 e 40 — pag. 236, lin. 4).

Primus homo cum secundus equus ualeat 3 plus primo
20
Secundus
27
primus equus
29
Secundus
32

Digitized by Google

habere pro bizantijs uniuscuiusque; cum infiniti sint numeri, qui sunt in dicta proportione, scilicet quod $\frac{3}{4}$ unius sint 2 minus de $\frac{2}{3}$ alterius. Et si pretium secundi equi esset 3, plus pretio primi, inuenires duos numeros, quorum $\frac{3}{4}$ unius essent 3, minus de $\frac{2}{3}$ alterius; qui numeri similiter infiniti sunt, ex quibus unus est 20; alius 27 : quare primus haberet bizantios 20; alius 27. Et pretium primi equi esset 29; secundi 32.

De tribus hominibus et tribus equis, cum unus petat alii per ordinem secundum regulam proportionum.

Item homines sint tres, et equi similiter sint tres; quorum secundus ualeat 2 plus primo. Et tercius ualeat 3 plus quam secundus, scilicet 5 plus quam primus. Et primus homo cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habeat pretium primi equi. Secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habeat pretium secundi equi. Tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet pretium | tercij equi. Queruntur in integrum bizanthij uniuscuiusque hominis, et equi: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi. Et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet pretium secundi equi. Sunt ergo bizantij primi hominis cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, bizantij 2 minus de bizantijs secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Quare bizantij primi hominis sunt 2 minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi; et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Item quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet pretium secundi equi; et tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habeat pretium tercij equi; ergo secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet 3, minus quam tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Vnde bizantij secundi hominis sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Vnde bizantij secundi hominis sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Rursus quia tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet pretium tercij equi; et primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi; ergo tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet 5 plus quam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Vnde bizantij tercij hominis sunt 5 plus quam de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi; et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: hijs itaque intellectis studeas inuenire proportionem, quam habent bizantij primi hominis ad bizantios secundi. Sunt enim bizantij primi 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij hominis. Et quia bizantij tercij hominis sunt 5 plus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, erit $\frac{1}{4}$ de bizantijs tercij hominis $\frac{1}{4}$ 1, plus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi : ergo bizantij primi hominis sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ 1 plus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum, et de $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi. Quare extracto $\frac{1}{4}$ 1 de 2, remanebunt bizantij primi hominis, minus $\frac{3}{4}$ unius bizantij de $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{12}$ secundi hominis, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum : quare $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi hominis sunt $\frac{3}{4}$ unius bizantij, minus de $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{12}$, scilicet de $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Vnde si reperiantur duo numeri, quorum $\frac{4}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ unius bizantij, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum alterius, habebis bizantios primi, et secundi hominis : quos numeros inuenies sic: quia $\frac{3}{4}$ unius bizantij suprascripti diuiduntur per 3; ita quod non frangitur aliqua ex ipsis tribus quartis. Inuenias numerum, quorum $\frac{4}{5}$ diuidantur integraliter per 3; eritque numerus ille 15, cuius $\frac{4}{5}$ sunt 12 : cum quibus adde $\frac{3}{4}$ unius bizantij, erunt $\frac{3}{4}$ 12; que $\frac{3}{4}$ 12 sunt $\frac{3}{4}$ alicuius integri numeri; quem inuenies esse 17, cum multiplicaueris $\frac{3}{4}$ 12 per 4, et diuides per 3 : ergo primus homo habet bizantios 15, et secundus 17. Si 17 haberet terciam in integrum, quam petit ei primus. Vnde inuenies alios duos numeros,

fol. 100 recto.

. et secundus Consideta » (fol. 100 recto, lin. 26-39, pag. 236, lin 42 — pag 237, lin. 11).

primus homo
30
Secundus
33
Tercius
40
primus equus
41
Secundus
43
tercius
46

quorum $\frac{4}{5}$ unius sint minus $\frac{3}{4}$ unius bizantij de $\frac{3}{4}$ alterius; et secundus numerus diuidatur integraliter per 3; eruntque 30, et 33: ergo primus habet 30; secundus 33, quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 11, addita sunt 30, reddit bizantios 41 pro pretio primi equi: cum quibus adde bizantios 2, erunt bizantij 43 pro pretio secundi equi. Et quia secundus homo cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet pretium secundi equi, scilicet 43; ergo differentia, que est a 33 usque in 43, scilicet 10, erit $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij hominis. Quare tercius homo habet bizantios 40. cum quibus addita $\frac{1}{5}$ de bizantijs primi hominis, scilicet de 30, reddunt bizantios 46 pro pretio tercij equi. Potes enim infinitos numeros habere pro bizantijs illorum, cum infiniti sint numeri, ex quibus $\frac{4}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ unius integri, minus de $\frac{3}{4}$ alterius. Et si secundus equus ualeret 2 plus primo, ut diximus; et tercius ualeret 4 plus secundo, scilicet 6 plus primo. Inuenires, suprascriptis dispositis, quod $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi essent $\frac{1}{2}$ unius bizantij, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum alterius: de qua re si regulam habere uis, cum tercius equus ualeat 6 plus primo; primus homo 5; Secundus 6; tercius 12; primus equus 7; Secundus 9, tercius 13. Considera | quid secundus homo petat tercio: petit enim ei $\frac{1}{4}$; pro qua 4 accipe $\frac{1}{4}$ de 6, in quibus pretium tercij equi excedit pretium primi, erit $\frac{1}{2}$ 1; que extrahe de 2, in quibus pretium secundi equi excedit pretium primi, remanebit ipsum $\frac{1}{2}$; in quo $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi excedit $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi. In qua proportione infinitos potes reperire integros numeros, ex quibus primi sunt 5 et 6; cum quibus reperies, quod tercius homo habet bizantios 12; et pretium primi equi est 7; secundi 9; tercij 13. Et si pretium tercij equi excederet bizantijs 8 pretium primi; cum $\frac{1}{4}$ ipsorum 8, scilicet 2, fuerint extracta de 2, in quibus pretium secundi equi excedit pretium primi, remanebunt tantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi hominis esse $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Quare primus haberet 45; secundus 48; et pretium primi equi esset 61; et tercius homo haberet 60; et pretium secundi equi esset 63; tercij 69. Rursus si pretium equi tercij excederet bizantijs 10 pretium primi; cum $\frac{1}{4}$ ipsorum, scilicet $\frac{1}{2}$ 2, sint $\frac{1}{2}$ plus de 2, in quibus secundus equus excedit primum, erunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi $\frac{1}{2}$ unius bizantij, plus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. In qua proportione infinitos poteris in integrum inuenire numeros, ex quibus sunt 40, et 42: quare primus habet 40; secundus 42; tercius 56. Et primus equus ualeret 54; secundus 56; tercius 64. In hac enim questione ad impediendum ipsum, quem interrogaueris, poteris adiungere, quod tercius homo habeat pretium secundi equi; et tunc in alijs numeris, preter quam in suprascriptis, hec questio nullatenus poterit solui.

De quatuor hominibus, et quatuor equis per eandem regulam proportionum.

Item homines sint 4, et equi sint 4; et primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi emat primum equum; et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij emat secundum. Et tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti emat tercium. Et quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi emat quartum equum; et ualeat secundus equus bizantios 2, plus primo; tercius bizantios 3, plus secundo, scilicet 5, plus primo. Quartus bizantios 5, plus tercio, scilicet bizantios 10, plus primo. Si secundum positiones petitionum ipsarum, et secundum pretia equorum modo suprascripto considerare scieris, inuenies, quod primus habet bizantios 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et secundus habet $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, minus bizantijs 3; et tercius habet $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, minus bizantijs 5. Et quartus habet bizantios 10, plus de $\frac{5}{6}$

fol. 100 verso.

quid secundus .... $\frac{4}{5}$ bizantiorum (fol. 100 verso, lin. 4-12, pag. 237, lin. 14-27.

Cum tercius equus ualeat 8 plus primo

Primus homo
45
Secundus
48
Tercius
60
Primus equus
61
Secundus
63
Tercius
69

secundi. In qua .... bizantiorum primi (fol. 100 verso, lin. 13-24, pag. 237, lin. 27-43.

Cum tercius equus ualeat 10 plus primo

Primus
40
Secundus
42
Tercius
56
Primus equus
54
Secundus
56
Tercius
64

primi hominis, et de $\frac{1}{3}$ secundi: et quia primus habet 2, minus de $\frac{2}{3}$ secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, redigemus hanc $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij in portiones quarti hominis, et primi. Sunt enim omnes bizantij tercij hominis bizantij 5, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi: quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij sunt minus quarta parte bizantiorum, scilicet 5, scilicet $\frac{1}{4}$ 1, de quarta parte de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de quarta parte de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi : ergo bizantij primi hominis sunt bizantij 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi; et $\frac{1}{4}$ 1, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum suorum: quare si comuniter auferatur $\frac{1}{24}$ bizantiorum primi, tunc $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi erunt bizantij $\frac{1}{4}$ 3, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: quam $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti rediges iterum in partes primi, et secundi. Sunt enim bizantij quarti hominis bizantij 10, plus de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est bizantij 2 plus de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{15}$ bizantiorum secundi : ergo $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{4}$ 3 minus, et bizantij 2 plus de $\frac{1}{15}$ $\frac{2}{3}$, scilicet de $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum. Vnde extractis bizantijs 2, qui sunt plus de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3, qui sunt minus, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi de $\frac{23}{24}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, minus bizantijs $\frac{1}{4}$ 1. Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{1}{4}$ 1, minus de $\frac{11}{15}$ alterius ; quos inuenies sic : primum inuenies numerum, ex quo cum acceperis $\frac{19}{24}$ | ipsius, et super ipsum addideris $\frac{1}{4}$ 1, facient integrum numerum, qui diuidatur per 11 integraliter ; eritque numerus ipse 54, cuius $\frac{19}{24}$ sunt $\frac{3}{4}$ 42: cum quibus addito $\frac{1}{4}$ 1, faciunt 44; quorum $\frac{1}{11}$, que est 4, multiplica per 15, reddet pro alio numero 60: ergo primus habet bizantios 54, Secundus 60; quorum tercia, scilicet 20, addita cum 54, reddit bizantios 7 pro pretio primi equi: per quorum inuentionem inuenies bizantios tercij hominis esse 64; quarti 75; pretium secundi equi 76; tercij 79; quarti 84. Et nota quod si $\frac{1}{5}$ de bizantijs 10, in quibus pretium quarti equi excedit pretium primi, esset equalis de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3 suprascriptis, remanent $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi : et si esset plus dicta $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}$ 3, hoc est quod in loco decenarij ex positione alicuius alie similis questionis caderet aliquis numerus maior de 10, cuius $\frac{1}{5}$ esset plus de $\frac{1}{4}$ 3, tunc remanerent $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et plus hoc quod esset $\frac{1}{5}$ ipsius numeri magis de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3 predictis.

fol. 101 recto

* ... plus primo ... fol. 101 recto, lin. 1-17; pag. 238, lin. 12-37.

Primus homo
54
Secundus
60
Tercius
64
Quartus
75
Primus equus
74
Secundus
76
Tercius
79
Quartus
84

De quinque hominibus et totidem equis secundum eandem regulam.

Item homines sint quinque, et equi similiter. Et primus petat secundo $\frac{1}{3}$; Secundus tercio $\frac{1}{4}$; tercius quarto $\frac{1}{5}$; quartus quinto $\frac{1}{6}$; quintus primo $\frac{1}{7}$. Et sic emat primus primum equum; Secundus secundum equum, qui ualet bizantios 2, plus primo. Et tercius tercius (*sic*) tercium, qui ualet bizantios 3, plus pretio secundi. Et quartus emat quartum, qui ualet bizantios 5, plus tercio. Et quintus homo emat quintum equum, qui ualet bizantios 7, plus quarto, scilicet bizantios 17, plus primo. Inuenies quidem ordine demonstrato, qualiter bizantij primi sunt bizantij 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et qualiter bizantij secundi sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: etiam et qualiter bizantij tercij hominis sunt bizantij 5, minus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti; etiam et qualiter bizantij quarti hominis sunt bizantij 7, minus de $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Et qualiter bizantij quinti hominis sunt bizantij 17, plus

de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi : tunc studebis redigere $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij in partes bizantiorum primi, et secundi. Sunt enim omnes bizantij tercij hominis 5, minus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti. Quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{1}{4}$ 1, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti: ergo bizantiorum(*sic*)primi hominis sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ 1, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti; hoc est bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4}$ 3, minus de $\frac{2}{3}$ secundi, et de $\frac{1}{5}$ quarti, et de $\frac{1}{24}$ quinti. Sunt enim omnes bizantij quarti hominis 7, minus de $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi: quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti sunt $\frac{2}{5}$ 1, minus de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi : ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4}$ 3, et $\frac{2}{5}$ 1, scilicet $\frac{13}{20}$ 4, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{35}$ bizantiorum suorum. Quare si comuniter auferatur $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi, tunc $\frac{34}{35}$ bizantiorum eius erunt bizantij $\frac{13}{20}$ 4, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti. Et quoniam omnes bizantij quinti hominis sunt 17, plus de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti erunt $\frac{5}{24}$ de bizantijs 17, scilicet bizantij $\frac{13}{24}$ 3, plus de $\frac{5}{24}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{5}{24}$ de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Nam $\frac{5}{24}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi sunt $\frac{5}{28}$ bizantiorum ipsius, et $\frac{5}{24}$ de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{5}{72}$ ipsius. Quare $\frac{34}{35}$ bizantiorum primi sunt bizantij $\frac{13}{20}$ 4, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et plus $\frac{13}{24}$ 3 de $\frac{5}{28}$ bizantiorum ipsius, et de $\frac{5}{72}$ bizantiorum secundi : quare extractis $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi de $\frac{34}{35}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{111}{140}$ eiusdem; qui $\frac{111}{140}$ sunt $\frac{13}{20}$ 4 | minus, et $\frac{13}{24}$ 3 plus de $\frac{53}{72}$ secundi. Quare extractis $\frac{13}{24}$ 3, de $\frac{13}{20}$ 4, remanebunt $\frac{13}{120}$ 1 : ergo $\frac{111}{140}$ bizantiorum primi sunt de $\frac{13}{120}$ 1, minus de $\frac{53}{72}$ bizantiorum secundi. Quare pro bizanthijs primi, et secundi hominis reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{111}{140}$ unius sint $\frac{13}{120}$ 1, minus de $\frac{53}{72}$ alterius; eruntque 1389 et 1713; qui reperiuntur sic : quia $\frac{111}{140}$ unius sunt minus $\frac{13}{120}$ 1 de $\frac{53}{72}$ alterius. Oportet, ut reperiatur numerus, de quo acceptis $\frac{111}{140}$, et addito $\frac{13}{120}$ 1 super ipsas, faciant numerum, qui diuidatur integraliter per 53: quem numerum inuenire non poteris, nisi querendo per numeros, qui sunt integra pars, uel partes de 140 : et quia super $\frac{111}{140}$ oportet addere $\frac{13}{120}$ 1, inueniendus est maior numerus, in quo 140 et 120 integraliter diuidantur; qui numerus est 20. In quo diuide 140, exibunt 7; a quibus incipies querere numeros suprascriptos, scilicet pones, quod primus numerus sit 7 ; quorum $\frac{111}{140}$ sunt uigesima de 111, sicut 7 sunt uigesima pars de 140 : uigesima enim pars de 111 est $\frac{111}{20}$. Ex quibus fac $\frac{666}{120}$. Et quoniam una queque uigesima est $\frac{6}{120}$; ergo $\frac{111}{20}$ sunt $\frac{666}{120}$: deinde diuide $\frac{13}{120}$ 1, scilicet $\frac{133}{20}$ per 53, vt scias quid ex ipsa diuisione remaneat : diuisis enim 133 per 53, remanent 27; a quibus usque in 53 desunt 26; et tot oportet superare de $\frac{111}{140}$ illius numeri, quem in portione primi posueris. Vnde diuidas $\frac{111}{140}$ positorum 7 pro primo numero, scilicet $\frac{666}{120}$ per 53, uidens quid ex ipsa diuisione remaneat. Remanent enim 30; que 30, cum non sint 26, ut oportet, pones in portione primi hominis alia 7 super priora 7; ex quibus accipe $\frac{111}{140}$, erunt duplum de $\frac{666}{120}$; quibus diuisis per 53, remanent duplum de 30, scilicet 60: quibus 60 diuisis per 53, remanent 7; que cum iam sint 26, triplicabis ipsa 30, uel quadriplicabis, uel per 5 multiplicabis, uel per alium numerum, donec ex multiplicatione per 53 remaneat 26 : ergo multiplicabis 30 per 15, erunt 450; quibus diuisis proueniat numerus, qui cum diuisus fuerit per 53, remanent

fol. 101 verso

Digitized by Google

26, ut oportet: quare pones pro quantitate primi numeri quindecies 7, scilicet 105; de quibus accipe $\frac{111}{140}$, scilicet quindecies $\frac{11}{20}$ 5, hoc est $\frac{1}{4}$ 83, et adde super ipsa $\frac{13}{120}$ 1, erunt $\frac{43}{120}$ 84; que diuide per 53, uenit $\frac{71}{120}$; per que multiplica 72 sic: multiplicatio de 1 in 72 facit 72; et multiplicatio de $\frac{1}{120}$ in 72 facit $\frac{3}{5}$; cum 72 sint $\frac{3}{5}$ de 120: quare multiplicatio de $\frac{71}{120}$ in 72 facit septuaginta unam uices $\frac{3}{5}$, scilicet quintas 213, que sunt integra $\frac{3}{5}$ 42: quibus additis cum 72, reddent pro secundo numero $\frac{3}{5}$ 114; qui numerus, cum non sit integer, oportet, ut super 105 ponamus totiens 7 et 7, donec habeamus secundum numerum in integrum. Vnde si addemus semel 7 super 105, remanebunt ex $\frac{111}{140}$ ipsorum 7, ut prediximus $\frac{30}{120}$, cum diuise fuerint per 53. Quare si super 105 predictis posuerimus bis 7, remanebunt bis 30 ex diuisione de $\frac{111}{140}$ ipsorum 14 per 53. Quare ex triplo septenario remanebunt ter 30; et cum non oporteat aliquid remanere ex ipsa diuisione, pone super ipsa 105 quinquaginta tres uices 7, scilicet 371; et sic habebis pro primo numero 476. Et cum $\frac{111}{140}$ ipsorum 476 fuerint additi cum $\frac{13}{120}$ 1; | et multiplicata $\frac{1}{53}$ ipsorum per 72 non faciant integrum numerum, oportet iterum super 476 addere 371 semel, bis; et donec procreetur numerus, cuius $\frac{111}{140}$, et $\frac{13}{120}$ 1 additis; et multiplica $\frac{1}{53}$ ipsorum per 72, faciat integrum numerum. Vnde si super 476 addideris ter 371, scilicet 1113, uenient 1589, quorum $\frac{111}{140}$ acceptis eis, et superaddito $\frac{13}{120}$ 1, et eorum $\frac{1}{53}$ multiplica per 72, procreantur pro secundo numero 1713: ergo primus homo habet 1589; secundus 1713; quorum 1713 tercia parte, scilicet 571 addita cum bizantijs primi hominis, scilicet cum 1589, uenit 2160 pro pretio primi equi: quare pretium secundi equi erit 2162; pretium quoque tercij 2165; pretium quarti 2170; pretium quinti 2177. Et tercius homo habebit 1796; quartus 1845; quintus 1950.

[illegible] 102 recto

[illegible] et multiplicata [illegible] (Cod. [illegible] fol. 102 recto, lin. 1-11, pag. 240, lin. 15-27)

Primus homo	Primus equus
1589	2160
Secundus	Secundus
1713	2162
Tercius	Tercius
1796	2165
Quartus	Quartus
1845	2170
Quintus	Quintus
1950	2177

Modus alius, cum unusquisque petit duobus illorum per ordinem in questione quatuor hominum, et unius equi.

Qvatuor homines bizanthios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primus petit secundo, et tercio homini $\frac{1}{3}$. Secundus tercio, et quarto petit $\frac{1}{4}$. Tercius quarto, et primo querit $\frac{1}{5}$. Quartus quoque primo, et secundo querit $\frac{1}{6}$ suorum bizantiorum, et sic unusquisque proponit ipsum emere equum. Quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij hominis proponit, ipsum emere equum; sicut secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Et sicut tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti et primi. Et sicut quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et secundi: ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij habet tantum quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti; et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et primi; et quantum quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et secundi. Et quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Si de secundo auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum suorum, remanebit primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, equalis de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Vnde si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, remanebit primus cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, equalis de $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Similiter, eisdem dispositis, inuenies secundum hominem habere cum $\frac{1}{20}$ bizantiorum quarti quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Etiam inuenies, tercium hominem cum $\frac{1}{30}$ bizantiorum primi habere quantum quartus homo cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi. Item quia quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum

Digitized by Google

primi, et secundi habet quantum primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij. Si de primo auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum, remanebit quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, equalis de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi et tercij. Quare si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum ipsius, remanebit quartus homo equalis de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij. Rursus quia primus cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij habet quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti; hanc $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti rediges in partes primi, et secundi sic: quia omnes bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij; ergo quarta pars bizantiorum quarti est $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$, scilicet $\frac{5}{24}$ bizantiorum primi, et $\frac{1\ 0}{4\ 6}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij: ergo bizantij primi hominis cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum suorum : vnde si ex utraque parte relinquatur $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{1}{24}\frac{2}{3}$, scilicet de $\frac{17}{24}$ bizantiorum secundi. Quare inueniendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{17}{24}$ alterius; eruntque 17, et 19 : quare bizantij primi hominis sunt a bizantios (*sic*) secundi in ipsa proportione, in qua sunt 17 ad 19: deinde ut inuenies proportionem, quam primus, uel secundus habet ad bizantios tercij. Considerabit qualiter primus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi, et tercij hominis sunt quantum bizantij tercij hominis cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et primi, ut superius demonstrauimus : quare si auferatur comuniter $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum | $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi, equales de $\frac{2}{3}$ bizantiorum fol. 102 recto. tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Ostensum est autem, quod bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij : quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est $\frac{1}{5}$ de $\frac{5}{6}$, scilicet $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et est $\frac{1\ 0}{5\ 6}$, scilicet $\frac{1}{30}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{15}$ bizantiorum tercij. Et quia $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi ; ergo $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{30}$ bizantiorum secundi, et cum $\frac{1}{15}$ bizantiorum suorum, scilicet tercij, sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi. Verum $\frac{1}{15}\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{11}{15}$ bizantiorum ipsius. Quare $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{30}$ bizantiorum secundi sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi. Quare si de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{30}$. Similiter si de $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi auferatur $\frac{1}{30}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{9}{30}$. Vnde $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi. Demonstratum est igitur, quod $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{17}{24}$ bizantiorum secundi. Et quia partes ipsorum sunt ex eodem numero, scilicet de 24, erunt similiter 19 partes quelibet bizantiorum primi 17 partes ex eisdem partibus bizantiorum secundi. Quare $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi sunt $\frac{17}{30}$ bizantiorum secundi: et quia $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi, erunt similiter ipse $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij $\frac{17}{30}$ bizantiorum secundi, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi. Verum $\frac{17}{30}$, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{26}{30}$, scilicet $\frac{13}{15}$ bizantiorum ipsius ; ergo $\frac{13}{15}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{13}{15}$ unius sint $\frac{11}{15}$ alterius; eruntque 11 et 13 : ergo sicut 11 est ad 13, ita bizantij secundi hominis sunt

Digitized by Google

ad bizantios tercij. Sunt enim et bizantij secundi hominis ad bizantios primi, ut 19 est ad 17. Quare reperiendi sunt tres numeri, quorum primus sit ad secundum, sicut 17 est ad 19. Et secundus ad tercium sit, sicut 11 est ad 13; quos inuenies si multiplicabis proportionem, quam secundus habet ad tercium, per numerum proportionis, quam primus habet ad secundum, scilicet 11 per 17, erunt 187, qui est primus numerus: deinde multiplicabis numeros proportionum, quas secundus numerus habet ad primum, et ad tercium, scilicet 19 per 11, erunt 209, qui est secundus numerus. Rursus multiplicabis numeros proportionis, quam secundus habet ad primum, scilicet 19, per numeros proportionis, quam tercius habet ad secundum, scilicet per 13, erunt 247: ergo primus homo habet 187. Secundus 209. Tercius 247. Et quia primus homo petit secundo, et tercio $\frac{1}{3}$ bizantiorum suorum, adde bizantios secundi, et tercij in unum, scilicet 209, et 247, erunt bizantij 456; quorum terciam partem, scilicet 152, adde super bizantios primi hominis, scilicet super 187, erunt bizantij 339; et tot bizantios ualuit equus. Rursus quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti hominis proponit habere ipsos bizantios 339, scilicet pretium equi, extrahe bizantios secundi hominis de 339, remanent 130, qui sunt quartum de bizantijs tercij, et quarti hominis: quare quadruplum de 130, scilicet 520, habent inter tercium, et quartum hominem; ex quibus 520, cum tercius habeat 247, quartus homo habebit bizantios 273, qui sunt a bizantijs 247 usque in 520.

« proportionum . . . proportionum » (fol. 102 verso, lin. 23 e 24-36; pag. 242, lin. 6-21).

Primus
187
Secundus
209
Tercius
247
Quartus
273
Equus
233

Modus alius de emptione equi inter tres homines, secundum regulam proportionum.

Tres homines equum emere uolentes, primus, et secundus petunt tercio homini $\frac{1}{3}$; et proponunt ipsum emere equum. Secundus quoque, et tercius petunt primo $\frac{1}{4}$. Tercius, et primus petunt secundo $\frac{1}{5}$. Quia primus, et secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij habent quantum secundus, et tercius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, scilicet pretium equi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi cum bizantijs secundi, quantum bizantij secundi cum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Quare si comuniter auferantur bizantij secundi, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Rursus quia secundus, et tercius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi habent quantum tercius, et primus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi, et tercij, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi, quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum secundi. Que $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Vel aliter. Cum tercius dat $\frac{1}{3}$ primo, et secundo, remanent ei $\frac{2}{3}$, que sunt residuum, quod est a pretio equi usque in summam bizantiorum trium hominum: quod etiam residuum remanet primo, cum dat reliquis $\frac{1}{4}$; quod residuum est $\frac{3}{4}$ bizantiorum suorum. Similiter cum secundus dat $\frac{1}{5}$ primo, et tercio, remanent $\frac{4}{5}$ suorum bizantiorum pro eodem residuo: ergo $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum secundi, et quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, ut prediximus. Quare reperies tres numeros, quorum $\frac{3}{4}$ unius sint $\frac{4}{5}$ alterius, et $\frac{2}{3}$ tercij numeri, quos inuenies sic. Positis $\frac{3}{4}$, et $\frac{4}{5}$, et $\frac{2}{3}$, multiplicabis 4, que sunt sub 3, per 4, que sunt super 5; que per 2, que sunt super 3, erunt 32. Item multiplicabis 5 per 3, que sunt super 4; que per 2, que sunt super 3, erunt 30. Item multiplicabis 3, que sunt sub 2, per 4, que sunt super 5; que per 3, que sunt super 4, erunt 36. Et quoniam 32,

fol. 103 recto.

et 30, et 36 diuiduntur integraliter per 2, diuide ipsa per 2, ut habeas ea in minoribus numeris; et habebis pro bizantijs primi 16; pro bizantijs secundi 15; pro bizantijs tercij 18. Addidis ergo $\frac{1}{3}$ de bizantijs 18, scilicet 6, super bizantios primi, et secundi, habebis bizantios 37 pro pretio equi.

De quatuor hominibus, cum duo petant uni eorum per ordinem secundum eandem regulam.

Item homines sint III^{or}; et primus, et secundus petant tercio $\frac{1}{3}$; secundus, et tercius quarto $\frac{1}{4}$. Tercius, et quartus primo $\frac{1}{5}$; quartus, et primus secundo petant $\frac{1}{6}$. Quoniam primus, et secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij habent quantum secundus, et tercius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, scilicet pretium equi. Si comuniter auferantur bizantij secundi hominis, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, inuenies bizantios primi esse $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Similiter, si de reliquis inspexeris, inuenies bizantios secundi esse $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; et bizantios tercij esse $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi; et bizantios quarti esse $\frac{5}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij. Sunt itaque, ut diximus, bizantij primi $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Bizantijs (*sic*) uero tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{8}{15}$; et sunt $\frac{2}{18}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{1}{9}$: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{8}{15}$ eiusdem, et bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Quare si comuniter auferatur $\frac{8}{15}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{7}{15}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{1}{9}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti: et quoniam bizantij secundi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, erit $\frac{1}{9}$ bizantiorum secundi $\frac{1}{9}$ de $\frac{3}{4}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{1}{45}$. Quare $\frac{7}{15}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{12}$, scilicet $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{45}$ bizantiorum primi. Vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{45}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{20}{45}$ bizantiorum primi quantum $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti. Quare inuenias duos numeros, quorum $\frac{20}{45}$, scilicet $\frac{4}{9}$ unius, sint $\frac{1}{3}$ alterius; eruntque 15, et 20: ergo primus habet 15, et quartus 20. Et quoniam primus habet quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti; si de bizantijs 15 primi hominis auferatur $\frac{1}{4}$ de bizantijs 20 quarti hominis, remanebunt 10 pro $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Quare tercius homo habet 15. Et quoniam secundus habet quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, accipe $\frac{3}{4}$ de bizantijs 20 quarti hominis, scilicet 15, et adde cum $\frac{1}{5}$ de bizantijs 15 primi, habebis 18 pro bizantijs secundi: additis itaque | bizantijs 15 primi cum bizantijs 18 secundi, erunt 33; cum quibus adde $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, scilicet 5, habebis 38 pro pretio equi.

« $\frac{1}{9}$ bizantiorum [illegible] additis ita que » (fol. 102 recto, lin. 31-39, pag. 243, lin. 20-32).

Primus
15
Secundus
18
Tercius
15
Quartus
20
equus
38

fol. 103 recto.

De quinque hominibus, et uno equo, cum tres petant uni eorum, secundum regulam proportionum.

Rvrsus homines sint quinque. Et primus, et secundus, et tercius petant quarto homini $\frac{1}{4}$. Secundus uero, et tercius, et quartus petant quinto $\frac{1}{5}$. Tercius namque, et quartus, et quintus petant primo $\frac{1}{6}$. Quartus quidem, et quintus, et primus petant secundo $\frac{1}{7}$. Quintus uero, et primus, et secundus petant tercio $\frac{1}{8}$; et proponant ipsum equum emere. Quoniam primus cum secundo, et tercio, et cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti habet quantum secundus, et tercius, et quartus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Si comuniter auferantur secundus, et tercius, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, remanebit primus equalis de

$\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Si de reliquis inspexeris, inuenies, secundum habere $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; et tercium habere $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi. Et quartum $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij. Et inuenies similiter, quintum hominem habere $\frac{7}{8}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Et quoniam primus habet $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Et quartus habet $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij. Erunt ergo $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{30}{48}$, scilicet $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij. Nam $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{9}{14}$ bizantiorum ipsius; ergo primus habet $\frac{9}{14}$ bizantiorum secundi, et $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Et quoniam bizanthij tercij hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij erunt $\frac{3}{32}$ de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{3}{32}$ de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi. Nam $\frac{3}{32}$ de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi sunt $\frac{5}{64}$ bizantiorum ipsius, et $\frac{3}{32}$ de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{3}{224}$ bizantiorum ipsius ; ergo primus habet $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi , et $\frac{5}{64}$ bizantiorum suorum, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Quare si comuniter auferatur $\frac{5}{64}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Sed $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{21}{32}$ bizantiorum ipsius : ergo $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi sunt $\frac{21}{32}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Rursus quia bizantij secundi hominis sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi ; ergo $\frac{21}{32}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{21}{32}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti , et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi. Nam $\frac{21}{32}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti sunt $\frac{21}{40}$ bizantiorum ipsius; et $\frac{21}{32}$ de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi sunt $\frac{7}{64}$ bizantiorum ipsius ; ergo $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi sunt $\frac{21}{40}$, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{7}{64}$ bizantiorum suorum: quibus $\frac{7}{64}$ extractis de $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{52}{64}$, scilicet $\frac{13}{16}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{21}{40}$, et de $\frac{1}{5}$, scilicet de $\frac{29}{40}$ bizantiorum quinti. Quare reperies duos numeros, quorum $\frac{13}{16}$ unius sint $\frac{29}{40}$ alterius : multiplicabis ergo 16 per 29, et 40 per 13, et euitabis $\frac{1}{8}$ ex utraque multiplicatione, cum possibile sit; et habebis pro primo numero 58, et 65 pro secundo, scilicet pro bizantijs quinti hominis. Sed quia primo homini petitur $\frac{1}{6}$, ex qua in 58 non reperitur nisi $\frac{1}{2}$, multiplicabis utrumque numerum per 3, et habebis 174 pro bizantijs primi hominis, et 195 pro bizantijs quinti. Et quoniam bizantij primi hominis $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, si $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, scilicet 39, auferatur de bizantijs primi, scilicet de 174, remanebunt 135 pro $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti. Quare multiplicabis 135 per 4, et diuides per 3, exibunt 180 pro bizantijs quarti hominis. Item quia secundus habet $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, accipe $\frac{4}{5}$ de 195, scilicet 156, et adde cum $\frac{1}{6}$ de 174, scilicet cum 29 ; et habebis 185 pro bizantijs secundi hominis. Rursus quia tercius homo habet $\frac{5}{6}$ bizantiorum | primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi , accipe $\frac{5}{6}$ de 174, que sunt 145 , et adde ipsa cum $\frac{1}{7}$ de 185 ; et habebis $\frac{3}{7}$ 171 pro bizantijs tercij : qui cum non sint in integrum , multiplicabis omnes numeros inuentos per 7, et habebis pro bizantijs primi hominis 1218; et pro bizantijs secundi 1295; et pro bizantijs tercij 1200; et pro bizantijs quarti 1260; et pro bizantijs quinti 1365. Deinde, ut habeas pretium equi, adde bizantios primi cum bizantijs secundi, et cum bizantijs tercij, erunt 3713; cum quibus adde $\frac{1}{4}$ de bizantijs quarti hominis, scilicet 315, erunt bizantij 4028, qui sunt pretium equi.

(primi, et $\frac{1}{7}$. unusquisque ipsum » (fol. 104 *recto*, lin. 1-11, pag 244, lin. 35 — pag 245, lin. 6).

Primus
1218
Secundus
1295
tercius
1200
Quartus
1260
Quintus
1365
equus
4028

(fol. 104 *recto*.

Digitized by Google

Modus alius de tribus hominibus et uno equo, cum unusquisque petat reliquis per ordinem.

Sint iterum tres homines bizantios habentes, qui equum emere concupiscant. Et cum nullus illorum ipsum emere posset, primus petat reliquis duobus hominibus $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum. Et secundus petat $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum duorum hominum. Similiter et tercius petat $\frac{1}{5}$ reliquis; et sic proponat unusquisque ipsum emere equum. Describatur $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de positione prima, et extrahatur 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super que ponat ipsum 1 cum uirgula, ut faciant $\frac{1}{2}$. Item extrahatur 1, quod est super 4, de ipsis 4, remanent 3; super que ponatur ipsum 1 cum uirgula; et facient $\frac{1}{3}$. Rursus extrahe 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanent 4; super que pone 1 cum uirgula; et faciet $\frac{1}{4}$. Post hec pone in ordinem $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et uocentur de positione secunda. Et uide, in quo numero reperiantur ipse, scilicet in 12; que multiplica per 3 prime positionis, erunt 36; que diuide per 2 secunde positionis, exibunt 18, que serua. Item multiplica eadem 12 per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt 16. Item multiplica prescripta 12 per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt 15; que adde cum 18, et cum 16, erunt 49, que sunt summa bizantiorum illorum trium hominum. Deinde extrahatur unus homo de ipsis tribus, remanent 2; per que multiplica eadem 12, erunt 24: que extrahe de 49, remanent 25, que sunt pretium equi. Post hec multiplica prescripta 24 per 1, quod est super 2 secunde positionis, et diuide per ipsa 2, exibunt 12; que extrahe de 25, scilicet de pretio equi, remanent 13; et tot habuit primus. Item multiplica eadem 24 per 1, quod est super 3, eiusdem secunde positionis; et diuide per eadem 3, exibunt 8; a quibus usque in dicta 25 desunt 17; et tot habuit secundus: adhuc multiplica 24 per 1, quod est super 4, secunde positionis; et diuide per 4, exibunt 6; a quibus usque in 25 desunt 19; et tot habuit tercius.

« emere equum .... in ordinem » (fol. 104 recto, lin. 12-16; pag. 245, lin. 6 e 7-11).

positio prima		
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
positio secunda		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

« bizantiorum .... IIII.or homines » (fol. 104 recto, lin. 21-29; pag. 245, lin. 14-26).

Primus
13
Secundus
17
tercius
19
equus
25

De eodem inter .IIII.or homines.

Et si homines essent .IIII.or; et primus illorum peteret reliquis tribus medietatem suorum bizantiorum, et secundus peteret terciam reliquis, et tercius peteret quartam reliquis, et quartus peteret quintam reliquis; hanc enim positionem per suprascriptam regulam reperies, uidelicet ut describas in ordinem $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et uocabis eas de positione prima. Deinde extrahas figuram, que est super unamquamque uirgulam de figura, que est sub eadem uirgula, faciens ex eis secundam positionem sic: $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ 1. Deinde uideas de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ 1 in quo numero reperiantur, scilicet in 12. Quare multiplicabis 12 per 2 prime positionis, erunt 24; que diuide per 1 secunde, exibunt 24, que serua: et multiplica eadem 12 per 3 prime positionis; et diuide per 2 secunde, exibunt 18, que serua, multiplicans 12 per 4 prime positionis, et diuidens per 3 secunde, exibunt 16, que serua: et iterum multiplica 12 per 5 prime positionis, et diuides per 4 secunde, exibunt 15. Addes itaque 24, et 18, et 16, et 15, erunt 73, que sunt summa bizantiorum illorum | .IIII.or. hominum: deinde extrahe 1 de illis .IIII.or hominibus, remanent 3; per que multiplica 12 prescripta, erunt 36; que extrahe de 73, remanent 37; et tot ualuit equus. Deinde diuide prescripta 36 per 1 secunde positionis, exibunt 36; que extrahe de 37, remanet 1; et tot habuit primus. Postea uero accipe dimidium de 36 propter $\frac{1}{2}$ secunde positionis, scilicet 18, et extrahe de 37, remanent 19; et tot

« reliquis tribus .... multiplicabis 12 per » (fol. 104 recto, lin. 31-35; pag. 245, lin. 27-33 e 34).

positio prima			
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
Secunda			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

fol. 104 verso.

Digitized by Google

* iiii.or hominum remanet reliquis (Fol. 104 verso, lin. 1 10; pag. 245, lin. 39 — pag. 246, lin. 6.

Primus
1
Secundus
19
tercius
25
Quartus
28
Equus
37

habuit secundus. Similiter accipe $\frac{1}{3}$ de 36 pro ipsa $\frac{1}{3}$, que est in secunda positione. Et extrahe de 37, remanent 25; et tot habuit tercius. Rursus pro $\frac{1}{4}$, que est in secunda positione, accipe $\frac{1}{4}$ de 36, scilicet 9, que extrahe de 37, remanent 28; et tot habuit quartus. Nam si vnde hec regula procedat nosse uolueris, considera igitur, quia cum primus homo petat reliquis $\frac{1}{2}$ ipsorum bizantiorum, cum habeat ipsam medietatem, non habet amplius quam pretium equi; ergo remanet reliquis tribus, scilicet secundo, et tercio, et quarto a pretio equi usque in summa omnium bizantiorum illorum .iiii.or hominum. Et cum secundus habeat $\frac{1}{3}$ bizantiorum reliquorum trium hominum, et non habeat tunc nisi tantum pretium equi; ergo reliquis tribus, scilicet primo, et tercio et quarto remanet hoc idem, quod est inter pretium equi, et summam bizantiorum illorum .iiii.or. Similiter cum tercius homo habuerit $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum trium hominum; et habuerit tantum pretium equi, reliquis tribus, scilicet quarto, et primo, et secundo remanet illud idem, quod est a pretio equi usque in summa bizantiorum illorum .iiii.or Propter eandem primo, et secundo, et tercio remanet illud idem, quod est a pretio equi usque in summam prescriptam, uidelicet data quinta illorum bizantiorum quarto homini: ergo cum quilibet illorum petat, et sua petitione ab ipsis recepta, remanet eis una, et eadem quantitas, scilicet una, que est a pretio equi usque in summam omnium bizantiorum illorum .iiii.or hominum. Post hanc itaque considerationem describe petitiones eorum in ordinem sic: $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, de quibus superius fecimus primam positionem. Deinde considera, quam partem quilibet tres illorum tribuant suo petitori ex hoc, quod eis remanet; quod sic considerandum est. Cum secundus, et tercius, et quartus tribuant suo petitori, uidelicet primo, medietatem ipsorum bizantiorum; ergo, si ipsi habent duos bizantios, dant ei 1, et remanet eis alius: ergo tantum dant, quantum remanet eis. Quare scribitur superius in principio secunde positionis 1. Item cum tercius, et quartus, et primus tribuant secundo homini $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum, ut ipse petit eis; ergo si ipsi habent bizantios 3, dant ei 1 ex ipsis tribus bizantijs, et remanent eis 2: ergo dant medietatem eius, quod remanet eis. Quare describitur $\frac{1}{2}$ in secunda positione sub $\frac{1}{3}$ prime positionis, ut in descriptione ostenditur. Item cum quartus, et primus, et secundus tribuant tercio homini $\frac{1}{4}$ ipsorum bizantiorum, sicut ipse petit eis; ergo, si ipsi tres habent bizantios 4, dant ei 1 ex ipsis pro quarta parte, et remanent eis bizantij 3: ergo dant terciam ex eo, quod eis remanet. Quare describitur $\frac{1}{3}$ in secunda positione sub $\frac{1}{4}$ prime positionis. Rursus cum primus, et secundus, et tercius tribuant quarto homini $\frac{1}{5}$ bizantiorum eorum, ut ipse petit eis; ergo si ipsi tres habeant bizantios 5, dant ei 1 ex ipsis pro quinta parte, et remanent eis bizantij 4; ergo dant $\frac{1}{4}$ ex hoc, quod remanet eis. Et ideo describitur $\frac{1}{4}$ in fine secunde positionis, ut in prescripta descriptione demonstratur. Deinde quia manifestum est, residuum quod remanet quibuslibet tribus hominibus illorum post datam petitionem quesitam eorum petitori semper est idem. Ponamus ut ipsum residuum sit 12; ideo quia in 12 reperiuntur partes secunde positionis, scilicet $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ 1. Et quia iterum manifestum est, quod
Fol. 105 recto.
secundus, et tercius, et quartus homo | dant primo homini tantum quantum eis remanet; ergo si remansit eis 12, ut pro residuo quorumlibet illorum trium hominum posuimus, alia 12 ipsos dedisse necesse est: ergo ipsi tres habuerunt in principio bizantios 24; et hoc est quod in precedenti regula multiplicauimus 12 per 2 prime positionis, et diuisimus

Digitized by Google

per 1 secunde; et sic habuimus 24. Item quia tercius, et quartus, et primus homo dant secundo homini medietatem bizantiorum, qui ei remanent; ergo si remanent eis bizantij 12, ut positum est; et ei dederunt bizantios 6, scilicet medietatem de 12; ergo habuerunt in principio ipsi tres bizantios 18; et hoc est quod multiplicauimus in suprascripta regula 12 per 3 prime positionis, et diuisimus per 2 secunde, et habuimus 18. Rursus quia quartus, et primus, et secundus dant tercio homini tercium bizantiorum, quos eis remanet; ergo si remanent eis 12, ut prediximus, ei dederunt bizantios 4, scilicet terciam de 12: ergo habuerunt ipsi tres bizantios 16, quos habuimus superius, cum multiplicauimus 12 per 4 prime positionis, et diuisimus per 3 secunde: adhuc quia primus, et secundus, et tercius dant quarto homini quartam bizantiorum, quos eis remanent; ergo si remansit eis bizantij 12 vt ceteris quibuslibet tribus, et ei dederunt bizantios 3, scilicet $\frac{1}{4}$ de 12; ergo habuerunt ipsi tres bizantios 15 in principio, quod superius inuenimus, cum multiplicauimus 12 per 5 prime positionis, et diuisimus per 4 secunde: ergo cum addidimus bizantios 24, quos habent inter secundum, et tercium, et quartum hominem cum bizantijs 18, quos habent inter tercium, et quartum, et primum. Et cum bizantijs 16, quos habent inter quartum, et primum, et secundum. Et cum bizantijs 15, quos habent inter primum, et secundum, et tercium hominem, habuimus in summa bizantios 73. In qua summa, cum unusquisque ipsorum ter computatus sit pro eorum bizantiorum summa, terciam de bizantijs 73 habere necesse est. Ideo quia 73 triplum est summe eorum propter triplam computationem ipsorum. Sed quia $\frac{1}{3}$ de 73 sine rupto esse non potest, relinquimus 73 pro eorum summa, ut prediximus; et triplicamus residuum, scilicet 12; que triplicatio est 36, secundum quod superius inuenimus, quando multiplicauimus 12 per 3, scilicet per numerum .IIII.^{or} hominum prescriptorum, uno uidelicet ex eis extracto: ergo si summa eorum est 73; et residuum, quod remanet quibuslibet tribus eorum, est 36. Et prescriptum residuum, scilicet 36, distat pretium equi ad summam bizantiorum illorum, uidelicet a 73, ut superius demonstrauimus: ergo quot distant 36 a 73, scilicet 37, tot ualet equus. Vnde quia primus petit reliquis tantum quantum eis remanet; pro quo tanto in secunda positione 1 describitur; ergo quesiuit eis bizantios 36; a quibus usque in pretium equi, uidelicet in 37, deest 1; ergo tot habuit primus, quia addito ipso bizanthio cum bizantijs 36, quos querit reliquis, nimirum in pretium equi, scilicet in 37 ascendit. Item quia secundo homini datur ab alijs medietas predicti residui, scilicet 18; ergo oportet eum habere bizantios 19, uidelicet differentiam, que est a 18 usque in 37. Et hoc est cum in precedenti accepimus $\frac{1}{2}$ de 36 pro $\frac{1}{2}$ secunde positionis, extraximus ipsam medietatem, scilicet 18 de pretio equi, uidelicet de 37; et sic habuimus 19 pro bizantijs secundi. Rursus quia ad tercium hominem reliqui tres dant terciam de residuo eorum, uidelicet de 36; ergo dant ei 12; a quibus usque in 37 desunt bizantij 25; et tot oportet, ut habeat ipse: et hoc est quod superius fecimus, cum accepimus $\frac{1}{3}$ de 36, scilicet 12, et extraximus de 37. Et sic habuimus tunc 25 pro bizantijs tercij hominis. Adhuc quia quarto homini reliqui tres dant quartam residui eorum, uidelicet de 36; ergo dant ei 9; a quibus usque in bizantijs 37 desunt bizantij 28; et tot oportet habere quartum hominem. Et hoc est cum superius accepimus $\frac{1}{4}$ de 36, scilicet 9, et extraximus de 37; et tunc habuimus | similiter 28 pro bizantijs quarti hominis. Et sic fol. 103 recto.

Digitized by Google

per eandem considerationem poteris quaslibet similes questiones, siue trium, siue plurium facillime denodare. Sed quia nobis grauissimum est singula singulis demostrationibus demonstrare, alias huiusmodi questiones in sequentibus, secundum priorem datam regulam, te docebimus denodare.

Questio alia de .IIII.or hominibus.

« petat alijs .... 3, et semper » (fol. 105 verso, lin. 7-12, pag. 248, lin. 8-13).

Positio prima			
$\frac{6}{19}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$
Secunda			
$\frac{6}{13}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$

Proponamus enim aliam .IIII.or hominum questionem, ut que dicta sunt in suprascripta regula apertius intelligantur. Vt si dicatur: sunt .IIII.or homines equum emere uolentes. Et primus petat alijs tribus hominibus $\frac{2}{5}$ eorum bizantiorum. Et alter petat reliquis tribus $\frac{3}{8}$. Et tercius petat $\frac{4}{11}$. Quartus querat reliquis $\frac{6}{19}$. Descriptis itaque per ordinem $\frac{6}{19}\ \frac{4}{11}\ \frac{3}{8}\ \frac{2}{5}$, in quibus continetur prima positio. Et extrahatur unusquisque numerorum, qui sunt super uirgulis, de numero ei existenti sub uirgula, idest 2 de 5, et 3 de 8, et 4 de 11, et 6 de 19, remanebunt 3, et 5, et 7, et 13, super quibus ponantur uirgule, et super 3 ponantur 2, et super 5 ponantur 3, et super 7 ponantur 4, et super 13 ponantur 6; et habebuntur pro secunda positione $\frac{6}{13}\ \frac{4}{7}\ \frac{3}{5}\ \frac{2}{3}$, que sunt partes per ordinem, que dant tres homines eorum petitori de hijs, que remanent eis, sicuti in precedenti demonstratione demonstrauimus. Et pone secundam positionem sub prima, ut inferius ostenditur. Deinde uide, in quo numero ipsi rupti secunde positionis reperiantur: reperiuntur enim in 1365: deinde multiplica 1365 per 5, que sunt sub prima uirgula prime positionis; et diuide per 3, que sunt sub prima uirgula secunde positionis, exibunt 2275, que serua. Iterum multiplica 1365 per 8 de prima positione; et diuide per 5, exibunt 2184. Rursus multiplica 1365 per 11 prime, et diuide per 7 secunde, exibunt 2145. Adhuc multiplica 1365 per 19, et diuide per 13, exibunt 1995; que adde cum 2275, et cum 2184, et cum 2145, erunt 8599, que sunt summa cunctorum bizantiorum illorum. Postea quia homines sunt .IIII.or; et unus illorum semper petit reliquis, extrahatur 1 de 4, remanent 3, in quibus multiplicetur 1365, erunt 4095; qui numerus est illud residuum, quod semper remanet quibuslibet tribus illorum. Post emptionem equi, que extrahantur de 8599, remanet 4504 pro pretio equi. Deinde ut habeas bizanthios primi hominis, pro $\frac{2}{3}$, que sunt in secunda positione accipe $\frac{2}{3}$ de 4095, exibunt 2730; que extrahe de pretio equi, scilicet de 4504, remanent 1774; et tot habuit primus. Item ut habeas bizantios secundi, accipe $\frac{3}{5}$ de 4095 pro $\frac{3}{5}$, que sunt in secunda positione, erunt 2457; que extrahe de 4504, remanent 2047; et tot habuit secundus. Rursus pro $\frac{4}{7}$ secunde positionis accipe $\frac{4}{7}$ de 4095, que sunt 2340, et extrahe ea de 4504, remanent 2164; et tot habuit tercius. Iterum accipe $\frac{6}{13}$ de 4095, que sunt 1890, et extrahe ea de 4504, remanent 2614; et tot habuit quartus. Possumus hoc idem per aliam regulam promtius operari, uidelicet cum secundus homo, et tercius, et quartus dant primo $\frac{2}{5}$, remanent eis $\frac{3}{5}$ bizantiorum suorum; que $\frac{3}{5}$ sunt residuum, quod est a pretio equi in summam bizantiorum .IIII.or hominum. Item cum reliqui dant secundo $\frac{3}{8}$, remanent eis $\frac{5}{8}$ bizantiorum, que sunt idem residuum. Rursus cum | reliqui dant tercio $\frac{4}{11}$, remanent eis $\frac{7}{11}$ pro eodem residuo. Adhuc cum reliqui dant quarto homini $\frac{6}{19}$, remanent eis pro residuo suprascripto $\frac{13}{19}$: ergo $\frac{3}{5}$ bizantiorum secundi, et tercij, et quarti sunt quantum $\frac{5}{8}$ bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis; et quantum $\frac{7}{11}$ quarti, et primi, et secundi; et quantum $\frac{13}{19}$ bizantiorum primi, secundi, et tercij hominis. Quare reperiendi sunt .IIII.or numeri, quorum $\frac{3}{5}$ primi sint quantum

« qui numerus est .... bizantiorum illorum » (fol. 105 verso, lin. 26-37; pag. 248, lin. 26-36).

Equus
4504
primus
1774
Secundus
2047
tercius
2164
Quartus
2164

fol. 106 recto

Digitized by Google

$\frac{5}{6}$ secundi, et quantum $\frac{7}{11}$ tercij, et quantum $\frac{12}{19}$ quarti numeri. Erunt 2275, et 2184, et 2145, et 1995, sicut in secunda parte huius capituli similes proportiones docuimus inuenire. Ex quibus .iiij.^{or} numeris primus est summa bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Secundus numerus tercij, et quarti, et primi hominis. Tercius numerus est summa quarti, et primi, et secundi hominis. Quartus numerus est summa bizantiorum primi, et secundi, et tercij hominis. Quare ipsi .iiij.^{or} numeri in unum coniuncti reddunt 8599; qui numerus est triplum summe bizantiorum ipsorum .iiij.^{or}; cum quilibet ipsorum sit ter in ipso computatus. Quare summa ipsorum .iiij.^{or} est tercia pars ipsius numeri. Sed cum iste numerus per ternarium integre non diuidatur, et nos uelimus sanos omnes habere numeros; retinemus 8599 pro summa ipsorum .iiij.^{or}. Quare tres illorum per ordinem habebunt triplum dictorum numerorum, scilicet secundus, et tercius, et quartus homo 6825; tercius, et quartus, et primus 6552. Quartus, et primus, et secundus 6435; primus, et secundus, et tercius 5985. Et quoniam summa ipsorum .iiij.^{or} est 8599; de qua secundus, et tercius, et quartus homo habent 6825; ergo residuum, quod est inter utrumque, scilicet 1774, habet primus; propter quod si extraxerimus 6552 de 8599, remanent pro bizantijs secundi hominis 2047. Similiter extracto tercio, et quarto numero de 8599, remanent tercio homini 2164; quarto 2614. Et ut habeamus pretium equi, multiplica 3, que sunt super 5, per 5, que sunt super 8; et hoc totum per 7, que sunt super 11; que per 13, que sunt super 19, erunt 1365; que triplica, sicut alios numeros triplicasti, erunt 4095, que est summa predicti residui: quibus extractis de 8599, remanent pro pretio equi 4504, ut per aliam regulam inuenimus. Et nota, quod per hanc regulam omnes illas poteris soluere questiones, in quibus unus petit ab omnibus alijs sibi suorum bizantiorum partem aliquam, uel partes exhiberi. Et si primus peteret reliquis $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{7}{12}$; et secundus $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{9}{20}$; et tercius $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{30}$; et quartus $\frac{1}{7}\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{13}{42}$. Inuenies ordine suprascripto, primum habere 1376; secundum 54272; tercium 76022; quartum 87902; et pretium equi esse 128657.

Questio nobis proposita a peritissimo magistro musco constantinopolitano in constantinopoli.

Item quinque homines bizantios habentes nauem emere uoluerunt; quorum primus petit $\frac{1}{5}\frac{2}{3}$ reliquis .iiij.^{or} ipsorum bizantiorum. Secundus petit $\frac{1}{480}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$; tercius petit reliquis $\frac{1}{638}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$; quartus petit $\frac{1}{420}\frac{1}{7}\frac{2}{3}$. Quintus petit reliquis $\frac{1}{810}\frac{1}{27}\frac{1}{10}\frac{2}{3}$. Quam questionem ita ad suprascriptam regulam reducere studui. Quia primus petijt $\frac{1}{5}\frac{2}{3}$, ipsas duas uirgulas in unam uirgulam reduxi sic quod uidi de $\frac{1}{5}\frac{2}{3}$, in quo numero reperirentur, uidelicet in 15; et accepi de $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et $\frac{1}{5}$ de 15, que est 3; et iunxi insimul, et fuerunt $\frac{13}{15}$. Item eademque ratione de $\frac{1}{480}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$, que petijt secundus, feci aliam uirgulam, que est $\frac{401}{480}$. Iterum de $\frac{1}{638}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$ feci aliam uirgulam, scilicet $\frac{799}{957}$. Rursus | $\frac{1}{420}\frac{1}{7}\frac{2}{3}$ quia quarti petitionem redigi in unam uirgulam, scilicet in $\frac{341}{420}$. Adhuc redigi minuta petitionis quinti hominis, scilicet $\frac{1}{810}\frac{1}{27}\frac{1}{10}\frac{2}{3}$ in aliam uirgulam, scilicet in $\frac{326}{405}$, et posui per ordinem $\frac{326}{405}$ $\frac{341}{420}$ $\frac{799}{957}$ $\frac{401}{480}$ $\frac{13}{15}$; et habui eos pro prima positione. Deinde extraxi 13 de 15, remanserunt 2; super que posui 13 cum uirgula sic: $\frac{13}{2}$, quamuis non sit maior numerus super uirgulam ponendus. Item extraxi 401 de 480, remanent 79; super que posui 401 cum uirgula sic: $\frac{401}{79}$. Item extraxi 799 de 957, remanserunt 158; super

fol. 106 verso

$\frac{1}{420}\frac{1}{7}\frac{2}{3}$ ... super que (fol. 106 verso, lin. 1-8; pag. 249, lin. 37 e 38—pag. 250, lin. 1-2)

positio prima				
$\frac{326}{405}$	$\frac{341}{420}$	$\frac{799}{957}$	$\frac{401}{480}$	$\frac{13}{15}$
Secunda				
$\frac{326}{79}$	$\frac{341}{79}$	$\frac{799}{158}$	$\frac{401}{79}$	$\frac{13}{2}$

Digitized by Google

quem posui 799 cum uirgula $\frac{779}{158}$. Rursus minui 341 de 420, remanserunt 79; super que posui 341 sic: $\frac{341}{79}$. Adhuc extraxi 326 de 405, remanserunt 79; super que posui 326 sic: $\frac{326}{79}$. Postea posui ex parte sub prima positione $\frac{326}{79}$ $\frac{341}{79}$ $\frac{779}{158}$ $\frac{401}{79}$ $\frac{15}{2}$. Et habui eas pro secunda positione, ut hic ostenditur. Deinde inueni 158, in quibus reperiuntur omnes rupti secunde positionis; et multiplicaui ipsa 158 per 15 prime positionis, et diuisi per 2, que sunt sub prima uirgula secunde positionis, exierunt 1185: adhuc multiplicaui 158 per 480, et diuisi per 79, hoc est duplicaui 480, et habui 960. Item multiplicaui prescripta 158 per 957 prime, et diuisi per 158, exierunt inde 957. Rursus multiplicaui eadem 158 per 420, et diuisi per 79, que sunt sub 341, exierunt 840. Et adhuc multiplicaui 158 per 405 prime positionis, et diuisi per 79, que sunt sub 326 secunde, exierunt 810: cum quibus iunxi 1185, et 960, et 957, et 840 modo inuentis, fuerunt 4752; que cum debui habere pro summa cunctorum bizantiorum illorum quinque hominum, et multiplicare 158 per numerum hominum, uno inde extracto, scilicet per 4, reliqui quod non multiplicaui 158 per 4, sed seruaui ea pro residuo, quod remanet semper .IIII.^{or} hominibus. Post emptionem nauis, ideo quia bizantij 4752 integraliter per prescripta 4 diuidi possunt. Vnde diuisi 4752 per 4, exierunt bizantij 1188, quos habuimus pro summa illorum quinque hominum; ex quibus extraxi seruatum residuum, scilicet 158, remanserunt pro pretio nauis bizantij 1030: deinde ut haberem bizantios primi hominis, accepi $\frac{15}{2}$ de 158, hoc est quod multiplicaui 158 per 15, et diuisi per 2, exierunt 1027; que extraxi de pretio nauis, scilicet de 1030, remanserunt bizantij 3; et tot habuit primus. Deinde ut haberem bizantios secundi, multiplicaui 158 per 401, que sunt super 79, et diuisi per ipsum 79; et hoc est quod accepi $\frac{401}{79}$ de 158, que sunt 802, que extraxi de 1030, remanserunt bizantij 228; et tot habuit secundus. Item ut haberem bizantios tercij hominis, accepi $\frac{799}{158}$ de 158, uidelicet de prescripto residuo, fuerunt itaque 799; que extraxi de 1030, remanserunt bizantij 231; et tot habuit tercius. Iterum accepi $\frac{341}{79}$ de 158 sic quod diuisi 158 per 79, exierunt 2; que multiplicaui per 341, et habui 682; que extraxi de 1030 predictis, remanserunt 348; et tot habuit quartus. Similiter accepi $\frac{326}{79}$, scilicet quintam uirgulam secunde positionis de 158, et fuerunt 652; que extraxi de 1030, remanserunt 378; et tot habuit quintus.

« remanserunt ... et tot habuit » (fol. 106 verso, lin. 25 e 26-28; pag. 250, lin. 18-21)

Nauis
1030

« primus. Deinde ... bizantiorum » (fol. 106 verso, lin. 29-39; pag. 250, lin. 21-32)

Primus
3
Secundus
228
Tercius
231
Quartus
348
Quintus
378

Modus alius de quinque hominibus in emptione unius equi.

Item homines sint quinque, quorum primus, et secundus petunt reliquis tribus $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum.| Secundus uero, et tercius petunt reliquis $\frac{1}{3}$. Tercius, et quartus petunt reliquis $\frac{1}{4}$. Quartus, et quintus petunt reliquis $\frac{1}{5}$. Quintus, et primus petunt reliquis $\frac{1}{6}$; et sic proponunt ipsum equum emere. Quamuis duo illorum insimul petant, tamen non dissimilatur hec questio a suprascriptis, in quibus unus petit omnibus reliquis: quare pones in ordinem petitiones ipsorum, sicut in margine cernitur; et uocabis ipsas primam positionem, sub qua describas secundam positionem; et multiplicabis singulariter 60, in quibus reperiuntur rupti secunde positionis per numeros, qui sub uirgulis sunt prime, scilicet per 2, et per 3, et per 4, et per 5, et per 6; et diuides primam multiplicationem per 1 secunde positionis; secundam per 2; terciam per 3. Quartam per 4. Quintam per 5, ut superius fecimus in questione .IIII.^{or} hominum, et trium; et habebis 120, et 90, et 80, et 75, et 72: quibus omnibus insimul iunctis, faciunt 437, in quibus unusquisque ipsorum ter computatus est; cum duo illorum semper

fol. 107 recto.

« petunt reliquis ... primam » (fol. 107 recto, lin. 2-7; pag. 250, lin. 33-40)

Positio prima				
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
Secunda				
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

Digitized by Google

per ordinem petant reliquis: quare cum 437 integraliter non diuidatur per 3, triplicabis residuum, quod remanet tribus illorum per ordinem post dationem, quam dant suis petitoribus; quod residuum est 60: quibus triplicatis, faciunt 180; que sunt residuum, quod remanet tribus illorum per ordinem post emptionem equi; cum summa quinque hominum fuerit 437. Quare extracto residuo suprascripto a summa, scilicet 180 de 437, remanent pro pretio equi bizantij 257. Et quia tercius, et quartus, et quintus dant suis petitoribus, scilicet primo, et secundo, quantum eis remanet, scilicet 180, extrahes 180 de pretio equi, remanebunt 77; et tot bizantios habent inter primum, et secundum hominem. Item quia quartus, et quintus, et primus homo dant secundo, et tercio medietatem dicti residui, ut in secunda positione cernitur, extrahes dimidium residui, scilicet 90, de pretio equi, remanebunt pro bizantijs secundi, et tercij 167: eademque ratione, extracta $\frac{1}{3}$, et $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{5}$ eiusdem residui, scilicet 60, et 45, et 36, de pretio equi, remanebunt pro bizantijs tercij, et quarti 197; et pro bizantijs quarti, et quinti 212; et pro bizantijs quinti, et primi 221: et ut separentur bizantij uniuscuiusque ad inuicem, adde 77 primi, et secundi cum bizantijs 197 tercij, et quarti, et cum 221 quinti, et primi, erunt 495; in quibus 495 primus bis computatus est. Est enim summa quinque hominum 437: ergo differentiam, que est a 437 usque in 495, scilicet 58, habet primus homo: quibus 58 extrahens de bizantijs primi, et secundi hominis, scilicet de 77, remanebunt secundo homini bizantij 19: quibus extractis de bizantijs secundi, et tercij, scilicet de 167, remanent 148 pro bizantijs tercij hominis: quibus extractis de bizantijs tercij, et quarti hominis, scilicet de 197, remanent 49 quarto homini: quibus extractis de bizantijs quarti, et quinti hominis, scilicet de 212, remanebunt quinto homini 163; quibus additis cum bizantijs 58 primi hominis inuentis, reddunt 221, ut pro bizantijs quinti, et primi inuenimus. Vnde hec questio solubilis est: possemus enim ponere in similibus questionibus, ut plures quam duo peterent reliquis suas petitiones, quas solueres ordine suprascripto: et scias, quia si homines fuerint pares; et duo, uel plures per ordinem petant reliquis, erunt questiones eorum quandoque solubiles, quandoque non: quare ponamus unam questionem insolubilem, et aliam solubilem de .IIII.^{or} hominibus, ut habeas melius notitiam cognoscendi solubiles ab insolubilibus.

« faciunt 180 .... dant suis » (fol. 107, recto, lin. 12 e 14-16; pag. 251, lin. 3-7).

Equus
257

« tercij, et quarti .... non, quare » (fol. 107 recto, lin. 22-33, pag. 251, lin. 13-28.

primus
58
Secundus
19
tercius
148
Quartus
49
Quintus
163

Questio insolubilis.

Sint ergo .IIII.^{or} homines, quorum primus, et secundus petant reliquis $\frac{1}{2}$. Secundus et tercius reliquis $\frac{1}{3}$. Tertius, et quartus $\frac{1}{4}$; quintus et primus petant reliquis $\frac{1}{5}$. Inuenies per primam, et secundam positionem, quod summa eorum est 73; et residuum, quod remanet duobus illorum per ordinem, est 24: quibus extractis de 73, remanent 49 pro pretio equi: et quia tercius, et quartus | dant primo, et secundo tantum quantum eis remanet, scilicet 24; cum quibus 24 primus, et secundus habent 49; ergo primus, et secundus habent 25: similiter quia primus, et quartus dant tercio, et secundo dimidium residui, scilicet 12, extrahe 12 de 49, remanent 37 pro bizantijs secundi, et tercij. Item extrahe 8, scilicet $\frac{1}{3}$ de 24, de 49, remanent 41 pro bizantijs tercij, et quarti; quod est impossibile: est enim summa eorum 73, ex quibus primus, et secundus habent 25; quare tercius, et quartus deberent habere 48, scilicet residuum, quod est a 25 usque in 73: uel aliter: quia primus, et secundus petunt tercio, et quarto $\frac{1}{2}$;

fol. 107 verso.

Digitized by Google

et tercius, et quartus petunt primo, et secundo $\frac{1}{4}$. Ideo inuenias, que partes sunt pretium equi ex summa hominum .IIII.^{or}; quas inuenies inuentis bizantijs primi 7, et secundi, et tercij, et quarti, tamquam essent bizantij duorum hominum, quod demonstrauimus in regula duorum hominum, scilicet pone, quod primus, et secundus sint unus homo; et tercius, et quartus sint alius; et tunc petat primus secundo $\frac{1}{2}$; et secundus primo $\frac{1}{4}$: quare primus, scilicet inter primum, et secundum habent 4; secundus, scilicet inter tercium, et quartum 6; et precium equi est 7 : ideo quia addito dimidio de 6 super 4, uel $\frac{1}{4}$ de 6 super 6, faciunt 7 ; que 7 de 4 , et de 6 insimul iunctis sunt $\frac{7}{10}$: ergo precium equi est $\frac{7}{10}$ de summa illorum .IIII.^{or}: deinde uideas, que partes sint precium equi ex eadem summa secundum petitiones, quas petunt secundus, et tercius quarto, et primo; et quartus, et primus secundo et tercio. Nam secundus, et tercius petunt quarto, et primo $\frac{1}{3}$; et quartus, et primus petunt secundo, et tercio $\frac{1}{5}$. Vnde per regulam duorum hominum predictam inuenies, secundum, et tercium habere 5; quartum et primum 6; pretium equi 7; quod precium, scilicet 7, de 5, et de 6, scilicet de 11, sunt $\frac{7}{11}$: ergo precium equi de summa .IIII.^{or} hominum est $\frac{7}{11}$. Inuenimus enim primum, ipsum pretium esse $\frac{7}{10}$ de eadem summa, quod est inconueniens: insolubilis est ergo questio ista; quare ponamus aliam questionem solubilem, in qua primus, et secundus petant reliquis $\frac{1}{2}$; secundus, et tercius $\frac{3}{7}$; tercius, et quartus $\frac{3}{11}$; quartus et primus petant reliquis $\frac{5}{13}$: hanc enim questionem, qualitercumque per istos duos modos considerabis, inuenies eam solubilem esse. Vnde si processeris secundum quod doctum est, donec bizantios omnes duorum illorum per ordinem habueris, inuenies quod primus, et secundus habent 11; inter secundum, et tercium 13; inter tercium, et quartum 16; inter quartum, et primum 14; et precium equi est 19. Nam in separatione unius ab altero nil aliud dicendum est, nisi quod de bizantijs 11, quos habent inter primum, et secundum, habeat primus homo quantum uis, ut dicamus 5; quare secundus habet 6; tercius 7, cum habeat cum secundo 13; et quartus 9, cum habeat 16 cum tercio; quibus 9 additis cum 5 primi hominis, faciunt 14, ut pro summa quarti, et primi hominis reperta erant.

Questio solubilis, cum homines sint 7.

Et si homines essent 7; et primus, et secundus, et tercius querant reliquis $\frac{1}{2}$; secundus uero, et tercius, et quartus petant reliquis $\frac{1}{3}$; tercius, et quartus, et quintus petant $\frac{1}{4}$; quartus, et quintus, et sextus $\frac{1}{5}$; quintus, sextus, septimus $\frac{1}{6}$; sextus, septimus, primus $\frac{1}{7}$. Septimus, primus, et secundus reliquis .IIII.^{or} $\frac{1}{8}$ bizantiorum suorum; et preponat emere ipsum equum : posita positione prima sub secunda, tunc 420. In quibus inueniuntur ruptos secunde positionis multiplica per 2 prime ; et diuide per 2 secunde, erunt 840. Item multiplica 420 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, hoc est $\frac{1}{2}$ de 420 multiplica per 3 , erunt 630. Similiter terciam de 420 multiplica per 4, et quartam per 5, et quintam per 6, et sextam per 7, et septimam per 8, erunt et 560, et 525, et 504, et 490, et 480; quibus iunctis cum 630, et cum 840 , erunt in summa bizantiorum ipsorum 4029. Et quia semper petitur quatuor ipsorum. Vnusquisque quater computatur in dicta summa. Vnde multiplica 420 per 4, erunt 1680 pro residuo illorum .IIII.^{or}; quibus extractis de 4029 , remanent pro pretio equi bizantij
fol. 108 recto. 2349: deinde diuide 1680 per 1 pri|me positionis, et extrahe de 2349, remanent primo,

Digitized by Google

et secundo, et tercio 669. Item extrahe de 2349 medietatem, et terciam, et quartam, et quintam, et sextam, et septimam de 1680, scilicet 840, et 560, et 420, et 336, et 280, et 240, remanebunt secundo, et tercio, et quarto bizantij 1509. Tercio, quarto, et quinto 1789. Quarto, quinto, sexto 1929. Quinto, sexto, septimo 2013. Sexto, septimo, primo 2069. Septimo, primo, secundo 2109: deinde ut separentur ab inuicem, iunge bizantios secundi, tercij, et quarti cum bizantijs quinti, sexti, septimi, 1509 cum 2013, erunt 3523; quos extrahe de summa illorum omnium, scilicet de 4029, remanent primo homini bizantij 507. Item addit bizantios tercij, et quarti, et quinti cum bizantijs sexti, septimi, primi; et extrahe summam eorum de 4029, remanent secundo homini bizantij 171: quibus iunctis cum 507 primi, reddunt pro bizantijs primi, et secundi 678; que sunt 9 plus de bizantijs primi, et secundi, et tercij: quare tercius homo habet debitum ipsos 9, vel hec questio est insolubilis: sit itaque solubilis cum debito tercij hominis; deinde ut habeamus bizantios quarti, extrahe debitum tercij, scilicet 9, de bizantijs secundi, scilicet de 171, remanent 162: ergo secundus, et tercius habent 162; quibus extractis de bizantijs secundi, et tercij, et quarti, scilicet de 1509, remanent quarto 1347; de quibus extractis 9, uidelicet debitum tercij, habebunt inter tercium, et quartum 1338; quibus usque in bizantijs tercij, et quarti, et quinti, scilicet in 1789, sunt 451; et tot habet quintus: quibus iunctis cum bizantijs quarti, et extractis de bizantijs quarti, et quinti, et sexti, scilicet de 1929, remanent sexto homini 131; quibus etiam et bizantijs quinti extractis de 2013 quinti, sexti, et septimi, habebit septimus 1431. Sine debito enim alicuius illorum soluitur ordine modi suprascripti, cum primi tres petant reliquis tercium, secundi $\frac{1}{4}$. Tercij $\frac{1}{5}$, alij $\frac{1}{6}$, alij $\frac{1}{7}$, alij $\frac{1}{8}$, alij $\frac{1}{9}$: habet enim primus 1077; secundus 717; tercius 489; quartus 1637; quintus 907; Sextus 657. Septimus 1749; et equus ualet 3963.

• 2349 medietatem . . . remanent secundo » (fol. 108 recto, lin. 2-9 e 10; pag. 253, lin. 1-10).

prima						
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	

Secunda							
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

De duobus hominibus et duobus equis.

Item duo homines bizantios habentes, qui duos equos emere uolebant, quorum secundus ualebat bizantios 2 magis primo. Vnde primus sic loquitur secundo: Si dares mihi tercium tuorum bizantiorum, primum equum emerem. Cui alter Respondit: et tu si dares mihi $\frac{1}{4}$ tuorum bizantiorum, secundum equum emerem, scilicet cariorem: queritur quantitas bizantiorum illorum, nec non et pretium uniuscuiusque equi: hec enim questio per suprascriptam unius equi regulam soluitur, uidelicet, ut ponas primum petitiones ipsorum in ordinem sic: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, que uocantur de descriptione prima, ut supradiximus: deinde extrahe 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super quem pone uirgulam, et 1 sic $\frac{1}{2}$, hoc est quod secundus homo dat primo dimidium de hoc, quod ei remanet. Similiter facies de $\frac{1}{4}$, et habebis $\frac{1}{3}$: quia primus dat secundo de hoc, quod ei remanet. Quare describes $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, scilicet secundam positionem sub prima, ut hic ostenditur: deinde reperias duos numeros, quorum secundus sit 2, minor primo, sicuti primus equus ualet 2, minus secundo. Et primus numerus illorum diuidatur integraliter per 2 secunde positionis. Et alter diuidatur per 3 eiusdem positionis. Sintque numeri illi 8, et 6; et erunt 8 residuum, quod remanet secundo homini post quam dederit primo terciam partem suorum bizantiorum; et 6 erit residuum primi hominis: quare multiplicabis 8 predicta per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij 12; et tot habuit secundus. Item multiplica residuum primi hominis, scilicet

« mihi $\frac{1}{4}$ tuorum . . . Quare describes » (fol. 108 recto, lin. 25-30; pag. 253, lin. 29-36).

positio prima	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
Secunda	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

6, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 8; et tot habuit primus. Nam ut habeas precium equorum, adde bizantios illorum, scilicet 8 cum 12, erunt 20; de quibus extrahe residuum secundi hominis, uide|licet 8, remanent 12 pro pretio primi equi. Item extrahe de eisdem 20 residuum primi hominis, videlicet 6 remanent 14 pro precio secundi equi.

fol. 108 verso

De tribus hominibus, et totidem equis.

Item homines sint 3, et equi sint similiter 3; et secundus equus ualeat bizantios 2, magis primo. Et tercius ualeat bizantios 2, magis secundo. Et primus homo petat reliquis duobus $\frac{1}{5}$ suorum bizantiorum; et preponat emere primum equum. Secundus itaque petat $\frac{1}{4}$, et secundum equum emere preponat. Tertius uero petat reliquis $\frac{1}{3}$; et tercium equum emere preponat: descriptis $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ pro prima positione, et $\frac{1}{6}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ pro secunda, ut ostenditur; tunc reperies tres numeros, quorum secundus sit 2, minor primo; et tercius sit 2, minor secundo, propter differentiam pretiorum equorum. Et maior ipsorum, cum possibile sit, diuidatur integraliter per 2 prime positionis. Secundus uero per 3, minor uero per 4. Sintque 20, et 18, et 16; quorum primus, scilicet 20, erit residuum secundi, et tercij. Secundus uero, scilicet 18, erit residuum tercij, et primi. Minor itaque, scilicet 16, erit residuum, quod remanet primo, et secundo homini. Deinde multiplica residuum secundi, et tercij hominis, scilicet 20, per 3 prime positionis; et diuide per 2 secunde, exibunt 30; et tot habuerunt inter secundum, et tercium hominem. Item multiplica residuum tercij, et primi hominis, scilicet 18, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 24; et tot habuerunt inter tercium, et primum hominem. Rursus multiplica 16, que sunt residuum secundi, et primi hominis per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt bizantij 20; et tot habuerunt inter secundum, et primum hominem: quibus additis cum bizantijs 24, quos habent inter tercium, et primum hominem. Et cum bizanthijs 30, quos inter tercium, et secundum habuerunt, erunt bizanthij 74; in quibus cum unusquisque ipsorum bis computatus sit; ergo dimidium ipsorum, scilicet 37, erit summa bizanthiorum illorum trium hominum; ex quibus extractis bizanthijs 30, quos habent inter secundum, et tercium hominem, remanent primo homini bizantij 7. Similiter extractis de 37 bizantijs 24, quos habent inter tercium, et primum hominem, remanent secundo bizantij 13. Rursus extractis bizanthijs 20, quos habent inter secundum, et primum hominem ex illis bizantijs 37, remanebunt tercio homini bizantij 17. Post hec adde cum bizantijs 7 primi hominis terciam bizanthiorum reliquorum duorum hominum, uidelicet de 30, habebis pro pretio primi equi bizantios 17. Quare pretium secundi erit bizantij 19, hoc est bizantij 2, magis pretio primi. Et pretium tercij erit bizantij 21.

(Et tercius habet ... scilicet 18 (fol. 108 verso, lin. 2 a 29; pag. 254, lin. 8-46))

positio prima		
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
Secunda		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(exibunt bizantij .... 19 hoc e... (fol. 108 verso, lin. 14-24; pag. 254, lin. 21-34))

primus
7
Secundus
13
tercius
13
primus equus
17
Secundus
19
tercius
21

De quatuor hominibus et totidem equis, cum unusquisque petat reliquis.

Item homines sint 4, et equi similiter sint 4. Et secundus ualeat bizantios 3, magis primo. Tercius ualeat bizantios 4, magis secundo. Quartus itaque ualeat bizantios 5, magis tercio. Vnde primus homo petat reliquis tribus tercium bizanthiorum ipsorum; et proponat, primum equum emere. Secundus itaque petat $\frac{1}{4}$ reliquis; et proponat, secundum equum emere. Tercius quoque petat $\frac{1}{5}$; et proponat emere tercium equum. Quartus namque petat $\frac{1}{6}$ reliquis tribus; et proponat quartum equum emere. Et ut que de equis dicta sunt melius intelligi possint, singula huius positionis singulariter

Digitized by Google

proposui demonstrare. Quia primus, habita $\frac{1}{3}$ bizanthiorum reliquorum trium, habet pretium tantum primi equi; ergo precium primi equi cum residuo illorum trium, scilicet secundi, et tercij, et quarti hominis est quantitas omnium bizanthiorum illorum .IIII.^{or} hominum; quod residuum uocabis primum. Propter eamdem ergo, cum secundus petat $\frac{1}{4}$ reliquis, et habeat tunc pretium tantum secundi equi; ergo pretium secundi equi cum residuo reliquorum trium, scilicet tercij, et quarti, et primi hominis est eadem quantitas bizanthiorum illorum .IIII.^{or} hominum; quod residuum uocabis secundum. Et quia secundus equus ualet bizantios 3, magis primo; ergo secundum residuum est minus bizantijs 3 primi residui. Item quia tercius homo petit $\frac{1}{5}$ reliquis, cum qua tantum habet pretium tercij equi; ergo pretium tercij equi cum residuo | quarti, et primi, et secundi hominis est illa eadem suprascripta quantitas bizantiorum illorum, quod uocabis tercium. Et quia tercius equus ualet bizantios 4, magis secundo; ergo tercium residuum est bizantij 4, minus secundo residuo: propter eamdem ergo et quartum residuum, scilicet primi, et secundi, et tercij hominis, est bizantij 5, minus tercio residuo. Ideo quia pretium quarti equi est bizantij 5, magis pretio tercij: hijs itaque intellectis, describe primam positionem, scilicet petitiones eorum in ordinem sic: $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$; deinde studeas inuenire minuta secunde positionis, hoc est $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et scribe ea sub minutis prime positionis. Ideo quia sunt partes per ordinem posite, quas tres illorum dant eorum petitori de eorum residuo. Verbi gratia. Si primus habuerit $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis; et ipsi habeant bizantios 3; ergo dederunt ei bizantium 1; et ex ipsis tribus remanebunt eis bizantij 2; ergo dat ei $\frac{1}{2}$ ex eorum residuo. Quare $\frac{1}{2}$ describitur in capite secunde positionis; et sic intelligas de $\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$, que scribuntur in eadem positione. Post hec pro .IIII.^{or} inequalibus residuis ponas .IIII.^{or} inequales numeros, secundum eorum inequalitatem, hoc est quod secundus sit 3, minor primo; et tercius sit 4, minus secundo; et quartus sit 5, minor tertio. Et maior ipsorum, si possibile fuerit, diuidatur integraliter per 2. Secundus per 3. Tercius per 4. Quartus per 5, secunde uidelicet positionis. Sed cum possibile non sit, pones eos secundum quod tibi melius uidebitur. Sitque primus illorum numerorum 27, qui minime per 2 integraliter diuiditur. Secundus sit 24, qui per 3 integraliter potest diuidi. Tercius sit 20, qui per 4 integram recepit diuisionem. Quartus autem, cum sit 5 minus tercio, scilicet de 20, ipsum 15 fore necesse est. Quibus per ordinem sub secunda positione descriptis, ut hic ostenditur. Considerabit qualiter secundus, et tercius, et quartus homo dat primo homini $\frac{1}{2}$ eorum residui; quod residuum superius primum esse determinauimus; pro quo etiam posuimus 27: ergo dant ei $\frac{1}{2}$ 13, quibus additis cum 27, reddunt bizantios $\frac{1}{2}$ 40 pro quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Vel aliter: multiplica ipsa 27 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt similite   ntij $\frac{1}{2}$ 40 pro eorumdem quantitate. Item quia tercius, et quartus, et primus homo dant secundo homini $\frac{1}{3}$ eorum residui, scilicet secundi, pro quo posuimus 24, scilicet 3, minus primi residui; ergo dederunt ei bizantios 8; quibus additis cum bizantijs 24, erunt bizantij 32; qui sunt quantitas bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis. Vel aliter: multiplica 24 per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt similiter bizantij 32. Eademque ratione tercium residuum, uidelicet quarti, et primi, et secundi hominis, id est 20 per 5 prime positionis multiplica; et eorum

fol. 109 recto.

* ipsum 15 .... multiplica 24 » (fol. 109 recto, lin. 18-25, pag. 255, lin. 31-41).

positio prima			
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
positio secunda			
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
quartus	tercius	secundum	residuum primi
15	20	24	27

« per 4 secunde .... primi, et » (fol. 109 recto, lin. 28-39; pag. 256, lin. 1-15)

Debitum primi
2
Bizantij secundi
$\frac{1}{2}$ 6
tercij
$\frac{1}{2}$ 13
Quarti
$\frac{1}{2}$ 20
primus equus
$\frac{1}{2}$ 11

multiplicationem per 4 secunde positionis diuide, exibunt bizantij 25 pro quantitate bizantiorum quarti, et primi, et secundi hominis. Propter eamdem etiam et quartum residuum primi, uidelicet et secundi, et tercij hominis, id est 15, multiplica per 6 prime positionis, et diuide per 5 secunde, exibunt bizantij 18 pro quantitate primi, et secundi, et tercij hominis: quibus additis cum bizantijs 25, et 32, et $\frac{1}{2}$ 40, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 115, qui sunt triplum bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum. Ideo quia in ipsis unusquisque ter computatus existit. Quare diuide bizantios $\frac{1}{2}$ 115 per 3, exibunt bizantij $\frac{1}{2}$ 38. Pro quantitate bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum, qui sunt minus quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Vnde hec questio cum hijs .IIII.^{or} positis residuis solui non potest, nisi primus homo haberet debitum. Vnde si hanc positionem deinceps cum debito primi hominis soluere uolueris, extrahe bizantios $\frac{1}{2}$ 38 de bizanthijs $\frac{1}{2}$ 40, remanent bizantij 2; et tot habuit debitum primus homo. Deinde extrahe bizantios 32, scilicet quantitatem bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis de quantitate bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum, scilicet de $\frac{1}{2}$ 38, remanent secundo homini bizantij $\frac{1}{2}$ 6. Item extrahe bizantios quarti, et primi, et | secundi hominis, uidelicet 25 de suprascriptis bizantijs $\frac{1}{2}$ 38, remanent tercio homini bizantij $\frac{1}{2}$ 13. Rursus extractis bizanthijs primi, et secundi, et tercij hominis, uidelicet 18 ex eisdem bizanthijs $\frac{1}{2}$ 38, remanent quarto homini bizanthij $\frac{1}{2}$ 20. Demum ut pretium primi equi addiscas, accipe terciam ex bizanthijs secundi, et tercij, et quarti hominis, uidelicet de $\frac{1}{2}$ 40; quia primus homo petit eis, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 13; de quibus extrahe debitum primi hominis, uidelicet 2, remanebunt bizanthij $\frac{1}{2}$ 11 pro pretio primi equi. Quare pretium secundi equi, erit bizantij $\frac{1}{2}$ 14, hoc est bizantij 3, magis pretio primi. Tercij uero bizantij $\frac{1}{2}$ 18. Quarti quoque bizantij $\frac{1}{2}$ 23, scilicet 5, magis pretio tercij equi, ut prepositum est. Nam si hanc eamdem questionem sine debito primi hominis soluere uolueris, pro prescriptis .IIII.^{or} equalibus residuis, pone alios .IIII.^{or} maiores numeros, qui sunt in eorundem differentiam. Sitque primus illorum 87. Secundus 84. Tercius 80. Quartus 75. Deinde suprascriptis demonstrationibus multiplica primum residuum, uidelicet 87 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij $\frac{1}{2}$ 130 pro quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Item multiplica secundum residuum, uidelicet 84, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 112 pro quantitate bizantiorum tercij, et quarti, et prioris hominis. Rursus multiplica tercium residuum, uidelicet 80, per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt bizantij 100 pro quantitate quarti, et primi, et secundi hominis. Adhuc 75, scilicet quartum residuum, multiplica per 6 prime positionis, et diuide per 5 secunde, exibunt bizantij 90, que sunt quantitas bizantiorum primi, et secundi, et tercij hominis. Quibus additis cum bizantijs 100, et cum 112, et cum $\frac{1}{2}$ 130 modo inuentis, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 432. Qui cum sint triplum summe bizantiorum illorum, diuides eos per 3, exibunt bizantij $\frac{1}{6}$ 144, qui sunt summa bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum: de quibus extrahe bizantios secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet $\frac{1}{2}$ 130, remanebunt primo homini bizantij $\frac{2}{3}$ 13. Item extrahe bizantios tercij, et quarti, et primi hominis, uidelicet 112, de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt secundo homini bizantij $\frac{1}{6}$ 32. Rursus bizantios 100, quos habent inter quartum, et primum, et secundum hominem extrahe de prescriptis bizantijs $\frac{1}{6}$ 144, remanent tercio homini bi-

fol. 109 verso.

« quia primus .... multiplica » (fol. 109 verso, lin. 5-11; pag. 256, lin. 20-27).

Secundi
$\frac{1}{2}$ 14
tercij
$\frac{1}{2}$ 18
Quarti
$\frac{1}{2}$ 23

« primum residuum .... residuum, uidelicet » (fol. 109 verso, lin. 12-15, pag. 256, lin. 28-32)

Quarti	Tercij	Secundi	residuum primo
75	80	84	87

« Qui cum .... et quar|ti » (fol. 109 verso, lin. 20-22 e 23; pag. 256, lin. 37-41)

primus homo
$\frac{2}{3}$ 13

Digitized by Google

zantij $\frac{1}{6}$ 44. Iterum extractis bizanthijs primi, et secundi, et tercij hominis, uidelicet 90, de bizantijs $\frac{1}{6}$ 144, remanent quarto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 54. Et quia demonstratum est superius, quod inter pretium primi equi, et primum residuum est quantitas bizantiorum illorum .iiij.^{or} hominum; ergo si extraxeris ipsum primum residuum, uidelicet 87 de eorum quantitate, scilicet de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt pro pretio primi equi bizanthij $\frac{1}{6}$ 57. Quare si extraxeris secundum residuum, uidelicet 84, de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt similiter bizantij $\frac{1}{6}$ 60 pro pretio secundi equi. Item extracto tercio residuo, uidelicet 80 de eisdem $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt bizantij $\frac{1}{6}$ 64 pro pretio tercij equi. Similiter extracto quarto residuo, scilicet 85, de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt bizantij $\frac{1}{6}$ 69 pro pretio quarti equi.

De quatuor hominibus et uno equo, cum unusquisque petat inequaliter reliquis.

Quatuor homines bizantios habentes unum equum emere uoluerunt; et cum nullus ipsorum ipsum in solidum emere posset, primus ipsorum dixit. Si secundus homo daret mihi dimidium suorum bizantiorum, et tercius daret mihi terciam, et quartus daret mihi quartam similiter suorum, hunc equum emere possem. Cui secundus Respondit. Et si tercius homo daret mihi terciam, et quartus daret mihi quartam, sicut tu petis eis; et tu dares mihi quintam tuorum bizantiorum, hunc equum similiter emerem: tercius quoque petit quarto | homini quartam suorum bizantiorum. Et primo quintam. Et secundo sextam, et proponit equum emere. Quartus namque petit primo quintam. Et secundo sextam. Et tercio septimam. Et proponit similiter ipsum equum emere. Queritur quantitas bizantiorum uniuscuiusque, et pretium equi. Describes petitiones, quas petit primus homo secundo, et tercio, et quarto homini in ordinem sic: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, sub quibus pones petitiones ultimi, scilicet quarti hominis, scilicet $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$, vt in hac margine cernitur. Et extrahes 1, quod est super 2, de ipsis 2, remanebit 1. Quod multiplica per 5, que sunt sub prima uirgula inferioris linee, erunt 5, que pone super $\frac{1}{2}$. Et econtra extrahes 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanebunt 4; que multiplica per 2, que sunt sub prima uirgula superioris linee, erunt 8, que pone super $\frac{1}{5}$. Item extrahes 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanebunt 2; que multiplica per 6, que sunt sub secunda uirgula inferioris linee, erunt 12, que pone super $\frac{1}{3}$. Similiter extrahes 1, quod est super 6, de ipsis 6, remanent 5; que multiplica per 3, erunt 15, que pone super $\frac{1}{6}$. Rursus extrahes 1, quod est super 4, de ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 7, erunt 21, que pone super $\frac{1}{4}$. Et extrahes 1, quod est super 7, de ipsis 7, remanent 6; que multiplica per 4, erunt 24, que pone super $\frac{1}{7}$. Quibus numeris ita repertis, multiplicabis 5 per 12; que per 21, que sunt super primam lineam, erunt 1260; et tot habuit primus homo. Item multiplicabis 8, que sunt super $\frac{1}{5}$ de secunda linea, per 12; que per 21 de superiori linea, erunt 2016; et tot habuit secundus. Iterum multiplicabis 8, que sunt super $\frac{1}{5}$, per 15, que sunt super 6; que per 21, que sunt super $\frac{1}{4}$, erunt 2520; et tot habuit tercius. Rursus multiplica suprascripta 8 per 15; que per 24, que sunt super $\frac{1}{7}$, erunt 2880; et tot habuit quartus. Sed ut habeas bizantios uniuscuiusque in minori summa, diuide unumquemque inuentorum numerorum per 12, cum integraliter fieri possit, exibunt pro bizanthijs primi hominis 105; et pro bizanthijs secundi 168; et pro bizanthijs tercij 210; et pro quarti 240. Deinde, ut habeas pretium equi, accipe dimidium de bizanthijs 168, scilicet 84, et terciam de

« quia tu et primi .... Respondit » (fol. 109 verso, lin. 22 e 23 37, pag. 256, lin. 41 — pag. 257, lin. 15 e 16).

Secundus
$\frac{1}{2}$ 32
tercius
$\frac{1}{6}$ 44
Quartus
$\frac{1}{6}$ 54
equus primus
$\frac{1}{6}$ 57
Secundus
$\frac{1}{6}$ 60
Tercius
$\frac{1}{6}$ 64
Quartus
$\frac{1}{6}$ 69

fol. 110 recto.

« namque petit .... superioris » (fol. 110 recto, lin. 2-8 e 9; pag. 257, lin. 19-27).

21	12	5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
24	15	8
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$

« que pone .... que per 21 » (fol. 110 recto, lin. 11-14; pag. 257, lin. 29-36).

Primus homo
1260
Secundus
2016

« de superiori .... Deinde ut » (fol. 110 recto, lin. 15-20; pag. 257, lin. 36-42 e 43).

tercius
2520
Quartus
2880
equus
3828

« pro bizanthijs .... manifestum est » (fol. 110 recto, lin. 20-28 e 29; pag. 257, lin. 42-43 — pag. 258, lin. 9).

Item bizanthij
primi
105
Secundi
168
tercii
210
Quarti
240
equus
319

210, scilicet 70; et quartam de 240, scilicet 60, quia sunt petitiones primi hominis; et addes eos cum bizanthijs 105 ipsius, et habebis pro pretio equi bizantios 319; et sic poteris de pluribus hominibus operari.

Incipit pars VI.ª de uiagiorum propositionibus, atque eorum similium.

« multiplicetur 2 .... expendebat » (fol. 110 recto, lin. 30 e 31-33; pag. 258, lin. 11-14).

Capitalis
$\frac{1}{2}$ 10

Qvidam pergens negotiando lucam, fecit ibi duplum; et expendit inde denarios 12. Qui egrediens inde, perrexit florentiam; fecitque ibi duplum, et expendit denarios 12. Cum rediret pisas, et ibi faceret duplum, et expenderet denarios 12, nil ei proponitur remansisse. Queritur, quot ipse in principio habuit. Quia preponitur ipse semper duplum fecisse, manifestum est, quod de uno faciebat 2. Vnde uidendum est de 1, que pars sit de 2, scilicet $\frac{1}{2}$; quod describatur ter propter tres uiagios, quos ipse fecerat, sic: $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$: et multiplicetur 2 per 2, et per alia 2, que sunt sub uirgulis, erunt 8: de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 4; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 2; et de ipsis 2 accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 1. Post hec adde 4 cum 2 et cum 1, erunt 7; que multiplica per 12 denarios, quos ipse expendebat, erunt 84; que diuide per 8, exibunt denarij $\frac{1}{2}$ 10; et tot habuit homo ille. Verbi gratia: fecit duplum de denarijs $\frac{1}{2}$ 10, fuerunt 21; de quibus expendit 12, remanserunt 9; quibus duplicatis, faciunt 18; de quibus expendit 12, remanserunt 6: quibus iterum duplicatis, faciunt 12; de quibus extracto expendio, scilicet 12, nil ei, ut propositum est, remansisse comperitur: et sic de .IIII.^{or}, uel pluribus uiagijs poteris operari.

fol. 110 verso.

« ut dicamus .... De eodem » (fol. 110 verso, lin. 1-2; pag. 258, lin. 21-24).

Capitale
$\frac{5}{8}$ 11

Si autem proponitur, quod in ultimo prescriptorum uiagiorum post expendium ei denarij quilibet remansissent, | ut dicamus 9, addantur 9 cum 84 superius inuentis, erunt denarij 93; qui diuidantur per 8, ut prediximus, exibunt $\frac{5}{8}$ 11; et tot habuisset ille.

De eodem.

Uerum si diceretur, quod in finem dictorum trium uiagiorum lucratus esset post expendia denarios 9; aliter quam predictum sit erit faciendum: uidelicet reperiantur, quot denarij ei necessarij essent, ut de expensis semper suum saluaret capitale. Quos ita reperiendos esse demonstrauimus. Quia ipse facit duplum, lucratur de unoquoque quem habuit, denarium alium; ergo de 12 denarijs lucratus est denarios 12, scilicet expendium; qui 12 seruentur ex parte. Et uideatur quid ei necessarium sit, ut lucretur denarios 9, semper duplum faciendo; et nil inde pro expendio extrahendo: quod uidendum est per positionem alicuius numeri, secundum quod in arborum regulis, et in eis similibus demonstrauimus. Vnde ponamus, quod ipse haberet denarium 1 ultra denarios 12 ex parte positos; de quo 1 facit in primo uiagio denarios 2; de quibus in secundo facit 4; de quibus in tercio facit denarios 8: ergo in illis tribus uiagijs de 1 denario facit denarios 8; de quibus extracto 1, scilicet capitale, remanent 7: ergo de 1 denario lucratur 7. Quare dices: pro 1 denario, quem pono pro illius capitali, lucratur 7; quid ponam, ut lucretur denarios 9: multiplica 1 per 9, et diuide per 7, exibit $\frac{2}{7}$ 1; quem adde cum denarijs 12, cum quibus lucratur expendium, erunt $\frac{2}{7}$ 13; et tot esset illius capitale. Et si hanc solutionem per regulam rectam habere uis, pone capitale ipsius hominis fuisse rem, quam duplicauit in primo uiagio, et expendit denarios 12; et sic habuit duas res, minus denarijs 12, quos duplicauit in secundo uiagio; et fuerunt 4 res, minus denarijs 24; ex quibus expendit denarios 12: ergo re-

Digitized by Google

manserunt ei 4 res, minus denarijs 36: quibus iterum duplicatis in tercio uiagio, fuerunt 8 res, minus denarijs 72, ex quibus expendit denarios 12, remanserunt ei in fine trium uiagiorum .VIIJ. res, minus denarijs 84, que equantur uni rei, et denarijs 9, scilicet capitali eius, et lucro. Quare adde denarios 84 utrique parti, prouenient quod 8 res equantur uni rei, et denarijs 93. Tolle ergo rem ab utraque parte, remanebunt 7 res equales de denarijs 93: ergo diuisis 93 per 7, reddunt denarios $\frac{2}{7}$ 13 pro quantitate uniuscuiusque rei. Et tot fuit capitale ipsius: per hanc enim regulam soluuntur omnes questiones uiagiorum similium.

De eodem.

Rursus fecit tria uiagia, et portauit secum denarios $\frac{1}{2}$ 10, cum quibus, ut prediximus, in uno quoque uiagio fecit duplum; et in quolibet expendit unam et eandem quantitatem, et nil ei remansit. Queritur quantitas expendij illius. Supradicta ratione, pone $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$; et multiplica 2 per 2, que per 2, erunt 8, que serua: et accipe inde $\frac{1}{2}$, scilicet 4; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet, de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 1, et adde insimul, erunt 7, ut superius inuenimus: et multiplica 8 per ipsius capitale, uidelicet per $\frac{1}{2}$ 10, erunt 84; que diuide per 7, exibunt denarij 12; et tot fuit expendium illius.

De eodem.

Iterum capitale illius sit denarij $\frac{5}{8}$ 11; et peractis prescriptis tribus uiagijs, remanserunt ei denarij 9; et quot in uno quoque uiagio expendebat, ignoratur. Reperies quidem suprascripta 8, et 7; et multiplicabis $\frac{5}{8}$ 11 per 8, erunt 93; ex quibus extrahes denarios 9, qui proponuntur ei remanere, remanent denarij 84; quos diuide per 7, exibunt iterum denarij 12 pro ipsius expendio: adhuc capitale ipsius sit $\frac{2}{7}$ 13; et in fine remanserunt ei denarij 9 ultra suum capitale; et queritur iterum ipsius expendium. Addes itaque $\frac{2}{7}$ 13, scilicet capitale ipsius cum 9, uidelicet cum lucro,| erunt $\frac{2}{7}$ 22; fol. 111 recto
quos extrahe ex multiplicatione de $\frac{2}{7}$ 13 in 8, que est $\frac{2}{7}$ 106, remanent 84; que diuide per 7, exibunt denarij 12 pro ipsius expendio, ut prediximus.

De eodem in quatuor uiagijs.

Nam si ipsum .IIIJ.^{or} fecisse uiagia proposueris; in quibus suum semper triplicaret capitale. Et inde expenderet in unoquoque uiagiorum denarios 18; et nil ei in fine remanere predixeris. Secundum suprascriptum modum scribes terciam quater uicibus pro .IIIJ.^{or} uiagijs sic: $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$. Ideo quia proponitur, quod de 1 faciebat 3. Vnde capitale est $\frac{1}{3}$ sui, et lucri: et multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet 3, per 3; que per 3; que per 3, erunt 81; que habeas loco expendij: de quibus accipe terciam partem, que est 27, que habeas loco capitalis primi expendij; quia semel triplicatis, faciunt 81: de quibus iterum accipe terciam, que est 9, que habeas loco capitalis, ex quo fit secundum expendium: quia triplicatis 9 in primo uiagio, faciunt 27; quibus triplicatis in secundo, faciunt 81, scilicet expendium: ex quibus etiam 9, accipe $\frac{1}{3}$, erunt 3 pro capitali tercij expendij. Ex quibus rursus accipe $\frac{1}{3}$, proueniet 1 pro capitali ultimi expendij. Adde ergo 27, et 9, et 3, et 1, erunt 40; que habeantur loco capitalis .IIIJ.^{or} expendiorum, hoc est si expendium esset 81 capitale. Itaque eius esset 40; et quia ponitur expendium fuisse 18, cadit proportionaliter, uidelicet sicut 81 sunt ad 40, ita 18 sunt ad quesitum capitale. Quare multiplicabis 18 per 40, et diuides per 81; et euitabis inde $\frac{1}{9}$, exibunt denarij $\frac{8}{9}$ 8; et tot fuit capitale illius hominis.

Digitized by Google

De eodem.

Nam si dixeris, quod ipse haberet in suo capitali in principio illorum .IIII.^{or} uiagiorum denarios $\frac{8}{9}$ 8; et quesieris, quot in unoquoque expendebat uiagio; cum in fine ei nil remansisse ponatur, et expendium sit semper equale. Erit ergo proportio de $\frac{8}{9}$ 8 ad expendium quesitum, sicut 40 ad 81: multiplicetur $\frac{8}{9}$ 8 per 81, erunt 720; que diuide per 40, exibunt 18; et tot expendit in unoquoque uiagio.

• Nam si .... capitale » (fol. 111 recto, lin. 24-26; pag. 260, lin. 8-10).

De eodem.

Nam si ei denarij 12 remansisse in fine proposueris; et expendium eius sit 18, adde 12 multiplicationi de 18 in 40, scilicet cum 720, erunt 732; que diuide per 81, exibunt $\frac{1}{27}$ 9; et tot esset ipsius capitale.

Capitale
$\frac{1}{27}$ 9

Quod si econtra dicatur, quod suum capitale fuit denarij $\frac{1}{27}$ 9; et ei in fine remanserunt denarij 12. Et quot in unoquoque uiagio expendebat, ignoretur; multiplica $\frac{1}{27}$ 9 per 81, erunt 732; de quibus extrahe 12, remanent 720; que diuide per 40, exibunt 18; et tot esset ipsius expendium.

• Quod si .... 40, exibunt » (fol. 111 recto, lin. 27-29; pag. 260, lin. 11-13).

expendium
18

De eodem.

Uerum si dixeris, quod in fine illorum .IIII.^{or} uiagiorum suum capitale ei tantum remansisset, sic facies. Quia fecit in unoquoque uiagio de 1 tres; ergo de 1 quoque denario lucratur 2. Quare multiplicabis 1, scilicet capitale, per 18 expendij. Et diuide per 2, scilicet per lucrum, exibunt 9; et tot esset illius capitale.

De eodem.

Et si proposueris, quod in fine dictorum uiagiorum ultra suum capitale denarii 20 ei remansissent, cum expendium eius sit semper 18; inuenies prescripta 9, cum quibus lucratur suum expendium; et uide quantum ipse lucretur de uno denario in illis .IIII.^{or} uiagijs, nil inde expendendo. Quia in primo uiagio facit de 1 denario tres; in secundo de ipsis tribus facit 9. In tercio de illis 9 facit 27, de quibus in 4 uiagio facit 81: ergo in illis .IIII.^{or} uiagijs de 1 denario | facit denarios 81; ergo de 1 denario ipse lucratur 80. Quare dices: pro 1 denario, quod pono in ipsius capitale, lucratur denarios 80. Quid ponam, ut tantum lucretur denarios 20: multiplicabis itaque 1 per 20, et diuide per 80, exibit $\frac{1}{4}$ unius denarij: qua addita cum denarijs 9, erunt denarij $\frac{1}{4}$ 9; et tantum esset illius capitale. Item capitale eius sit $\frac{1}{4}$ 9; et ignoretur expendium, et in fine lucratus est 20. Doceam quidem hanc solutionem inuenire per regulam rectam. Pone pro ignorato expendio rem; et triplica $\frac{1}{4}$ 9, erunt $\frac{3}{4}$ 27; de quibus tolle rem pro expendio primi uiagij, remanent $\frac{3}{4}$ 27, minus re: quibus iterum triplicatis, facient $\frac{1}{4}$ 83, tribus rebus diminutis: de quibus tolle expendium secundum, scilicet rem, remanent $\frac{1}{4}$ 83, minus .IIII.^{or} rebus; quibus triplicatis, erunt $\frac{3}{4}$ 249, minus 12 rebus: de quibus extracta re 4, scilicet expendium tercium, remanebunt $\frac{3}{4}$ 249, minus 13 rebus: quibus ultimo triplicatis, faciunt $\frac{1}{4}$ 749, minus 39 rebus; a quibus diminuta re, remanebunt $\frac{1}{4}$ 749, diminutis .xl. rebus; que equantur denarijs $\frac{1}{4}$ 9, et 20, scilicet capitali, et lucro. Restaura ergo 40 res, remanebunt $\frac{1}{4}$ 749, que equantur 40 rebus, et denarijs $\frac{1}{4}$ 29. Tolle ergo denarios $\frac{1}{4}$ 29 de $\frac{1}{4}$ 749, remanent denarij 720, qui equantur 40 rebus. Quare diuide 720 per 40, exibunt 18 pro quesito expendio. Quod etiam reperitur per regulam uersam sic: pone iterum rem pro expendio, qua addita cum capitali, et lucro eius, erunt res, et denarij $\frac{1}{4}$ 29, que habuit homo ille in quarto uiagio ex triplo denariorum,

fol. 111 verso.

Digitized by Google

qui remanserunt illi post expendium tercij uiagij. Quare accipe $\frac{1}{3}$ eorum, uenient tercie rei, et denarij $\frac{3}{4}$ 9; cum quibus adde expendium tercij uiagij, scilicet rem, erunt .IIII.^{or} tercie rei, et denarij $\frac{3}{4}$ 9, que habuit in tercio uiagio ex triplo denariorum, qui remanserunt ei post expendium secundi uiagij. Quare accipe terciam eorum, scilicet $\frac{4}{9}$ rei, et denarij $\frac{1}{4}$ 3; super que adde rem, scilicet expendium secundi uiagij, erunt $\frac{13}{9}$ rei, et denarij $\frac{1}{4}$ 3, que habuit in secundo uiagio ex triplo denariorum, qui remanserunt ei post expendium primi uiagij. Quare accipe terciam eorum, erunt $\frac{13}{27}$ rei, et denarij $\frac{1}{12}$ 1; cum quibus adde rem, quam expendit in primo uiagio, erunt $\frac{40}{27}$ rei, et denarij $\frac{1}{12}$ 1, que equantur triplo capitalis ipsius, scilicet denarijs $\frac{3}{4}$ 27. Tolle ergo denarios $\frac{1}{12}$ 1 ex denarijs $\frac{3}{4}$ 27, et remanebunt denarij $\frac{2}{3}$ 26, qui equantur $\frac{40}{27}$. Quare est sicut 40 ad 27, ita $\frac{2}{3}$ 26 sunt ad quesitum expendium. Multiplicabis ergo 27 per $\frac{2}{3}$ 26, erunt 720; que diuides per 40, uenient 18, ut oportet.

Questio alia de tribus uiagijs.

Item alia huiusmodi proponatur questio, ut que dicta sunt melius intelligantur, uidelicet ex quodam, qui fecit tria uiagia, qui in primo fecit de duobus tres. In secundo de .IIII.^{or} V. Et in tercio de 6, fecit 7; et expendebat denarios 15 in uno quoque uiagio: quia in primo uiagio de duobus fecit tres; ergo proportio capitalis ipsius ad capitale, et lucrum eiusdem uiagij est sicut 2 ad 3: quare capitale eius fuit $\frac{2}{3}$ eiusdem capitalis, et lucri: quare pone $\frac{2}{3}$. Eademque ratione pro .IIII.^{or} quinque pone $\frac{4}{5}$; et pro .VI. VII. pone $\frac{6}{7}$; et colloca eos sic: $\frac{6}{7}\ \frac{4}{5}\ \frac{2}{3}$. Et multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis in seipsos, uidelicet 3 per 5; que per 7, erunt 105: de quibus accipe $\frac{2}{3}$, que sunt 70; de quibus sume $\frac{4}{5}$, que sunt 56; de quibus sume $\frac{6}{7}$, que sunt 48; que adde cum 56, et cum 70, erunt 174, que serua: possunt enim eadem 174 promtius inuenire, uidelicet ut multiplices 2, que sunt super 3, per 5; que per 7, que sunt sub uirgulis, erunt 70. Item multiplica eadem 2 per 4, que sunt super 5; que per 7, erunt 56. Rursus multiplica eadem 2 per eadem 4; que per 6, que sunt | super 7, erunt 48: quibus insimul iunctis, redeunt eadem 174; que multiplica per expendium, uidelicet per 15, et diuide per 105, exibunt $\frac{6}{7}$ 24; et tot est ipsius capitale. fol. 112 *recto*.

De eodem.

Et si proposueris, quod suum capitale sit denarij $\frac{6}{7}$ 24; et queratur, quantum sit expendium. Multiplica $\frac{6}{7}$ 24 per 105, et diuide per 174, exibunt denarij 15 pro ipsius expendio.

De eodem.

Rursus expendium sit denarij 15; et in fine ei denarij 21 remansisse proponantur. Adde multiplicationem de 21 in 48 superius inuentis, que est 1008, super summam •multiplicationis de 15 in 174, erunt 3618; que diuide per 105, exibunt $\frac{16}{35}$ 34 pro ipsius capitali.

• Rursus expendium .... exibunt (fol. 112 *recto*, lin. 6-8 e 9; pag. 261, lin. 34-36).

Capitale
$\frac{16}{35}$ 34

Nam si econtra dicatur, quod suum capitale sit $\frac{16}{35}$ 34; et in fine ei remansit denarij 21. Et quot ipse expendebat queratur; multiplica $\frac{16}{35}$ 34 per 105, erunt 3618; de quibus extrahe 1008, que surgunt ex multiplicatione de 21 in 48, remanent 2610; que diuide per 174, exibunt denarij 15 pro suo expendio.

• Et quot .... *De eodem* (fol. 112 *recto*, lin. 11-12; pag. 261, lin. 39-42).

expendium
15

De eodem.

Uerum si dixerit, quod in fine trium uiagiorum suum ei remanserit capitale, extrahe

Digitized by Google

inuenta 48 de 105 superius inuentis, remanent 57. In quibus diuide multiplicationem expendij, uidelicet de 15 in 174 superius inuentis, remanent 57. In quibus diuide multiplicationem expendij, uidelicet de 15 in 174 superius inuentis, exibunt pro ipsius capitali denarij $\frac{13}{19}$ 45.

¹ Iterum ... 48 ... capitali » (fol. 112 recto, lin. 15-17 e 18; pag. 262, lin. 1-4)

Capitale
$\frac{15}{19}$ 45

De eodem.

Rvrsus si dixeris, quod ipsius capitale sit $\frac{13}{19}$ 45; et in fine dictorum trium uiagiorum ipsum capitale ei remansisse proposuerit; et quot in unoquoque expendebat uiagio, quesierit, reperies prescripta 57; in quibus multiplica $\frac{13}{19}$ 45, et diuide per 174, exibunt 15 pro ipsius expendio. Iterum si proposuerit, quod expendium sit 15; et in fine uiagiorum remansit ei denarij 45 ultra suum capitale, multiplica 15 per 174, erunt 2610; super que adde 45 uicibus 48, scilicet 2160, erunt 4770; que diuide per 57, exibunt $\frac{13}{19}$ 83 pro ipsius capitali.

² Rursus si .... exibunt 15 » (fol. 112 recto, lin. 19-21; pag. 262, lin. 6-8 e 9)

expendium
15

De homine qui fecit .IIII.^or uiagia; alius modus.

³ uiagiorum ... alius modus » (fol. 112 recto, lin. 22-25, pag. 262, lin. 9 e 10-12)

Capitale
$\frac{13}{19}$ 83

Iterum proponatur, quod fecerit .IIII.^or uiagia; ex quibus in primo fecit duplum; et expendit in eo denarios 13. In secundo de duobus tria; et expendit in eo denarios 16. Et in tercio fecit de tribus .IIII.^or; et expendit denarios 18. Et in quarto fecit de .IIII.^or v. Et cum ibidem denarios 20 expenderet, nil ei remansit. Suprascriptis itaque demonstrationibus, pro duplo primi uiagij scribes $\frac{1}{2}$. Et pro duobus tria secundi scribes $\frac{2}{3}$. Et pro tribus .IIII.^or tercij scribe $\frac{3}{4}$. Et pro .IIII.^or quinque quarti uiagij scribe $\frac{4}{5}$. Et positis ita per ordinem $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$, multiplica 2 per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis, erunt 120; que habeantur loco expendij uniuscuiusque uiagij. Quare accipe dimidium eorum, erunt 60; que habeantur loco capitalis sufficientis primo expendio. Nam cum de 60 duplum fiant, ueniunt 120, scilicet expendium primum. Rursus $\frac{2}{3}$ de 60, scilicet 40, habeantur loco capitalis secundi uiagij. Nam duplicatis ipsis, faciunt 80; de quibus si fiant tres de duobus, hoc est si superaddatur dimidium de 80 super 80, uenient 120, scilicet expendium secundum: de quibus etiam 40, si accipiantur $\frac{3}{4}$, uenient 30, que habeantur loco capitalis tercij uiagij. Quia duplicatis| ipsis in primo uiagio, faciunt 60; quibus factis tribus de duobus, uenient 90; de quibus factis 4 de 3, scilicet addita tercia parte earum super ea, faciunt 120, scilicet expendium tercium. Deinde acceptis $\frac{4}{5}$ ex 30, ueniunt 24, que sunt loco capitalis ultimi expendij; quia ex ipsis fiunt 48 in primo uiagio; de quibus in secundo fiunt 72, scilicet de duobus tres; de quibus in tercio fiunt 96, scilicet de tribus .IIII.^or; de quibus etiam fiunt 120 in quarto uiagio, scilicet de .IIII.^or quinque, hoc est expendium quarti uiagij. Possunt etiam hij numeri aliter reperiri: positis in ordinem $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$. Multiplica 1, quod est super 2, per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 60, scilicet dimidium de 120. Item multiplica idem 1 per 2, que sunt super 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 40, scilicet $\frac{2}{3}$ de 60 predictis: deinde multiplica 1 per 2; que per 3, que sunt super uirga, erunt 60; que multiplica per 5, erunt 30 pro $\frac{3}{4}$ de 40. Ad ultimum quidem multiplica 1 per 2; que per 3; que per 4, que sunt supra uirgas, erunt 24, scilicet $\frac{4}{5}$ de 30. Et quia expendium primi uiagij fuit 13; proportionaliter ergo est sicut 120 est ad 60, ita 13 est ad capitale primi expendij. Quare multiplicabis 13 per 60, erunt 780; que diuides per 120, et habebis capitale primi uiagij. Similiter quia expendium secundum fuit 16, proportionaliter erit sicut 120 est ad 40, ita 16 est

⁴ ibidem .... scribe $\frac{4}{5}$ » (fol. 112 recto, lin. 29-31; pag. 262, lin. 17-19).

20	18	16	13
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
24	30	40	60

fol. 112 verso

ad capitale secundi uiagij. Quare multiplicabis 16 per 40, et diuides per 120; et habebis capitale secundi expendij: propter eadem ergo multiplicabis 18 per 30, et 20 per 24, erunt 540, et 480; que diuides per 120, et habebis capitale tercij, et quarti expendij. Et quia unusquisque inuentorum .IIII.^{or} numerorum, scilicet 780, et 640, et 540, et 480 diuidendus est per 120, adde eos in unum, erunt 2440; que diuides in unum per 120, exibunt denarij $\frac{1}{3}$ 20 pro ipsius capitali.

Quod si hoc uerso modo inuestigare uis, quia in quarto uiagio de .IIII.^{or} fecit quinque; et sic habuit expendium ultimum, scilicet 20; ergo .IIII.^{or} partes ipsorum 20 fuerunt capitalis; et quinta pars fuit lucri. Quare si de 20 accipiatur $\frac{4}{5}$ eorum, erunt 16, que habuit ipse post tercium expendium: quo expendio addito cum 18, faciunt 34; et tot denarios habuit, cum de tribus fecerat .IIII.^{or} Quare accipe $\frac{3}{4}$ de 34, scilicet multiplica 3 per 34, et diuide per 4, erunt $\frac{1}{2}$ 25; et tot habuit post secundum expendium, quod fuit denariorum 16: que adde insimul, erunt $\frac{1}{2}$ 41; et tot habuit postquam de duobus fecit tria. Quare accipe $\frac{2}{3}$ eorum, erunt $\frac{2}{3}$ 27; et tot habuit post primum expendium, quod fuit denariorum 13: quibus etiam insimul iunctis, faciunt $\frac{2}{3}$ 41; et tot habuit ex duplo, quod fecit in primo uiagio. Quare dimidium eorum, scilicet $\frac{1}{3}$ 20, fuit capitale ipsius, ut inuentum est supra.

Et si proponatur quod peractis .IIII.^{or} uiagijs, remansissent ei denarij 12; quia 24 prescripta sunt capitale quarti expendij; ergo de 24, que habuit a principio, faceret in fine 120: ergo sicut 120 sunt ad 24, ita 12 que remanere proponuntur, erunt ad eorum capitale. Quare multiplicabis 12 per 24, erunt 288; que diuides per 120, hoc accipe $\frac{1}{5}$ de 12, erunt $\frac{2}{5}$ 2; que adde cum inuento capitalis cum $\frac{1}{3}$ 20, erunt $\frac{11}{15}$ 22: vel 288 adde cum 2440 predictis, erunt 2728; que diuide per 120, exibunt similiter $\frac{11}{15}$ 22 pro ipsius capitali. Quod etiam inuenires per modum uersum, si ipsum immutare scieris.|

Et in fine .IIII.^{or} predictorum uiagiorum ei suum remanserit capitale: inuentis ut su- [illegible] 113 [illegible]
pra 120, et 24, et 2440, extrahes 24 de 120, remanent 96; in quibus diuide 2440, exibunt $\frac{5}{12}$ 25 pro ipsius capitali. Et hoc facimus; quia 24 est numerus, qui de uiagio in uiagium per eorum lucra surgit in 120 in quarto uiagio. Et quia proponitur ei in fine suum remansisse capitale; ideo extrahenda sunt 24 de 120, remanent 96; que 96 habentur loco numeri, de quo fiunt expense; et 120 habentur pro eodem numero, et pro capitali ipsius, scilicet loco eorum. Et quia de $\frac{1}{3}$ 20, et de eorum lucro proueniunt omnes expense; quia cum capitale ipsius sit $\frac{1}{3}$ 20, nil ei remanet post expendia; ideo $\frac{1}{3}$ 20 similes sunt de 96. Vnde est sicut 96 ad 120, ita $\frac{1}{3}$ 20 est ad numerum seruantem capitale, et expensas. Quare multiplicanda sunt $\frac{1}{3}$ 20 per 120; que multiplicatio est 2440, que diuidenda sunt per 96, ut superius fecimus. Rursus si proponatur, ipsum lucratum esse denarios 20: quia ut dictum est de 24 lucratur 96; ergo sicut 96 sunt ad 24, ita 20 sunt ad eorum capitale. Quare multiplicabis 20 per 24; et diuides per 96, hoc est accipies $\frac{1}{4}$ de 20, exibunt 5, que adde cum $\frac{5}{12}$ 25, erunt $\frac{5}{12}$ 30.

Adhuc lucrum sit idem de uiagio in uiagium; et capitale ipsius sit $\frac{1}{3}$ 20; et expendium secundum sit 3, plus primo. Expendium quoque tercium sit 2, plus secundo; quartum uero expendium sit 2, plus tercio. Et queratur expendium uniuscuiusque uiagij. Inuenies supradicto modo 120, et 60, et 40, et 30, et 24. Post hec multiplica $\frac{1}{3}$ 20 per 120, erunt 2440, que seruo; et 3, in quibus secundum expendium excedit primum, mul-

Digitized by Google

tiplica per 40, que habentur loco capitalis secundi expendij, erunt 120; et 5, in quibus tercium expendium excedit primum, multiplica per 30, erunt 150. Item 7, in quibus ultimum expendium excedit primum, multiplica per 24; cum ipsa 24 habeantur loco capitalis eiusdem expendij, erunt 168; que adde cum 150, et cum 120 modo inuentis, erunt 438; que extrahe de 2440, remanebunt 2002; que diuide per 154, que proueniunt ex additione de 60 cum 40, et cum 30, et cum 24, exibunt 13 pro primo expendio. Rursus capitale ipsius sit $\frac{11}{15}$ 22; et in fine post expendia predicta, remaneant ei denarij 12. Multiplica 12 per 24, erunt 288; que adde cum 438, erunt 626; que extrahe ex multiplicatione de $\frac{11}{15}$ 22 in 120, scilicet de 2728, remanebunt 2002; que diuide per 154, exibunt similiter denarij 13 pro primo expendio. Et si proponatur, capitale fuisse $\frac{5}{12}$ 25; et in fine remansisse ipsum capitale; et querantur expendia, extrahes 24 de 120, remanebunt 96; per que multiplica $\frac{5}{12}$ 25, erunt 2440; de quibus extrahe supradicta 438, remanent 2002; que diuide per 154, ueniunt denarij 13 pro primo expendio. Item capitale sit $\frac{5}{12}$ 30; et in fine lucretur denarios 20, multiplica $\frac{5}{12}$ 30 per 96, erunt 2920, que serua: et multiplica 20 per 24, erunt 480; que adde cum 438 supradictis, erunt 918; que extrahe 2920 seruatis, remanent 2002; quibus diuisis per 154, ueniunt 13 pro primo expendio: quare secundum expendium est 16; tercium est 18; quartum est 20.

Rvrsus quidam fecit in primo uiagio duplum; in secundo de duobus tria. In tercio
(1 113 . . . . de tribus .iiij.^{or} | In quarto de .iiij.^{or} v.; et expendit in primo uiagio nescio quot; in secundo expendit 3, plus quam in primo. In tercio 2, plus quam in secundo. In quarto 2, plus quam in tercio; et in fine nil ei remansisse proponitur; et fiant expendia, et eius capitale in numeris integris. Ponamus quidem per regulam rectam, capitale fuisse summam, et expendium primum rem: quare in primo uiagio habuit duas summas; quia fecit duplum, de quibus expendit rem, remanserunt ei due summe, minus re: ex quibus in secundo uiagio, faciendo de duobus tria, habuit tres summas, re et dimidia diminuta; de quibus expendit rem, et denarios tres, remanserunt tres summe, duabus rebus et dimidia, et tribus denarijs diminutis; de quibus, faciendo de tribus .iiij.^{or} in tercio uiagio, habuit .iiij.^{or} summas, tribus rebus, tercia, et .iiij.^{or} denarijs diminutis; de quibus expendit rem, et denarios .v. In quibus .v. denarijs tercium expendium excedit primum, remanebunt .iiij.^{or} summe, .iiij.^{or} rebus, et tercia, et .ix. denarijs diminutis: cum quibus, faciendo de .iiij.^{or} v. in quarto uiagio, habuit .v. summas minus .v. rebus, et quarta, et sexta rei, et minus denarijs $\frac{1}{4}$ 11: de quibus expendita re, et denarijs 7, scilicet expendium quartum, remanserunt .v. summe, minus rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 18, que equantur 0, quod remansit ei in ultimo uiagio: quare si comuniter addantur res $\frac{5}{12}$ 6, et denarij $\frac{1}{4}$ 18, erunt .v. summe, que equantur .vi. rebus, et $\frac{5}{12}$ rei, et denarij $\frac{1}{4}$ 18. Vnde reperiendus est numerus pro una ex supradictis rebus; quo multiplicato $\frac{5}{12}$ 6, proueniat numerus, qui cum $\frac{1}{4}$ 18 faciat sanum numerum, cuius $\frac{1}{5}$ sit integra; quem inuenies sic: primum reperiatur numerus, qui cum multiplicatur $\frac{5}{12}$ 6, faciat $\frac{3}{4}$ plus sano; eritque 9, qui multiplicatus $\frac{5}{12}$ 6, facit $\frac{3}{4}$ 57; quibus additis cum $\frac{1}{4}$ 18 proueniunt 76, qui est integer, et equatur quinque summis: quare $\frac{1}{5}$ eorum est summa: et quia illa $\frac{1}{5}$ non est integra, multiplica $\frac{5}{12}$ 6 per 12, ex qua multiplicatione prouenit sanus numerus 77: quare adde 77 super 76 inuentis totiens, donec proueniat numerus habens $\frac{1}{5}$; ergo addes bis 77 super 76, erunt 230; quorum $\frac{1}{5}$, scilicet 46,

est summa quesita, scilicet capitale, quod ille habuit a principio: et quia super 76 additum est duplum de 77, adde similiter duplum de 12 super 9, erunt 33 pro primo expendio: quare secundum expendium est 36; tercium 38; quartum 40. Et si hoc in alijs numeris integris reperire uis, numerum summarum, et numerum rerum inuentarum, scilicet 5, et $\frac{5}{12}$ 6, multiplica per 12 propter 12, que sunt sub uirga, prouenient 60, et 77. Nam 60 habentur loco expendij, quorum capitale est 77; cum expendium sit semper idem in unoquoque uiagio: quare totiens uis adde 60 super primum expendium, scilicet super 33, et totiens adde 77 super inuentum capitale, scilicet super 46; et habebis quesitum infinitis modis. Et si proponantur 12 remansisse, per supradicta inuenies, quod .v. summe, minus sex rebus, et $\frac{5}{12}$, et denarij $\frac{1}{4}$ 18 equantur denarijs 12: quare, facta restauratione rerum diminutarum, et denariorum, prouenient .v. summe, que equantur rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 30: quare pro primo expendio, scilicet pro una ex supradictis rebus, pone 9, et semel 12, hoc est 21; quare res $\frac{5}{12}$ 6 erunt $\frac{3}{4}$ 134; quibus additis $\frac{1}{4}$ 30, erunt 165, que equantur quinque summis: quare summa, scilicet capi|tale ipsius, fol. 114 recto
est 33; et expendium secundum est 24; tercium 26; quartum 28. Rursus si in fine proponatur, suum capitale remanere, inuenies modo supradicto, quod quinque summe, diminutis rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarij $\frac{1}{4}$ 18, equantur uni summe: quare .iiij.^{or} summe equantur rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 18. Pone itaque 9 pro re; quare res $\frac{5}{12}$ 6 cum denarijs $\frac{1}{4}$ 18 sunt 76, que equantur .iiij.^{or} summis: ergo summa est 19, scilicet capitale ipsius. Et si proponatur, ipsum lucratum esse denarios 12, inuenies, quod .iiij.^{or} summe equantur rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 30. Pone itaque rem esse 9; quare res $\frac{5}{12}$ 6 cum denarijs $\frac{1}{4}$ 30 sunt 88, quorum $\frac{1}{4}$, scilicet 22, est capitale.

Si uero per regulam uersam hanc ultimam questionem soluere uis; quia in fine proponitur remansisse capitale, et denarios 12; ergo remansit ei summa, et 12. Post ultimum expendium, que fuerunt; quod fuit res, et denarij 7: quibus insimul iunctis, erit summa, et res, et denarij 19, que habuit, cum de 4 fecit 5: quare ex eis accipe $\frac{4}{5}$ unius summe, et $\frac{4}{5}$ unius rei, et denarios $\frac{1}{5}$ 15; et tot habuit in fine tercij uiagij: cum quibus adde expendium ipsius uiagij, scilicet rem, et denarios 5, erunt $\frac{4}{5}$ summe, et $\frac{9}{5}$ rei, et denarij $\frac{1}{5}$ 20; et tot habuit, post quam de 3 fecerat 4: quare accipe $\frac{3}{4}$ eorum, erunt $\frac{3}{5}$ summe, et $\frac{27}{20}$ rei, et denarij $\frac{3}{20}$ 15; et tot habuit in fine secundi uiagij: cum quibus adde expendium eiusdem uiagij, scilicet rem, et denarios 3, erunt $\frac{3}{5}$ summe, $\frac{47}{20}$ rei, et denarij $\frac{3}{20}$ 18; et tot habuit, cum de 2 fecerat 3: quare accipe $\frac{2}{3}$ eorum, erunt $\frac{2}{5}$ summe, et $\frac{47}{30}$ rei, et denarij $\frac{1}{10}$ 12; et tot habuit in fine primi uiagij: cum quibus adde expendium ipsius, scilicet rem, erunt $\frac{2}{5}$ summe, et $\frac{77}{30}$ rei, et denarij $\frac{1}{10}$ 12; et tot habuit ex duplo primi uiagij: quare dimidia ea, prouenient $\frac{1}{5}$ summe, et $\frac{77}{60}$ rei, et denarij $\frac{1}{20}$ 6, que equantur summe, scilicet capitali: quare extracta $\frac{1}{5}$ summe, remanebunt $\frac{4}{5}$ summe, que equantur $\frac{77}{60}$ rei, et denarijs $\frac{1}{20}$ 6: quare quincuplum de $\frac{4}{5}$ unius summe, scilicet summe .iiij.^{or}, equantur quincuplo de $\frac{77}{60}$ rei, et denarijs $\frac{1}{20}$ 6, hoc est rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 30, ut superius per regulam rectam inuenimus: deinceps operaberis ut supra. Nam si secundum alium modum solutiones harum .iiij.^{or} questionum inuenire uis, pone per ordinem ut supra $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$; ex quibus ut supra inuenias 120, et 60, et 40, et 30, et 24, et 154, et 438; addes cum 438 totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter per 120 diuidatur; et hoc erit trigesies ter; quia

multiplicatis 154 per 33 faciunt 5082; cum quibus additis 438, proueniunt 5520; quibus diuisis per 120, ueniunt 46 pro capitale; et expendium primum erit 33. Et si uis, ut in fine uiagiorum remaneant denarij 12, ut dictum est, multiplica 12 per 24 predictos, erunt 288; que adde cum 438, erunt 726; cum quibus addes totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter diuidatur per 120; et hoc erit uigesies semel. Nam ex 21 in 154 proueniunt 3234; cum quibus additis 726, erunt 3960; quibus diuisis per 120, proueniunt 33 pro capitale; et expendium primum erit 21, ut inuentum est supra. Rursus si uis, ut in fine uiagiorum suum remaneat capitale, extrahe 24 de 120, scilicet multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgis ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub ipsis, re|manebunt 96: deinde adde super 438 totiens 154, donec proueniat nnmerus, cuius nonagesima sexta pars sit integra; et hoc erit nouies; quia ex multiplicatione de 9 in 154 ueniunt 1386; quibus additis cum 438, erunt 1824; que diuide per 96, ueniunt 19 pro capitale; et expendium primum erit 9, ut supra. Similiter si lucratus fuerit denarios 12 in fine, super 726 addes totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter diuidatur per 96; et hoc erit nouies; quia ex ductis 9 in 154, faciunt 1386; quibus additis 726, proueniunt 2712; que diuide per 96, ueniunt 22 pro capitali; et primum expendium est 9, ut superius inuenimus.

fol. 114 verso.

Modus alius de uiagiis.

Item quidam habebat bizantios 13; et cum ipsis fecit uiagia nescio quot, et in uno quoque faciebat duplum; et expendebat bizantios 14. Queritur quantitas suorum uiagiorum. Quia faciebat duplum, duplica 13, erunt 26; de quibus extrahe 14, remanent 12; et habemus unum uiagium. Item duplica 12, erunt 24; de quibus extrahe 14, remanent 10; et habemus duo uiagia. De quibus prouideas minutionem sui capitalis de uiagio in uiagium. In primo uiagio remanserunt ei 12; ergo minuit 1 suum capitale. In secundo minuit 2. Ideo quia remanserunt ei 10; ergo duplicando uadit minutionem de uiagio in uiagium: quare duplica 2, que sunt minutio secundi uiagij, erit 4; et habemus minutionem tercij uiagij: adde modo tres minutiones trium uiagiorum inuentorum, uidelicet 1, et 2, et 4, erunt 7: a quibus usque in 13 desunt 6, que remanent in minutione quarti uiagij, scilicet 4, erunt 8. In quibus diuide 6, ueniunt $\frac{3}{4}$ unius uiagij; ergo fecit ipse cum ipsis 13 bizantijs uiagia $\frac{3}{4}$ 3. Sed quia uidetur incongruum dicere, aliquem fecisse $\frac{3}{4}$ unius uiagij; hoc emendari sic docemus. Videlicet cum in uiagio faciat duplum; ergo in 1 lucratur alium; ergo in $\frac{3}{4}$ unius uiagij de ipso 1 lucratur $\frac{3}{4}$ unius bizantij; ergo facit de 4 septem; et erunt .iiij.^{or} uiagia; ex quibus in primo, et in secundo, et in tercio fecit duplum, et expendit 14; et in quarto fecit de .iiij.^{or} vij., et expendit tres quartas de 14, scilicet $\frac{1}{2}$ 10.

• uiagium ... tres mi|nutiones » (fol. 114 verso, lin. 15-17 e 18; pag. 266, lin. 24-27)

uiagij $\frac{3}{4}$ 3

Tamen si propositum fuerit, quod in fine ignotorum uiagiorum ei supersint bizantij 4, sic erit faciendum: scilicet extrahes 4 de superatione minutiorum trium uiagiorum, que ei remanet de suo capitali, uidelicet de 6, qui superius per 8 diuiduntur, remanent 2; que diuide iterum per eadem 8, scilicet per minutionem quarti uiagij, exibit $\frac{1}{4}$; ergo facit ipse uiagia $\frac{1}{4}$ 3. Iterum si de quarta unius uiagij unum uiagium instruere uolueris; cum in uno quoque uiagio lucretur de 1 bizantium alium; ergo in $\frac{1}{4}$ unius uiagij de 1 lucratur quartam partem unius bizantij; ergo de 1 facit $\frac{1}{4}$ 1, hoc est de .iiij.^{or} quinque; et expendit in ipso quartam partem de 14, id est $\frac{1}{2}$ 3.

• ipse uiagia .... 4, maior » (fol. 114 verso, lin. 30-33; pag. 266, lin. 40 — pag. 267, lin. 1)

uiagij $\frac{1}{4}$ 3

Digitized by Google

Si autem numerus quesite superationis, id est 4, maior esset dicte superationis trium uiagiorum, scilicet de 6, unde non posset ipsam extrahere ab eadem. Oporteret eam extrahere de residuo minutionis duorum uiagiorum, quod ei remanet de suo capitali, id est de 10. Et si adhuc eam de 10 extrahere non posses, extraheres eam de 12, id est de superatione minutionis primi uiagij. Et sic poteris inuenire prepositas quaslibet superationes.

Questio notabilis de homine muttuante libras .C. ad usuras super quandam domum.|

Qvidam prestauit libras 100 ad usuras .IIII.^{or} denariorum per libram in mense supra quandam domum, ex qua recolligebat in uno quoque anno nomine pensionis libras 30; fol. 115 recto
et in capite uniuscuiusque anni debebat discomputare ipsas libras 30 de capitali, et lucro dictarum 100 librarum. Queritur, quot annis, et mensibus, et diebus, et horis domum tenere debebat: quia lucrabatur denarios 4 per libram in mense; ergo lucratur soldos 4 per libram in anno; qui soldi 4 sunt $\frac{1}{5}$ unius libre : ergo de 5 facit 6. Et quia de capitali, et lucro unius anni discomputatur pensio; assimilatur hec questio tali uiagiorum questioni; quod quidam habuit libras 100, cum quibus de 5 faciebat 6 in unoquoque uiagio; et expendebat libras 30; de quo queritur, quot ex eis fecerat uiagia: cuius regule si immemor non exstiteris, minutiones sui capitalis de anno in annum subtiliter sunt inuestigande sic. Quia de 5 facit 6, accipe $\frac{1}{5}$ de 100, que est 20, et adde super 100, erunt 120; et tot habuit inter capitale, et lucrum in primo anno: de quibus extrahe pensionem, scilicet 30, remanent libre 90: a quibus usque in libris 100 desunt libre 10, que sunt minutio primi anni. Item accipe $\frac{1}{5}$ de libris 90, que remanent in capite primi anni, erunt 18; quas adde cum 90, erunt 108; de quibus extrahe pensionem secundi anni, remanent libre 78; a quibus usque in 90 desunt libre 12, que sunt minutio secundi anni. In primo enim anno suum capitale minuit libras 10. In secundo minuunt libre 12 ; ergo minutiones cadunt proportionaliter, uidelicet de 10 in 12, hoc est sicut 10 sunt ad 12, scilicet sicut 5 ad 6, ita 12, que sunt minutio secundi anni, erunt ad minutionem tercij anni. Quare multiplicabis 6 per 12, et diuides per 5, exibunt $\frac{2}{5}$ 14, que sunt minutio tercij anni : que multiplica per 6, et diuide per 5, exibunt $\frac{2\;1}{5\;5}$ 17, que sunt minutio quarti anni: que multiplica iterum per 6, et diuide per 5, exibunt $\frac{2\;3\;3}{5\;5\;5}$ 20, que sunt minutio quinti anni : que iterum multiplica per 6, et diuide per 5; quod sic fit: protrahe quandam uirgam, sub qua pone 5 quater; cum sint ter sub uirgula, quam uis multiplicare; et multiplica 6 per 2, que sunt super 5, erunt 12; que diuide per 5 propter 5, que sunt in capite uirge protracte a sinistra parte, exibunt 2, et remanent 2: quare pones 2 super ipsas 5, et 2 reserua in manu; cum quibus adde multiplicationem de 6 in 3, que sunt super sequentia 5, erunt 20; que diuide per 5, exibunt 4, et remanet 0; quod 0 pone super sequentibus 5, et serua 4; super que adde multiplicationem de 6 in 3, que sunt super 5 in capite uirge a parte dextra, erunt 22; que diuide per 5, exibunt 4, et remanent 2; que 2 pone super tercium 5; ét super 4 adde multiplicationem de 6 in 20, erunt 124; que diuide per ultima 5 protracte uirge, exibunt 24, et remanent 4: que 4 pone super ipsa 5; et ante uirgam pone 24, et habebis $\frac{2\;0\;2\;4}{5\;5\;5\;5}$ 24 pro minutione sexti anni. Addes quidem suprascripta sex minutiones in hunc modum: pones ex eis integra sub integris, et similes fractiones

Digitized by Google

sub similibus, scilicet quintas sub quintis, et quintas quinte sub quintis quinte, et cetera; et protrahe uirgam, sub qua sint 5 quater, scilicet secundum numerum ipsorum 5, que sunt sub maiori uirga minutionum predictarum; et pro 2, que sunt super 5, que sunt in quarto gradu uirge de 24, pone 2 super 5, que sunt in eodem gradu protracte uirge; et adde 0, quod est super 5 tercij gradus uirge de 24 cum 2, que sunt in eodem gradu uirge de 20, erunt 2; que pones super 5 tercij gradus protracte uirge; et adde 2, que sunt super 5 secundi gradus uirge de 24 cum 3, que sunt super 5
fol. 115 verso. secundi gradus uirge de 20, et cum 2, | que sunt super 5 eiusdem secundi gradus uirge de 17, erunt 7; que diuide per 5 secundi gradus protracte uirge, exibit 1, et remanent 2: pone 2 super ipsa 5, et 1 serua in manu; que adde cum 4, que sunt super 5 primi gradus uirge de 24, et cum 3, que sunt super 5 eiusdem gradus uirge de 20, et cum 1, quod est in primo gradu de 17, et cum 2, que sunt super 5 post 14, erunt 11; que diuide per 5 primi gradus protracte uirge, exibunt 2, et remanet 1: pone quidem 1 super ipsa 5, et 2 serua; que adde cum integris, erunt 99; que pone ante protractam uirgam; et sic habebis $\frac{2\ 2\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}99$: que si de centum extrahere uis, protrahes aliam uirgam, sub qua pone similiter 5 quater; et accipe 2, que sunt super 5 quarti gradus uirge de 99; et extrahe eam de 5, que sunt sub ipsis 2, remanent 3; que pone super 5 quarti gradus protracte uirge, et retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super 5 tercij gradus, extrahe ex eisdem 5, remanent 2, que pone super 5 tercij gradus protracte uirge, et serua 1; quod adde cum 2, que sunt super 5 secundi gradus uirge de 99, erunt 3; que extrahe ex ipsis 5, remanent 2, que pone super 5 secundi gradus, et serua 1; quod adde cum 1, quod est super 5, que sunt in primo gradu uirge de 99, erunt 2: a quibus usque in 5 desunt 3, que pone super 5 primi gradus uirge protracte; et pro expleto quinario serua 1; quod adde cum 99, faciunt 100; que extrahe de 100, remanet 0 ante protractam uirgam, scilicet nichil; et sic habes $\frac{3\ 2\ 2\ 3}{5\ 5\ 5\ 5}$ pro quesito residuo unius libre, que sunt ex minutione septimi anni. Quare inuenienda est minutio septimi anni, si multiplicabis $\frac{2\ 0\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}24$, qui est minutio sexti anni per 6; et diuide per 5, exibunt libre $\frac{2\ 2\ 2\ 1\ 4}{5\ 5\ 5\ 5\ 5}29$, in quibus diuidenda essent $\frac{4\ 3\ 8}{6\ 2\ 5}$; et quod ex diuisione exiret, esset illud, quod ipse tenuit domum, ultra sex inuentos annos. Sed ut habeamus inde dies et horas, multiplica 438 per dies anni, scilicet per 360, ut ita ponantur; et erunt in unoquoque mense dies .xxx., uenient 157680; que multiplica per 12, scilicet per horas diei, erunt 1892160, que serua. Et multiplica 29 per minuta sue uirgule, hoc est per 5, et addes 4; que per 5, et addas 1; que per 5, et addas 2; que per 5, et addas 2; que per 5, et addas 2, erunt 93312: quibus reperias regulam, que est $\frac{4\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 8\ 8\ 9\ 9\ 9}$. In qua etiam, et in regula de 625, que est $\frac{4\ 0\ 0\ 0}{5\ 5\ 5\ 5}$, debes diuidere multiplicationem de 1892160 in 5; quam in 5; quam in 5; quam in 5; quam in 5 propter quinque quinarios, qui sunt sub uirga post 29. Sed relinques multiplicationem .IIII.^{or} quinariorum propter .IIII.^{or} quinarios, qui sunt regula de 625. Similiter euitabis ea, que erunt euitanda; et prouenient hore $\frac{13}{29}101$, que sunt dies 8, et hore $\frac{13}{29}5$; et tantum tenuit ipse domum, ultra annos 6 inuentos. Quod si probare uis, uide si de $\frac{4\ 3\ 8}{6\ 2\ 5}$ unius libre, que sunt soldi $\frac{2}{125}14$; et de eorum usuris dierum inuentorum $\frac{115}{3112}9$ prouenerit pensio ipsorum dierum; quod uidendum est per modum baracti in hunc
fol. 116 recto. modum: quia de libra 1 dantur pro usuris | denarij 4; ergo pro soldis 60 datur soldus

• gradus et . . ut habeamus • (fol. 115 verso, lin. 18-26, pag. 268, lin. 21 e 22-30).

10
12
$\frac{2}{5}$ 14
$\frac{2\ 4}{5\ 5}$ 17
$\frac{2\ 2\ 3}{5\ 5\ 5}$ 20
$\frac{2\ 2\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}$99. $\frac{2\ 0\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}$24

1 in mense. Quare pone in una linea soldos 60, et soldum 1, et dies 30. Et sub soldis 60 pone soldos $\frac{2}{125}14$, et sub dies 30 pone dies $\frac{1\ 3\ 5}{2\ 9\ 12}8$; et multiplicabis $\frac{2}{125}14$ per 1, quod est eis ex aduerso; quod multiplica per $\frac{1\ 3\ 5}{2\ 9\ 12}8$, et summam diuides per reliquos duos numeros, scilicet per 60, et per 30 : ergo multiplica 1752 per 1825; et diuides per 60, et per 30, et per fractiones, que sunt sub utraque uirga; et habebis usuras soldorum $\frac{2}{125}14$: que cum debeas insimul addere, scilicet capitale cum usuris ; qualiter ea coniunctim habeas, indicabo: quia ex multiplicatione de 14 in 125 additis 2, proueniunt 1752 ; ergo si diuiseris 1752 per 125, nimirum ipsa $\frac{2}{125}14$ reddibunt. Similiter si 388800, que procreantur ex 60 ductis in 30 uicibus 12, uicibus 9, uicibus 2, multiplicaueris per 1752, et diuiseris summam per 60, et per 30, et per 12, et per 9, et per 2, et per 125, eadem $\frac{2}{125}14$ reddibunt. Sed ex multiplicatione de 1752 in 1825 diuisa per eosdem numeros prouenit usura illorum soldorum $\frac{2}{125}14$; ergo si coniunctum ex 388800 cum 1825, scilicet 390625 multiplicaueris per 1752, et diuiseris per eosdem numeros, prouenient soldi $\frac{2}{125}14$, et eorum usura; in quibus si modum euitandi seruaris, remanebit tantum multiplicatio de 73 in 125 diuidenda $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 9\ 12}$. Vnde proueniunt soldi $\frac{5\ 8\ 0}{6\ 9\ 12}14$, qui sunt pensio dierum $\frac{1\ 3\ 5}{2\ 9\ 12}8$: quia si multiplicaueris $\frac{1\ 3\ 5}{2\ 9\ 12}8$ per denarios 20, qui sunt pensio unius diei, nimirum soldi $\frac{5\ 8\ 0}{6\ 9\ 12}14$ prouenient.

« et summam .... et per 125 » (fol. 116 *recto*, lin. 4-11; pag. 269, lin. 3-11).

30	1	60
1825		1752
$\frac{1\ 3\ 5}{2\ 9\ 12}8$		$\frac{2}{125}14$

« seruaris .... soldi $\frac{5\ 8\ 0}{6\ 9\ 12}14$ » (fol. 116 *recto*, lin. 16-18; pag. 269, lin. 14-17).

anni	dies	hore
6	8	$\frac{1}{10}\frac{1}{3}5$

Aliter de eadem domo.

Rvrsus si dictum fuerit, quod ipse, cuius domus erat, recollegit ipsam domum tali tempore, quod adhuc erat ei redditurus libras 20 de predictis libris 100. Et queratur quantum ipse, qui denarios prestauerat, domum tenuit. Sic facies: iunges ex minutionibus suprascriptis, quas superius inuenimus, donec non remaneat de ipsis libris 100 tantum, quod possit inde domum unum annum tenere; extractis libris 20, que ei debent remanere. Minutio quidem primi anni est 10; secundi 12 insimul iunctis faciunt 22; cum quibus addita tercij anni minutione, scilicet $\frac{2}{5}14$, faciunt $\frac{2}{5}36$; cum quibus adde $\frac{2\ 4}{5\ 5}17$ quarti anni, erunt $\frac{2\ 3}{5\ 5}53$; cum quibus iterum adde minutionem quinti anni, scilicet $\frac{2\ 3\ 2}{5\ 5\ 5}20$, erunt $\frac{2\ 0\ 2}{5\ 5\ 5}74$: a quibus usque in 100 desunt $\frac{3\ 4\ 2}{5\ 5\ 5}25$: de quibus si extraxeris libras 20, que debent superare, non remanebit unde domum possit tenere per unum annum. Quare extrahantur 20 ex ipsis, remanent $\frac{3\ 4\ 2}{5\ 5\ 5}5$; que multiplica per 360, scilicet per dies unius anni; que per 12 horas, et diuide summam dicte multiplicationis per minutionem sexti anni, uidelicet per $\frac{2\ 0\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}24$. Tamen caue, ne multiplices aliquem dictorum numerorum, cum in aliquo ipsorum debeas postea diuidere, ut in precedenti regula demonstrauimus, exibunt hore $\frac{4}{9}969$, que sunt dies 80, et hore $\frac{4}{9}9$; et tot tenuit ipse domum, ultra annos 5.

« unius anni .... hore $\frac{4}{9}9$ et » (fol. 116 *recto*, lin. 31 e 32-35; pag. 269, lin. 30-33).

anni	dies	hore
5	80	$\frac{4}{9}9$

Quod si uerum est, ita cognoscitur: usura de 100 librarum primi anni sunt libre 20; quibus additis cum 100, erunt 120; de quibus extracta pensione, remanent libre 90 : cum quibus additis usuris ipsarum, scilicet in secundo anno, faciunt 108; de quibus extracta | pensione eiusdem anni, remanent libre 78 : quibus usuris tercij anni superadditis, faciunt libras $\frac{2}{5}93$; de quibus extracta pensione eiusdem tercij anni, remanent $\frac{2}{5}63$; et sic faciendo de quarto, et quinto anno, remanebunt tantum libre $\frac{3\ 4\ 2}{5\ 5\ 5}25$, de quibus ipse tenuit domum diebus $\frac{4\ 9}{9\ 12}80$, hoc est diebus 80, et horis $\frac{4}{9}9$, et remanserunt ex eis libre 20, quas dominus domus reddidit ei. Deinde accipias quanta usura datur de libra 1. In illis diebus $\frac{4\ 9}{9\ 12}80$; quod sic erit uidendum. Multiplica de-

fol. 116 *verso*.

Digitized by Google

narios 4, scilicet usuram unius libre in mense per dies $\frac{4\;\;9}{9\;\;12}$ 80, et diuide per dies 30, scilicet per mensem, exibunt denarij $\frac{2\;\;6}{3\;\;9}$ 10; quos adde cum libra 1, hoc erunt soldi 20, et denarij $\frac{1\;\;2\;\;6}{2\;\;9\;\;9}$ 10; et tantum ascendit una libra inter capitale, et usuram in illis $\frac{4\;\;9}{9\;\;12}$ 80 diebus; que scilicet $\frac{1\;\;3\;\;6\;\;10\;\;0}{2\;\;9\;\;9\;\;12\;\;20}$ 1 multiplica per libras $\frac{3\;\;4\;\;2}{5\;\;5\;\;5}$ 25, reddunt libre $\frac{2\;\;6\;\;7\;\;4}{3\;\;9\;\;12\;\;20}$ 26; et tantum ascendunt libre ille $\frac{3\;\;4\;\;2}{5\;\;5\;\;5}$ 25 inter capitale, et proficuum in illis diebus $\frac{4\;\;9}{9\;\;12}$ 80: de quibus si extraxeris pensionem, que euenit in illis diebus $\frac{4\;\;9}{9\;\;12}$ 80, que est libre $\frac{2\;\;6\;\;7\;\;14}{3\;\;9\;\;12\;\;20}$, remanebunt tantum libre 20, secundum quod propositum fuit.

De eadem domo.

30, remanent .... que sunt 6 (fol. 116 verso, lin. 19-22; pag. 270, lin. 14 e 15-18).

Menses $\frac{1}{2}$ 2

Et si proponatur, quod quidam prestauit super eandem domum libras 6 ad easdem usuras; et queratur, quantum ipsam domum tenere debeat; sic facies: adde libras 6 cum pensione unius anni, scilicet cum 30, erunt libre 36; quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre 30; et tantum oportet, quod ipse haberet, ut domum tenere posset annum 1; et deinceps remanerent preposite libre 6: et extrahe 6 de 30, remanent 24; que esset minutio eiusdem anni: que multiplica per 6 de proportione superius inuenta, et diuide per 5, exibunt $\frac{4}{5}$ 28; que essent minutio alterius anni, scilicet illius, de quo ipse pro ipsis 6 libris domum tenere debet: quare multiplica 6 per 360 dies, scilicet per annum, et diuide per $\frac{4}{5}$ 28, exibunt dies 75, que sunt menses $\frac{1}{2}$ 2; et tantum tenebit ipse domum pro prescriptis libris 6; et sic poteris de multis alijs similibus operari.

De homine, qui prestauit ad usuras sine noticia.

Item quidam prestauit denarios ad easdem usuras nescio quot; et debebat dare per annum pro pensione eiusdem domus libras 30. Tenuit enim domum pro illis denarijs annis 5, et diebus 70. Queritur quantitas illorum denariorum: primum siquidem incipiendum est a diebus 70, uidelicet ut uideas pro quot denarijs, 70 diebus domum tenere possit. Eritque ita uidendum: quia usura unius anni est $\frac{1}{5}$ totius capitalis, oportet multiplicare dies anni per 5, erunt 1800; super quos adde dies prescriptos 70, erunt 1870: ergo in illis diebus 70 de 1800 facit 1870, hoc est quod de 180 facit 187: quare pone 180 super 187 sic: $\frac{180}{187}$: deinde uide, quanta sit pensio illorum 70 dierum sic: multiplica 30 per 70, et diuide per 360, proueniunt pro pensione illorum 70 dierum libre $\frac{5}{6}$ 5; quas multiplica per 180, et diuide per 187, exibunt libre $\frac{113}{187}$ 5: quibus omnibus explicatis, ad regulam uiagiorum hanc poteris assimilari, uidelicet pro 5 annis dicas quinque uiagia. In quibus singulariter de 5 facit 6; et expendit in unoquoque libras 30, scilicet pensionem; et in fine uiagiorum 5, hoc est 5 annorum, remanent ei libre $\frac{113}{187}$ 5, cum quibus tenebit domum diebus 70: quare| ut supra docuimus, scribenda sunt $\frac{5}{6}$ quinquies in ordine sic: $\frac{5}{6}\,\frac{5}{6}\,\frac{5}{6}\,\frac{5}{6}\,\frac{5}{6}$: deinde multiplicabis 6 per 6; que per 6; que per (*sic*); que per 6, scilicet per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis, erunt 7776; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 6480; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 5400; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 4500; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 3750; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 3125: deinde adde 6480 cum 5400, et cum 4500, et cum 3750, et cum 3125, erunt 23255; que multiplica per libras 30 pensionis, erunt 697650. Item multiplica 3125 per $\frac{113}{187}$ 5; et summam que exierit, adde cum 697650; et coadunatam summam diuide per regulam de 7776, que est $\frac{1\;\;0\;\;0\;\;0\;\;0}{6\;\;6\;\;6\;\;6\;\;6}$, exibunt libre $\frac{51\;\;6\;\;10}{66\;\;11\;\;17}$ 91; et tanta fuit quantitas denariorum

fol. 117 recto.

ut supra .... de quibus (fol. 117 recto, lin. 1-3; pag. 270, lin. 35-37 e 39).

$\frac{5}{6}\;\frac{5}{6}\;\frac{5}{6}\;\frac{5}{6}\;\frac{5}{6}$

Digitized by Google

illorum, quos ipse prestauerat. Aliter potes ad hanc eandem quantitatem per regulam uersam deuenire. Verbi gratia : pensionem quinti anni, scilicet 30, adde cum $\frac{113}{187}5$, erunt $\frac{113}{187}35$; que multiplica per 5, et diuide per 6. Ideo quia de 5 facit 6 in uno quoque anno, exibunt $\frac{6\ 11}{11\ 17}29$. Et hoc est illud, quod remanserat, cum iam domum 4 annis tenuerat. Super que adde pensionem quarti anni, erunt $\frac{6\ 11}{11\ 17}59$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{5\ 12}{11\ 17}49$; et tantum remanserat ei, cum iam domum annis tribus tenuerat. Que adde cum 30, scilicet cum pensione tercij anni, erunt $\frac{5\ 12}{11\ 17}79$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{6\ 7}{11\ 17}66$; et tantum remanserat ei, postquam domum annis 2 tenuerat. Cum quibus adde 30, scilicet pensionem secundi anni, erunt $\frac{6\ 7}{11\ 17}96$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{1\ 3\ 6}{6\ 11\ 17}80$; et tantum remanserat ei, cum iam domum uno anno tenuerat. Que adde cum pensione primi anni, erunt $\frac{1\ 3\ 6}{6\ 11\ 17}110$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, que sunt libre 91, et soldi 19, et denarij $\frac{1\ 6\ 10}{3\ 11\ 17}5$; et tantum prestauerat ipse supra domum, ut superius per aliam regulam inuenimus.

« cauerint .... cum $\frac{113}{187}5$ » (fol. 117 *recto*, lin. 8 e 9-12; pag. 270, lin. 42 — pag. 271, lin. 2).

libre prestite
$\frac{3\ 1\ 6\ 16}{6\ 4\ 11\ 17}91$

« adde 30 .... regulam » (fol. 117 *recto*, lin. 20-24; pag. 271, lin. 9-14).

Similiter libre prestite		
libre	soldi	denarij
91	19	$\frac{1\ 6\ 10}{3\ 11\ 17}5$

De eodem.

Nam si propositum fuerit, quod capitale illius sit libre $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$; et cum ipsis ad eandem usuram teneret domum annis 5, et diebus 70 ; et quereret annualis pensionis quantitatem. Sic facies : pone, ut pensio sit aliquis numerus, ut dicamus 36. Deinde uide, secundum prescriptum ordinem, dando pro pensione in unoquoque anno libras 36, quantum ei habere oportuerit, ut domum inde ualeat tenere prescriptis annis 5, et diebus 70: quod si bene reperire reperire (*sic*) scitieris, reperies, quod eum oportuerit habere libras $\frac{1\ 3\ 6}{6\ 11\ 17}110$: que si essent $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, utique inuenissemus propositum; hoc est quod pensio annualis esset libre 36: quod cum non sit, cadit regula proportionaliter; hoc est, quod sicuti libre $\frac{1\ 3\ 6}{6\ 11\ 17}110$ sunt ad libras $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, ita erunt 36 ad quesitam pensionem. Multiplicabis igitur 36 per $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, et diuides per $\frac{1\ 3\ 6}{6\ 11\ 17}110$, exibunt pro quesita pensione libre 30, ut supra dictum est.

« pensio annualis ... $\frac{1\ 3\ 6}{6\ 11\ 17}110$ » (fol. 117 *recto*, lin. 33-35; pag. 271, lin. 23-25).

pensio
30

De eadem domo.

Item si proposueris, quod pensio sit libre 30; et tenuit ipse domum annis 5, et diebus 70; et remanserunt ei de hoc, quod prestauerat supra domum, libre 20; et quesierit quantitatem denariorum, quos prestauerat; primum siquidem adde libras 20 cum pensione, que contingit illis diebus 70, scilicet cum libris $\frac{5}{6}5$, erunt libre $\frac{5}{6}25$;| deinde uide quantum ascendat usura in illis diebus 70. In anno quidem ascendit de 5 in 6; ergo in 5 libris lucratur 1 per annum : et cum dies 70 sint $\frac{7}{36}$ unius anni ; ergo in illis diebus 70 libre 5 ascendunt in libras $\frac{7}{36}5$, hoc est 180 in 187, ut superius diximus. Quare describes $\frac{180}{187}$, et multiplica $\frac{5}{6}25$ per 180, et diuide per 187, exibunt libre $\frac{8\ 14}{11\ 17}24$; cum quibus adde libras 30, scilicet pensionem quinti anni, erunt libre $\frac{8\ 14}{11\ 17}54$: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{123}{187}45$: cum quibus adde 30, scilicet pensionem quarti anni, erunt libre $\frac{123}{187}43$: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{125}{187}45$; cum quibus adde pensionem tercij anni, erunt libre $\frac{119}{187}93$: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{1\ 109}{3\ 187}77$: quibus superadde pensionem secundi anni, uidelicet 30; et multiplica summam per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{21\ 127}{36\ 187}89$; quibus superadde pensionem primi anni, uidelicet 30; et multiplica summam per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{1\ 2\ 0\ 1\ 12}{3\ 6\ 6\ 11\ 17}99$; et tantum ipse pre-

fol. 117 verso

« per 6 .... hoc est » (fol. 117 *verso*, lin. 13-15; pag. 271, lin. 48 — pag. 272, lin. 3).

$\frac{1}{2}\frac{20}{66}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99

stauit supra domum suprascriptam. Potes enim hoc idem aliter reperire, uidelicet repertis libris $\frac{8}{11}\frac{11}{17}$ 24 suprascriptis, rediges hanc questionem ad regulam uiagiorum dices: quod quidam fecit uiagia 5, hoc est quod tenuit domum annis 5; et in unoquoque uiagio de 5 faciebat 6, hoc est in uno quoque anno; et inde expendium faciebat librarum 30; hoc est dabat pensionem librarum 30. Et in fine quinque uiagiorum, scilicet 5 annorum, remanserunt ei libre $\frac{8}{11}\frac{11}{17}$ 24: quare describende sunt in ordinem $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$; et deinceps operaberis, sicut superius fuisti operatus; et reperies prescriptas libras $\frac{1}{2}\frac{20}{66}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99.

De eadem domo.

Rvrsum capitale, quod ipse prestauit supra domum, sit libre $\frac{1}{2}\frac{20}{66}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99; et tenuit cum ipso domum annis 5, et dies 70, et remanserunt ei libre 20; et quota sit pensio ignoraueris; sic facies. Vide quantum erit illa capitalis quantitas, cum qua faciendo dictum lucrum de anno in annum, in fine dictorum quinque annorum, et dierum 70 proueniat in libris 20, que remanere proponuntur in fine dicti termini; quod sic erit uidendum. Quia in illis 70 diebus de 180 facit 187, pone $\frac{180}{187}$; ante quas pro quinque annis pone quinquies $\frac{5}{6}$ in hunc modum; $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{180}{187}$; et multiplica 5 per 5; que per 5; que per 5; que per 5; que per 180, que sunt supra uirgas; que per libras 20; et summam, que euenerit, diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{6\ 6\ 6\ 6\ 6\ 187}$, exibunt $\frac{1\ 3\ 4\ 3\ 12}{6\ 6\ 6\ 11\ 17}$ 7; et tanta erit illa quantitas. Quem numerum extrahe de $\frac{1\ 2\ 0\ 1\ 12}{2\ 6\ 6\ 11\ 17}$ 99, remanent $\frac{5\ 1\ 5\ 16}{6\ 6\ 11\ 17}$ 91; et hec est illa quantitas, cum qua, et cum eius usuris persoluitur pensio, et nichil inde in fine remanet: quo facto, pone ut pensio sit 36, ut superius fecimus; et uide cum pensio fuerit 36; quantum erit capitale, cum quo possit tenere domum prescriptis annis 5, et diebus 70; eruntque $\frac{1\ 2\ 6}{6\ 11\ 17}$ 110: que cum uellent esse $\frac{5\ 1\ 6\ 16}{6\ 6\ 11\ 17}$ 91, multiplicabis $\frac{5\ 4\ 6\ 16}{6\ 6\ 11\ 17}$ 91 per 36, et diuide per $\frac{1\ 2\ 6}{6\ 11\ 17}$ 110, exibunt libre 30 pro quesita pensione, ut in tercia precedenti questione demonstrauimus. |

fol. 118 *recto*.

« Iterum .... faciebat 6 » (fol. 118 *recto*, lin. 1-3; pag. 272, lin. 27-29).

pensio 30

Aliter de domo.

Iterum pensio sit libre 30; et quidam prestauit super eandem domum ad easdem usuras tantum quod tenuit domum annis 5, et diebus 70; et in fine suum ei remansit capitale: quia de omnibus 5, quos ipse habuit in suo capitali, faciebat 6 per singulum annum; ergo in omnibus 5 lucratur 1; ergo in quinquies 30, scilicet in 150 lucratur 30, uidelicet pensionem; et tantum habuit ipse. Verum si lucrum uarie de anno in annum proponeretur, alia indigeret regula, uidelicet ut primum pro diebus 70, in quibus de 180 facit 187, ponatur $\frac{180}{187}$; deinde ante ipsas ponatur in ordinem quinquies $\frac{5}{6}$, sicut superius diximus: deinde multiplicabis 5 per 5; que per 5; que per 5; que per 5; que per 180, que sunt super uirgis; et summam, que euenerit, extrahes ex multiplicatione omnium numerorum, que sunt sub uirgis; et summam, que remanserit, diuides per multiplicationem de $\frac{5\ 1\ 6\ 16}{6\ 6\ 11\ 17}$ 91 in numero, qui exierit ex multiplicatione omnium numerorum existentium sub uirgulis in seipsis; et similiter habebis libras 150.

« summam, que .... habebis » (fol. 118 *recto*, lin. 9 e 10-12; pag. 272, lin. 35-38).

libre prestite 150

De domo.

Iterum capitale sit 150; et lucrum sit, ut supra; et queratur pensionis quantitas. Cum itaque suum capitale ei in fine dictorum annorum proponatur remanere; et semper $\frac{1}{5}$ sui capitalis ipse lucretur, accipe quintam de 150, que est 30; et habeas ea pro quesita pensione.

« Iterum .... pro quesita » (fol. 118 *recto*, lin. 14-16 e 17; pag. 272, lin. 40-42 e 43).

pensio 30

Digitized by Google

Aliter de eadem domo.

Rvrsum lucrum sit idem, et pensio sit eadem; et in fine dictorum annorum, et dierum 70, libras 36, ultra suum capitale, ei remansisse proponimus: primum quidem inueniende sunt suprascripte libre 150, cum quibus lucratur pensionem; quibus repertis, uide, ex quo capitali libras 36 lucrari possit: describantur in ordinem $\frac{180}{187}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}$, et multiplicentur omnes numeri, qui sunt super uirgulis, erunt 562500; que extrahe de multiplicatione omnium numerorum, qui sunt sub uirgulis, uidelicet de 454112, remanent 891612; in quorum regula diuide multiplicationem de 562500 in 36, que debent superare super suum capitale, exibunt libre $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 22; quas adde cum 150, erunt $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172; et tantum habuit ipse.

« capitale . . de 562500 » (fol. 118 recto, lin. 20 e 21-24; pag. 273, lin. 5-8).

Capitalis prestitus

$\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172

Iterum ponatur, quod capitale ipsius sit $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172, et lucrum sit idem; et in fine lucretur libras 36; et quota sit pensio ignoretur. Reperias quidem, secundum quod modo docuimus, ipsum $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 22, cum quibus lucratur in illis 5 annis, et diebus 70 illas libras 36, que in fine ei preponuntur ultra suum capitale remanere; que extrahantur de $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172, remanent 150; de quibus accipiatur quinta pars; ideo quia per singulum annum quintam sui capitalis lucrari proponitur, exibunt 30 pro quesita pensione.

« illas libras . . . . exibunt 30 pro » (fol. 118 recto, lin. 30-32, pag. 273, lin. 14-16

pensio

30

De milite recepturo pro suo feudo bizanti .ccc.

Qvidam miles erat recepturus a quodam rege causa sui feudi in unoquoque anno bizantios 300; et persoluebantur ei in .IIII.^{or} pagas; et in unaquaque accipiebat bizantios 75, hoc est paga de tribus mensibus. Qui cum necessitate cogeretur, rogauit quemdam diuitem, ut commodaret sibi tot bizantios ad usuras, pro quibus ipse diues acciperet illos bizantios 300, excomputando bizantios 75 uniuscuiusque page, de paga uidelicet in pagam, de capitali et proficuo. Qui acquiescens | uoluntati ipsius, prestauit ei ipsos bizantios ad proficuum duorum bizantiorum per centenarium in uno quoque mense. Queritur, quot bizantios ipse in prestantiam accepit. Primum quidem studeas hanc questionem ad uiagiorum regulam redigere; que sic redigitur: quia in uno quoque mense lucrum 100 bizantiorum est bizantij 2; ergo lucrum centenarij est bizantij 6 in tribus mensibus, scilicet in termino uniuscuiusque page: ergo in unaquaque paga de bizantijs 100 facit 106, hoc est de 50 facit 53: et quia page sunt .IIII.^{or}; IIII.^{or} uiagiorum similitudinem gerunt: et quia paga est bizantij 75, habeantur ipsi pro expendio uniuscuiusque uiagij. Deinde quia de 50 facit 53, pone $\frac{50}{53}$ quater pro .IIII.^{or} pagis sic: $\frac{50}{53}\ \frac{50}{53}\ \frac{50}{53}\ \frac{50}{53}$; et multiplica 50, que sunt super prima uirga, per 53, que sunt sub secunda; que per 53, que sunt sub tercia; que per 53, que sunt sub quarta, erunt 7443850. Item multiplica eandem 50 per 50 secunde uirge; que per 53 tercie; que per 53 quarte, erunt 7022500. Iterum multiplica primam 50 per secundam; que per terciam, erunt 125000; que per 53, que sunt sub quarta uirga, erunt 6625000. Rursum multiplica 50 per 50; que per 50; que per 50, scilicet ea, que sunt super uirgulis, erunt 6250000: que adde cum reliquis tribus modo inuentis numeris, erunt 27341350; que multiplica per 75, erunt 2050601250; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{53\ 53\ 53\ 53}$, exibunt $\frac{32\ 6\ 42\ 46}{53\ 53\ 53\ 53}$ 259; et tot fuerunt bizanthij, quos accepit in prestantia.

fol. 118 verso.

« que per 50 . . . . prestantia » (fol. 118 verso, lin. 14-17; pag. 273, lin. 38-41)

bizanthij recepti

$\frac{32\ 6\ 42\ 46}{53\ 53\ 53\ 53}$ 259

De illo, qui hedifficauit palacium.

Qvidam uolens construere palatium, petijt magistrum, cum quo fecit conuentionem

Digitized by Google

de septem bizantijs in mense: expleto quidem mense debebat esse persolutus. Predictus magister erat pauperculus; supplicauit illi domino operis, ut mutuaret sibi bizantios 11 pro suis necessarijs. Qui Respondit. Libenter. Sed tali ratione, quod de 60 reddas 61 in mense, secundum quod accidet de 11 bizanthijs; et in fine mensis extrahes tuum pretium, scilicet bizantios 7; et quod remanserit, morabitur cum eadem usura, donec lucraberis reliquos. Magister uero professus fuit, quod dominus asseruit, et laborauit opus duobus mensibus. Queritur, quantum dominus operis debebat superaddere prefato magistro: hec regula, secundum regulam prime domus, est operanda; uidelicet ut superponantur usure unius mensis illorum 11 bizantiorum super ipsos, erunt $\frac{11}{60}$ 11; de quibus discomputentur bizantij 7, scilicet pretium illius de uno mense, remanent bizantij $\frac{11}{60}$ 4; quibus extractis de 11, remanent $\frac{49}{60}$ 6, qui sunt minutio capitalis primi mensis: quem multiplica per 61, et diuide per 60; ideo quia de 60 facit 61, exibunt bizantij $\frac{40\ \ 3\ \ 9}{60\ 10\ 10}$ 6, qui sunt minutio secundi mensis. In quibus studeas diuidere multiplicationem de bizanthijs $\frac{11}{60}$ in 30, uidelicet in diebus mensis, exibunt dies $\frac{24\ \ 44}{61\ 409}$ 18. In quibus, et in uno mense expleuit opus, quod debebat magister ipse pro ipsis bizantijs 11 operari: quare extrahantur ipsi de duobus mensibus, remanent dies $\frac{49\ 216}{61\ 409}$ 11; de quibus ipse magister recepturus erat suum pretium, quod illis diebus ei contigit: quod si reperire uolueris, multiplica ipsos dies $\frac{49\ 216}{61\ 409}$ 11 per pretium mensis, scilicet per 7, et diuide per 30, scilicet per dies mensis, exibunt bizantij $\frac{49\ 248}{61\ 409}$ 2; et tantum erat ille recepturus in illis duobus mensibus, ultra illos 11 bizantios, quos primum habuerat.

« ipse magister .... De eodem » (fol. 118 verso, lin. 35-38; pag. 274, lin. 17-21).

bizanthij
$\frac{49\ 216}{61\ 409}$ 2

De eodem.

Si dicatur, quod ipse magister laborauit super illis 11 bizantijs tantum, quod dominus operis erat ei daturus | bizantios 4, multiplica 4 per dies 30, erunt 120; que diuide per 7, exibunt dies $\frac{4}{7}$ 17; quos adde cum mense 1, et diebus $\frac{24\ \ 44}{61\ 409}$ 18, erunt dies $\frac{1\ 60\ 102}{7\ 61\ 409}$ 65; et tantum laborauit ipse.

fol. 119 recto

« bizantios 4 .... constantinopoli » (fol. 119 recto, lin. 1-4; pag. 274, lin. 22-26).

dies
$\frac{1\ 60\ 102}{7\ 61\ 409}$ 65

De duobus hominibus, qui habuerunt societatem in constantinopoli.

Dvo homines pariter in constantinopolim habuerunt insimul societatem; quorum unus perrexit alexandriam negotiandi causa, et tulit secum de comuni hentica quantum libuit; stetitque ibi annis 5, et diebus 70, et lucrabatur quintam sui capitalis in uno quoque anno, et inde expendebat per annum bizantios 25. Alius qui remanserat constantinopolim lucrabatur in uno quoque anno septimam sui capitalis; et inde expendebat bizantios 37. In fine autem dictorum 5 annorum, et 70 dierum, cum socijs (*sic*) eius fuisset reuersus, nil ei remansit; et socius eius lucratus fuit in suprascripto termino quantum a principio socio suo remanserat. Queritur, quantum unusquisque habuit de eorum hentica comuni. In hac questione due uiagiorum regule, uel domus competenter possunt intelligi: prima quidem de ipso, qui constantinopolim remanserat, cum in unoquoque anno septimum sui capitalis lucraretur, talis est ac si diceretur, quod de 7 faciebat 8; pro 5 enim annis, et diebus 70, uiagij 5, et $\frac{70}{360}$ unius uiagij intelligitur. Et expendium unius cuiusque anni, quod faciebat, scilicet bizantij 37, est tantum, quantum si diceres, quod in uno quoque uiagio ipsos expenderet; uel quod in uno quoque anno excomputabat ipsos pro pensione domus: et cum ei nil remansisse proponatur, incipiendum est, secundum regulam domus, ab illis 70 diebus, uidelicet ut inuenias de quanto capitali potuit facere expendium, quod in illis 70 diebus fecerat; quod sic in-

Digitized by Google

ueuire per regulam domus docuimus: scilicet quia cum in anno de 7 facit 8; ergo
in diebus 70 de 7 facit $\frac{7}{36}7$ unius bizantij, cum ipsi 70 dies sint $\frac{7}{36}$ unius anni: ergo
de 252 facit 259, hoc est quod de 36 facit 37. Quare describendi sunt $\frac{36}{37}$; deinde uideas
quantum expendium accidit illis diebus 70. Multiplica enim expendium anni, scilicet
37, per dies 70; et diuide per 360, exibunt bizanti $\frac{5\ 4}{6\ 9}7$; et tantum est expendium 70
dierum; quod multiplica per 36, que sunt super 37; et diuide per ipsa 37, exibunt
bizanti 7; et tantum habuit ipse post moram quinque annorum. Deinde ex anno in
annum usque quod ad caput primi anni deuenies, sicuti in domus regula fecimus, studeas operari; uidelicet ut cum repertis modo septem bizanthijs addas expendium quinti
anni, scilicet 37, erunt 44; que multiplica per 7, et diuide per 8; ideo quia de 7 facit
8, exibunt $\frac{1}{2}38$; et tantum remanserat ei, cum iam .IIII.^{or} transierant anni: super quos
adde expendium quarti anni, scilicet 37, erunt bizantij $\frac{1}{2}75$; que multiplica per 7,
et diuide per 8, exibunt bizantij $\frac{1\ 0}{2\ 8}66$; et tantum remansit ei post triennium: cum
quibus adde expendium tercij anni, uidelicet 37, erunt $\frac{1\ 0}{2\ 8}103$; que multiplica per 7,
et diuide per 8, exibunt bizantij $\frac{1\ 3\ 1}{2\ 8\ 8}90$; et tantum remansit ei post biennium:
cum quibus additis bizantijs 37, quos expenderat in secundo anno, erunt $\frac{1\ 3\ 1}{2\ 8\ 8}127$;
que multiplica per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij $\frac{1\ 0\ 2\ 2}{2\ 8\ 8\ 8}111$; et hoc est quod
remanserat ei post expendium primi: cum quibus additis bizantijs 37, scilicet ipsius
anni expendium, erant bizantij $\frac{1\ 0\ 2\ 2}{2\ 8\ 8\ 8}148$; quos multiplica per 7, et diuide per 8;
que multiplicatio sic fit: protrahes uirgam, sub qua sint 2, et 8, et 8, et 8, sicuti sunt
sub uirga numeri, quem multiplicare uis per 7; sub qua etiam ex parte dextra pones
8, scilicet diuisorem, et multiplicabis 7 per 1,| quod est super 2, et erunt 7; que di- fol. 119 verso.
uides per eadem 2, exibunt 3, et remanet 1: pone remanens 1 super 2, et 3 serua
in manu; et multiplica 7 per 0, quod est super 8, ueniet 0, quod adde cum 3 seruatis, erunt 3; que diuides per 8, qui inter diuisores octonarios est primus diuisor,
exibit 0, et remanent 3: pone 3 super ipsa 8, et multiplica 7 per 2, que sunt super
secundum octonarium, erunt 14; quibus diuisis per eadem 8, exijt 1, et remanent 6:
pone 6 super 8, qui inter diuisores octonarios est secundus, et reserua 1; et multiplica 7 per 2, que sunt super 8 in ultimo uirge, erunt 14; cum quibus adde unum
seruatum, erunt 15; que diuide per penultima 8 uirge seruate, exibit 1, et remanent
7: pone 7 super ipsa 8, et serua 1; quod adde multiplicationi de 7 in 148, erunt 1037;
que diuide per 8, que sunt ultima sub uirga protracta, exibunt bizantij $\frac{1\ 3\ 6\ 7\ 5}{2\ 8\ 8\ 8\ 8}129$;
et tantum habuit de comuni hentica ipse, qui constantinopolim remanserat. Deinde accedendum est ad eum, qui alexandriam perrexerat; quod secundum uiagiorum uel domus regulam oportet operari, scilicet per eam, in qua preponitur de ipso, qui tenuerat
domum annis 5, et diebus 70; et super ipsius capitale lucratus fuit in finem bizantios
$\frac{1\ 3\ 6\ 7\ 5}{2\ 8\ 8\ 8\ 8}129$, uidelicet eos, qui remanserunt ei, qui constantinopolim permanserat: que
sic superius esse operanda demonstrauimus, uidelicet ut primum inueniatur de quantis
bizanthijs potest tantum proficuum habere, unde possit de proficuo facere expendium;
et ipsi in finem non comminuantur; qui sic inuenientur. Accipe bizantios 25, qui sunt
expendium, et multiplica eos per 5. Ideo quia lucrabatur $\frac{1}{5}$ sui capitalis, erunt 125;
de quorum lucro potes facere expendium; et in fine non comminuentur. Deinde quia
de 5 facit 6, scribende sunt $\frac{5}{6}$ quinquies propter annos 5 sic: $\frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}$. Rursum quo-

Digitized by Google

niam in uno quoque anno de 5 facit 6; ergo in diebus 70 de 5 facit $\frac{7}{36}$ 5, hoc est, quod de 180 facit 187: quare ponenda sunt 180 super 187, et describenda in ordine cum alijs $\frac{5}{6}$ sic : $\frac{180}{187}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}$: deinde multiplica omnes numeros, qui sunt super uirgulis, erunt 562500, que habeantur loco capitalis; que extrahe ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, que est 1454112, que habentur loco capitalis, et lucri, remanent 897612 pro lucro: in quorum regula diuide multiplicationem de 5625 in $\frac{1\ 8\ 6\ 7\ 5}{2\ 8\ 8\ 8\ 8}$ 129, scilicet in capitale ipsius, qui constantinopolim remanserat, exibunt bizanti $\frac{1\ 7\ 1\ 1\ 0\ 2\ 1\ 6\ 9}{2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 81, qui sunt bizantij; cum quibus ipse absque expendio lucratus fuerit bizantios, qui remanserunt, qui constantinopolim remanserat: cum quibus adde 125, cum quibus totum expendium lucrabatur, erunt bizantij $\frac{1\ 7\ 1\ 4\ 0\ 2\ 1\ 1\ 6\ 9}{2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 206 ; et tantum portauit de comuni hentica ipse, qui in alexandriam perrexerat.

« constantinopolim . . . tantum » (fol. 119 *verso*, lin. 29 e 30-34; pag. 276, lin. 7-10).

Bizanthij illius qui iuit ad Alexandriam
$\frac{1\ 7\ 1\ 4\ 0\ 2\ 1\ 1\ 6\ 9}{2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 206

Incipit pars VII.ª de regulis erraticis de duobus hominibus, qui detulerunt lanam ad naulum.

Qvidam duxit in quadam naue lane fasces 13 equali pretio ad naulum ; et alius fasces 17 eiusdem pretij: cum uenissent ad locum, in quo debebat descendere nauclerus, petiuit eis naulum constitutum: qui cum non haberent denarios, unde naulum persol|uerent, dixit ei primus : Accipe unum de meis fascibus pro naulo meorum 13 fascium, et redde mihi superfluum. Qui cum accepisset, reddit soldos 10 pro hoc, quod fascis ualebat, plus nauli eorum 13 fascium. Cum autem exigeret naulum alij homini de fascibus 17, accepit unum fascium ab ipso, et reddidit ei soldos 3. Queritur, quot ualebat fascis; et quot pro unoquoque fasce naulum dabatur. Accipe differentiam, que est a fascibus 13 usque in fasces 17, que est 4. Item accipe illud, quod est inter soldos 10, et soldos 3, quod est soldi 7: ergo pro fascibus 4, quod vnus habuit amplius alio , fuit ei redditum, minus soldi 7: quare euidentissime uidetur, quod nauclerius pro ipsis 4 fascibus retinuit soldos 7 : ergo de omnibus .IIII.^{or} fascibus dabantur naulum soldi 7: ergo si soldi 7, qui sunt denarij 84, diuiderimus per fasces 4, exibunt denarij 21 pro naulo uniuscuiusque fascis; ergo de fascibus 13 erat daturus ille, qui eos duxerat pro naulo denarios 13 uice 21 , qui sunt soldi 22, et denarij 9 : quibus superadditis soldis 10, quos nauclerus ei reddidit, erunt soldi 32 , et denarij 9; et tantum ualuit unusquisque fascium. Et si acceperis naulum de fascibus 17 alterius hominis, quod est soldi 29, et denarij 9, quod exijt ex multiplicatione denariorum 21 in 17; et super addideris soldos 3, quos nauclerius ei reddidit, ad eosdem soldos 32, et denarios 9 deuenies.

fol. 120 *recto*.

« denarij 21 .... hominis, quod » (fol. 120 *recto* , lin. 11-14 ; pag. 276, lin. 26-30).

primum fascium	
soldi	denarij
32	9

De mercatore deferente lapides preciosos Constantinopulim.

Mercator quidam deferens lapides pretiosos 5 equali pretio in constantinopolim ad uendendum, erat primo transiturus per commertia 3; et cum ad primum deueniret commercium; ex amicitia remissum est ei totum commertium, accipiens cartam, quod de uno lapide commertium non exigeretur in secundo , et tercio commertium ; qui cum ad secundum ueniret commertium, commertiarius abstulit ex 4 lapidibus unum, restaurans ei bizantios 100. Ad tercium cum ueniret commertium, commertiarius abstulit ei de tribus unum , et restaurauit ei bizantios 150. Queritur, quot ualebat unusquisque lapis; et quot dabatur pro commertio de uno quoque lapide: hoc quod dicitur de primo commertio, non dicitur nisi pro derisu, ut impediantur rudes. Sed de duobus alijs commertijs est sicuti de nauclerio, qui erat recepturus naulum de .IIII.^{or} lapidibus, et tribus:

Digitized by Google

quare extrahantur 3 de 4, remanent 1; in quo diuides 50, qui est differentia, que est a 100 usque in 150, exibunt 50; et tot dabatur commertium de uno quoque lapide: que multiplica per lapides 4, erunt bizantij 200; qui addantur cum bizantijs 100, qui redditi fuerunt in secundo commertio, erunt bizantij 300; et tantum ualuit unusquisque lapis. Et si multiplicaueris eadem 50 per lapides 3, et superaddideris bizantios 150, ad eosdem bizantios 300 perueníes.

Ex duobus hominibus unus habuit pisces 12, et alter pisces 13; et fuerunt omnes pisces unius pretij. Commertiarius autem abstulit primo piscem, et denarios 12 pro dirictura. Et alio abstulit pisces 2, et reddidit ei denarios 7; queritur commertium, et pretium uniuscuiusque piscis. Quia de 12 piscibus dantur pro dirictura piscis unus, et denarij 12; ergo de unoquoque pisce datur $\frac{1}{12}$ unius piscis, et denarius 1. Quare secundus homo pro tredecim piscibus debuit dare $\frac{13}{12}$ unius piscis, et denarios 13, pro quibus | dedit pisces 2, minus denarijs 7; ergo $\frac{13}{12}$ unius piscis, et denarij 13 equantur duobus piscibus, minus denarijs 7. Quare si comuniter addantur denarij 7, erunt quod duo pisces equantur $\frac{13}{12}$ unius piscis, et denarijs 20: ex quibus si comuniter auferantur $\frac{13}{12}$ piscis, remanebunt $\frac{11}{12}$ unius piscis, que equantur denarijs 20, hoc est quod $\frac{11}{12}$ piscis ualent denarios 20: proportionaliter ergo est sicut 11 ad 12, ita 20 ad pretium piscis. Quare per 11 diuides multiplicationem de 12 in 20, exibunt denarij $\frac{9}{11}21$ pro pretio unius piscis; cuius $\frac{1}{12}$, scilicet $\frac{9}{11}1$, adde cum uno denario, erunt $\frac{9}{11}2$, qui sunt commertium uniuscuiusque piscis. Verbi gratia. Commertium piscium 12 est denarij $\frac{9}{11}33$, qui procreantur ex ductis $\frac{9}{11}2$ in 12, qui equantur pretio unius piscis, et denarijs 12. Similiter commertium de piscibus 13 est denarij $\frac{7}{11}36$, qui equantur pretio duo piscium, minus denarijs 7, ut oportet. Et si proponatur, quod ex 12 piscibus commertiarius tolleret piscem, et redderet denarios 12; et pro piscibus 13 tolleret pisces 2, minus denarijs 7, esset hec questio insolubilis. Inuenies enim per consimilem inuestigationem, quod $\frac{13}{12}$ unius piscis, minus denarijs 13, equantur duobus piscibus, minus denarijs 7: quare si comuniter addantur denarij 13, ueniet quod $\frac{13}{12}$ unius piscis equantur duobus piscibus, et denarijs 6; quod est inconueniens. Et si pro 12 piscibus tolleretur piscis, minus denarijs 7; et pro 13 tollerentur pisces 2, minus denarijs 12, tunc $\frac{13}{12}$ unius piscis, minus denarijs $\frac{7}{12}7$, equantur piscibus 2, minus denarijs 12. Quare si comuniter addantur denarij 12, et auferantur $\frac{12}{12}$ piscis, remanebunt $\frac{11}{12}$ unius piscis, equales de denarijs $\frac{5}{12}4$. Quare multiplica $\frac{5}{12}4$ per 12, et diuide per 11, exibunt $\frac{9}{11}4$ pro pretio uniuscuiusque piscis. Et quia sunt minus de denarijs 7, quos reddidit commerzarius ei, cui abstulit piscem; uidetur hec questio esse insolubilis, cum commerzarius reddat ei plusquam accipiat ab eo. Sed si proponeretur, quod superfluum, quod fuit redditum primo homini, esset ad superfluum, quod fuit redditum secundo, sicut pisces unius ad pisces alterius, hoc est sicut 12 est ad 13; tunc unusquisque piscis ualeret inuentos denarios $\frac{9}{11}4$.

c. 120 recto.

Qvidam emit minuta 5 pro 1 denario, et inuestiuit in ea denarios 10, et uendidit alia minuta 7 pro denario 1; et lucratus fuit denarios 11 in illis 10 denarijs; queritur, que minuta fuerunt illa, que emit; et que illa que uendidit, sic facies: multiplica 5 per 10, erunt 50: deinde pone 5 super 50 sic: $\frac{5}{50}$; et talia fuerunt minuta illa, que emit pro uno denario: ergo pro 10 denarijs emit $\frac{50}{50}$, hoc est integrum unum, quem uendidit

Digitized by Google

in talia minuta. Vnde habuit ex ipso denarios 21, scilicet 10, quos inuestiuerat, et 11, quos fuit superlucratus: quare multiplica 7 per 21, erunt 147; super que pone 7 sic: $\frac{7}{147}$; et talia fuerunt minuta illa, que uendidit.

De illo qui intrauit in uiridario pro pomis colligendis.

Qvidam intrauit in quoddam uiridarium, in quo erant porte 7, et accepit ibi summam quamlibet pomorum; qui cum uellet exire, oportuit eum dare primo hostiario medietatem omnium pomorum, et unum amplius; secundo hostiario medietatem residuorum pomorum, et unum amplius. Qui cum ita daret reliquis 5 hostiarijs, compertum est ei unum pomum. Queritur, quot fuerunt poma illa, que de pomerio collegerat; sic facies: pro uno pomo, quod ei remanserat, tene 1; super quod adde unum pomum, quod ultimo hostiario dederat, erunt 2; que duplica, erunt 4; et tantum habuit, cum ad ul-
fol. 121 recto timum deueniret hostia|rium: super que adde illud pomum, quod dedit sexto hostiario, erunt 5; que duplica, erunt 10; et tantum remansit ei post exitum 5 portarum: super que adde unum pomum quinti hostiarij, erunt 11; que duplica, erunt 22; super que adde 1 pro illo pomo, quod dedit quarto hostiario, erunt 23; que duplica, erunt 46: super que adde 1 pro illo pomo, quod dederat tercio hostiario, erunt 47; que duplica, erunt 94: super que adde 1 pro eo pomo, quod dederat secundo hostiario, erunt 95; que duplica, erunt 190; cui superadde 1, quod dedit prime porte; et duplica summam, erunt 382; et tot fuerunt illa poma: et sic reuertendo, secundum quod propositum fuerit, in ordinem retro, poteris quamlibet similium positionum reperire.

Aliter pone ipsum collegisse a principio rem, de qua dedit prime porte $\frac{1}{2}$, et pomum 1. Remansit ergo $\frac{1}{2}$ rei, minus 1, de quo secunde porte dedit medietatem, et pomum unum: ergo remansit ei quarta rei, minus pomo $\frac{1}{2}$ 1, de quo dedit tercie porte dimidium, et pomum 1. Quare remansit ei $\frac{1}{8}$ rei, minus pomo $\frac{3}{4}$ 1, cuius medietatem dedit quarte porte, pomo 1 addito; et sic remansit ei $\frac{1}{16}$ rei, minus pomo $\frac{7}{8}$ 1: cuius medietatem, uno pomo addito, cum dedisset quinte porte, remansit ei $\frac{1}{32}$ rei, minus pomo $\frac{15}{16}$ 1; cuius medietatem cum dedisset, pomo 1 addito, sexte porte, remansit ei $\frac{1}{64}$ rei, minus pomo $\frac{31}{32}$ 1: ex quo etiam, cum dedisset septime porte medietatem, pomo 1 addito, remansit ei $\frac{1}{128}$ rei, minus pomo $\frac{63}{64}$ 1, que equantur uni pomo, ei uidelicet, quod remansit post exitum septem portarum. Si comuniter addatur pomum $\frac{63}{64}$ 1, ueniet quod $\frac{1}{128}$ rei equatur pomis $\frac{63}{64}$ 2. Quare multiplica $\frac{63}{64}$ 2 per 128, erunt similiter poma 382.

De integrorum commistione cum minutis.

* et 3 faciunt .... multiplica $\frac{3}{5}$ * (fol. 121 recto, lin. 24-29, pag. 278, lin 24-40).

integra
4
quinti
12
uigesime quinte
9

Si propositum fuerit commiscere 2 integra cum minutis tribus, ut dicamus cum $\frac{3}{5}$, et fiant 5 ita comixta, hoc est 2 et 3 faciunt 5: deinde multiplicentur 5 per 5, et faciunt 25; et queratur de istis 25, quid fiant. Sic facies: describe $\frac{3}{5}$ 2 bis, tanquam ad inuicem ea debeas multiplicare: deinde multiplica 2 integra per 2 integra, erunt integra 4, que seruentur. Postea multiplica 2 integra, que sunt in superiori linea, per 3, que sunt super 5 de inferiori, erunt $\frac{6}{5}$: et econuerso multiplica 2 integra inferiora per 3, que sunt super 5 de superiori, erunt similiter $\frac{6}{5}$; quibus insimul additis, faciunt $\frac{12}{5}$. Post hec multiplica $\frac{3}{5}$ per $\frac{3}{5}$, faciunt $\frac{9}{25}$; et talia erant illa 25, hoc est quod .iiij.^{or} ipsorum sunt integra, et 12 eorumdem sunt quinte: reliqua uero 9 sunt uigesime quinte; que si insimul coadunaueris, faciendo integra de minutis, peruenies in summam multiplicationis de $\frac{3}{5}$ 2 in $\frac{3}{5}$ 2. Verbi gratia: si $\frac{3}{5}$ 2 per $\frac{3}{5}$ 2 multiplicaueris, facient $\frac{19}{25}$ 6;

Digitized by Google

et si coadunaueris 4 integra cum $\frac{12}{5}$, erunt $\frac{2}{5}$ 6: quibus si superaddideris $\frac{9}{25}$, facient $\frac{19}{25}$ 6, ut prediximus. Item si dictum fuerit, quod additis 2 integris cum $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$, faciant 7; et additis 5 cum $\frac{8}{9}\frac{6}{7}$, faciant 19: et multiplicentur 7 per 19, que faciunt 133; et queratur de illis 133, quid sint: describes itaque $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$ 2, et $\frac{8}{9}\frac{6}{7}$ 5 tamquam ea ad inuicem debeas multiplicare; et incipies multiplicationem ab integris, scilicet multiplica 2 per 5, faciunt 10, que sunt integra : deinde multiplica 2 per $\frac{6}{7}$, erunt $\frac{12}{7}$, quas serua ; et 5 integra multiplica per $\frac{3}{4}$, erunt $\frac{15}{4}$. Rursus multiplica 2 integra per $\frac{8}{9}$, erunt $\frac{16}{9}$; et 5 per $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{10}{3}$; et $\frac{3}{4}$ per $\frac{6}{7}$, erunt $\frac{18}{28}$. Post hec multiplica $\frac{3}{4}$ per $\frac{8}{9}$, erunt $\frac{24}{36}$; et $\frac{6}{7}$ per $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{12}{21}$. Et adhuc $\frac{2}{3}$ per $\frac{8}{9}$, erunt $\frac{16}{27}$; et talia sunt illa 133, uidelicet 10 ipsorum sunt integra, et 12 eorum sunt septime, et 15 sunt $\frac{15}{4}$, et deinceps reliqua sunt, sicuti superius modo inuenimus; que omnia insimul iuncta reddunt 133 : que si naturaliter addideris, reuerteris in summam multiplicationis de $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$ 2 in $\frac{8}{9}\frac{6}{7}$ 5; et sic ex eorum similibus studeas operari.

* per $\frac{2}{3}$ faciunt ... facient $\frac{19}{25}$ 6 * (fol. 121 recto, lin. 30-34, pag. 278, lin. 40-43, — pag. 279, lin. 1).

(fol. 121 verso)

Qvidam ad finem ueniens, maiori filiorum precepit dicens: Substantiam mobilie mee inter uos sic diuidite. Tu bizantium unum accipias, et septimam reliquorum ; alteri uero filiorum dixit. Et tu bizantios 2 accipias, et septimam partem reliquorum. Alteri uero, ut 3 bizantios acciperet, et $\frac{1}{7}$ reliquorum imperauit. Et sic uocauit omnes suos filios per ordinem, dando unicuique amplius unum quam alteri; et deinceps semper $\frac{1}{7}$ reliquorum; ultimus autem habuit residuum. Contingit autem, quod unusquisque habuit de substantia patris eorum equaliter, predicta conditione. Queritur, quot fuerunt filij; et quanta fuit pecunia ipsius. Ita enim facies: pro septimo, quod dabat unicuique, retineas 7; de quibus extrahe 1, remanent 6; et tot fuerunt filii eius: que 6 in se multiplicata facient 36; et tot fuerunt bizantij illius. Et si primus filiorum haberet $\frac{1}{7}$ substantie patris , et postea bizantium 1 ; et secundus haberet $\frac{1}{7}$ reliqui, et bizantios 2; et hoc modo procederet in reliquis filijs, addendo unicuique per ordinem bizantium 1; tunc filij essent similiter 6, et bizantij essent septies 6, scilicet 42. Et si in unaquaque questione primus habuisset bizantios 3; secundus 6, et reliqui haberent similiter suos bizantios per ascensionem ternarij; tunc filij essent similiter 6, et summa bizantiorum esset triplum dictarum summarum, scilicet de 36, et de 42.

Item diuisi numerum in partes; et prime parti dedi unum, et $\frac{2}{11}$ residui; secunde quidem dedi 2, et $\frac{2}{11}$ residui; et sic addidi 1 unicuique parti, dans similiter ei $\frac{2}{11}$ residui; et fuerunt partes equales: queritur, quot fuerunt partes; et que fuit summa : diuide 11 per 2, que sunt super 11, ueniunt $\frac{1}{2}$ 5; ex quibus tolle 1, remanent $\frac{1}{2}$ 4; et tot fuerunt partes; que insimul multiplicata, erunt $\frac{1}{4}$ 20 pro numero diuiso. Et si prime darem 4 ex numeris, et secunde 8; et reliquis darem per ordinem numeros ascendentes per 4; tunc summa esset 81, scilicet quadruplum de $\frac{1}{4}$ 20. Nam si prime parti darem $\frac{2}{11}$; et de reliquis 1, et cetera ut supra, partes similiter essent $\frac{1}{2}$ 4 ; et summa esset $\frac{3}{4}$ 24, que ueniunt ex $\frac{1}{2}$ 4 in $\frac{1}{2}$ 5: et si numerus prime partis esset 5; secunde 10 , et cetera , multiplica $\frac{3}{4}$ 24 per 5 ; et si loco de $\frac{2}{11}$ ponerentur $\frac{3}{11}$, diuides 11 per 3 ; et deinceps fac ut supra.

Rvrsus diuisi numerum dragmarum in partes; et dedi prime parti dragmas 2, et $\frac{6}{31}$ residui ; secunde uero parti dedi 3 plus, scilicet 5; et de residuo dedi eidem $\frac{6}{31}$; tercie quidem dedi 3 plus, scilicet 8; et deinceps processi in reliquis partibus eodem modo

Digitized by Google

per ordinem, dando unicuique 3, plus antecedente parte et amplius $\frac{6}{31}$ unicuique de residuo; et fuerunt omnes partes equales: queritur, | quot fuerunt partes; et qui fuit numerus diuisus. Soluam itaque hanc questionem per regulam rectam hoc modo: ponam rem pro numero illo, de quo dedi prime parti 2, remansit res, minus dragmis 2; de qua dedi eidem prime parti $\frac{6}{31}$, scilicet $\frac{6}{31}$ rei, minus $\frac{12}{31}$ dragme: quibus additis cum dragmis 2, faciunt $\frac{6}{31}$ rei, et dragmam $\frac{19}{31}$ 1; que sunt portio prime partis: quibus extractis ex re, remanent $\frac{25}{31}$ rei, minus dragma $\frac{19}{31}$ 1: de quibus dedi secunde parti 5, remanserunt $\frac{25}{31}$ rei, minus dragmis $\frac{19}{31}$ 6: de quibus etiam dedi secunde parti $\frac{6}{31}$ ipsorum, scilicet $\frac{150}{961}$ rei, minus $\frac{6}{31}$ de dragmis $\frac{19}{31}$ 6; quas sic accipies: multiplicabis 6 per 31, et addes 19, erunt $\frac{205}{31}$: de quibus accipe $\frac{6}{31}$, scilicet multiplica 6 per 205, et diuide per 961, scilicet per $\frac{1}{31}\frac{0}{31}$, exibit dragma $\frac{269}{961}$ 1: adde ergo $\frac{150}{961}$ rei, minus dragma $\frac{269}{961}$ 1 cum dragmis 5, quas dedi secunde parti, erunt $\frac{150}{961}$ rei, et dragme $\frac{692}{961}$ 3; et tot fuit secunda pars, que equantur prime parti, scilicet $\frac{6}{31}$ rei, et dragme $\frac{12}{31}$ 1: comuniter auferatur dragma $\frac{19}{31}$ 1, remanebunt $\frac{150}{961}$ rei, et $\frac{2025}{961}$ dragme, que equantur $\frac{6}{31}$ rei. Communiter auferantur $\frac{150}{961}$ rei, remanebunt $\frac{36}{961}$ rei, que equantur $\frac{2025}{961}$ dragme, hoc est, quod res 36 sunt dragme 2025. Quare diuide 2025 per 36, exibunt $\frac{1}{4}$ 56 pro quesito numero; de quo extrahe 2, que dedi prime parti, remanent $\frac{1}{4}$ 54; quorum $\frac{6}{31}$ sunt $\frac{1}{2}$ 10: que adde cum 2, erunt $\frac{1}{2}$ 12; et tot uenit unicuique parti; et partes quesite sunt $\frac{1}{2}$ 4, que ueniunt ex diuisis $\frac{1}{4}$ 56 per $\frac{1}{2}$ 12: extrahe quidem $\frac{1}{2}$ 12 de $\frac{1}{4}$ 56, remanent $\frac{3}{4}$ 43: de quibus dedi secunde parti 5, remanserunt $\frac{3}{4}$ 38; quorum $\frac{6}{31}$ sunt $\frac{1}{2}$ 7: et sic secunda pars fuit equalis prime. Extractis itaque $\frac{1}{2}$ 7 de $\frac{3}{4}$ 38, remanent $\frac{1}{4}$ 31: de quibus dedi tercie parti 8, remanserunt $\frac{1}{4}$ 23; quorum $\frac{6}{31}$ sunt $\frac{1}{2}$ 4; et sic tercia pars fuit equa prime, et secunde. Extractis rursus $\frac{1}{2}$ 4 de $\frac{1}{4}$ 23, remanent $\frac{3}{4}$ 18; de quibus dedi quarte parti 11, remanserunt $\frac{3}{4}$ 7; de quibus dedi $\frac{6}{31}$ eidem, scilicet $\frac{1}{2}$ 1; et sic quarta pars fuit equalis reliquis partibus: quo $\frac{1}{2}$ 1 extracto de $\frac{3}{4}$ 7, remanent $\frac{1}{4}$ 6, scilicet portio, que remanet dimidie parti residue; quia partes sunt $\frac{1}{2}$ 4. Ex hac quidem inuestigatione talem extraxi regulam: posui $\frac{6}{31}$ ex parte, et extraxi 2, que dedi prime ex augmento reliquarum partium, scilicet de 3, remanserit 1; quod multiplicaui per 31, et superaddidi 50, que proueniunt ex multiplicatione predictorum 2 in 25; que 25 remanent de 31, cum extrahuntur inde 6, que sunt super uirgam: que 81 multiplicaui per eadem 25, fuerunt 2025; et multiplicaui 6 predicta in se, fuerunt 36; in quibus diuisi 2025, ut supra; et habui $\frac{1}{4}$ 56 pro quesito numero. Item multiplicaui augmentum, scilicet 3 per 6, que sunt super 31, fuerunt 18; in quibus diuisi 81; et habui $\frac{1}{2}$ 4 pro numero partium. Rursus multiplicaui augmentum per 25 inuenta, et diuisi summam per 6, et habui $\frac{1}{2}$ 12 pro numero contigenti unicuique parti. Et si primum darentur $\frac{6}{31}$ unicuique parti, et postea darentur numeri predicti per ordinem; tunc predicta 81 multiplicaui per 31; et diuide summam per 36, ut supra, exibunt $\frac{3}{4}$ 69 pro summa numeri quesiti: et diuides iterum 81 per 18, exibunt similiter $\frac{1}{2}$ 4 pro quantitate partium. Item | augmentum, scilicet 3, multiplica per 31, et summam diuide per 6, que sunt super 31, exibunt $\frac{1}{2}$ 15; et tot contingunt unicuique parti.

fol. 122 recto

« remanent $\frac{1}{4}$ 6 . . . . fuerunt 2025 » (fol. 122 recto, lin. 25 e 26-31; pag. 280, lin. 25-30)

25	2
$\frac{6}{31}$	3
	1

fol. 122 verso

« Item .... remanent » (fol. 122 verso, lin. 3-8, pag. 280, lin. 41, pag. 281, lin. 3)

14	1
$\frac{3}{19}$	3
	2

Item prime parti dedi 3, et de residuo dedi eidem $\frac{3}{19}$, et creui numeros per ascensionem binarij, dans de residuo unicuique parti $\frac{5}{19}$: pone $\frac{5}{19}$ ex parte cum augmento, et cum numero primo, scilicet cum 2, et 3. Et quia 3 de 2 extrahi non possunt,

Digitized by Google

scilicet primus numerus de augmento; tunc extrahes 2 de 3, remanet 1; quod multiplica per 19, erunt 19, que serua: et extrahe 5, que sunt super 19, de 19, remanent 14; que multiplica per 3, erunt 42; de quibus extrahe seruata 19, remanent 23; que multiplica per 14, erunt 322; que diuide per multiplicationem de 5 in se, exibunt $\frac{22}{25}$ 12 pro numero diuiso. Item multiplica 2, scilicet augmentum, per 5, exibunt 10: in quibus diuide 23, ueniunt $\frac{3}{10}$ 2 pro quantitate partium. Item multiplica augmentum per 14, erunt 28; que diuide per 5, exibunt $\frac{3}{5}$ 5; et tot contingunt unicuique parti. Et si primum darentur $\frac{3}{19}$; et postea darentur dictos numeros per ordinem; tunc partes essent eedem; et multiplicabis augmentum per 19, erunt 38; que diuides per 5, exibunt $\frac{3}{5}$ 7, et tot contigerent unicuique parti. Et multiplica 19 per 23, et diuide per 25; et habebis summam numeri diuisi, que est $\frac{12}{25}$ 17: coadunaueris integra cum , erunt ; quibus si superaddideris , facient , (*sic*) ut prediximus.

De tribus hominibus denarios habentibus.

Svnt tres homines denarios habentes; ex quibus si denarios primi per denarios secundi multiplicaueris, facient aliquem numerum. Item si denarios secundi per denarios tercij multiplicaueris, facient duplum eius. Rursum si denarij tercij per denarios primi multiplicaueris, facient triplum multiplicationis primi in denarios secundi. Queritur, quot unusquisque habuit. Quia multiplicatio denariorum secundi in denarios tercij facit duplum multiplicationis eiusdem secundi in denarios primi; ideo manifestum est, quod tercius homo habet duplum primi. Iterum quia multiplicatio denariorum tercij hominis in denarios primi facit triplum respectu multiplicationis eiusdem primi in secundum, oportet, ipsum tercium hominem habere triplum secundi hominis: quare reperiatur numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, scilicet 6; et tantum habuit tercius homo: de quibus accipe $\frac{1}{2}$, quod est 3; et tantum habuit primus: et ex ipso accipe $\frac{1}{3}$, quod est 2; et tantum habuit secundus. Verbi gratia: multiplicatio de 3 in 2 facit 6; et multiplicatio de 2 in 6 facit 12, que sunt duplum de 6; et multiplicatio de 6 in 3 facit 18, que sunt triplum multiplicationis primi in secundum, scilicet de 6.

De homine, qui emit 100 staria frumenti.

Qvidam emit staria frumenti 100 pro bizantijs 100, ex quibus uendidit staria 50 ad rationem de starijs $\frac{1}{4}$ 1 pro bizantio 1; et alia 50 uendidit ad rationem de $\frac{3}{4}$ unius starij pro bizantio 1: queritur, quantum ipse in ipsis 100 starijs fuit lucratus. Quia uendidit staria 50 ad rationem de stario $\frac{1}{4}$ 1, fac quartas de $\frac{1}{4}$ 1, erunt 5; et de starijs 50 fac quartas, erunt 200; quas diuide per 5, exibunt bizantij 40; et tantum uendidit ipse illa staria 50. Item quia uendidit alia staria 50 ad rationem de $\frac{3}{4}$ unius starij pro bizantio 1, facies quartas de illis starijs 50, erunt 200; quas diuide per 3, exibunt bizantij $\frac{2}{3}$ 66; et tantum uendidit alia 50 sextaria: quibus additis cum bizantijs 40, scilicet cum pretio illorum 50 stariorum, erunt bizantij | $\frac{2}{3}$ 106; et tantum uendidit totum frumentum: ex quibus extractis bizantijs 100 capitalis, remanent pro ipsius lucro bizantij $\frac{2}{3}$ 6. Aliter quia uendidit quartas 3, et 5 pro bizantio 1, diuide 100 per $\frac{10}{15}$, exibunt similiter pro lucro bizantij $\frac{2}{3}$ 6: hec enim regula pro multis alijs similibus tibi sufficiat.

fol. 123 recto

Est numerus qui, cum diuiditur per 2, uel per 3, uel per 4, aut per 5, seu per 6, semper superat ex eo 1 indiuisibile; per 7 uero integraliter diuiditur. Queritur, qui sit numerus ille: quia preponitur, quod semper superat 1, cum diuidetur per 2, uel per

Digitized by Google

3, uel per 4, uel per 5, uel per 6; ergo extracto ipso 1 de numero, diuidetur residuum per unumquemque suprascriptorum integraliter: quare reperias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$; eritque numerus ille 60; quem diuide per 7, superant 4, qui uellent esse 6. Ideo quia totus numerus per 7 diuiditur; ergo numerus, qui fuerit unum minus eo, cum per 7 diuidatur, 6 inde superare necesse est, hoc est 1, minus septenario numero: quare duplicetur 60, uel triplicetur, uel multiplicetur per alium quemlibet numerum, donec multiplicatio ascendat in talem numerum, qui cum diuidatur per 7, remaneant inde 6; eritque numerus ille 5, in quo 60 multiplicanda sunt; ex qua multiplicatione ueniunt 300: quibus superaddatur 1, erunt 301; et talis est numerus ille. Similiter si 420, que integraliter diuiduntur per omnes predictos numeros, addideris cum 301 semel, uel quotiens uolueris, procreabitur numerus quesitus semper, uidelicet qui diuidetur integraliter per 7, et per omnes reliquos, cum diuisus fuerit, remanebit 1.

« Per hanc enim .... De eodem » (fol. 123 recto, lin. 19-23; pag. 282, lin. 14-19)

Per hanc enim regulam inuenimus alium numerum, qui cum diuiditur in quemlibet numerorum, qui sunt a binario usque in decenarium, semper superat 1, et per 11 diuiditur integraliter; qui numerus est 25201. Item si 698377681 diuidatur per aliquem numerorum, qui sit a 2 usque in 23, semper reperies, quod remanebit 1; per 23 uero diuiditur integraliter; qui numerus similiter per suprascriptam regulam inuenitur.

numerus
25201
numerus
698377681

De eodem.

Item est numerus, qui cum diuiditur per 2, superat 1; per 3 superant 2; per 4 superant 3; per 5 superant 4; per 6 superant 5; per 7 uero diuiditur: quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; eritque 60: de quo tolle 1, remanent 59. Qui cum non possit diuidi integraliter per 7, duplicabis 60, uel triplicabis, uel per aliquem alium numerum multiplicabis ipsum, donec ex multiplicatione aliquis numerus eueniat; qui cum diuidatur per 7, remaneat 1: duplicatis quidem 60, faciunt 120; qui cum diuiditur per 7, superat 1; quo extracto, remanent 119 pro quesiti numeri quantitate.

« eueniat; qui .... De eodem » (fol. 122 recto, lin. 29-31; pag. 282, lin. 25-28).

numerus
119

De eodem.

Item est numerus, qui cum diuiditur per 2, superat 1; per 3 superant 2; per 4, superant 3; et sic deinceps usque quod per 10 superant 9; per 11 uero diuiditur. Primum quidem reperias numerum, in quo inueniantur $\frac{1}{10}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; quem sic reperire tibi demonstrauimus. Accipe primum 60, in quo reperiuntur ex predictis ruptis $\frac{1}{10}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et multiplica ea per 7, erunt 420; que cum debeas multiplicare per 8, et per 9, relinques quod non multiplicabis ea per 4, que sunt ex regula de 8, neque per 3, que sunt ex regula de 9. Ideo quia $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ reperiuntur in suprascriptis 60; ergo multiplicabis 420 per 2, remanent ex regula de 8, erunt 840; que multiplicabis per 3, remanent ex regula de 9, erunt 2520; qui est minor | numerus, in quo reperiuntur omnes rupti prescripti; et uocatur in geometria minimus commensuraturus omnium numerorum, qui sunt sub decenario: deinde extrahe 1 de 2520, remanent 2519; que cum diuidatur integraliter per 11, habemus absque labore nostrum propositum; hoc est quod 2519 est quesitus numerus. Nam cum 4655851199 diuiditur per aliquem numerum, qui sit minor de 23, semper remanet 1, minus ipso numero per

fol. 123 verso

« commensuraturus . . . . . 698377681 » (fol. 123 verso, lin. 1 e 2-6; pag. 282, lin. 38 — pag. 283, lin. 1)

numerus
2519
numerus
4655851199

Digitized by Google

quem diuiditur; et per 23 integraliter diuiditur. Et de 698377681 diuisio per supra scriptos usque in 22 semper superat 1; per 23 uero diuiditur.

De duobus hominibus habentibus panes.

Dvo homines fuerunt, quorum primus habuit panes 3 nummales, et alter panes 2; et iuerunt spatiatum ad quemdam fontem: qui cum pariter ibi uenissent, sederunt ut commederent; et transeunte quodam milite, inuitauerunt eum, qui descendit, et commedit pariter cum eis: et cum omnes panes commedissent, miles discessit, relinquens eis bizantios 5 sue curialitatis causa. Ex quibus primus accepit bizantios 3, sicuti tres habuerat panes: alter uero sumpsit reliquos duos bizantios pro suis duobus panibus. Queritur, utrum diuisio illa recta fuerit, uel non. Quidam uero imperiti rectam fuisse asserunt, cum unusquisque unum habuerit bizantium pro unoquoque pane; sed hoc falsum est; ideo quia ipsi tres commederunt omnes quinque panes. Vnde contingit unicuique panis $\frac{2}{3}$ 1: ergo miles panem $\frac{1}{3}$ 1 commedit, hoc est $\frac{4}{3}$ ex panibus illius, qui tres habuerat panes. Ex panibus uero alterius non commedit, nisi tantum $\frac{1}{3}$ unius panis. Quare contingunt primo homini bizantij 4, et alteri bizantius 1.

* illa recta . . . . alteri 1 (fol. 123 verso, lin. 14-18, pag. 283, lin. 10-15).

primus
4
Secundus
1

De inuentione perfectorum numerorum.

Perfectus numerus est, ex quo, acceptis suis partibus, quas ipse in integrum habet, facit eumdem numerum, ut 6, cuius partes sunt $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et alias partes preter has non habet in integrum. Et accepto $\frac{1}{2}$ de 6, scilicet 3, et $\frac{1}{3}$, scilicet 2, et $\frac{1}{6}$, scilicet 1, nimirum eadem faciunt 6; que 6 inueniuntur sic: duplica 1, erunt 2; que duplica 2, erunt 4: de quibus tolle 1, remanent 3; qui numerus, cum sit primus, hoc est, quod non habeat regulam, multiplica ipsum per dimidium de suprascriptis 4; et sic habebis 6. Vnde si aliquem alium perfectum numerum inuenire uolueris, duplicabis iterum 4, erunt 8; de quibus tolles 1, remanebunt 7; qui numerus, cum non habeat regulam, multiplicabis eum per dimidium de 8, uidelicet per 4, erunt 28; qui iterum perfectus est; quia suis collectis partibus equiparatur. Partes enim ipsius sunt $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$. Rursum duplicatis 8, faciunt 16; de quibus, cum extrahitur 1, remanent 15; qui cum habeat regulam, duplicabis iterum 16, erunt 32; de quibus tolles 1, remanebunt 31; qui numerus, cum sit sine regula, multiplicabis eum per 16, et habebis alium perfectum numerum, scilicet 496; et sic semper faciendo, poteris in infinitum perfectos numeros reperire.

Quot paria coniculorum in uno anno ex uno pario germinentur.

Qvidam posuit unum par cuniculorum in quodam loco, qui erat undique pariete circundatus, ut sciret, quot ex eo paria germinarentur in uno anno: cum natura eorum sit per singulum mensem aliud par germinare; et in secundo mense ab eorum natiuitate germinant. Quia suprascriptum par in primo mense germinat, duplicabis ipsum, erunt paria duo in uno mense. Ex quibus unum, scilicet primum, in secundo mense | geminat; et sic sunt in secundo mense paria 3; ex quibus in uno mense duo pregnantur; et geminantur in tercio mense paria 2 coniculorum; et sic sunt paria 5 in ipso mense; ex quibus in ipso pregnantur paria 3; et sunt in quarto mense paria 8; ex quibus paria 5 geminant alia paria 5: quibus additis cum parijs 8, faciunt paria 13 in quinto mense; ex quibus paria 5, que geminata fuerunt in ipso mense, non concipiunt in ipso mense, sed alia 8 paria pregnantur; et sic sunt in sexto mense paria 21; fol. 124 recto.

« geminat .... 21 secundi » (fol. 124 recto, lin. 1-26; pag. 283, lin. 38 — pag. 284, lin. 22).

parium
1
primus
2
Secundus
3
tercius
5
Quartus
8
Quintus
13
Sextus
21
Septimus
34
Octauus
55
Nonus
89
Decimus
144
Undecimus
233
Duodecimus
377

cum quibus additis parijs 13, que geminantur in septimo, erunt in ipso paria 34; cum quibus additis parijs 21, que geminantur in octauo mense, erunt in ipso paria 55; cum quibus additis parjis 34, que geminantur in nono mense, erunt in ipso paria 89; cum quibus additis rursum parijs 55, que geminantur in decimo, erunt in ipso paria 144; cum quibus additis rursum parijs 89, que geminantur in undecimo mense, erunt in ipso paria 233. Cum quibus etiam additis parijs 144, que geminantur in ultimo mense, erunt paria 377; et tot paria peperit suprascriptum par in prefato loco in capite unius anni. Potes enim uidere in hac margine, qualiter hoc operati fuimus, scilicet quod iunximus primum numerum cum secundo, uidelicet 1 cum 2; et secundum cum tercio; et tercium cum quarto; et quartum cum quinto, et sic deinceps, donec iunximus decimum cum undecimo, uidelicet 144 cum 233; et habuimus suprascriptorum cuniculorum summam, uidelicet 377; et sic posses facere per ordinem de infinitis numeris mensibus.

« Qvatuor .... 21 secundi » (fol. 124 recto, lin. 20-26; pag. 284, lin. 14-22).

primus
12
Secundus
9
tercius
6
Quartus
16

Qvatuor homines sunt, quorum primus, et secundus, et tercius habent denarios 27. Secundus itaque, et tercius, et quartus habent denarios 31; tercius, et quartus, et primus habent denarios 34. Quartus uero, et primus, et secundus habent denarios 37. Queritur, quot unusquisque habeat. Adde hos .IIII.^{or} numeros in unum, erunt 129; qui numerus est triplum totius summe denariorum illorum .IIII.^{or} hominum. Ideo quia in ipsam summam unusquisque eorum ter computatus est; quare diuiso ipso per 3, reddunt 43 pro eorum summa: ex qua si extraxeris denarios primi, et secundi, et tercij hominis, scilicet 27, remanebit quarto homini denarij 16. Item si ex ipsis denarijs 43 extraxeris denarios 31 secundi, et tercij, et quarti hominis remanebunt primo homini denarij 12. Rursum si de denarijs 43 extraxeris 34, scilicet denarios tercij, et quarti, et primi hominis, remanebunt secundo denarij 9. Et adhuc, si de denarijs 43 extraxeris denarios 37 quarti, et primi, et secundi hominis, remanebunt tercio denarij 6. Coniunctis itaque denarijs 12 primi hominis cum 9 secundi, et cum 6 tercij, et cum 16 quarti, nimirum suprascripta reddunt 43.

« habent 21 .... uidelicet ea » (fol. 124 verso, lin. 1-7; pag. 284, lin. 37 — pag. 285, lin. 2).

fol. 124 verso.

primus
10
Secundus
17
tercius
14
Quartus
20

Item si propositum fuerit, quod inter primum, et secundum hominem habeant denarios 27. Et inter secundum, et tercium habent denarios 31. Et inter tercium, et quartum 34; inter quartum, et primum 37, consimiles huius positionis quandoque solui possunt, quandoque non. Vnde ut ipse, que solui possunt ab hijs, qui solui non possunt, cognoscantur, talem tibi tradimus euidentiam; uidelicet ut addas numerum primi, et secundi cum numero tercij, et quarti; et si eorum summa equalis fuerit numero secundi, et tercij, et quarti, et primi; tunc solubilis erit questio: si autem inequalis fuerit, tunc eam non posset solui cognoscas, ut in hac questione, in qua primus, et secundus habent 27; et tercius, et quartus habent 34: ergo inter omnes .IIII.^{or} habent denarios 61. Nam secundus, et tercius | habent 31; et quartus, et primus habent 37: ergo inter omnes .IIII.^{or} habent 31, et 37, hoc est denarios 68; quod est impossibile, cum per aliam computationem inuenimus, eos habere 61: ergo questio ista est insolubilis: sed ut eam proponamus solubilem, habeant inter quartum, et primum hominem 30; reliqui uero habeant per ordinem, sicut superius diximus. Vnde cum primus, et secundus habent 27; et tercius, et quartus habent 34; inter omnes ergo habent 61: et cum secundus, et tercius habent 31; et quartus, et primus habent 30; ergo inter

Digitized by Google

omnes habent similiter 61 : quare questio solubilis est; et soluitur sic : quod primus habeat ad libitum quantum uolueris ex ipsis denarijs 27 , quos habet cum secundo. Pone ergo, ut habeat 10; quare secundus habebit reliquos, uidelicet 17: et quia inter secundum, et tercium hominem habent 31, ex quibus secundus habet 17; reliquos uero, scilicet 14, habet tercius; qui cum habeat cum quarto homine 34; ergo quartus habet denarios 20.

Item sunt quinque homines, quorum .IIII.^{or} per ordinem habent sine quinto 27; alij uero sine primo 31; alij uero sine secundo 34; alij sine tercio 37; alij sine quarto 39; et queratur, quot unusquisque habebat. Adde ipsos quinque numeros in unum, erunt 168; qui numerus est quadruplum summe denariorum illorum quinque ; ideo quia in prescriptis 168 unumquemque ipsorum, si bene consideraueris, quater esse computatum cognosces : quare diuide 168 per 4 , exibunt pro eorum summa denarij 42. Ex quibus si extraxeris denarios 27, quos .IIII.^{or} homines habent per ordinem, remanebunt quinto denarij 15: propter eandem ergo, si ex ipsis 42 extraxeris 31, et 34, et 37, et 39, remanebunt primo homini denarij 11; secundo denarij 8; tercio denarij 5; quarto denarij 3.

• 31: alij .... denarij 3 » (fol. 124 verso, lin. 12-19; pag. 285, lin. 8-16.

primus
11
Secundus
8
tercius
5
Quartus
3
Quintus
15

Et si propositum fuerit, quod primus, et secundus, et tercius habent denarios 27. Secundus uero cum tercio, et cum quarto denarios 31. Et tercius, et quartus, et quintus denarios 34. Quartus quoque cum quinto, et primo denarios 37. Quintus autem cum primo, et secundo habent denarios 39 : additis hijs numeris in unum, faciunt 168, ut superius inuenimus; quem numerum diuide per 3. Ideo quia unusquisque in ipso numero ter computatus est, exibunt pro summa illorum denarij 56 : et ut habeamus denarios uniuscuiusque, dupliciter facere demonstramus. Primum quidem, ut addas quantitatem primi, et secundi, et tercij hominis , scilicet 27 , cum quantitate denariorum quarti, et quinti, et primi, scilicet cum 37, erunt 64; in quo numero primus bis computatus est: quare necessario sequitur, quot superhabundantia, que est a summa ipsorum 5 hominum usque in 64, scilicet 8, sit quantitas denariorum primi hominis: quo inuento , adde denarios secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet 31, cum denarijs quinti, et secundi, et primi hominis, scilicet cum 39, erunt 70; in qua summa secundus homo bis computatus est: quare extrahe 56 de 70, remanent secundo homini denarij 14. Quibus additis cum denarijs primi hominis, scilicet cum 8, erunt 22; quos extrahe ex denarijs 27, quos habent inter primum, et secundum, et tercium hominem, remanent ipsi tercio denarij 5: quos adde cum denarijs 14 secundi hominis; et extrahe summam de quantitate denariorum secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet de 31, remanebunt quarto denarij 12; quos adde cum denarijs tercij hominis, scilicet cum 5; et extrahe summam de denarijs 34, quos habent inter tercium, et quartum, et quintum, remanebunt quinto denarij 17. Vel aliter: de summa ipsorum omnium , uidelicet de denarijs 56, extrahe suprascriptos numeros, quos 3 illorum habent per ordinem, scilicet 27, et 31, et 34, et 37, et 39; et sic remanebunt quarto, et quinto homini denarij 29; quinto, | et primo denarij 25. Primo , et secundo denarij 22. Secundo , et tercio denarij 19. Tercio, et quarto denarij 17 : adde ergo denarios primi, et secundi hominis, scilicet 22, cum denarijs tercij, et quarti, uidelicet cum 17, et cum denarijs quinti, et primi hominis, scilicet cum 25, erunt denarij 64; in qua summa primus bis com- fol. 125 recto

Digitized by Google

putatus est, et omnes alij semel. Vnde quot habet 56, scilicet a summa eorum usque in 64, scilicet 8, tot habet primus: quibus inuentis, omnes alios leuissime inuenire potes, uidelicet ut extrahas ipsos denarios 8 primi hominis ex denarijs 27 primi, et secundi, scilicet de 22, remanebunt secundo homini denarij 14. Quibus extractis de denarijs 19 secundi, et tercij hominis, remanebunt tercio homini denarij: quibus extractis de denarijs tercij, et quarti, scilicet de denarijs 17, remanebunt quarto homini denarij 12: quibus extractis de denarijs quarti, et quinti hominis, uidelicet de denarijs 29, remanebunt quinto homini denarij 17, ut per alium modum inuenimus. Vel aliter: adde denarios secundi, et tercij hominis cum denarijs quarti, et quinti, scilicet 19 cum 29, erunt 48; a quibus usque in summa ipsorum, scilicet in 57, desunt 8; et tantum habet primus, ut prediximus. Potes enim de pluribus hominibus ex hijs, que dicta sunt, doctrinam habere, cum duo illorum, uel tres, uel plures in numeris positionis adiuncti fuerunt. Et nota, quia si homines pares fuerint, possunt quandoque insolubiliter proponi; quorum noticiam in regula 4 hominum superius demonstrauimus.

• primus hic ... adiuncti » (fol. 125 recto, lin. 4-13 e 14; pag. 285, lin. 43 — pag. 286, lin. 13).

Primus
8
Secundus
14
Tercius
5
Quartus
12
Quintus
17

Qvidam habebat uasa 3, quorum primum tenebat octauam decimam partem secundi, et terciam partem tercij. Secundum tenebat quantum tercium, minus quinta parte primi: tercium quoque tenebat quantitatem secundi, et quintam partem primi. Queritur, quot unumquodque tenebat: quia secundum tenet quantitatem tercij, minus quinta parte primi. Et primum tenet $\frac{1}{18}$ secundi, et $\frac{1}{3}$ tercij; ergo quinta pars ejusdem primi tenet $\frac{1\;0}{5\;18}$ eiusdem secundi, scilicet $\frac{1}{90}$, et quintam partem tercie partis tercij, uidelicet $\frac{1}{15}$: ergo secundum tenet quantitatem tercij, minus $\frac{1}{90}$ secundi, et $\frac{1}{15}$ tercij: ergo secundum tenet $\frac{14}{15}$ tercij, minus $\frac{1}{90}$ ex se ipso: quare $\frac{14}{15}$ tercij uasis teneret quantitatem secundi, et amplius $\frac{1}{90}$ eiusdem secundi, scilicet $\frac{91}{90}$. Aliter tercium uas tenet quantitatem secundi, et quintam primi, que $\frac{1}{5}$ est, ut prediximus, $\frac{1}{90}$ secundi, et $\frac{1}{15}$ tercij; ergo tercium tenet quantitatem secundi, et $\frac{1}{90}$ eiusdem, et $\frac{1}{15}$ tercij: communiter auferatur quindecimum tercij uasis, erunt $\frac{14}{15}$ tercij uasis $\frac{91}{90}$ secundi, ut superius per inuestigationem secundi uasis inuenimus. Vnde cognoscimus, hanc questionem solubilem esse, et soluitur sic. Inuenias duos numeros, quorum $\frac{14}{15}$ unius sint $\frac{91}{90}$ alterius: multiplicabis ergo 91, que sunt super 90, per 15, que sunt sub 14, erunt 1365; qui est maior numerus. Item multiplicabis 14 per 90, erunt 1260, qui est alius numerus: qui duo numeri cum habeant comunitatem in eorum regulis, possumus eos in minores numeros reducere, si diuiserimus eos per 35, scilicet per $\frac{1\;0}{5\;7}$, que sunt in eorum comuni regula, exibunt pro tenimento secundi uasis 36; et pro tenimento tercij 39: quibus inuentis, adde $\frac{1}{18}$ de 36, scilicet 2 cum $\frac{1}{3}$ de 39, scilicet cum 13, erunt 15; et tantum tenet primum uas.

• uasis .... 2 cum $\frac{1}{3}$ » (fol. 125 recto, lin 27-33; pag. 286, lin. 27-34).

Primus
15
Secundus
36
Tercius
39

Et si uasa fuerint 4, quorum primum teneat $\frac{1}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti; et secundum teneat $\frac{1}{4}$ tercii, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{1}{6}$ primi; tercium quoque teneat $\frac{1}{5}$ quarti, $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{7}$ secundi. Quartum uero teneat ad libitum quantum uis. Quia primum, et secundum uas tenent eandem quantitatem tercij, et quarti uasis, oportet ut redigas totum tenimentum primi, et secundi uasis in partes tantum tercij, et quarti uasis, ut inuenias proportionem, quam habent ad inuicem primum, et secundum uas: quod sic fit. Quia | primum uas tenet $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et terciam secundi, cuius secundi totum tenimentum est quartam tercij, et quintam quarti, et sextam primi. Quare tercia

fol. 125 verso

Digitized by Google

pars ipsius est tercia pars quarte partis tercij, hoc est $\frac{1}{12}$, et $\frac{1}{3}$ quinte partis, scilicet $\frac{1}{15}$ quarti. Et est tercia pars sexte partis primi, scilicet $\frac{1}{18}$: ergo primum uas tenet $\frac{1}{12}$ $\frac{4}{1}$, uidelicet $\frac{1}{3}$ tercij uasis, et $\frac{1}{15}$ $\frac{4}{1}$ quarti, scilicet $\frac{4}{15}$, et $\frac{1}{18}$ ex seipso: qua $\frac{1}{18}$ extracta ex eodem primo, remanent $\frac{17}{18}$ eiusdem ; ergo $\frac{17}{18}$ primi uasis tenet $\frac{1}{3}$ tercij uasis, et $\frac{4}{15}$ quarti: quare ut habeas partes, quas totum primum uas tenet ex partibus tercij, et quarti uasis, multiplica $\frac{1}{3}$; quam $\frac{17}{18}$ primi uasis tenet ex partibus tercij uasis per 18, qui est sub uirgula de $\frac{17}{18}$, erunt 6 ; que diuide per 17, que sunt super uirgula, exibunt $\frac{6}{17}$; et tot partes tenet primum uas de partibus tercij uasis. Similiter multiplica $\frac{4}{15}$ per 18, et diuide per 17, exibunt $\frac{24}{85}$; et tot partes tenet primum uas ex partibus quarti : ergo totum primum tenet $\frac{6}{17}$ tercij, et $\frac{24}{85}$ quarti. Item secundum uas tenet $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et sextam primi. Quod totum, scilicet primum, tenet $\frac{6}{17}$ tercij, et $\frac{24}{85}$ quarti. Quare sexta pars ipsius primi tenet sextam de $\frac{6}{17}$ tercij, scilicet $\frac{1}{17}$, et sextam de $\frac{24}{85}$ quarti, scilicet $\frac{4}{85}$. Vnde totum secundum tenet $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{17}$ tercij, hoc est $\frac{21}{68}$, et $\frac{1}{5}$, et $\frac{4}{85}$ quarti, hoc est $\frac{21}{85}$. Inuenimus enim, quod primum uas tenet $\frac{6}{17}$ tercij uasis, scilicet $\frac{24}{68}$; et secundum uas tenet $\frac{21}{68}$ eiusdem tercij uasis : ergo in qua proportione sunt $\frac{24}{68}$ ad $\frac{21}{68}$, hoc est in qua proportione sunt 24 ad 21, in eadem proportione erit primum uas ad secundum : quare extrahe 21 de 24, remanent 3; que 3 sunt $\frac{1}{8}$ de 24: ergo primum uas tenet octauam partem sui, plusquam secundum: quam proportionem similiter potes inuenire in quarto uase, cum primum teneat $\frac{24}{85}$ ex ipso quarto uase; et secundum teneat $\frac{21}{85}$: deinde ut inuenias, in qua proportione sint ad inuicem secundum, et tercium uas, oportet ut redigas totum tenimentum ipsorum ad partes quarti, et primi uasis; quod operaberis secundum quod fecimus de primo, et secundo uase; et inuenies, quod secundum uas tenet $\frac{3}{35}$, magis tercio: et quia inuenimus, quod primum tenet octauum, plus quam secundum. Pone ut primum uas teneat aliquem numerum, ex quo, cum extraxeris octauam partem ipsius, remaneat numerus, qui integraliter diuidatur per 35 : teneat ergo primum 120 ; de quibus extrahe octauam partem, scilicet 15, remanent pro tenimento secundi uasis 105: ex quibus 105 extrahe $\frac{3}{35}$, scilicet 9, remanent pro tenimento tercij uasis 96 : deinde ut habeas tenimentum quarti uasis, accipe terciam partem tenimenti secundi uasis, uidelicet 35; et quintam partem primi, scilicet 24, et adde insimul, erunt 59; que extrahe de tenimento primi uasis, uidelicet de 120, remanent 61 pro quinta parte quarti uasis : quare multiplica 61 per 5, erunt 305; et tot tenet quartum uas. Nam si proponatur, quod quartum uas teneat aliquem certum numerum, ut dicamus 100, multiplicabis singulariter 100 per numeros primi, et secundi, et tercij uasis, scilicet per 120, et per 105, et per 96; et diuide singulariter per 305, et habebis pro primo uase $\frac{21}{61}$ 39; pro secundo $\frac{26}{61}$ 34; pro tercio $\frac{29}{61}$ 31.

[illegible] 125 verso, lin. 25-31; pag. 287, lin. 22 e 24-31).

Primus
120
Secundus
105
Tercius
96
Quartus
305

Qvatuor homines habent denarios ; ex quibus primus dat secundo quantum ipse secundus habet, et dimidium eius. Secundus dat tercio quantum ipse tercius habet, et insuper terciam eius; tercius dat quarto homini quantum ipse quartus habet, et quartam eius. Quartus quidam homo dat primo quantum ipsi remansit | post dationem, quam fecit secundo homini, et insuper quintam eius; et habuerunt omnes equaliter. Quoniam primus dat secundo quantum ipse secundus habet, et dimidium eius; ergo si secundus habet 2, primus dat ei 3; et sic habet 5. Quare hoc quod secundus habuit fol. 126 recto.

Digitized by Google

« post dationem . . . . eorum 13860 » (fol. 126 recto, lin. 1-22; pag. 287, lin. 40 — pag. 288, lin. 21 e 22).

primus	22875	$\frac{2}{5}$	
Secundus	10000	$\frac{3}{7}$	5000
tercius	8333	$\frac{4}{9}$	557
Quartus	7280	$\frac{5}{11}$	52

$\frac{5}{14}$
$\frac{4}{14}$
$\frac{3}{14}$
$\frac{2}{14}$

antea fuit $\frac{2}{5}$ ex hoc, quod habuit postea. Similiter secundum hanc inuestigationem tercius homo habuit primum $\frac{3}{7}$ ex hoc, quod habuit postea. Et quartus homo habet $\frac{4}{9}$, et primo remanserunt $\frac{5}{11}$ ex hoc, quod habuit postea, post dationem uidelicet quam fecerat secundo homini: pones ergo in ordinem $\frac{2}{5}$, et $\frac{3}{7}$, et $\frac{4}{9}$, et $\frac{5}{11}$; et post ipsas pone $\frac{1}{4}$. Ideo quia unusquisque, post factas dationes inter se, habuit quartam partem totius summe denariorum ipsorum .IIII.^{or} hominum $\frac{1}{4}\ \frac{5}{11}\ \frac{4}{9}\ \frac{3}{7}\ \frac{2}{5}$: deinde extrahe 5 de 11, que sunt sub ipsis 5, remanent 6; que multiplica per 1, quod est super 4, erunt 6; que adde cum multiplicatione de 1, quod est super 4, in 11, erunt 17; que multiplica per 4, que sunt super 9, erunt 68; que per 7; quod totum per 5, que sunt sub uirgis, erunt 2380; et tot habuit quartus homo. Rursus accipe $\frac{4}{9}$, et extrahe 4 de 9, remanent 5; per que multiplica 17 inuenta, erunt 85; super que adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 11, ductam in 9, scilicet 99, erunt 184; que multiplica per 3, que sunt super 7; quod totum per 5 prime uirge, erunt 2760; et tot habuit tercius homo. Rursus accipe $\frac{3}{7}$, et extrahe 3 de 7, remanent 4; per que multiplica 184 inuenta, erunt 736; super que adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 11 uicibus 9, uicibus 7, hoc est 693, erunt 1429; que multiplica per 2, que sunt super 5 prime uirge, erunt 2858; et tot habuit secundus homo. Rursus accipe $\frac{2}{5}$, et extrahe 2 de 5, remanent 3; que multiplica 1429 inuenta, erunt 4287; super que adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 5, que sunt super 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5, que sunt sub uirgis, scilicet 1575, erunt 5862; et tot habuit primus homo: additis ergo inuentis quantitatibus .IIII.^{or} hominum, reddent pro tota summa eorum 13860; que summa inuenitur ex multiplicatione etiam omnium numerorum, qui sunt sub uirgis, uidelicet de 4 in 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Redige itaque inuentos numeros in libris, et soldis, erit summa eorum libre 57, et soldi 15. Et denarij primi hominis sunt libre 24, et soldi 8, et denarij 6. Denarij quidem secundi hominis sunt libre 11, soldi 18, et denarij 6. Denarij siquidem tercij hominis sunt libre 11, soldi 10. Denarij quoque quarti hominis sunt libre 9, soldi 18, et denarij 4. Et si proponatur, post dationes predictas illis .IIII.^{or} hominibus inequaliter remanere secundum aliquam datam proportionem, ut dicamus illud, quod remansit secundo fuit tantum, et tercia ex hoc, quod remansit tercio homini. Item illud, quod remansit tercio homini fuit tantum, et dimidium ex eo quod remansit quarto homini. Inuenias quidem numeros .IIII.^{or}, qui sunt in dicta proportione, erunt 5, et 4, et 3, et 2. Nam 5 est quantum 4, et quartam eius; et 4 quantum 3, et tercium eius; et 3 quantum 2, et dimidium eius. Adde itaque hos .IIII.^{or} numeros in unum, erunt 14: a quibus denomina suprascriptos numeros, exibunt $\frac{2}{14}$, et $\frac{3}{14}$, et $\frac{4}{14}$, et $\frac{5}{14}$, que sunt partes, que ex tota summa ipsi .IIII.^{or} habuerunt post donationes supradictas, uidelicet primus habuit ex tota summa $\frac{5}{14}$; secundus $\frac{4}{14}$, et cetera. Pone itaque has .IIII.^{or} fractiones post alias superius inuentas, scilicet post $\frac{5}{11}\ \frac{4}{9}\ \frac{3}{7}\ \frac{2}{5}$: hijs itaque per ordinem positis, incipies a $\frac{5}{14}$: extrahes 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 5, que sunt super 14, faciunt 30; que adde cum multiplicatione de 2, que sunt super 14, in 11, erunt 52; que pone sub $\frac{5}{11}$; et multiplica ea per 4, que sunt super 9 uicibus 7, uicibus 5; que 7, et 5 sunt sub uirgis, erunt | 7280; et tot habuit quartus homo: deinde accedes ad $\frac{4}{9}$: extrahes 4 de 9, remanent 5; per que multiplica inuenta 52, erunt 260; quibus adde multiplicationem

fol. 126 verso.

Digitized by Google

de 3, que sunt super 14 in 11 uicibus 9, erunt 557; que pone sub $\frac{1}{9}$, et multiplica per 3, que sunt super 7 uicibus 5, que sunt sub prima uirga, erunt 8355; et tot habuit tercius homo. Modo accedas ad $\frac{3}{7}$: extrahes 3 de 7, remanebunt 4; per que multiplica 557 inuenta, et superadde multiplicationem de 4, que sunt super 14, in 11 uicibus 9, uicibus 7, erunt 5000; que pone sub $\frac{2}{7}$, et multiplica ea per 2, que sunt super 5 prime uirge, erunt 10000; et tot habuit secundus homo: deinde accedas ad $\frac{2}{5}$: extrahes 2 de 5, remanent 3; que multiplica per 5000, et adde multiplicationem de 5, que sunt super 14, in 5, que sunt super 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5, erunt 22875; et tot habuit primus homo. Item multiplica 14 per 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5; et habebis summam eorum. Et quoniam unusquisque inuentorum numerorum per 5 integraliter diuidi potest, accipiatur quinta pars uniuscuiusque, ut habeamus in minoribus numeris denarios eorum; eruntque denarij primi hominis 4575, que sunt libre 19, et soldus 1, et denarij 3. Secundi 2000, qui sunt libre 8, et soldi 6, et denarij 8. Tercij 1671, qui sunt libre 6, et soldi 19, et denarij 3. Quarti quidem hominis denarij erunt 1456, scilicet libre 6, et soldus 1, denarij 4. Summa eorum libre 40, et soldi 8, et denarij 6. Nam si, unde hec regula procedat, noscere desideras, considera partem, quam habuit primus homo de tota summa eorum, finitis dationibus inter eos: propositum quidem est, ipsum habuisse $\frac{5}{14}$ totius summe. Considera ergo, unde habuit ipsos $\frac{5}{14}$: dederat enim secundo homini suam dationem, et remansit ei aliquid, et accepit a quarto homine quantum eidem primo remanserat, et insuper quintam eius. Quare si primus post dationem, quam fecit secundo homini, habuit 5; et quartus homo dedit ei 6, scilicet 5, et quintam eorum; et sic habuit 11; que 11 fuerunt $\frac{5}{14}$ totius summe: ergo ex ipsis $\frac{5}{14}$ fuerunt $\frac{5}{11}$ ex denarijs primi, et $\frac{6}{11}$ ex denarijs quarti hominis. Nam $\frac{5}{11}$ ex $\frac{5}{14}$, qui sic scribuntur: $\frac{5}{11}\frac{5}{14}$ ex tota summa $\frac{25}{154}$ eiusdem summe, et $\frac{6}{11}$ ex $\frac{5}{14}$ totius summe, que quartus homo dedit primo homini, sunt $\frac{30}{154}$; hoc est quod proportio denariorum, quos quartus homo dedit primo, ad totam summam est sicuti 30 ad 154; et hoc est, quod superius multiplicauimus 5, que sunt super 14 per 6, que remanserunt ex 11, extractis inde 5, que sunt super 11, cum habuimus 30: propositum item est, quarto homini remansisse $\frac{2}{14}$ ex tota summa: fuit ergo proportio ex hoc, quod remansit ei, ad totam summam, sicut 2 est ad 14. Nam sicut 2 est ad 14, ita 11 uicibus 2 erit ad 11 uicibus 14, hoc est 22 ad 154; et hoc est, quod multiplicauimus 2, que sunt super 14, per 11, et habuimus 22: addita ergo proportione, quam quartus dedit primo homini, cum proportione, quam ei remansit, erit totum hoc, quod quartus homo habuit cum datione, quam ei fecit tercius homo, ad totam summam, sicut 52 est ad 154, scilicet ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 uicibus 11; et hoc fecimus superius, cum addimus 30 cum 22. Nam in hac proportione fuerunt ex denarijs tercij hominis $\frac{5}{9}$, et reliqui $\frac{4}{9}$ fuerunt ex denarijs quarti hominis, quam tercius homo dedit quarto, quantum quartus habebat, et quar|tam partem eius. Vnde si ex dicta proportione, scilicet de $\frac{52}{154}$, accipiemus $\frac{4}{9}$, habebimus denarios quarti hominis. Nam $\frac{4}{9}$ ex $\frac{52}{154}$ accipiuntur sic: multiplicantur 4 per 52, faciunt 208; que denominanda sunt a numero, qui egreditur ex multiplicatione de 154 in 9, hoc est a numero, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, scilicet a 1386: ergo proportio denariorum quarti hominis ad totam sum- fo'. 127 recto

Digitized by Google

mam est, sicut 208 ad 1386: et ideo superius multiplicauimus 52 per 4, que sunt super 9. Et quoniam denarij quarti hominis ad totam summam sunt, sicut 208 ad 1386. Erunt ergo denarij quarti hominis ad totam summam, sicut quinquies septuplum de 208 ad quinquies septuplum de 1386. Nam quinquies septuplum de 208 est illud, quod superius fecimus, quando multiplicauimus 52 per 4, que sunt super 9, scilicet 208 uicibus 7, uicibus 5; et habuimus 7280 pro denarijs quarti hominis. Similiter quinquies septuplum de 1386 est illud, quod egreditur ex multiplicatione de 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7; et hoc est quod fecimus, cum habuimus totam summam, scilicet 48510. Et quoniam est sicut 728 ad 48510, ita denarij quarti hominis ad totam summam. Ideo si summa est 48510; et quartus homo habebat 7280, ut inuentum est supra. Nunc uero accedamus ad inuentionem denariorum tercij hominis. Inuenimus enim superius, ipsum habere $\frac{3}{9}$ in suprascriptis $\frac{52}{154}$. Quare multiplicauimus superius 5 per 52, scilicet per 9, extractis inde 4, que super 9; fuit ergo proportio denariorum, quos tercius homo dedit quarto homini, sicut 260 est ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 154 in 9, scilicet ad eum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9: et quia idem tercio homini remanserunt post hanc dationem $\frac{3}{14}$ totius summe, fuit proportio ipsius remansionis ad totam summam, sicut 3 ad 14. Nam sicut 3 ad 14, ita multiplicatio de 3 in 11 uicibus 9, est ad multiplicationem de 14 in 11 uicibus 9: multiplicatio quidem de 3 in 11 uicibus 9 facit 297: ergo proportio denariorum, qui remanserunt tercio homini post dationem, quam fecit quarto homini, ad totam summam est, sicut 297 ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9: quare proportio hec cum proportione dationis, quam dedit quarto homini, est ad totam summam, sicut 297 ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9: et hoc fecimus superius, cum addimus 297 cum 260, et posuimus summam eorum, scilicet 557, sub $\frac{4}{9}$. In hac enim proportione, scilicet in qua 557 sunt ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9, est illud, quod habuit tercius homo, quando recepit dationem, quam ei fecit secundus homo; fuit datio, quam secundus fecit tercio, quantum tercius habebat, et terciam eius: ergo si tercius homo habebat 3; secundus dedit ei 4. Quare ex predicta proportione $\frac{4}{7}$ fuerunt ex denarijs secundi, et $\frac{3}{7}$ ex denarijs tercij. Et ideo accipiende sunt $\frac{3}{7}$ ex dicta proportione, scilicet multiplicanda sunt 557 per 3, erunt 1671; et numerus, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9, multiplicandus est per 7; et habebitur proportio denariorum tercij hominis ad totam summam, sicut 1671 sunt ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Ideo multiplicationem de 1671 multiplicauimus per 5, et habuimus pro denarijs tercij hominis 8355. Nunc uero accedamus ad inuentionem denariorum secundi hominis. Inuentum est quidem, ipsum habere $\frac{4}{7}$ ex proportione, quam habet 557 ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, propter dationem, quam fecit tercio homini: ergo proportio ipsius dationis est ad totam summam, sicut quater 557 ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7: et ideo multiplicauimus superius 557 per 4, que remanent de 7, extractis inde 3, que sunt super 7; et habuimus 2228: ergo datio, quam secundus fecit tercio, est ad totam
fol. 127 recto summam, sicut 2228 sunt ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus | 14, uicibus 11,

Digitized by Google

uicibus 9, uicibus 7. Et quoniam post hanc dationem secundo remanserunt $\frac{4}{14}$, fuit illa remansio ad totam summam, sicut 4 sunt ad 14. Nam sicut 4 sunt ad 14, ita 4 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, scilicet 2772, sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7: ergo proportio denariorum, qui remanserunt secundo homini cum eis, quos dedit tercio, est ad totam summam, sicut 2228, et 2772, hoc est 5000, ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7: et ideo posuimus superius 5000 sub $\frac{2}{7}$: habuit enim secundus hanc proportionem cum datione, quam ei dederat primus; que datio fuit quantum ipse secundus habebat, et dimidium eius. Quare ex dicta proportione $\frac{3}{5}$ fuerunt ex denarijs primi hominis, et $\frac{2}{5}$ ex denarijs secundi: ergo accipiende sunt $\frac{2}{5}$ ex dicta proportione, hoc est multiplicanda sunt 5000 per 2, que sunt super 5, erunt 10000: erunt itaque denarij secundi hominis ad totam summam, sicut 10000 sunt ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5: nam numerus, qui egreditur ex hijs summa: quare et 1000 erunt denarij secundi hominis. Et quoniam, ut dictum est, primus habuit $\frac{3}{5}$ in proportione, quam 5000 habent ad 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7 propter dationem quam fecit secundo homini; ergo multiplicanda sunt 5000 per 3, erunt 15000; ergo datio, quam primus fecit secundo, est ad totam summam, sicut 15000 sunt ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Quare hoc, quod dedit primus secundo, fuit 15000; que addenda sunt cum hijs, que eidem primo remanserunt post ipsam donationem. Quam remansionem inuenimus esse superius $\frac{5}{11}$ ex $\frac{5}{14}$ totius summe; hoc est sicut quinquies quinque sunt ad 14 uicibus 11, ita illa remansio est ad totam summam. Nam sicut quinquies quinque sunt ad 14 uicibus 11, ita quinquies quinque uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5 sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9. uicibus 7, uicibus 5, scilicet ad totam summam: et ideo multiplicauimus superius 5, que sunt super 14, per 5, que sunt super 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5; et habuimus 7875 pro eo, quod remansit primo post dationem, quam fecit secundo: quibus additis cum 15000, que dedit secundo, reddunt 22875 pro denarijs primi hominis. Rursus si proponatur, quod unusquisque illorum .iiii.^or hominum suam dationem reliquis tribus per ordinem fecisset, et in fine illarum .iiii.^or dationum equaliter habuissent; quoniam primus reliquis tribus dedit quantum ipsi habebant, et dimidium eius; ergo si ipsi tres habebant 2, primus dedit eis 3; et sic illud, quod habuerunt antea, fuit $\frac{2}{5}$ ex hoc, quod habuerunt postea. Quare seruabis $\frac{2}{5}$, et inuenies eodem modo $\frac{3}{7}$, et $\frac{4}{9}$, et $\frac{5}{11}$; et pones cum $\frac{1}{4}$ propter quartam partem, quam in fine habuisse unusquisque proponitur, $\frac{1}{4}\ \frac{5}{11}\ \frac{4}{9}\ \frac{3}{7}\ \frac{2}{5}$; et incipies a $\frac{5}{11}$, extrahens 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 4, que sunt sub uirga, et addes multiplicationem de 1, quod est super ipsa 4, in 5, que sunt super 11, erunt 29: multiplica ergo 29 per 4, que sunt super 9; que per 3, que sunt super 7; que per 2, que sunt super 5, erunt 696; et tot habuit quartus homo. Item extrahe 4 de 9, remanent 5, que serua: et multiplica 4, que sunt sub uirga, per 11; que per 5 seruata, erunt 220: quibus superadde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 5, que sunt super 11; que per 4, que sunt super 9, erunt 240; que per 3, que per 2, que sunt super reliquis fractionibus, erunt 1440; et tot habuit tercius. Rursus incipias a 4, que sunt in capite uirge, multiplicans ipsa per 11 uicibus 9, uicibus |

fol. 128 recto. 4 per ipsa uidelicet 4, que remanent de 7, extractis inde 3, que sunt super 7, erunt 1584; quibus adde multiplicationem de 1 in 5 uicibus 4, uicibus 3, que sunt super uirgis, erunt 1644; que multiplica per 2, que sunt super 5, erunt 3288; et tot habuit secundus. Adhuc incipias a 4 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7; que per 3, que restant ex 5, extractis inde 2, erunt 8316; quibus superadde 120, que egrediuntur ex multiplicatione omnium numerorum, qui sunt super uirgis, erunt 8436; et tot habuit primus homo. Et si in fine dationum suprascriptarum primo remanserit $\frac{5}{14}$ totius summe; secundo $\frac{4}{14}$; tercio $\frac{3}{14}$; quarto $\frac{2}{14}$, scribe questionem in hunc modum. Post hec extrahes 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 14, et adde multiplicationem de 2, que sunt super 14 in 5, que sunt super 11, erunt 94; que multiplica per 4, que sunt super 9; que per 3; que per 2, que sunt super uirgas, erunt 2256; et tot habuit quartus homo. Rursus incipe a $\frac{3}{14}$, multiplicans 14 per 11 uicibus 5; que 5 restant de 9, extractis de ipsis 4, que sunt super 9, erunt 770; super que adde multiplicationem de 3, que sunt super 14, in 5 sunt super 11 uicibus 4, que sunt super 9, erunt 830; que multiplica per 3, que sunt super 7; que per 2, que sunt super 5, erunt 4980; et tot habuit tercius homo. Nunc incipias a $\frac{4}{14}$, multiplicans 14 per 11 uicibus 9, uicibus 4; que 4 remanent de 7, extractis inde 3, que sunt super 7, erunt 5544; super que adde multiplicationem de 4, que sunt super 14, in 5, que sunt super 11, in 4, que sunt super 9, et in 3, que sunt super 7, scilicet 240, erunt 5784: que multiplica per 2, que sunt super 5, erunt 11568: et tot habuit secundus: deinde incipias a $\frac{5}{14}$, multiplicans 14 per 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 3; que 3 remanent ex 5, extractis inde 2, erunt 29106: quibus superadde 5, que sunt super 14 uicibus 5, que sunt super 11 uicibus 4, que sunt super 9 uicibus 3, que sunt super 7 uicibus 2, que sunt super 5, erunt 29826; et tot habuit primus homo.

* Et si in … remanserit ex 5 … (fol. 128 recto, lin. 7-19, pag. 292, lin. 7-21).

Inuestigatur hec regula sic: quoniam quartus homo, qui ultimam fecit dationem, dedit reliquis tribus quantum ipsi habebant, et quintam eius, et ei remansit $\frac{2}{14}$ totius summe, ut propositum est; ergo ex $\frac{12}{14}$, scilicet ex hoc, quod ipsi tres homines habuerunt, ipse quartus homo dedit $\frac{6}{11}$: sed $\frac{6}{14}$ ex $\frac{12}{14}$ totius summe sunt sicut 12 uicibus 6 ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11. Et $\frac{12}{14}$ totius summe, que remanent quarto homini post dationem suam, sunt ad totam summam, sicut est multiplicatio de 2 in 11 ad multiplicationem de 14 in 11: ergo hoc, quod quartus homo habebat, quando suam dationem reliquis fecit, fuit ad totam summam, sicut 12 uicibus 6, et 2 uicibus 11 sunt ad 14 uicibus 11. Sed 2 uicibus 11 sunt quantum 2 uicibus 6 cum 2 uicibus 5. Et 12 uicibus 6 cum 2 uicibus 6 sunt quantum 14 uicibus 6; ergo illud quod habuit quartus homo, quando suam dationem fecit, fuit ad totam summam, sicut 14 uicibus 6, et 2 uicibus 5 sunt ad 14 uicibus 11: et hoc fecimus superius, quando multiplicauimus 14 uicibus 6, et addidimus multiplicationem de 2, que sunt super 14, in 5, que sunt super 11; et sic habuimus 94: ergo illud, quod habuit quartus homo quando fecit dationem suam, fuit ad totam summam, sicut 94 est ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11. Sed hoc habuit ipse, cum iam receperat tres dationes ab alijs. Vnde incipiamus ab ultima datione, quam fecit sibi tercius homo, qui dedit ei quantum ipse habebat, et quartam eius; hoc est si quartus homo habuit tunc 4, et ille tercius dedit ei 5; ergo quartus homo habebat $\frac{4}{9}$ ex dicta proportione, scilicet ex ea, quam habet 94 | ad 14 uicibus 11, quando accepit dationem a fol. 128 verso.

Digitized by Google

tercio homine. Nam proportio de $\frac{4}{9}$ dicte proportionis est ad totam summam, sicut 94 uicibus 4 sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9; et hoc est quod superius fecimus, quando multiplicauimus 94 per 4, et habuimus 376: ergo proportio denariorum, quos habebat quartus homo antequam reciperet dationem secundi hominis, sunt ad totam summam, sicut 376 sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9: ex qua proportione fuerunt secundi hominis $\frac{4}{7}$; quia dederat eidem quarto homini quantum ipse habebat, et terciam eius : ergo relique $\frac{3}{7}$ fuerunt quarti hominis, quas habuit cum datione, quam fecit ei primus homo; que datio fuit $\frac{3}{5}$ ex ipsis $\frac{3}{7}$: ergo relique $\frac{2}{5}$ ex tribus septimis ex dicta proportione, scilicet ex ea, quam habet 376 ad 14 uicibus 11, uicibus 9, fuerunt denarij quarti hominis. Nam $\frac{2}{5}$ ex $\frac{3}{7}$ de 376 sunt ad totam summam, sicut numerus, qui egreditur de 376 uicibus 3, uicibus 2, ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Sed quia summam uolo esse numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Ideo numerus quarti hominis erit 2256, qui egreditur ex multiplicatione de 94 uicibus 4, uicibus 3, uicibus 2, scilicet de 376 uicibus 3, uicibus 2, ut superius fecimus. Simili quoque modo possunt inuestigari denarij reliquorum trium hominum, etiam et omnes consimiles questiones.

Tres homines habebant libras nescio quot sterlingorum, quarum medietas erat primi; tercia erat secundi; sexta erat tercij : quas cum uellent in loco tutiori habere, quilibet eorum accepit ex ipsis sterlinguis aliquam quantitatem; et ex quantitate, quam cepit primus, posuit in comuni medietatem; et ex ea, quam cepit secundus, posuit terciam partem; et ex ea quam cepit tercius, posuit sextam partem; et ex hoc, quod posuerunt in comuni, recepit quilibet terciam partem; et sic unusquisque suam habuit portionem. Quoniam primus posuit in comune $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod cepit; de quo $\frac{1}{2}$ rehabuit terciam partem, scilicet $\frac{1}{6}$ totius, quod accepit: ergo remansit ei ex hoc, quod cepit $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{2}{3}$; et ex hoc quod posuit secundus, habuit primus $\frac{1}{9}$; cum secundus posuerit terciam eius, quod sumpsit partem: et ex ipsa $\frac{1}{3}$ habuit primus $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{9}$; et ex hoc, quod posuit tercius, habuit terciam sexte partis, quam ipse tercius posuit, scilicet $\frac{1}{18}$; ergo medietas summe omnium sterlingorum, scilicet portio primi hominis, fuit $\frac{2}{3}$ ex hoc, quod cepit primus, et $\frac{1}{9}$ ex hoc, quod cepit secundus, et $\frac{1}{18}$ ex hoc, quod cepit tercius. Item cum secundus posuit in comune $\frac{1}{3}$ ex hoc, quod cepit, remanserunt ei $\frac{2}{3}$; et ex ipsa $\frac{1}{3}$ rehabuit $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{9}$ totius, quod accepit : ergo in portione sua habuit ex hoc, quod cepit ipse $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{7}{9}$; ex hoc, quod cepit primus, habuit sextam partem, scilicet $\frac{1}{3}$ medietatis, quam primus posuit in comuni; et ex hoc, quod cepit tercius, habuit $\frac{1}{18}$, sicut habuit primus homo. Quare $\frac{7}{9}$ sumptionis secundi hominis cum $\frac{1}{6}$ sumptionis primi, et cum $\frac{1}{18}$ sumptionis tercij fuerunt tercia pars summe; ergo $\frac{7}{9}$ et $\frac{1\ 3}{2\ 9}$, scilicet $\frac{1\ 10}{2\ 9}$ sumptionis secundi, et $\frac{1\ 1}{2\ 6}$, scilicet $\frac{1}{4}$ sumptionis primi, et $\frac{1\ 1}{2\ 18}$, scilicet $\frac{1}{12}$ sumptionis tercij, fuerunt tercia pars summe, et medietas tercie, hoc est medietas totius summe. Inuenimus superius, quod $\frac{2}{3}$ sumptionis primi cum $\frac{1}{9}$ sumptionis secundi, et cum $\frac{1}{18}$ sumptionis tercij sunt similiter medietas eiusdem summe : ergo $\frac{2}{3}$ primi numeri, scilicet sumptionis primi cum $\frac{1}{9}$ secundi numeri, et cum $\frac{1}{18}$ tercij sunt quantum $\frac{1}{4}$ primi numeri, et $\frac{1\ 10}{2\ 9}$ secundi, et $\frac{1}{12}$ tercij: quare si de utraque portione tollatur $\frac{1}{4}$ primi numeri, et $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij, remanebunt $\frac{5}{12}$ primi numeri esse quantum $\frac{19}{18}$ secundi, et $\frac{1}{36}$ tercij numeri. Rursus inuestigemus

Digitized by Google

sumptionem tercij hominis cum sumptione primi hominis: quoniam tercius ex hoc, quod sumpsit, posuit in comune $\frac{1}{6}$, remanserunt ei $\frac{5}{6}$; et ex ipso $\frac{1}{6}$ rehabuit terciam partem, scilicet $\frac{1}{18}$; ergo in portione sua, scilicet pro $\frac{1}{6}$ totius summe, habuit $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{18}$ sumptionis sue, scilicet $\frac{8}{9}$, et $\frac{1}{9}$ sumptionis secundi, et $\frac{1}{6}$ sumptionis primi: ergo triplum de $\frac{8}{9}$ sumptionis tercij, scilicet $\frac{24}{9}$, et triplum de $\frac{1}{9}$, | scilicet $\frac{1}{3}$ sumptionis secundi, et triplum de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{2}$ sumptionis primi, faciunt $\frac{3}{6}$, scilicet $\frac{1}{2}$ totius summe. Inuenimus enim superius, quod $\frac{2}{3}$ primi numeri cum $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij sunt medietas totius summe: et modo inuenimus, quod $\frac{1}{2}$ primi numeri, et $\frac{1}{3}$ secundi, et $\frac{24}{9}$ tercij sunt eadem medietas. Quare si comuniter ex utraque proportione tollatur $\frac{1}{2}$ primi numeri, et $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij, remanebit $\frac{1}{6}$ primi numeri, scilicet $\frac{2}{12}$, equalis de $\frac{2}{9}$ secundi numeri cum $\frac{47}{18}$ tercij. Quare inuestigandum est per regulam quarte proportionis; cum $\frac{2}{12}$ primi numeri sint $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{47}{18}$ tercij, quantum erunt $\frac{5}{12}$ primi ex hijs, que habent reliqui duo: erunt itaque $\frac{5}{9}$ secundi numeri, et $\frac{235}{36}$ tercij. Inuenimus superius, quod $\frac{5}{12}$ primi sunt $\frac{19}{18}$ secundi, et $\frac{1}{36}$ tercij: et modo inuenimus, easdem $\frac{5}{12}$ primi esse $\frac{5}{9}$ secundi, et $\frac{235}{36}$ tercij. Et quoniam, que ad idem eandem proportionem habent, sibi inuicem equalia sunt; ergo $\frac{19}{18}$ secundi numeri cum $\frac{1}{36}$ tercij sunt quantum $\frac{5}{9}$ secundi, et $\frac{235}{36}$ tercij. Vnde si comuniter tollantur ex utraque parte $\frac{5}{9}$ secundi numeri, et $\frac{26}{36}$ tercij, remanebit $\frac{1}{2}$ secundi numeri esse $\frac{234}{36}$ tercij, scilicet sexuplum, et dimidium eius: ergo medietas sumptionis secundi hominis fuit sexies, et dimidia sumptionis tercij: quare tota sumptio secundi hominis est ter decuplum sumptionis tercij hominis; hoc est si tercius sumpsit 1, secundus sumpsit 13. Nam ut habeamus sumptionem primi hominis. Accipe sexies $\frac{2}{9}$ secundi numeri, scilicet de 13, et sexies $\frac{47}{18}$ tercij, scilicet de 1: cum superius inuentum sit, $\frac{1}{6}$ primi numeri esse $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{47}{18}$ tercij; et redige eos in unum, et habebis 33 pro sumptione primi hominis; ex quibus reperies, summam esse 47. Possumus aliter sumptionem primi aliter inuenire: uidelicet cum inuentum sit, quod $\frac{8}{9}$ tercij numeri, et $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{6}$ primi sunt $\frac{1}{6}$ totius summe. Quare duplum ipsarum partium, scilicet $\frac{16}{9}$ tercij numeri, et $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{1}{3}$ primi facit duplum de $\frac{1}{6}$ totius summe, scilicet $\frac{1}{3}$. Inuenimus enim superius, quod $\frac{7}{9}$ secundi numeri cum $\frac{1}{6}$ primi, et cum $\frac{1}{18}$ tercij sunt similiter tercia pars summe: ergo $\frac{1}{6}$ primi numeri cum $\frac{7}{9}$ secundi, et cum $\frac{1}{18}$ tercij sunt $\frac{1}{3}$ primi numeri, et $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{16}{9}$ tercij. Comuniter auferatur $\frac{1}{6}$ primi numeri; et $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij, remanebunt $\frac{5}{9}$ secundi, equales de $\frac{1}{6}$ primi, et de $\frac{31}{18}$ tercij. Inuenimus etiam superius, totum secundum numerum esse ter decuplum tercij numeri. Quare $\frac{5}{9}$ secundi erunt $\frac{65}{9}$ tercij: sunt enim et $\frac{5}{9}$ secundi, ut ostensum est, $\frac{1}{6}$ primi numeri, et $\frac{31}{18}$ tercij. Quare si comuniter auferantur $\frac{31}{18}$ tercij, remanebunt $\frac{11}{2}$ tercij numeri quantum $\frac{1}{6}$ primi numeri. Quare totus primus numerus erit triguplum triplum tercij numeri. Vnde cum tercius numerus sit unum, primus erit 33, ut dictum est. Et si ex hoc, quod posuerunt in comune, primus sumeret medietatem; secundus terciam; tercius sextam; et unusquisque haberet portionem sibi contingentem ex predictorum sterlingorum; tunc summa ipsius pecunie esset 51: de qua inuenies per inuestigationem proportionum ipsorum, nec non et per sequentem regulam, primum sumpsisse 30; secundum 15; tercium 6. Proponatur iterum, primum posuisse in comuni $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod cepit; secundum $\frac{1}{3}$

fol. 129 recto.

e contingentem .... partes erunt » fol. 129 recto, lin. 29 e 39 -39, pag. 294, lin. 39 — pag. 295, lin. 71.

36	72	108
Positio prima		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
Secunda		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
tercia	secunda	prima
72	72	72
positio tercia		
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

tercium $\frac{1}{5}$; et sic primus habeat $\frac{1}{2}$ totius summe; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{6}$; hoc est unusquisque habuit $\frac{1}{3}$, quod suum erat. Pone itaque portiones, quas ipsi tres homines habent de prescripta pecunia in ordinem, scilicet $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; uocabisque ea ex positione prima. Et quia primus posuit in comune $\frac{1}{3}$ ex hijs que cepit; remanserunt ergo ei $\frac{2}{3}$: quare $\frac{1}{3}$, quam posuit, fuit $\frac{1}{2}$ ex hijs, que remanserunt ei: similiter id, quod posuit secundus, fuit $\frac{1}{3}$ sui residui; et id, quod posuit tercius, fuit $\frac{1}{4}$ ex hoc, quod remansit ei. Quare pone sub positione prima $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ per ordinem, ut in margine cernitur; que partes erunt | positionis secunde: sub quibus etiam pones $\frac{1}{3}$ ter propter $\frac{1}{3}$, quam rehabuit unusquisque ex hoc, quod positum fuit in comune, que erunt de positione tercia: deinde multiplica 6, in quibus reperiuntur rupti prime positionis per 12; in quibus etiam reperiuntur rupti positionis secunde, erunt 72: que etiam multiplica per 3; cum in 3 reperiantur rupti positionis tercie, erunt 216; et tot pone pro summa totius pecunie; quorum $\frac{1}{2}$ pone super $\frac{1}{2}$ prime positionis, scilicet 108, et terciam, scilicet 72, super $\frac{1}{3}$, et sextam super $\frac{1}{6}$, que est 36. Post hec accipe ex predictis numeris per ordinem partes secunde positionis, scilicet $\frac{1}{2}$ de 108, et $\frac{1}{3}$ de 72, et $\frac{1}{4}$ de 36, erunt 54, et 24, et 9, scilicet 87; et tot posuerunt in comuni. Deinde diuide predicta 216 per partes tercie positionis, exibunt 72 super unaquaque $\frac{1}{3}$. Extrahe quidem priora 72 de 108, remanent 36; quorum $\frac{1}{2}$ accipe pro $\frac{1}{2}$, quod est de secunda positione, erunt 18 addita, que serua in manu; et extrahe secunda 72 de 72, que sunt super $\frac{1}{3}$, remanet 0; cuius $\frac{1}{3}$ accipe pro $\frac{1}{3}$, que est in secunda positione, erit 0; quod adde cum 18 seruatis, erunt 18. Et quia 72, que sunt in tercio loco, scilicet super $\frac{1}{3}$ tercie positionis, non possunt extrahi de 36, extrahe 36 de ipsis 72, remanebunt 36 diminuta; de quibus accipe $\frac{1}{4}$ pro $\frac{1}{4}$, que est in secunda positione, erunt diminuta 9; que abice de 18 seruatis, remanent 9 addita. Quare cum sint addita, debes ea extrahere de 216. Et si essent diminuta, adderes ea, remanebunt 207, que sunt summa, que remansit eis post posita 87 in comune: quare addes ea insimul, erunt 294 pro summa totius pecunie ipsorum; de quorum medietate, scilicet de 147, extrahe terciam de 87, quam rehabuit primus, scilicet 29, remanent 118; quibus superadde $\frac{1}{2}$ eorum pro $\frac{1}{2}$ secunde positionis, erunt 177; et tot habuit primus de prescripta pecunia. Rursus de portione secundi hominis, scilicet de $\frac{1}{3}$ de 294, abice 29, que rehabuit ipse ex predictis 87, remanebunt 69: super que pone $\frac{1}{3}$ eorum propter $\frac{1}{3}$ secunde positionis, erunt 92; et tot habuit secundus: adhuc de 49, que sunt $\frac{1}{6}$ de 294, scilicet de portione tercij hominis, extrahe 29, remanebunt 20: quibus adde $\frac{1}{4}$ eorum pro $\frac{1}{4}$ secunde positionis, erunt 25; et tot habuit tercius homo. Et si proponeretur, primum rehabuisse $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod posuerunt in comune; secundum $\frac{1}{3}$; tercium $\frac{1}{6}$, operaberis ut supra, donec habeas 87: deinde sub secunda positione pone in tercia $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, scilicet partes, que rehabuerunt ex posito in comune: quas partes accipe de 216, et habebis 108 super $\frac{1}{2}$, et 72 super $\frac{1}{3}$, et 36 super $\frac{1}{6}$, ut in hac alia cernitur descriptione. Et quia, extractis ipsis numeris per ordinem de numeris, qui sunt super primum positionem, nichil remanet. Ideo nichil debemus addere, uel extrahere a 216. Quare 216 erunt residuum, quod remanet eis, posita 87 in comune. Quare adde 87, et 216, erunt 303 pro summa totius pecunie; quam diuides inter eos ordine, quo diuisisti 294; et inuenies, primum habuisse 162; secundum 96; tercium 45. Rursus diuidatur id, quod posuerunt in comune; ita quod

fol. 129 recto.

° 18 Et quia .... Et si proponeretur » (fol. 129 recto, lin. 13-25 e 26; pag. 195, lin. 21-31)

36	72	108	positio prima
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	secunda
36	72	108	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	tercia

Digitized by Google

primus rehabeat inde $\frac{1}{2}$; secundus $\frac{2}{5}$; tercius $\frac{1}{10}$: positis quidem partibus trium positionum, ut hic cernitur, multiplica 6 per 12; que per 10, in quibus reperiuntur fractiones trium positionum, erunt 720; que pone diuiso per partes prime positionis, et tercie, et habebis 360 super $\frac{1}{2}$; et 240 super $\frac{1}{3}$; et 120 super $\frac{1}{6}$; et super partes tercie positionis habebis 360, et 288, et 72: deinde accipe per ordinem $\frac{1}{2}$ de 360, | et $\frac{1}{3}$ de 240, et $\frac{1}{4}$ de 120, scilicet partes secunde positionis, erunt 180, et 80, et 30, que sunt in summa 290; et tot posuerunt in comune: deinde de 360 prime positionis extrahe 360 tercie, remanet 0; cuius dimidium, cum sit 0, relinque, et de 288 extrahe 240, remanent 48 diminuta: et hoc dico, cum 288 non possunt extrahi de 240: de quibus 48 accipe $\frac{1}{3}$ pro $\frac{1}{3}$ secunde positionis, erunt 16 diminuta, que serua: et extrahe 72 de 120, remanent 48 addita; pro quibus $\frac{1}{4}$ habentur 12 similiter addita. Oppone itaque addita cum diminutis, scilicet 12 cum 16, remanebunt 4 diminuta; que adde cum 720, erunt 724; et tot remanserunt eis positis 290 prescriptis: quibus insimul additis, reddunt 1014 pro summa totius pecunie eorum: deinde diuide 290 per partes tercie positionis; et habebis 145 sub $\frac{1}{2}$, et 116 sub $\frac{2}{5}$, et 29 sub $\frac{1}{10}$: et 1014 diuide per partes prime positionis, uenient 507, et 338, et 169. Deinde de 507 extrahe 45, remanent 362; quibus adde $\frac{1}{2}$ eorum propter $\frac{1}{2}$, quod est in secunda positione, erunt 543; et tot sumpsit primus de comuni pecunia. Similiter de 338 extrahe 116, remanent 222; quibus superadde terciam eorum, erunt 296; et tot sumpsit secundus. Item extrahe 29 de 169, remanent 140: quibus adde quartam eorum, erunt 175; et tot sumpsit tercius de predicta pecunia. Et si diceretur, summa totius pecunie fuisse 100; multiplica 543, et 296, et 175 per 100, et diuides unamquamque multiplicationem per 1014.

fol. 130 recto.

¹ et 30, que .... de 288 » (fol. 130 recto, lin. 2-14, pag. 296, lin. 6-18).

169	338	507
120	240	360
$\frac{1}{6}$	[illegible]	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
72	288	360
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
29	116	145

Item tres homines habeant pecuniam comunem, de qua $\frac{1}{2}$ sit primi; secundi $\frac{2}{5}$; tercij $\frac{1}{10}$: quam cum sumerent inter se fortuitu, primus ex hoc, quod cepit, posuit $\frac{1}{2}$ in comune; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{6}$: ex quibus positionibus unusquisque cepit terciam; et sic quilibet eorum suam habuit portionem: pro prima quidem positione pones $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$; et pro tercia in $\frac{1}{3}$; pro secunda quoque oportebit ponere $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ 1; cum id, quod posuit primus in comune, fuerit quantum illud, quod remansit ei; et id, quod posuit secundus, fuerit $\frac{1}{2}$ eius, quod remansit; et positio tercij fuerit $\frac{1}{5}$ sui residui: pone itaque ipsas positiones in ordine; et multiplica 10 per 10; que per 3, et habebis 300, in quibus reperiuntur fractiones trium positionum: quare pone 300 in partes prime, et tercie positionis, diuisa super ipsas positiones; et habebis super primam positionem 150, et 120, et 30; et super terciam habebis 100 ter: deinde accipe partes secunde positionis de numeris superioribus, uenient 150, et 60, et 6; hoc est in summa 216, que habeantur pro eis, que posuerunt in comune. Item extrahe 100 de 150, remanent 50; que diuide per 1 secunde positionis, exibunt 50 addita: adhuc extrahe 100 de 120, remanent 20; quorum medietas sunt 10 addita: que adde cum 50 additis, erunt 60 addita. Item extractis 30 de 100, remanent 70 diminuta, quarum quinta sunt 14 diminuta: quibus extractis de 60 additis, remanent 46 addita; que extrahe de 300, remanent 254, que sunt residuum. Quare adde ea cum 216, erunt 470 pro summa pecunie eorum: quam cum diuiseris ordine demonstrato, inuenies, primum sumpsisse 326; secundum 174; que cum insimul iunguntur, faciunt plus de 470. Quare hec questio non potest | solui, nisi soluatur cum aliqua propria pecunia tercij hominis; et tunc erit

² eorum suam ... quibus » (fol. 130 recto, lin. 23-33; pag. 296, lin. 26-39).

30	120	150	
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	prima
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1	secunda
100	100	100	tercia
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	

fol. 130 verso.

Digitized by Google

talis questio, quod pecuniam, quam ipsi tres habebant comunem, nec non et pecuniam propriam tercij hominis, sumpserunt fortuitu inter primum, et secundum hominem. Post hec primus posuit in comune $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod ceperat. Secundus $\frac{1}{3}$; ex quibus positionibus tercius homo cepit $\frac{1}{6}$ de ipsa pecunia propria, quam socij habuerant. Post hec, de residuo unusquisque sumpsit terciam partem; et sic habuit quilibet ipsorum id, quod suum erat; et tunc, ut diximus, primus sumeret 326; secundus 174; et pecunia propria tercij hominis fuit 30: quam si 20 esse uis, erit sic 30 ad 20, ita 326 ad id, quod sumpsit primus; et sic 174 ad id, quod sumpserit secundus. Quare multiplicabis 326, et 174 per 20; et diuides per 30, scilicet accipe $\frac{2}{3}$ eorumdem, exibunt $\frac{2}{3}$ 217, et 116 pro sumptionibus eorum: de quorum summa extrahe 20 predicta, remanebunt $\frac{1}{3}$ 313 pro summa comunis pecunie. Nam si uis, ut comunis pecunia sit 100; et queras quantitatem proprie pecunie tercij hominis, nec non et quantum cepit unusquisque reliquorum, erit tunc sicut 470 ad 100, scilicet sicut inuenta summa ad quesitam, ita 30 ad pecuniam tercij hominis. Quare multiplicabis 10 per 30, et diuides per 47, exibunt $\frac{46}{47}$ 6 pro pecunia propria tercij hominis; que adde cum 100, erunt $\frac{46}{47}$ 106; que multiplica per 326, et per 174; et diuide unamquamque multiplicationem per coniunctum ex eis, scilicet per 500.

De eodem inter .IIII.^or. homines.

Rvrsus .IIII.^or homines habeant pecuniam comunem, cuius tercia sit primi, et $\frac{3}{10}$ sit secundi, et $\frac{1}{5}$ sit tercij, et $\frac{1}{6}$ sit quarti; quam totam pecuniam, cum inter se fortuitu diuiderent, primus ex hijs, que ceperat, posuit dimidium in comune; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{4}$; quartus $\frac{1}{5}$: de quibus .IIII.^or positionibus, cum unusquisque caperet $\frac{1}{4}$, quilibet ipsorum habuit suam portionem: pones itaque in prima positione $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{1}{3}$; et in secunda $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ 1; et in tercia pones $\frac{1}{4}$ quater, et operaberis ut supra; et inuenies, summam pecunie esse 2190; de quibus primus sumpsit 1034; secundus 666; tercius 300; quartus 190.

tercij hominis ... erat librarum (fol. 130 verso, lin. 15-23; pag. 297, lin. 15-27) [illegible]

240.	288.	432.	480.
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$ 1
360.	360.	360.	360.
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

De .IIII.^or pesonibus, quorum pondus erat librarum quadraginta.

Qvidam habebat pesones .IIII.^or, cum quibus ponderabat integras libras suarum mercium a libra una usque in libris 40; queritur pondus uniuscuiusque pesonis: pondus quidem primi oportuit esse unius libre; ut cum ipso ponderaretur libra una. Secundi duplum eius, 1 addita, scilicet 3, uel triplum ipsius primi; cum quibus duobus pesonibus possunt ponderari a libra una usque in 4: pondus autem tercij est 1, plus duplo amborum, hoc est triplum secundi, scilicet 9: pondus autem quarti est 1, plus ponderis reliquorum trium, hoc est triplum tercij, scilicet 27; quorum ponderibus insimul iunctis faciunt 40. Vnde si uis scire, qualiter ponderari possunt cum hijs pesonibus a libra 1 usque in libris 40 quelibet libra, ut dicamus 14, ponitur quartus peso in una lancea, et reliqui ponuntur in alia; et cum ponitur idem quartus peso cum primo, et ab alia ponuntur reliqui, scilicet 9, et 3, tunc ponderari possunt libre 16: et cum ponuntur quartus, et secundus, et primus ab una parte, scilicet 27, et 3, et 1, quorum pondus est 31; et ab alia ponitur tercius, scilicet 9, tunc possunt ponderari libre 22, que sunt a 9 usque in 31; et sic intelligas in reliquis. Et si adderes quintum pesonem, cuius pondus esset triplum quarti, scilicet 81, ponderari cum hijs quinque pesonibus quotlibet libre, a libra una usque in libras 121; et sic eodem ordine possunt addi pesones in infinitum.

De homine, qui habebat sisphos quinque argenti. |

fol. 131 recto. Qvidam dabat cuidam pro suo opere cotidie marcham 1 argenti, quam persoluebat cum ciphis quinque, quos habebat, ita quod non frangebatur aliquis eorum; et hoc fęcit diebus 30: pondus primi ciphi fuit 1, cuius duplum, scilicet marche 2, fuit pondus secundi; pondus quidem tercij fuit 4, scilicet duplum secundi. Pondus autem quarti fuit duplum tercij, scilicet 8; quorum ponderibus .IIII.^{or} ciphorum insimul iunctis, faciunt marchas 15; quibus extractis ex marcis 30, remanent marche 15 pro pondere quinti ciphi. In primo quidem die dedit ei primum uas. In secundo recepit ab eo ipsum primum, et dedit ei secundum. In tercio reddidit dominus operario ipsum primum. In quarto die recepit dominus ab operario primum, et secundum, et dedit ei tercium; et sic predicto ordine persoluit eum cotidie, usque in diebus 30.

De duobus hominibus, qui habuerunt poma.

Ex duobus hominibus unus habuit poma 10, alius 30; et cum essent ambo in uno foro, unusquisque uendidit ex suis pomis nescio quot. Sed pretium eorum fuit idem: et cum uenissent in alio foro, uendiderunt reliqua similiter equali pretio; et fuit illud, quod habuit primus ex suis 10 pomis, quantum illud, quod habuit secundus: queritur pretium pomi in unoquoque foro, nec non et quot fuerunt poma uniuscuiusque uendita in quolibet foro. Numerum quidem pomorum primi hominis, scilicet 10, diuide in duas partes, ita quod, extracta prima parte ex numero pomorum alterius, scilicet de 30, remaneat numerus, qui integraliter diuidatur per secundam partem; et quod ex diuisione peruenerit, erit pretium uniuscuiusque pomi uenditi in secundo foro. Et quia de semel 30 extrahitur semel prima pars, erit semel denarius 1 pretium uniuscuiusque pomi uenditi in primo foro. Verbi gratia: sint 10 diuisa in 6, et 4; et extrahantur 6 de 30, remanent 24; que diuide per secundam partem, scilicet per 4, ueniunt 6 pro pretio pomi uenditi in secundo foro; et sic habes, quod pretium pomorum primi fori fuit denarius 1, et secundi fori fuit denarij 6. Sed ut habeas poma utriusque fori, accipe ergo alibitum ex predictis 6 partem, qualem uis, pro pomis primi hominis uenditis in primo foro; et aliam partem, scilicet residuum, extrahe de 30; et quot remanebunt, erunt poma primi hominis uendita in primo foro. Vt si uis, quod primus homo uendiderit pomum unum in primo foro, extrahe ipsum de 6, remanent 5; et tot poma uendidit secundus homo in secundo foro: quibus extractis de 30, remanent 25 pro pomis uenditis in primo foro ab ipso secundo homine; et sic unusquisque habuit denarios 55. Et si ponas, ut poma 5 uendat primus homo in primo foro, extrahe ea de 6 supradictis, remanet 1 pro id, quod secundus uendidit in secundo foro; reliqua, scilicet 29, uendidit in primo; et sic habuit unusquisque denarios 35: et si uis, ut unusquisque habeat denarios 45, extrahe 35 de 55, remanent 20; que diuide per 4, que sunt a pomo uno primi hominis usque in 5 eiusdem, ueniunt 5; et tot denarij minuentur de 55, si addideris unum pomum super ipsum, quod posuimus, primum hominem uendidisse in primo foro. Quare in ipsis pomis 5 diuide differentiam pomorum, que est a 45 in 55, exibunt 2; quibus additis cum 1 predicto, quod extraximus de 6, reddunt 3; et tot poma uendit primus in primo foro, de quibus habuit denarios 3: reliqua, scilicet 7, uendit in secundo foro, ex quibus habuit denarios 42; et sic habuit denarios 45. Extrahe quidem ipsa 3 de 6, remanent 3; et tot poma

Digitized by Google

uendit secundus in secundo foro, de quibus habuit denarios 18: reliqua, scilicet 27, uendidit in primo pro denarijs 27; et habuit similiter 45.|

Et si ponatur, quod summa denariorum uniuscuiusque sit minor numero pomorum fol. 131 recto
secundi, tunc duplicabis ipsum, uel per aliquem numerum multiplicabis, donec proueniat numerus, qui sit maior numero pomorum secundi, et minor summe diffinitionis maioris. Nam diffinitionem maiorem dicimus, quando primus homo uendit unum tantum pomum in uiliori foro. In qua summa superius habuimus denarios 55; et tunc secundum ea que diximus, consolabis uenditionem eorum in ipso numero: quo facto, diuides pretia utriusque fori per numerum, in quo multiplicaueris summam quesitam; et habebis propositum. Verbi gratia: pone unumquemque habuisse ex suis pomis denarios 20; quibus duplicatis faciunt 40: ergo uolo consolare poma suprascripta, ita ut unusquisque habeat denarios 40 ex suis pomis. Diuides ergo differentiam, que est a 40 in 55, scilicet 15, per differentiam, que est a pretio pomi primi fori in pretium secundi, scilicet per 5, exibunt 3: quibus additis super pomum maioris diffinitionis, scilicet super 1, faciunt 4; et tot poma uendidit primus in primo foro: quibus extractis de prima parte diuisi decenarij, scilicet 6, remanent 2; et tot poma uendidit secundus in secundo foro. Et quia duplicasti 20, diuides pretia unius pomi utriusque fori per 2, scilicet 1, et 6, exibunt pro pretio primi fori $\frac{1}{2}$ unius denarij; et pro pretio secundi denarij 3. Et si uis summam denariorum ipsorum ascendere super maiorem diffinitionem, scilicet super 55, duplicabis ipsam diffinitionem, uel triplicabis, uel per aliquem numerum multiplicabis, donec proueniat numerus maior quesita summa; et tunc superhabundantiam, que est inter ea, diuide per differentiam, que est inter pretia; et quod prouenerit, diuide per numerum, in quem multiplicaueris dictam diffinitionem; et habebis illud, quod debes addere super numerum pomorum primi hominis in primo foro; et multiplicabis pretia utriusque fori per eundem numerum, in quo multiplicasti maiorem diffinitionem. Verbi gratia: ponamus, ut uterque ipsorum habeat ex suis pomis denarios 100. Quare multiplicabis 55 per 2, erunt 110; de quibus extrahe 100, remanent 10; que diuide per differentiam pretiorum, scilicet per 5, exibunt 2; que diuide per 2, in quibus multiplicasti 55, exibit 1; quod adde super pomum unum, quod primus uendidit in primo foro, erunt poma 2 uendita in ipso foro. Reliqua 8 erunt uendita in secundo foro. Et quia multiplicasti 55 per 2, multiplica pretium utriusque fori per 2; et habebis denarios 2 pro pretio primi fori, et denarios 12 pro pretio secundi. Verbi gratia: ex duobus pomis habuit primus homo in primo denarios 4, et de reliquis 8 in secundo habuit denarios 96; et sic habuit denarios 100 ex decem pomis. Deinde, ut habeas diuisionem pomorum secundi utriusque fori, abice poma 2 primi hominis ex pomis 6, scilicet ex prima parte, quam superius de 10 fecimus. Nam ipsa pars est summa pomorum uendita a primo homine in primo foro, et a secundo homine in secundo remanebunt poma 4; de quibus habuit secundus in secundo foro denarios 48; et de reliquis pomis 26 habuit in primo foro denarios 52; et sic habuit denarios 100 ex omnibus suis pomis.

Potes etiam alio modo ad habendam quamlibet summam denariorum procedere, cum solidata erunt poma utriusque in aliquo denariorum numero; quia erit sicut numerus ille ad summam quesitam, ita pretium inuentum uniuscuiusque fori ad pretium que-

Digitized by Google

fol. 132 recto. situm eiusdem. Verbi gratia: ponamus, unumquemque ha|buisse denarios 70 ex suis pomis; quia superius in minori diffinitione habui denarios 35, et poma primi hominis fuerunt diuisa in 5, et 5; secundi in 29, et 1; erit itaque sicut 35 ad 70, ita 1, scilicet inuentum pretium primi fori, ad pretium quesitum eiusdem; et sicut 35 ad 70, ita 6, scilicet inuentum pretium secundi fori, ad quesitum pretium eiusdem: quare multiplicabis 70 per inuenta pretia, scilicet per 1, et per 6, et diuides utramque multiplicationem per 35; et habebis pro pretio primi fori denarios 2, et pro pretio secundi denarios 12; et diuisio pomorum erit eadem. Nam primus in primo foro ex pomis 5 habuit denarios 10, et ex aliis 5 habuit in secundo denarios 60; et sic habuit denarios 70 ex suis pomis, ut querebatur: totidem etiam habuit secundus ex pomis 29 uenditis in primo foro, et ex pomo 1 uendito in secundo. Et ut hec, que dicta sunt, melius elucescant, habeat primus homo poma 12, secundus 32; et habeant, ut dictum est, equaliter post uenditionem pomorum in utroque foro: et uolo iterum, ut pretium primi fori sit denarius 1: diuides 12 in duas ut libet partes; et habeas primam pro summa pomorum, que primus uendidit in primo foro, et secundus in secundo: et abice eam de numero pomorum secundi hominis, scilicet de 32; residuum, quod remansit, diuide per secundam partem; et quod prouenerit erit pretium unius pomi uenditi in secundo foro. Deinde accipe quotuis poma ex predicta prima parte, et habeas ea pro pomis uenditis a primo homine in primo foro; et que ex ipsa parte remanserint, habeas pro pomis uenditis a secundo in secundo foro. Verbi gratia: sit prima pars 8, secunda 4; et auferantur 8 de 32, remanent 24; quibus diuisis per secundam partem, uenient denarij 6 pro pretio secundi fori: deinde diuide 8 in duas qualesuis partes, ut dicamus in 5, et 3; et habeas poma 5 pro eis, que primus uendidit in primo foro: reliqua 3 uendidit secundus in secundo foro: quibus extractis ex pomis eorum, remanent poma 7 pro eis, que primus uendidit in secundo foro; et 29 pro eis, que uendidit secundus in primo; et sic primus habuit denarios 5 ex pomis 5, et denarios 42 ex pomis 7; et sic habuit in summa denarios 47; et totidem habuit secundus ex pomis 29, et ex pomis 3: uel diuidantur 12 in 7, et 5, et auferantur 7 de 32; et reliqua 25 diuide per 5, et habebis denarios 5 pro pretio primi fori: et diuide 7 in quales uis partes; et habeas unam partem proportionis primi hominis primi fori, et aliam pro pomis secundi fori secundi hominis: et si uis, quod pretium primi fori sit alius numerus denariorum qualem uis, erit diuisio pomorum eadem. Sed pretium secundi fori cadet proportionaliter, uidelicet sicut 1 est ad numerum illum, ita pretium inuentum secundi fori ad pretium quesitum eiusdem fori. Verbi gratia: ut si uis ualere pomum denarios 3 in primo foro; quia 3 triplum sunt de 1. Ideo triplica pretium secundi fori, et sic habebis in prima diffinitione denarij 18 pro pretio secundi fori, et denarios 15 in secunda diffinitione. Et si proponatur, primum habuisse ex pomis 12 aliquod multiplex denariorum secundi, ut dicamus duplum, inuenias summam, quam uolueris, equalem, quam habeat unusquisque ex suis pomis, secundum modum predictum; ita ut poma secundi fori excedant duplum pomorum secundi fori secundi hominis; et tunc de pomis fol. 132 verso. secundi fori primi hominis abice duplum pomorum secundi fori secundi habeas (*sic*); | et quod residuum fuerit, serua; et pro predicto duplo duplica predictam summam: de qua duplicatione abice ipsam summam, hoc est multiplica ipsam summam per 1, scilicet

Digitized by Google

per unum, minus de 2 propter duplum predictum; et quod prouenerit, diuide per seruatum residuum; et quod ex diuisione peruenerit, adde super pretium secundi fori, et habebis propositum. Verbi gratia. Sint poma 6 primi hominis in primo foro, et reliqua 6 in secundo; et pretium primi sit 1, secundi 5; et sic habebit ipse denarios 36 in summa, quam habebit secundus ex pomis 31 in primo foro, et ex pomo 1 in secundo: abice ergo duplum ipsius pomi de pomis secundi fori primi hominis, scilicet de 6, remanent 4: in quibus diuide multiplicationem de 1 in 36, exibunt 9; que adde super pretium secundi fori, erunt 14; et tot uendiderunt pomum in secundo foro; et sic habuit primus denarios 90; secundus 45. Et si uis, primum habere triplum denariorum secundi, abice ex predictis 6 triplum unius pomi, quod secundus uendidit in secundo foro, remanent 3; in quibus diuide multiplicationem de 2 in 36; quia, extracto 1 de 3 propter triplum, remanent 2, exibunt 24: quibus additis super 5, scilicet super pretium secundi fori, erunt 29; et tot ualuit pomum in secundo foro; et sic primus habuit denarios 6 ex pomis 6, et denarios 174 ex reliquis, hoc est in summa denarios 180; tercia pars quorum habuit secundus ex pomis 31 primi fori, et ex pomo uno secundi. Et si uis pretium secundi excedere pretium primi in aliqua multiplicitate, ut dicamus in quadruplo, inuenias ordine eodem summam ipsorum equalem, secundum aliquam diuisionem pomorum ipsorum; et tunc pro quadruplo accipe $\frac{1}{4}$ ex numero pomorum secundi fori secundi hominis; quam extrahe ex numero pomorum eiusdem fori primi hominis, et residuum serua; in quo diuide summam denariorum ipsorum, quarta eius inde extracta; hoc est per dictum residuum diuide $\frac{3}{4}$ ipsius summe; et, quod ex diuisione peruenerit, abice ex pretio inuento secundi fori; et quod residuum fuerit, erit quesitum pretium eiusdem fori. Verbi gratia. Sint 6 poma primi fori, et 6 secundi ex pomis primi hominis; et pretium unius pomi in primo foro sit 1; in secundo 11. Quare poma secundi hominis primi fori sint 28; secundi 4; et summa denariorum uniuscuiusque, est 72. Accipe ergo $\frac{1}{4}$ de 4, scilicet 1, et extrahe eam de pomis 6 secundi fori primi hominis, remanebunt 5: in quibus diuide $\frac{3}{4}$ de 72, scilicet 54, exibunt $\frac{4}{5}$ 10; que extrahe ex 11, scilicet ex pretio secundi fori, remanet $\frac{1}{5}$; et tot ualuit pomum in secundo foro, cum pretium primi fori sit 1. Quare, ut habeas hec in integrum, multiplica utrumque pretium per 5, et habebis 5 pro pretio primi, et 1 pro pretio secundi; et sic habuit primus ex suis pomis soldos 3; secundus soldos 12, scilicet quaduplum (*sic*) denariorum primi, ut querebatur.

Modus alius in questione pomorum.

Rvrsus habet unusquisque equaliter post uenditionem pomorum utriusque fori; et sit pretium uniuscuiusque fori nominatum, uel in aliqua data proportione; tunc cognoscas, si questio poterit solui: multiplica minus pretium per maiorem multitudinem pomorum, et maius pretium per minorem multitudinem. Et si ultima multiplicatio fuerit maior uno, tunc solubilis erit questio; et tunc extrahes minorem multiplicationem de maiori; et de residuo extrahe differentiam, que est inter pretia utriusque fori semel, uel bis, uel quotiens uolueris, donec inde aliquid remaneat; quod residuum diuide per predictam differentiam; et quod prouenerit, habeas pro pomis secundi fori uenditis a secundo homine, et quotiens dictam differentiam extraxeris de predicto residuo, totiens pomum unum uendidit primus homo in primo foro. Verbi gratia. Sint iterum poma | primi fol. 183 recto.

hominis 12, secundi 33; et pretium secundi fori sit quadruplum pretio primi: uel pretium primi sit 1, secundi 4: quia ex quater 12, scilicet de 48, possunt extrahi semel 33, scimus hanc questionem solubilem esse. Quare extractis 33 de 48, remanent 15: de quibus extracta differentia, que est inter pretia, scilicet 3 bis, remanebunt 9; quibus diuisis per 3, scilicet per eamdem differentiam, exibunt 3; et tot poma uendidit primus in primo foro, quia extraxisti bis predictam differentiam de 15; et sic habuit unusquisque denarios 42. Aliter uendat primus homo poma 3 in primo foro, et in secundo, de quibus habebit denarios 3, et 36, hoc est 39: de quibus extrahe multiplicationem de 1 in 33, remanebunt 6; que diuide per 3, exibunt 2; et tot poma uendit secundus in secundo foro.

Regula notabilis de 5 numeris ingnotis reperiendis.

Primus quidem cum secundo, et tercio contineat quartum semel, et dimidiam eius; et cum tercio, et quarto contineat quintum bis, et quartam eius. Cum quarto quidem, et quinto contineat secundum ter, et quintam eius. Cum quinto quoque, et secundo contineat tercium quater, et sextam eius. Quia primus cum secundo, et tercio continet quartum semel, et dimidium. Si ipsi tres numeri in summa sint $\frac{1}{2}$ 1, quartus erit 1. Quare si summa dictorum fuerit 3, quartus erit 2; et sic quartus ex summa primi, et secundi, et tercij est $\frac{2}{3}$. Similiter ex adiacentibus inuenies, quintum esse $\frac{4}{9}$ ex summa primi, et tercij, et quarti. Secundum $\frac{5}{16}$ ex summa primi, et quarti, et quinti. Tercium $\frac{6}{25}$ primi, et quinti, et secundi. Quare pone $\frac{2\ 4\ 5\ 6}{3\ 9\ 16\ 25}$, et adde 3 cum 2, que sunt super ipsa 3 prescripte uirge, erunt 5; que multiplica per 4, et adde ter 9, erunt 47; que multiplica per 5, que sunt super 16, et adde ter nouies sexdecim, erunt 667; que multiplica per 6, que sunt super 25, erunt 4002. Vel aliter: multiplica 6 per 16, et adde quinquies 6; que omnia per 9, et adde 4 uicibus 5, uicibus 6; quod totum per 3, addens 2 uicibus 4, uicibus 5, uicibus 6, scilicet 240, erunt similiter 4002: deinde multiplica 3 per 16, que sunt sub uirga; que per 4; que per 6, erunt 1152. Item multiplica 4 per 16, et 5 per 9, erunt 109; que per 2; que per 6, que sunt super uirga, erunt 1308; que adde cum 1152, et 4002, erunt 6462, que serua; et adde 240 inuenta cum 1308, erunt 1548, que serua; et multiplica 3 per 9; que per 16; que per 25, erunt 10800: de quibus extrahe inuenta 1152, et 1308, et 240, nec non et multiplicationem de 3, que sunt sub uirga in 4 ductam in 5; quam in 6, que sunt super uirgam, scilicet 360, remanebunt 7740, que serua: et quia unusquisque seruatorum numerorum, scilicet 6462, et 1548, et 7740 diuiditur integraliter per 18, accipe $\frac{1}{18}$ ex unoquoque, et habebis 359, et 86, et 430, que serua circa $\frac{2}{3}$; et cresce uirgulam uersus dextram, reiterans in ea $\frac{6}{25}$, et $\frac{4}{9}$, et $\frac{2}{3}$, ut hic ostenditur. Nam $\frac{5}{16}$ reiterande non sunt, cum sint penultime a parte dextra: et incipias ab 86, multiplicans ea per 25 addita in uirga, uenient 2150; que extrahe ex 430 ductis in 6, que sunt super ipsa 25, scilicet ex 2580, remanent 430; que multiplica per 9 addita, erunt 3870; que etiam per 3 similiter addita in uirga, erunt 11610; super que adde multiplicationem de 2580 inuenta 4, que sunt super 9; quam in 2, que sunt super 3, scilicet 20640, erunt 32250; super que adde multiplicationem de 86 predictis in 6, que sunt super 25; quam in 4; quam in 5, scilicet coniunctum de 3, que sunt sub uirga a parte dextra cum 2, que sunt super ea; que multiplicatio est 10320, erunt 42570; que sunt primus numerus: deinde multiplica 359

[1] Summa primi ... scilicet ... (fol. 133 recto, lin. 16-28, pag. 302, lin. 17-32).

6462
48 $\frac{2\ 4\ 5\ 6}{3\ 9\ 16\ 25}$
7740
359
$\frac{2}{3}\frac{4}{9}\frac{5}{16}\ \frac{6}{25}\frac{4}{9}\frac{2}{3}$
430

Digitized by Google

posita super $\frac{2}{3}$ per eadem 25, erunt 8975; | de quibus extrahe multiplicationem de 430 fol. 133 recto
seruatis sub $\frac{2}{5}$ in 6, que sunt super 25, scilicet 2580, remanent 6395; que multiplica per 9, erunt 57555 : de quibus extrahe multiplicationem de 2580 in 4, que sunt super 9, scilicet 10320, remanent 47235: que multiplica per 3, erunt 141705 : de quibus extrahe multiplicationem de 10320 in 2, que sunt super 3, scilicet 20640, remanent 121065: de quibus etiam extrahe multiplicationem de 359 in 6, que sunt super 25; quam in 4, que sunt super 9; quam in 5, scilicet coniunctum de 3 et 2; quorum multiplicationum summa est 43080, remanent 77985, que sunt secundus numerus. Sed ut habeas ipsum, et primum numerum in minoribus numeris, diuide utrumque per 9, et habebis primum numerum 4730. Secundum 8665: deinde, ut inueniamus tercium numerum, multiplica primum numerum, scilicet 4730, per 359, et secundum per 88; et coniunctum ex hijs duabus multiplicationibus diuide per 430, exibunt 5682: ex quorum trium numerorum summa accipe $\frac{2}{3}$, et habebis pro quarto numero 12718; quo addito cum tercio numero, et cum primo, et de eorum summa acceptis $\frac{4}{9}$, reddent pro quinto numero 10280.

Incipit pars 8ª decimi capituli de quibusdam diuinationibus.

Cvm autem quis numerum aliquem posuerit in corde suo, et uoluerit, ut illum inuenias: precipe, ut ponat dimidium ipsius numeri supra ipsum numerum; et si aliqua rupta medietas concurrerit, precipe ut faciat inde integrum. Cuius totius numeri medietatem ponat iterum supra ipsum numerum: et si aliqua medietas concurrerit, iterum in integrum restituat. Deinde interroga eum, si ex summa, quam habet, potest tibi dare 9; et iterum 9, et etiam quotienscumque tibi potest dare 9. Et tu pro quolibet 9 retineas tacite in corde tuo 4; et considera, si in prima positione, cum posuit dimidium numeri super numerum, fuerit fracta medietas, et retine in manu 1. Si in secunda, retine 2. Et si in utraque fractum fuerit, retine 3. Et summam, quam ex quaternarijs collegeris, adde cum dicta unitate, uel cum binario, uel ternario; et habebis propositum numerum. Verbi gratia: ponatur, quod posuerit in corde suo 1; super quo si posuerit dimidium ipsius, erit unum, et dimidium; ex quo dimidio, si fecerit 1, erunt 2. Et tu pro ipso dimidio retine in manu 1. Rursum si posuerit dimidium ipsorum 2 super ipsa 2, erunt 3. In quibus, cum non concurrat fracta medietas, et quia non inde potest tibi dare 9, cognoscitur, quod ipse tantum posuit in corde suo unum. Vnde si in utraque positione ruptum ueniret, et 9 inde tibi dare non posset; cognosceres, quod ipse in corde 3 posuisset.

De eodem.

Item ponatur, quod posuisset in corde suo 10; super que si posuerit dimidium ipsorum quod est 5, fiunt 15. In quo numero, cum non sit medium fractum, si superaddideris dimidium ipsius, id est $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{1}{2}$ 22; ex quo $\frac{1}{2}$ si feceris 1, erunt 23. Et tu pro $\frac{1}{2}$, cum sit in secunda uice, retine 2. Et quia de 23 non potest tibi dare nouenarium, nisi bis. Retine bis 4 pro ipsis duobus 9; et sic scies, quod 10 posuit in corde suo.

Item ponatur, quod in utraque positione fractio numeri sit; pro quibus fractionibus seruabis 3: et ponatur, quod ex summa, quam in fine habuit, possit tibi dare quater 9; pro quibus retinebis quater 4 id est 16; et tunc cognosces, quod posuit in corde suo 19.

* Item ponatur .... per 2 » (fol. 133 verso, lin. 34-37; pag. 303, lin. 39 — pag 304, lin. 41).

excogitatus numerus
19

Item alia regula de eodem.

Mvltiplicet numerum, quem ipse in suo corde posuit per 3; et summam diuidat

Digitized by Google

per 2; et si in ipsa diuisione rupta medietas fuerit, eiciat eam· et residuum triplicet iterum; et summam per 2 diuidat. Et si fracta medietas fuerit ibi, eiciat eam ; | et quotiens tibi dare poterit 9, pro quolibet 9 retine 4; et si tantum in prima diuisione fuerit rupta medietas, retine in manu 3; et si in secunda 2; si in utraque 1, et habebis numerum excogitatum.

fol. 134 recto.

De eodem, cum numerus excogitatus non sit ultra 105.

Diuidat excogitatum numerum per 3, et per 5, et per 7; et semper interroga, quot ex unaquaque diuisione superfuerit. Tu uero ex unaquaque unitate, que ex diuisione ternarij superfuerit, retine 70; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione quinarii superfuerit, retine 21; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione septenarij superfuerit, retine 15. Et quotiens numerus super excreuerit tibi ultra 105, eicias inde 105; et quod tibi remanserit, erit excogitatus numerus. Verbi gratia: ponatur, quod ex diuisione ternarij remaneant 2; pro quibus retineas bis septuaginta, id est 140; de quibus tolle 105, remanent tibi 35. Et ex diuisione quinarij remanent 3; pro quibus retine ter 21, id est 63, que adde cum predictis 35, erunt 98. Et ex diuisione septenarij remaneant 4; pro quibus quater 15 retinebis, id est 60; que adde cum 98 predictis, erunt 158; ex quibus eice 105, remanebunt tibi 53; que erant excogitatus numerus.

« quater 15 ... interrogatus » (fol. 134 recto, lin. 12-15; pag. 304, lin. 16-20).

numerus
53

Procedit enim ex hac regula pulcrior diuinatio, uidelicet ut si quis tecum nouerit hanc regulam; et aliquis ei priuatim dixerit aliquem numerum, tunc ille tuus consocius, non interrogatus, tacite diuidat numerum sibi dictum per 3, et per 5, et per 7, predicta ratione; et quod ex qualibet diuisione remanserit, per ordinem tibi dicat; et sic poteris scire numerum sibi priuatim dictum.

Aliter. De eodem, cum numerus non ascendat ultra 315.

Precipe ut numerum, quem in corde suo posuerit, diuidat per 5, et per 7, et per 9 ad modum antecedentis regule; et singulariter interroga, quid ex unaquaque diuisione remaneat; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione quinarij remanserit, retine 126; et pro qualibet unitate, ex septenario remanente, 225; et pro qualibet ex nouenario, 280; et semper cum summa excreuerit, ita ut possit inde extrahere 315, eice ea inde quotienscumque poteris; et quod tibi in fine remanserit, erit quesitus numerus.

Aliter de eodem.

Precipe, ut duplicet numerum excogitatum; et duplicato addat 5; quod totum multiplicet per 5; et multiplicate summe addat 10: quo addito, multiplicet totum, quod habuerit, per 10; et interroga eum, quot habet; et ex hoc, quod ipse habuerit, tacite in corde tuo, extrahe 350; et quot centenaria tibi superfuerint, tot unitates in corde suo proposuit: et si aliquis numerus tibi superfuerit, qui sit minor 100, considera ex eo, que pars sit unius centenarij; quia talis pars unius integri, super ipsa integra, que ex centenarijs collegeris, proposuit ipse in corde suo; et cum ad hoc plures possemus dare doctrinas, istas (*sic*) ad presens sufficiant.

De pvnctis trium taxillorum inueniendis.

Cvm autem quislibet tres taxillos proiecerit; et uolueris, ut dicas puncta, que in quolibet taxillo continentur, precipe ei, ut duplicet puncta unius taxilli; et duplicate quantitati superaddat 5; quod totum multiplicet per 5, cui superaddat 10, nec non et puncta alterius taxilli; quod totum multiplicet per 10; et multiplicationi puncta

Digitized by Google

alterius taxilli superaddat, et tunc dicat tibi quot habeat: quod cum scieueris, extrahe inde 350; et quot centenaria tibi remanebunt, tot puncta in primo taxillo continentur; et quot decene, tot puncta erunt in alio taxillo; et quot unitates, tot in alio.

De anulo reperiendo.|

Cvm autem quotuis homines congregati sint; et aliquis eorum occultatum habuerit anulum in aliquo digito manuum, uel in aliquo nodo; et uolueris scire, quis eorum habuerit; per dictam regulam taxillorum tibi demonstro hoc inuenire. Primum quidem iube, ut sedeant omnes in ordinem; et uni eorum, qui plus sciat de numero, dic ut numeret a se usque ad eum, qui habet anulum; quem numerum duplicare facito, et superaddere 5, et multiplicare per 5: deinde superaddat numerum digitorum, hoc est, si habuerit eum in auriculari digito sinistre manus, addat 1; si in anulari 2; si in medio 3; si in indice 4; si in pollice eiusdem manus 5; si in auriculari dextre manus 6; si in anulari 7; si in medio 8; si in indice 9; si in pollice 10; quam summam totam multiplicet per 10; et multiplicationi superaddat numerum nodorum, hoc est, si habuerit eum inter primum nodum, et secundum, addat 1. Si inter secundum, et tercium, 2; si inter tercium, et extremitatem ungule, 3. Et tunc dicat tibi totam summam, ex qua cum extraxeris 350 centenaria, que remanebunt, dabunt tibi numerum hominum, qui sunt ab ipso, qui multiplicat usque ad ipsum, qui habet anulum, computato uidelicet utroque: decene uero, que super fuerint, dabunt tibi numerum digitorum, computando uidelicet ab auriculari digito sinistre manus, ut supra dictum est. Vnitates uero dabunt tibi numerum nodorum digiti, in quo fuerit anulus. (c) 134 v.

Nam si in aliqua parte corporis ipsum anulum occultare uoluerit; et uolueris scire, quis eorum habeat, et in qua parte sui corporis; oportet primum distinguere hominem in 100 partes, ex quibus decem partes sunt digiti manuum, ut superius determinauimus: digiti uero pedum eodem modo sunt alie 10; et sic sunt 20. Pars uero uigesima prima est superior pars pedis sinistri iuxta digitos. Planta eiusdem est pars uigesima secunda. Superior pars pedis dextri circa digitos, uigesima tercia; planta eiusdem, uigesima quarta. Supra pedem sinistrum, ubi pes coniungitur cruri, uigesima quinta. Sub calcaneo eiusdem pedis, uigesima sexta. Supra pedem dextrum, ubi pes coniungitur cruri, uigesima septima. Sub dextro calcaneo, uigesima octaua. Exterior nodus sinistri pedis, uigesima nona. Interior, trigesima; exterior nodus pars dextri pedis, trigesima prima. Interior, trigesima secunda; exterior pars sinistri cruris, trigesimi tercia. Interior, trigesimi quarta. Exterior pars dextri cruris 35. Interior 36. Exterior pars sinistri geniculi 37. Interior 38. Exterior dextri 39. Interior 40. Exterior pars coxie sinistre 41. Interior 42. Exterior pars dextre 43. Interior 44. In ancha sinistra sub brachario, uel supra 45; supra pectinem 46. In ancha dextra circa bracharium 47. In renibus circa bracharium 48. Circa posteriorem circulum 49. Circa uirilia 50. In flanco sinistro sub cingulo, uel circa cingulum 51. Vmbellicus 52; dexter flancus subtus, uel circa cingulum 53. In renibus circa cingulum 54. Sub ascella sinistra 55; pectus 56; ascella dextra 57. Inter spatulas 58. Inter collum, et humerum sinistrum, uel circa collum in sinistra parte 59; furcula pectoris sub guture 60. In dextra parte circa collum, uel humerum 61. Retro circa colli nodum 62. Inter cubitum, et humerum exterior sinistri brachij 63. Intertia 64.

Digitized by Google

Exterior dextri 65. Interior 66. Exterior pars cubiti sinistri 67. Interior 68. Exterior dextri 69. Interior 70. Inter cubitum, et manum sinistram exterior pars 71. Interior 72;] fol. 135 recto. exterior dextri 73. Interior 74. Exterior iunctura manus sinistre 75. Interior 76. Exterior dextre 77. Interior 78. In dorso manus sinistre 79. In manu eadem 80. In dorso dextre manus 81. In eadem manu 82. In ore 83. Naris sinistra 84; dextra 85. Auris sinistra 86; dextra 87. Post aurem sinistram 88. Post aurem dextram 89. Super frontem iuxta pilos 90. Concauitas colli 91; summitas capitis 92. Retro talum sinistrum 93. Retro dextrum 94; super genum sinistrum 95. Subtus 96; super dextrum 97. Subtus 98. Sub nare sinistra 99; sub dextra 100: hiis quidem partibus cognitis, fac ut omnes sedeant in ordinem, et uni eorum qui magis de abbaco sciuerit, et qui sciat signa predicta, dic, ut numeret a se usque ad eum, qui habet anulum, computando se, et illum in ipso numero: quibus numeratis, dic ei ut duplicet ipsum numerum; et ut duplicate quantitati addat 10, et multiplicet totam summam per 10, et addat 5; quod totum multiplicet per 5. Postea addat numerum loci, in quo anulus est occultatus, secundum quod superius ostendimus; et totam summam multiplicet per 10; ex qua summa, cum eam ab eo sciueris, extrahe 3250; et quot miliaria remanserint, tot est numerus hominum; et quot tibi remanserint, diuide per 10; et quot ex diuisione euenerint, erit numerus loci, in quo anulus est occultatus. Possemus enim per hanc regulam inuenire, quis colligeret aliquam rem ex 100 rebus, et quam rem colligeret, si poneret eis nomina de numero per ordinem ab unitate usque ad 100.

De diuisione cuiuslibet et numeri in duas partes.

Cvm aliquis diuiserit aliquem incertum numerum in duas partes, quas tu inuenire cupis, precipe ut duplicet unam illarum partium, et aliam multiplicet per totum numerum, quem in corde posuerit; et tunc interroga eum, quota distantia sit a numero summe, quam habet, usque in numerum, quem tu collegeris in corde tuo ex multiplicatione diuisi numeri in uno plus eo; quam distantiam diuide per unum, minus numero diuiso; et quod ex diuisione exierit, erit pars, quam ipse duplicasti. Quod uero ex diuisione remanserit, erit alia pars. Verbi gratia: Sint 10 diuisa in 3, et in 7; et sint 3 duplicata, et 7 multiplicata per 10; que omnia surgunt in 76: a quibus usque in 110, que exeunt ex multiplicatione de 10 in 11, desunt 34: que si per 1, minus de 10 diuiseris, scilicet per 9, exibunt 3, et remanebunt 7, ut prescripta 10 diuisa fuerunt.

Aliter de eodem.

Primam partem duplicet, uel triplicet, uel per qualemcumque numerum minorem diuiso numero uoluerit, multiplicet; aliam uero partem per alium numerum, quem uoluerit, qui sit maior numero diuiso, multiplicet; quod totum in unum coniungat, et dicat tibi distantiam, que est a numero, quem habuit usque in numerum, quem in corde tuo collegeris ex multiplicatione diuisi numeri in numerum, qui sit uno maior numero, in quo ipse multiplicauit secundam partem: quam distantiam, si duplicauerit primam partem, diuide per uno minus numero, in quo multiplicauit secundam partem. Et si triplicauerit, diuide per 2 minus; et si multiplicauerit ipsam partem per 4, diuide per 3, minus numero, in quo ipse multiplicauerit secundam partem; et sic intellige de reliquis numeris in quibus tu feceris eum multiplicare primam partem; et poteris ex hoc colligere, cum quidam habuerit in

Digitized by Google

manu dextra aliquot denarios, ex quibus posuerit ad libitum in manu sinistra quot denarios de dextra in sinistra posuerit.

De diuisione alicuius numeri in tres partes.|

Si quis diuiserit aliquem numerum in tres partes; et uolueris ipsas partes inuenire, addisce diuisum numerum ab eo, et fac ut multiplicet per 2 unam qualem uoluerit partem : aliam uero multiplicet per 1, minus numero diuiso. Aliam autem multiplicet per ipsum numerum diuisum, et addat ipsas multiplicationes in unum. Interim tacite multiplica numerum diuisum in se ipsum; quo multiplicato superadde et qualem uolueris numerum; et ex summa, quam habueris, dic, ut extrahat summam suam, et dicat tibi residuum; ex quo residuo tacite extrahe numerum, quem multiplicationi tue adiunxisti : reliquum uero diuide per 2, minus numero diuiso; et quod ex diuisione euenerit, erit prima pars; quod uero remanserit, erit alia : quibus duabus partibus in unum collectis, si eas ex numero diuiso extraxeris, terciam tibi partem demonstrabunt. fol. 135 recto

Aliter multiplicet unam partem, ut prediximus, per 2; aliam uero multiplicet per qualem uolueris numerum, qui sit maior numero diuiso; terciam uero partem multiplicet per 1, plus numero, per quem multiplicauit secundam partem: ex hijs tribus multiplicationibus faciat unam summam; quam dic, ut extrahat ex numero, quem tu colliges ex numero diuiso, multiplicato in numerum, per quem ipse multiplicauit terciam partem: residuum uero, cum dixerit tibi, diuide secrete per 2, minus numero, per quem multiplicare feceris terciam partem; et hoc fit, quia prima pars multiplicata fuit per 2. Vnde si multiplicaretur per 3, diuideres ipsum residuum per 3, minus numero suprascripto; et hoc intelligas, si multiplicaretur per aliquem alium numerum; et quod ex diuisione exierit, erit prima pars; et quod ex diuisione remanserit, erit secunda : terciam uero partem quilibet potest inuenire. Potes enim per has duas regulas puncta trium taxillorum inuenire, si scieris summam cunctorum punctorum.

Et si aliquis diuiserit aliquem numerum in .IIII.or partes; quas partes tu inuenire desideras, addiscas primum ipsum numerum ab eo, et precipe, ut summam prime partis, et secunde, et tercie addat cum summa secunde, et tercie, et quarte, et cum summa tercie, et quarte, et prime partis; et dicat tibi summam , quam secrete extrahe ex multiplicatione diuisi numeri in 3 ; et quod remanebit , extrahe de diuiso numero : residuum uero erit una pars, scilicet tercia. Qua inuenta , reliquas tres partes per suprascriptas regulas studeas inuenire.

Item si in quinque partes quis aliquem numerum diuiserit, precipe, ut addat numerum .IIII.or partium per ordinem, uidelicet prime, et secunde, et tercie, et quarte cum numero secunde, et tercie, et quarte, et quinte; et cum numero tercie, et quarte, et quinte, et prime; et cum numero quarte, et quinte, et prime, et secunde; et dicat tibi summam, quam extrahe secrete ex quadruplicatione diuisi numeri: residuum uero extrahe de diuiso numero, et habebis unam partium, scilicet quartam. Reliquas uero .IIII.or partes per suprascriptam regulam studeas inuenire: sic enim potes de pluribus partibus operari.

Si tres homines fuerint, quorum unus habeat aurum, alius argentum, alius stagnum; et uolueris scire, quot eorum habeat aliquod eorum. Sit aliquis alius, uel unus eorum, qui faciat secundum quod dixeris ei ; et tunc da uni illorum trium 1, et alio 2, et

Digitized by Google

alio 3; et precipe, ut duplicet numerum, quem dedisti illi, qui habet aurum; et numerum, quem dedisti illi, qui habet argentum, multiplicet per 9: reliquum uero numerum multiplicet per 10, et addat eas duas multiplicationes cum duplicatione suprascripta; et dic, ut extrahat summam de 60; et quicquid superfuerit dicat tibi; et | fol. 136 recto. tu diuide ipsum superfluum per 8; et cui dedisti numerum, qui ex diuisione exierit, ille habet aurum; et cui dedisti hoc, quod ex diuisione remanserit, ille habet argentum; reliquus uero habet stagnum.

Aliter da uni eorum duo; alij tria; alij 4: precipe, ut numerus illius, qui habet aurum, duplicetur; numerus quoque ipsius, qui habet argentum, multiplicetur per 9; numerus illius, qui habet stagnum, multiplicetur per 10; et interroga, quid habet a summa usque in 90: quod cum scieris, diuide illud per 8; et cui dedisti numerum, qui ex diuisione exierit, ille habet aurum; et cui dedisti numerum, qui ex diuisione remanserit, ille habet argentum. Reliquus uero habet stagnum. Et scias, quia in hac questione ideo distantia queritur, que est a summa usque in 90, quia additis tribus numeris, quos ei dare fecimus, scilicet 2, et 3, et 4, faciunt 9; que cum multiplicaueris per 10, per ipsa uidelicet, in quibus multiplicauit numerum ipsius, qui habet stagnum, faciunt 90: propter eadem uero in antecedente questione queritur distantia, que est a summa usque in 60; quia septies 10 faciunt 60; que 60 colliguntur ex coadunatione trium datorum numerorum, scilicet ex uno, et 2, et 3. Vnde et alios numeros, preter hos, ipsis tribus hominibus dare poteris, si supradictarum regularum doctrinam retinere sciueris. Et nota, quod unumquemque numerorum datorum oportet esse minus quam 8, cum in 8 diuidere oporteat.

Aliter ille, qui tecum hoc fecerit, det ad libitum uni eorum quicquid uoluerit; alij det aliquantulum plus; tercio det plus secundo, et addat hos tres numeros insimul; et dicat tibi summam, quam nota; et precipe, ut numerum, quem dederit ei, qui habet aurum, duplicet; numerum uero illius, qui habet argentum, multiplicet per 1, minus summa trium datorum numerorum; quem numerum debes ei denominare, ut non comprehendat quare hoc facias. Et numerum, quem dederit illi, qui habet stagnum, multiplicet per ipsam summam; quam summam debes ei similiter denominare. Interim multiplica ipsam summam in seipsam; et super numerum, qui ex multiplicatione procreabitur, adde aliquem numerum ad libitum; et interroga eum, quot habeat a summa sua usque ad tuam; et ex hoc quod tibi dixerit, extrahe numerum, quem ad libitum adiunxisti. Residuum uero diuide per 2, minus numero, qui ex tribus datis numeris procreatur; et quot ex diuisione exierit, erit numerus illius, qui habet aurum; et quot ex diuisione superfuerit, erit numerus illius, qui habet argentum: quibus duobus numeris inuentis, adde eos insimul, et extrahe summam eorum de summa trium datorum supradictorum numerorum; et quod remanserit, erit numerus illius, qui habet stagnum: quibus tribus numeris repertis, considera, cui eorum trium hominum dedisti maiorem, et cui mediocrem, et cui minorem; et secundum illud poteris scire, quis eorum habeat aurum, et quis argentum, et quis stagnum: cuius regule si memoriam habueris, et de inuentione 4, et 5 partium numerorum non immemor extiteris, poteris de 4, et de 5 rebus noticiam habere.

Si aliquis posuerit in corde suo aliquem numerum, facies ei duplicare semel, et bis,

Digitized by Google

et ter; et quotienscumque uolueris, uel etiam triplicare, vel per aliquem numerum multiplicare, cum quibusdam alijs extractionibus, et additationibus, secundum quod inferius demonstrabimus; et uolueris inuenire summam, in qua ipse ascenderit; retine tu in manu 1, et quicquid precipies ei, | fac de ipsa unitate, ut si preceperis ei, quod duplicet, uel triplicet, tu duplica, uel triplica ipsam unitatem; et cum hoc aliquotiens ambo feceritis, pariter precipe, ut ipse addat summe, uel extrahat a summa numerum, quem ipse in corde suo posui semel, uel bis, uel quotienscumque uolueris; et tu fac similiter de unitate tua; et tunc precipias ei, ut diuidat totam summam, quam habuerit per numerum, quem in corde suo posuit; et tunc scias, quod ipse habet tantum quantum tu habes in manu tua. Verbi gratia: ponatur, quod ipse cogitet 6; quem si duplicaueris, erunt 12; et tu ex duplicata unitate habebis 2. Vnde si ipse 12 bis duplicauerit, habebit 48; et tu si binarium, quem habes ex duplicato 1, bis duplicaueris, habebis 8; et si ipse suum 48 triplicauerit, habebit 144; et si tu triplicaueris 8, habebis 24; et sic possemus procedere in infinito, duplicando, uel triplicando, uel quadruplicando: super que 144, si addiderit ter numerum, quem ipse in corde suo posuit, scilicet ter 6, habebit 162; et si tu super 24 addideris ter ipsam unitatem, habebis 27; et tunc si ipse diuiserit summam, uidelicet 162, per numerum, quem in corde suo posuit, scilicet per 6, habebit 27, sicut tu habes. Vnde si dixeris ei, quod habeat 27, uideberis aliquod dixisse miraculum. fol. 136 verso

Ex hac itaque regula aliqua quedam procedit, que non minus miranda est. Videlicet cum uolueris, ut aliquis inueniat numerum, quem tu in corde tuo posueris sine aliqua interrogatione, debes ei dicere, ut accipiat a quocumque uelit homine aliquem numerum; et tu tene in manu tua 1; et precipias ei, ut duplicet numerum, quem accepit, uel triplicet, uel per alium numerum multiplicet; uel etiam diuidat; et super summam addat, uel extrahat numerum, quem ab ipso acceperit; et tu semper fac de unitate tua illud idem, quod sibi preceperis; et hoc fiat, donec ex ipsa unitate procreaueris numerum, quem in corde posuisti; et tunc dicas ei, ut diuidat numerum, quem habet per numerum, quem accepit; et quod ex diuisione peruenerit, erit numerus, quem in corde posuisti.

Incipit pars 9ª de duplicatione scacherii, et quorundam aliarum regularum.

Dvplicatio quidem scacherij duplici modo proponitur; quorum unus est cum sequens punctum sui antecedentis duplum sit; alius, cum sequens punctum omnium antecedentium punctorum duplum esse proponatur. Vnde qualiter utrum duplicatio fieri debeat, ad presens ostendere procuramus. Prima namque duplicatio duplici modo fieri potest, uidelicet si de puncto in punctum duplicando usque ad ultimum punctum egrediendo operabimur: alius modus est, ut duplices tantum primum punctum, et habebis duo; que duo multiplica in se, erunt 4; que 4 sunt 1, magis numero duplicationis duorum punctorum. Verbi gratia. In primo puncto pone 1. In secundo 2; quibus iunctis, faciunt 3; quibus tribus suprascripta 4 sunt 1 plus; quibus 4 in se multiplicatis, faciunt 16; qui numerus est uno magis duplicatione dupli duorum punctorum, uidelicet de punctis 4. Verbi gratia: in primo est 1. In secundo 2. In | tercio 4. In quarto 8; quibus insimul iunctis, faciunt 15; que sunt 1, minus de 16. Item 16 in se multiplica, faciunt 256; que sunt 1, plus numero duplicationis dupli .iiii.or punctorum suprascriptorum, scilicet de fol. 137 recto.

Digitized by Google

punctis 8; que primam scacherij optinent lineam. Verbi gratia. In primo est 1. In secundo 2. In tercio 4. In quarto 8. In quinto 16. In sexto 32. In septimo 64. In octauo 128; quibus insimul iunctis, faciunt 255; quorum 255 suprascripta 256 sunt, 1 plus, ut prediximus: quare multiplicatis 256 in se, faciunt 65536, que sunt 1, magis duplicatione dupli unius linee, scilicet de punctis 16: propter eamdem ergo multiplica 65536 in se, faciunt 4294967296; que similiter sunt uno magis numero duplicationis dupli duarum linearum, uidelicet de punctis 32, que dimidium optinent scacherij. Vnde multiplica 4294967296 in se, reddunt 18446744073709551616; que sunt 1, magis duplicatione totius scacherij; quo numero in se ipso multiplicato, reddunt 1, magis duplicatione duorum scacheriorum, scilicet 340282366920938463463374607431768211456; et sic multiplicando possemus procedere in infinitum. Sed cum numerus duplicationis scacherij post multitudinem intelligi nequeat; qualiter apertius intelligi possit, ostendere procuramus. Sumantur bizantij 65536, qui colliguntur ex duplicatione duarum linearum, scilicet 16 punctorum; et impleatur ex hijs arca una; et eas cum ipsa arca duplicando per ordinem; et sic habebimus in septimo decimo puncto, uidelicet in primo puncto tercie linee, archas duas; secundo eiusdem linee arcas 4. In tercio 8. In quarto 16. In quinto 32. In sexto 64. In septimo 128. In ultimo eiusdem linee 256. In primo quarte linee 512. In secundo 1024. In tercio 2048. In quarto 4096. In quinto 8192. In sexto 16384. In septimo 32768. In ultimo habebis arcas 65536: ex quibus, si unam impleuerimus domum, habebimus in primo puncto quinte linee domos 2. In secundo 4. In tercio 8; et sic duplicando per ordinem, habebimus in ultimo puncto sexte linee domos 65536. Ex quibus, si unam fecerimus ciuitatem, et per reliqua puncta iuerimus duplicando, habebimus in ultimo puncto scacherij ciuitates 65536: ergo summa totius scacherij ascendit in ciuitates 65536; ex quibus unaquaque habet domos 65536; et in unaquaque domo sunt arce 65536; et in unaquaque arca sunt bizantij 65536: propter quod in una arca earum oportet habere bizantium 1, minus supradicta demonstratione. Et si cum granis frumenti ipsum scacherium duplicare uolueris; et ex hijs quot naues onerate exeant; quarum unaquaque haberet modia 500 pisanos; quorum quodlibet est sextaria 24; quorum quodlibet ponderat libras 140; quarum unaqueque ponderat uncias 12; et in unaquaque uncia ponderat denarios 25 de cantera; quorum unusquisque ponderat carrubias 6; quarum unaquaque ponderat grana frumenti 4, disponantur hee omnes sub quadam uirgula sic per ordinem: $\frac{0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 25\ 12\ 140\ 24\ 500}$; et numerum scacherij, scilicet 18446744073709551615, diuides per suprascriptas partes, que sunt sub uirgula; et quicquid super 4, que sunt in capite uirge remanserit, erunt grana|; et quicquid supra 6 remanserit, erunt carrube; et quicquid supra 25, erunt denarij de cantera; et quicquid supra 12, erunt uncie; et quicquid supra 140, erunt libre; et quicquid supra 24, erunt sextaria; et quicquid supra 500 remanserit, erunt modia: numerus uero, qui ex diuisione superauerit, erit numerus nauium oneratarum, ut hic ostenditur $\frac{3\ 20\ 6\ 113\ 13\ 122}{4\ 6\ 25\ 12\ 140\ 24\ 500}$ 1725028445; qui nauium numerus, quam infinitus, et innumerabilis sit, satis liquido hic deprehenditur. Et nota, quod modia 500 uniuscuiusque nauis sunt modia thalatia, scilicet de romania 16000; uel modia sorie 8000; uel salme sicilie 4000.

• hoce archas .... 65536. ex • fol 127 recto, lin. 20-28; pag 310, lin. 16-25

ciuitates
65536
domus
65536
arce
65536
bizantij
65536

fol. 127. verso

Secunda uero duplicatio scacherij, scilicet cum quislibet sequentium punctorum omnium antecedentium duplus esse proponitur, dupliciter inueniri potest: primum qui-

Digitized by Google

dem, ut de puncto in punctum usque ad finem numerando eas. Secundus uero modus est, ut accipias 1, quod proponitur in primo puncto, et addas cum cum 2, que ponuntur in secundo, erunt 3; que 3 multiplica in se, erunt 9; que 9 sunt numerus duplicationis primi puncti, etiam et dupli secundi puncti, scilicet de punctis tribus. Verbi gratia : si in primo ponatur 1. In secundo duo. In tercio 6, scilicet duplum duorum antecedentium punctorum, summa eorum erit 9, ut prediximus: que 9, si in se multiplicentur, faciet 81; qui numerus est duplicatio primi puncti, etiam et dupli duorum sequentium punctorum, scilicet de punctis 5. Verbi gratia : si in primo puncto ponitur 1. In secundo 2. In tercio 6. In quarto 18. In quinto 54, nimirum in 81 ascendunt; que 81, si in se multiplicaueris, facient 6561; qui numerus est duplicatio primi puncti , etiam et dupli .IIII.or punctorum sequentium , scilicet de punctis 9. Verbi gratia. Numerus primi puncti est 1; secundi 2; tercij 6; quarti 18; quinti 54; sexti 162; septimi 486; octaui 1458; noni 4374: quibus omnibus iunctis, faciunt 6561; que 6561 in se multiplica, faciunt 43046721; qui numerus, suprascriptis dispositis, est duplicatio primi puncti, etiam et dupli octo sequentium punctorum, scilicet de punctis 17. Vnde si multiplicaueris 43046721 in se, reddunt 1853020188851841 pro duplicatione primi puncti, et dupli 16 punctorum, uidelicet pro duplicatione punctorum 33: quo numero in se multiplicato , reddit 3433683820292512484657849089281 pro duplicatione totius scacherij, etiam et unius puncti amplius; qui punctus duplum totius scacherij est: quare oportet, ut tercia pars numeri suprascripti sit numerus duplicationis totius scacherij : quare diuiso ipso numero per 3 , reddit pro duplicatione totius scacherij 1144561273430837494885949696427.

Qvidam dedit unum denarium ad usuram, ita quod in quinque annis debebat duplum ipsius denarij recipere; et in alijs quinque debebat duplum habere duorum illorum denariorum; et sic semper de 5 in 5 annis duplicabatur capitale ipsius, et usura: queritur, quot denarios ex ipso denario habere debeat in 100 annis: diuide ipsos annos 100 per 5 , exibunt 20 : ergo uigiesies duplicatur denarius ille. Vnde 20 punctorum scacherij gerit similitudinem: quare si duplicauerimus ipsum denarium uigesies, habebimus summam, in qua ipse denarius ascenderit in 100 annis : uel aliter duplica ipsum denarium, erunt 2; in quo numero ipse denarius ascendit in primo quinquennio : que 2 iterum multiplica in se , erunt 4 ; in quo numero ipse denarius ascendit in secundo quinquennio : que 4 iterum multiplica in se , erunt 16 ; | qui numerus est summa, in qua ascendit ille denarius in quarto quinquennio; que 16 duplica , erunt 32 pro summa quinti quinquennij : que 32 in se multiplica , erunt 1024 pro summa decimi quinquennij: que 1024 in se multiplica, reddunt denarios 1048576 pro summa uigesimi quinquennij, scilicet annorum ipsorum 100, qui sunt libre 4369, et denarij 16. Eadem regula est de homine, qui uendidit 20 paria pellium; ex primo quorum debebat habere 1 denarium; ex secundo 2; ex tercio 4 ; et sic semper duplicando usque ad ultimum par; quorum summa est denarius 1, minus de predicta summa.

fol. 138 recto.

• Septem .... ostendatur a (fol. 138 recto, lin. 6-17 e 18; pag. 311, lin. 40 — pag. 312, lin. 7).

137256
7
49
343
2401
16807
117649

Septem uetule uadunt romam; quarum quelibet habet burdones 7; et in quolibet burdone sunt saculi 7; et in quolibet saculo panes 7 ; et quilibet panis habet cultellos 7; et quilibet cultellus habet uaginas 7. Queritur summa omnium predictorum. Primum quidem multiplica numerum uetularum, scilicet 7, per numerum burdonorum,

scilicet per 7, erunt burdones 49; quos multiplica per numerum tascarum, scilicet per 7, erunt tasche 343; quas multiplica per numerum panum unius tasche, scilicet per 7, erunt panes 2401; quos multiplica per numerum cultellorum unius panis, scilicet per 7, erunt cultelli 16807; quos multiplica per numerum uaginarum unius cultelli, scilicet per 7, erunt uagine 117649; quibus iunctis cum cultellis 16807, et cum panibus 2401, et cum saculis 343, et cum burdonibus 49, et cum uetulis 7, erunt in summa 137256, ut in descriptione ostenditur. Aliter quot sunt genera rerum uniuscuiusque uetule, tot septimos pone in quadam uirga, cum genera rerum ascendant per septenarium; et ante ipsam uirgam pone 1 pro una uetularum, et retro uirgam pone 7, scilicet numerum uetularum; et multiplica 1 per prima 7, et 7 $\frac{1}{7}\frac{1}{7}\frac{1}{7}\frac{1}{7}\frac{1}{7}$ 1, et adde unum, quod est super ipsa, et erunt 8; que per aliam $\frac{1}{7}$, erunt 57; que multiplica per terciam $\frac{1}{7}$; que per reliquas septimas, et habe pro numero rerum unius uetule 19608; que multiplica per 7, que posita sunt post uirgulam, erunt 137256, ut per alium modum inuenimus.

« quedam .... $\frac{1}{7}$ » erunt » (fol. 138 recto, lin. 18 e 19-21; pag. 312, lin. 8-11).

Summa
137256

Est arbor, que habet ramos 100, et in quolibet ramo sunt nidi 100; et in quolibet nido sunt oua 100; et in quolibet ouo sunt aues 100. Summam enim rerum potes inuenire per suprascriptas regulas uetularum; sed qualiter aliter fieri debeat, hic ostendamus: primum describe ramos 100, ante quos pone duo zephira propter 100 nidos, qui sunt in quolibet ramo, erunt 10000; ante que etiam pone duo alia 00 propter oua 100, que sunt in quolibet nido, erunt 1000000; ante que etiam adde 00 duo pro 100 auibus, que sunt in quolibet ouo, erunt 100000000: deinde dele zephiras (*sic*), qui sunt in primo gradu, et in tercio, et in quinto, et in septimo illius numeri; et pone in eiusdem gradibus 1; et sic habebis 101010100 pro quesita summa. Nam si suprascriptas species ramorum, scilicet et nidorum, ouorum, et auium per mille numerum accrescerent, poneres in primo ramos 1000, ante que poneres tria zephira pro nidis, et tria alia pro ouis, et tria alia pro auibus sic: 1000000000000; de quo numero debes demere primum, et quartum ab eodem, scilicet quartum, et septimum, et decimum; et pone unitates in eiusdem gradibus, et habebis summam ipsorum, ut hic ostenditur 1001001001000: et sic intelligas, si species suprascripte ascenderent per decem mille, uel per centum mille, uel per quemlibet alium numerum unitatem habentem in ultimo gradu, et zephira in reliquis. |

« et sic habebis .... quartum » (fol. 138 recto, lin. 33-36; pag. 312, lin. 23-27).

Summa			
100	100	100	1000

fol. 138 verso.

Qvidam habuit libras 100; ex quibus quolibet anno de 4 faciebat 5 tam de lucro, quam de capitali; queritur quot ex eis in decem, et octo annis habuerit pro 18 annis: scribe sub quadam uirgula terminante in circulo a sinistra decem et octo uicibus 4; et super quelibet 4 pone 5, ut hic ostenditur: 100 $\frac{5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5\,5}{4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4\,4}$. Et hoc facimus, quia in primo anno facit $\frac{5}{4}$ ipsarum librarum 100, et in secundo facit $\frac{5}{4}$ de $\frac{5}{4}$ earumdem, et in tercio facit $\frac{5}{4}\frac{5}{4}\frac{5}{4}$ ipsarum 100; que etiam intelligas de reliquis positis annis; et ideo uel 100 ponende sunt retro post uirgam, ut partes ipsius uirge denotent partes earum: deinde multiplica omnes numeros, qui sunt super uirga, in se; quam summam totam multiplica per libras 100, et diuides per omnia 4, que sunt sub uirga; que omnia sic fiunt leuius, uidelicet ut multiplices priora 5 per sequentia, erunt 25; que multiplica in se, erunt 625, qui est summa multiplicationis .IIII.^{or} quinariorum; que 625 multiplica in se, erunt 390625, que sunt summa multiplicationis octo

« 25 que .... 3551 » (fol. 138 verso, lin. 10-14; pag. 312, lin. 42 — pag. 313, lin. 4).

Summa

[illegible] 3551

Digitized by Google

quinariorum; que multiplica per 5, erunt 1953125; quem numerum multiplica in se, reddunt pro summa omnium quinariorum 3814697265625; que multiplica per 100, et diuide postea summam per omnia 8, que sunt sub uirga optime coactata, exibunt $\frac{1\;6\;2\;4\;5\;6\;2\;1\;7\;2\;7\;0}{8\;8\;8\;8\;8\;8\;8\;8\;8\;8\;8\;8}$ 5551 pro quesita summa.

Qvidam habuit bizantios 100, et transiuit per .xii. ciuitates; et oportebat, ut in unaquaque illarum ciuitatum daret decimam suorum bizantiorum, quos deferebat secum; queritur, quot remanserint ei post exitum .xii.^{cim} ciuitatum: quia dabat decimum in unaquaque ciuitate, sequebatur necessario, quod sibi remanerent 9^{uem} decime omnium bizantiorum, quos ipse detulerat in ipsa ciuitate: quare pones $\frac{9}{10}$ duodecies per ordinem in quadam uirga terminante in circulo a sinistra, sic: 100 $\circ\frac{9\;9\;9\;9\;9\;9\;9\;9\;9\;9\;9\;9}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}$; et multiplica in unum omnia 9, que sunt super uirga, scilicet 9, per 9; que per 9, erunt 729; que multiplica in se, erunt 531441, que sunt summa sex nouenariorum; quam summam multiplica in se ipsam, reddunt 282429536481 pro summa omnium nouenariorum; que multiplica per 100, et diuide per omnia 10, que sunt sub uirgula, exibunt bizantij $\frac{1\;8\;4\;6\;3\;5\;9\;2\;4\;2}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}$ 28 pro eo, quod ei remansit in fine. Vnde si uolueris cognoscere, quot bizantios inter omnes ciuitates dedit; de bizantijs quidem centum extrahes 28 cum suis fractionibus; residuumque erit quesitum. Quod inuenies sic: protrahe aliam uirgulam, sub qua sint decies 10 in ordinem pro decem decimis, que sunt sub uirgula suprascripti residui; et accipe 1, quod est super prima 10 in sinistra parte, et extrahe eum de 10, et remanent 9; que pone super priora 10 uirge protracte, et retine in manu 1: ideo quia ex ipso 1, qui est super 10, et ex ipso nouenario semel perficitur decenarius numerus; cum quo 1 seruato in manu adde 8, que sunt super sequentia 10, erunt 9; que extrahe de 10, remanet 1; quod pone super 10 noni gradus protracte uirge, et retine 1 in manu; cum quo adde 4, que sunt super 10 octaui gradus, erunt 5; que extrahe de 10, remanent 5; que pone super 10 octaui gradus, et retine in manu 1; cum quo adde 6, que sunt super 10 septimi gradus, erunt 7; que extrahe de 10, remanent 3; que 3 pone super 10 septimi gradus, et retine 1, quod adde cum 3, que sunt super 10 sexti gradus uirge, erunt 4; que extrahe de 10, remanent 6; que pone super 10 sexti gradus, et retine 1; quod adde cum 5, que sunt super 10 quinti gradus, et extrahe de 10, remanent 4 super 10 quinti gradus; et retineas in manu 1, quod adde | cum 9, que sunt super 10 quarti gradus, et extrahe de 10, remanet 0 super 10 quarti gradus, et retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super 10 tercij gradus, et extrahe de 10, remanent 7 super octauum 10 tercij gradus, et retine 1; quod adde cum 4, que sunt super 10 secundi gradus, et extrahe de 10, remanet 5 super 10 secundi gradus, et retineas 1; cum quo adde 2, que sunt super 10 primi gradus, et extrahe de 10, remanent 7 super 10 primi gradus protracte, et retineas 1; quod adde cum bizantijs 68, extrahe de bizantijs 100, remanent bizantij 71 ante ipsam uirgam, ut hic ostenditur $\circ\frac{9\;1\;5\;3\;6\;4\;0\;7\;5\;7}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}$ 71, pro hoc, quod dedit inter omnes illas ciuitates. Nam si hoc, quod dederit, uel quod ei remanserit de ciuitate in ciuitate, scire uolueris, extrahe decimam ex illis 100 bizantijs, quos dedit in prima ciuitate, scilicet bizantios 10, remanent ei 90 bizantij: de quibus bizantijs 90 extrahe decimam, scilicet bizantios 9, quos dedit in secunda ciuitate, remanent ei bizantij 81; de quibus bizantijs 81 extrahe decimam, scilicet bizantios $\frac{1}{10}$ 8, quos dedit in tercia ciuitate,

* (Pro summa ... suprascripti residui » (fol. 138 verso, lin. 24-28 e 29, pag. 313, lin. 12-19).

residuum

$\frac{1\;8\;4\;6\;3\;5\;9\;2\;4\;2}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}$ 28

fol. 139 recto

* gradus; et .... ipsam » (fol. 139 recto, lin. 2-6, pag. 312, lin. 32-38).

Summa census

$\frac{9\;1\;5\;3\;6\;4\;0\;7\;5\;7}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}$ 71

Digitized by Google

remanent bizantij $\frac{9}{10}72$; de quibus accipe decimam, quam dedit in quarta ciuitate; que duplici modo accipitur: primus modus est, ut multiplices 72 per suam uirgulam, scilicet per 10, et adde 9, erunt 729; que diuide per 10, exibunt $\frac{9}{10}\frac{2}{10}7$ pro decima parte de $\frac{9}{10}72$. Vel aliter. Pone duas decimas sub quadam uirgula; et super primam pone 9, que sunt super 10 de uirgula de 72; et super alia 10 pone 2, que sunt in primo gradu de 72; et remanentia 7 pone ante ipsam uirgulam, et habebis similiter $\frac{9}{10}\frac{2}{10}7$; que extrahe $\frac{9}{10}72$, que duplici modo extrahuntur: comunis omnium modus est, ut multiplices 7 per suam uirgulam, erunt centesime 729; deinde multiplica 72 per suam uirgulam, erunt decime 729; quas multiplica per 10, ut sint centesime, sicut sunt ille, que dehinc debes extrahere, erunt centesime 7290; ex quibus extrahe centesimas 729, remanent centesime 6561; quas diuide per 100, scilicet per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt bizantij $\frac{1}{10}\frac{6}{10}65$ pro suprascripto residuo. Vel aliter: protrahe retro uirgulam, que est post 72, et pone sub eadem 10, et super ipsum 10 pone 0, ut sint decime due sub ipsa uirgula, sicuti sunt sub ea, que est post 7, ut hic ostenditur, de $\frac{0}{10}\frac{9}{10}72$: deinde accipe 9, que sunt super 10 in uirgula $\frac{9}{10}\frac{2}{10}7$; et extrahe ea de 0, quod est super 10, de uirgula de $\frac{0}{10}\frac{9}{10}72$: quod cum non sit possibile, adde 10 super ipsum 0, scilicet numerum, qui est sub uirgula, sub ipso 0, erunt 10; de quibus, cum possibile sit, extrahe 9, remanet 1; quod pone super priora 10 cuiusdam uirgule, sub qua sint similiter decime due, et pro addito decenario retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super ultima 10 de uirgula de $\frac{9}{10}\frac{2}{10}7$, erunt 3; que extrahe de 9, cum possibile sit, que sunt super ultima 10 de uirgula de $\frac{0}{10}\frac{9}{10}72$, remanebunt 6; que pone super ultima 10 protracte linee, et extrahe 7 de bizantijs 72, remanent bizantij 65; quos pone ante protractam uirgulam, et habebis similiter pro suprascripto residuo bizantios $\frac{1}{10}\frac{6}{10}65$; de quibus accipe decimam, quam dedit in quinta ciuitate: que dupliciter per suprascriptos modos potest accipi; scilicet multiplica 65 per suam uirgulam, scilicet per 10, et adde 6; que per 10, et adde 1, hoc est quod ante 65 pones 6 et 1, que sunt super uirga; et sic habebis suprascriptas centesimas 6561; quas diuide per 10, et per ruptos, qui sunt sub ipsa uirgula, scilicet per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, exibunt $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}6$ pro decima parte eorum. Vel aliter: protrahe quandam uirgulam, sub qua pones tres decimas; et super primam pone 1, quod est super prima 10 in uirgula de 65; et super alia pone 6, que sunt super alia 10; et super tertiam pone figuram primi gradus de
fol. 139 recto. 65, scilicet 5; et remanentia 6 pone ante ipsam uirgulam; et sic | habebis $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}6$ pro decima parte de suprascriptis bizantijs $\frac{1}{10}\frac{6}{10}65$: quare extrahe ipsos ab ipsis, qui dupliciter per suprascriptos numeros extrahuntur; quos modos hic reiterabimus, ut in reliquis ciuitatibus melius scias procedere: multiplica bizantios 6 per eorum uirgulam, et habebis millenas 6561. Similiter multiplica 65 per suam uirgulam; uel pone ante ipsam figuras, que sunt super uirgulam retro, similiter per ordinem procedendo, erunt centesime 6561; quas multiplica per 10, ut sint millene, sicut sunt alie, quas debes hinc extrahere, erunt millene 65610; de quibus extrahe millenas 6561, remanent 59049; quas diuide per 1000, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, exibunt $\frac{9}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}59$ pro quesito residuo. Vel aliter: protrahe retro uirgulam de 65, et pones sub ipsa decem, et super ipsa decem pone 0, ut hic ostenditur $\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{6}{10}65$: deinde 1, quod est super 10 de uirgula de $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}6$, extrahe de 0, quod est super 10 de uirgula de 65; quod cum possibile non sit, adde

Digitized by Google

cum ipso 0 numerum existentem sub ipso, scilicet 10, erunt 10; de quibus extrahe suprascriptum 1, remanent 9; que pone super primam 10 cuiusdam protracte uirgule, sub qua sint tres decime; et pro addito decenario retine in manu 1; quod adde cum 6, que sunt super 10 uirgule de $\frac{1\;6\;5}{10\;10\;10}6$, erunt 7; que extrahe de 1, quod est super secundum 10, de uirgula de $\frac{0\;1\;6}{10\;10\;10}65$; quod cum possibile non sit, adde cum ipso 1 numerum existentem sub ipso, scilicet 10, erunt 11; ex quibus extrahe suprascripta 7, remanent 4, que pone super secunda 10 protracte uirgule; et pro 10, que iunxisti cum 1, retine in manu 1; quod adde cum 5, que sunt super ultima 10 uirgule de $\frac{1\;6\;5}{10\;10\;10}6$, erunt 6; que extrahe de 6, que sunt super ultima 10 uirgule de $\frac{0\;1\;6}{10\;10\;10}65$, remanet 0; quod pone super ultima 10 protracte uirgule: deinde extrahe bizantios 6 de bizantijs 65, remanebunt bizantij 59; quos pone ante protractam uirgulam, et habebis similiter bizantios $\frac{9\;4\;0}{10\;10\;10}59$ pro quesito residuo; de quibus extrahe decimam, per qualem uolueris modum ex suprascriptis duobus modis, que est bizantij $\frac{9\;4\;0\;9}{10\;10\;10\;10}5$, quos dedit in sexta ciuitate, remanebunt bizantij $\frac{1\;4\;4\;1}{10\;10\;10\;10}53$; de quibus extrahe decimam, quam dedit in septima ciuitate, que est bizantij $\frac{1\;4\;4\;1\;3}{10\;10\;10\;10\;10}5$, remanebunt bizantij $\frac{9\;6\;9\;2\;8}{10\;10\;10\;10\;10}47$; de quibus extrahe decimam, quam dedit in octaua ciuitate, scilicet bizantios $\frac{9\;6\;9\;2\;8\;7}{10\;10\;10\;10\;10\;10}4$, remanebunt bizantij $\frac{1\;2\;7\;6\;4\;0}{10\;10\;10\;10\;10\;10}43$; de quibus extrahe decimam, quam dedit in nona ciuitate, scilicet bizantios $\frac{1\;2\;7\;6\;4\;0\;3}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}4$, remanebunt bizantij $\frac{9\;8\;4\;0\;2\;4\;7}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}38$; de quibus extrahe decimam, quam dedit in decima ciuitate, scilicet bizantios $\frac{9\;8\;4\;0\;2\;4\;7\;8}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}3$, remanebunt bizantij $\frac{1\;0\;4\;4\;8\;7\;6\;8}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}34$; de quibus extrahe decimam, quam dedit in undecima ciuitate; scilicet bizantios $\frac{1\;0\;4\;4\;8\;7\;6\;8\;4}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}3$, remanebunt bizantij $\frac{9\;0\;6\;9\;5\;0\;1\;8\;3}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}31$; de quibus extrahe decimam, que dedit in ultima ciuitate, scilicet bizantios $\frac{9\;0\;6\;9\;5\;0\;1\;8\;3\;1}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}3$, remanebunt bizantij $\frac{1\;8\;4\;6\;3\;5\;9\;2\;4\;2}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}28$, ut per aliam regulam superius inuenimus: et ut hoc, quod dictum est, melius ad oculum deprehendatur, hic inferius bizantios, quos in unaquaque ciuitate dedit, in una parte, et in alia bizantios, qui remanserunt, per ordinem describimus.

hij sunt bizantij, qui remanserunt.	hij sunt bizantij, quos dedit.
100	10
90	
81	9
$\frac{9}{10}72$	$\frac{1}{10}8$
$\frac{1\;6}{10\;10}65$	$\frac{9\;2}{10\;10}7$
$\frac{9\;4\;0}{10\;10\;10}59$	$\frac{1\;6\;5}{10\;10\;10}6$
$\frac{1\;4\;4\;1}{10\;10\;10\;10}53$	$\frac{9\;4\;0\;9}{10\;10\;10\;10}5$
$\frac{9\;6\;9\;2\;8}{10\;10\;10\;10\;10}47$	$\frac{1\;4\;4\;1\;3}{10\;10\;10\;10\;10}5$
$\frac{1\;2\;7\;6\;4\;0}{10\;10\;10\;10\;10\;10}43$	$\frac{9\;6\;9\;2\;8\;7}{10\;10\;10\;10\;10\;10}4$
$\frac{9\;8\;4\;0\;2\;4\;7}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}38$	$\frac{1\;2\;7\;6\;4\;0\;3}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}4$
$\frac{1\;0\;4\;4\;8\;7\;6\;8}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}34$	$\frac{9\;8\;4\;0\;2\;4\;7\;8}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}3$
$\frac{9\;0\;6\;9\;5\;0\;1\;8\;3}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}31$	$\frac{1\;0\;4\;4\;8\;7\;6\;8\;4}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}3$
$\frac{1\;8\;4\;6\;3\;5\;9\;2\;4\;2}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}28$	$\frac{9\;0\;6\;9\;5\;0\;1\;8\;3\;1}{10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10\;10}3$

Digitized by Google

fol. 149 recto

Eadem questio est de bucte, in qua sunt bariles 100 uini, ex quibus per singulos menses extrahitur decimum residui ; et queritur, quot bariles in fine anni remanserunt, scilicet post 12 menses. Nam si econtra propositum esset, quod quidam habens bizantios perrexit per 12 ciuitates, et dedit in unaquaque ciuitate decimam residui suorum bizantiorum, et remanserunt ei bizantij $\frac{1\ 8\ 4\ 6\ 3\ 5\ 9\ 2\ 4\ 2}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$ 28; et queratur, quota sit summa bizantiorum ipsius: describe in ordine duodecies $\frac{9}{10}$ sub quadam uirgula, suprascripta ratione , ut hic ostenditur $\frac{9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$; et multiplica bizantios 28 cum suis fractionibus per omnia 10, que sunt sub duodecim nouenarijs prescripte uirgule; et diuide summam ipsius multiplicationis per illos duodecim nouenarios, cum positi fuerint sub quadam uirgula ; et sic habebis bizantios 100 pro summa illius.

(... summa illius. — fol. 149 recto, lin. 5 e 6-9, pag. 316, lin. 7-11)

Suma
100

Qvidam habens bizantios uoluit exire de quadam ciuitate habente portas 10; et oportuit eum dare prime porte $\frac{2}{3}$ suorum bizantiorum, et insuper $\frac{2}{3}$ unius bizantij ; secunde dimidium bizantiorum, quos ibi attulit, et insuper $\frac{1}{2}$ unius bizantij. Tercie tercium, et $\frac{1}{3}$ unius bizantij. Quarte quartam, et $\frac{1}{4}$ unius bizantij; et ita per ordinem, usque quod in decima porta dedit decimam bizantiorum, quos ibi attulit, et $\frac{1}{10}$ unius bizantij, et remansit ei bizantius 1; queritur, quot bizantios habuit ille. Potest itaque hec questio dupliciter solui: primum quidem, ut de porta in portam, ab ultima incipiendo, egrediaris sic. Nam in fine remansit ei bizantius 1, et dedit ultime porte decimam unius bizantij: ergo cum ipse dedit ipsam decimam, habebat bizantium $\frac{1}{10}$ 1; et quia tunc dederat decimam bizantiorum, quos ibi attulit, et remansit ei bizantius $\frac{1}{10}$1; inueniendus est numerus; ex quo, extracta $\frac{1}{10}$, remaneat bizantius $\frac{1}{10}$ 1: quem numerum pone ut sit 10, secundum regulas arborum; de quo, extracto $\frac{1}{10}$, remanent 9 ; que 9 uellent esse $\frac{1}{10}$ 1 : quare multiplica 10 per $\frac{1}{10}$ 1 , et diuides per 9 , exibunt bizantij $\frac{2}{9}$ 1; et tantum remansit ei post nonam portam; cum quo adde $\frac{1}{9}$ unius bizantij, quem dedit none porte, erit bizantius $\frac{1}{3}$ 1. Quare inuenies numerum; de quo, extracta $\frac{1}{9}$ ipsius, remaneat bizantius $\frac{1}{3}$ 1. Pones ergo, quod numerus ille sit 9; de quo, extracto $\frac{1}{9}$, remanent 8; que uellent esse $\frac{1}{3}$ 1 : quare multiplica $\frac{1}{3}$ 1 per 9, et diuides per 8, exibit bizantius $\frac{1}{2}$ 1 ; et tantum remansit ei post octauam portam : cum quo adde $\frac{1}{8}$ unius bizantij, quod dedit in ipsa porta , erit bizantius $\frac{5}{8}$ 1 ; quem, demonstrata ratione , multiplica per 8, et diuide per 7 , exibit bizantius $\frac{6}{7}$ 1 : cum quo adde $\frac{1}{7}$ unius bizantij, quod dedit septime porte, erunt bizantij 2; quos multiplica per 7, et diuide per 6 , exibunt bizantij $\frac{2}{6}$ 2 ; cum quibus adde $\frac{1}{6}$ unius bizantij , quem dedit sexte porte, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 2; quos multiplica per 6 , et diuide per 5 , exibunt bizantij 3; cum quibus adde $\frac{1}{5}$ unius bizantij, quem dedit quinte porte , erunt bizantij $\frac{1}{5}$ 3; quos multiplica per 5, et diuide per 4, exibunt bizantij 4; cum quibus adde $\frac{1}{4}$ unius bizantij, quem dedit quarte porte, erunt bizantij $\frac{1}{4}$ 4 ; quos multiplica per 4, et diuide per 3 , exibunt bizantij $\frac{2}{3}$ 5 ; cum quibus adde $\frac{1}{3}$ unius bizantij , quam dedit tercie porte, erunt bizantij 6 ; quos multiplica per 3, et diuide per 2 , exibunt bizantij 9 ; et tot remanserunt ei post secundam portam : cum quibus adde $\frac{1}{2}$ unius bizantij, quod dedit in secunda porta , erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 9 ; pro quibus inuenies numerum, ex quo, extracto dimidio ipsius, remaneant bizantij $\frac{1}{2}$ 9; pro quo numero pones 2, ex quo, extracto dimidio, remanet 1; quod uellet esse $\frac{1}{2}$ 9: quare multiplica $\frac{1}{2}$ 9 per

Digitized by Google

2, et diuides per 1, exibunt bizantij 19; et tot remanserunt ei post primam portam; cum quibus adde $\frac{2}{3}$ unius bizantij, quas dedit in prima porta, erunt bizantij $\frac{2}{3}$ 19; pro quibus | inueniendus est numerus; de quibus, extractis $\frac{2}{3}$ ipsius, remaneant bizantij $\frac{2}{3}$ 19: pone quod numerus ille sit 3, ex quo, extractis $\frac{2}{3}$, remanet 1; quod uellet esse $\frac{2}{3}$ 19: quare multiplica $\frac{2}{3}$ 19 per 3, et diuides per 1, secundum suprascripti arboris regulas, exibunt bizantij 59; et tot habuit ille.

fol. 140 ...

• inueniendus ... fol. 140 ... lin. 1-3, pag. 317, lin. 2-8.

Summa 59

Aliter. Inueniamus primum summam bizantiorum, de qua potuit dare partes suprascriptas in 10 portas sine fractionibus unius bizantij, que adduntur in eisdem portis; quod inuenies sic: quia ex ipsa summa dedit prime porte $\frac{2}{3}$; ergo ex eadem remansit ei tercia pars: de qua tercia dedit dimidium in secunda porta; et sic remansit ei dimidium tercie partis eiusdem summe; de quo dedit in tercia porta terciam partem; et sic remanserunt ei due tercie medietatis tercie partis eiusdem summe: quo modo, et ordine, si de porta in portam processeris, inuenies ei remansisse in fine .x. portarum $0\frac{9\ 8\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 1}{10\ 9\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 3}$ ex predicta summa; quod residuum ponitur fuisse bizantium 1. Quare que portio habet denominans ipsius uirge ad denominatum, eamdem proportionem hal et 1 ad predictam summam. Quare multiplicabis summam multiplicationis omnium numerorum, qui sunt sub uirga, per 1, et diuides per omnes numeros, qui sunt super uirga, inter quos est euitatio maxima; ita quod non oportet multiplicare nisi 3 per 10, scilicet numeros extremos, et diuidere per 1, et habebis 30; quos oportuit eum habere, ut persolueret suprascriptas partes in prescriptis partis (*sic*), et remaneat ei bizantius 1. Vnde, ut habeamus bizantios, de quibus ipse persoluit fractiones unius bizantij in singulis portis, multiplica $\frac{2}{3}$ unius bizantij, quas dedit in prima porta, per 3, que primo posita sunt sub uirgula; et diuide per 1, quod est super ipsa 3, erunt bizantij 2; quos adde cum 30 inuentis, erunt bizantij 32. Nam ipsi bizantij 2 sunt illi, de quibus dedit duas partes, et remanserunt inde $\frac{2}{3}$ unius bizantij, quas dedit in prima porta. Item multiplica $\frac{1}{2}$ unius bizantij, quod dedit in secunda porta, per 3, et per 2, que sunt sub uirgula; et diuide per 1, quod est super 3, et per 1, quod est super 2, erunt bizantij 3; de quibus dedit in prima porta $\frac{2}{3}$ ipsorum, et in secunda dimidium reliqui, et insuper dimidium unius bizantij, quod dedit in secunda porta; quibus bizantijs 3 additis cum bizantijs 32 inuentis, erunt 35. Item multiplica $\frac{1}{3}$ unius bizantij, quam dedit in tercia porta, per numeros trium portarum, qui sunt positi sub uirgula, scilicet per 3; que per 2; que per 3; et diuides per numeros, qui positi sunt super ipsos tres numeros, scilicet per 1, quod est super 3, et per 1, quod est super 2, et per 2, que sunt super alia 3, erunt similiter bizantij 3; quos oportuit eum habere in tercia porta, ut persoluerentur ex eis antecedentes partes, et insuper $\frac{1}{3}$ unius bizantij eidem porte; quibus additis cum bizantijs 35 inuentis, erunt bizantij 38. Rursum multiplica $\frac{1}{4}$ unius bizantij per numeros .IIII.^{or} portarum, qui sunt sub uirgula, scilicet per 4; que per 3; que per 2; que per 3; et diuides per numeros earumdem portarum, qui sunt super uirgulam, scilicet per 3, que sunt super 4, et per 2, que sunt super 3, et per 1, quod est super 2, et per 1, quod est super 3; et euitabis hoc, quod poteris, exibunt similiter bizantij 3; quod idem si fecerimus de reliquis portis, habebimus similiter in unaquaque bizantios 3: quibus omnibus ternarijs, uidelicet .VII. portarum, que remanent, insimul iunctis, faciunt bizantios 21;

Digitized by Google

quibus additis cum bizantijs 38 inuentis, reddunt similiter bizantios 50 pro summa bizantiorum illius. |

fol. 141 recto.

Incipit capitulum 13 de regulis elchatayn, qualiter per ipsam fere omnes questiones abaci soluuntur.

Elchataieym quidem arabice, latine duarum falsarum posicionum regula interpretatur, per quas fere omnium questionum solutio inuenitur; ex quibus una est illa, per quam in tercia parte duodecimi capituli regulas arborum, et similium soluere docuimus. In quibus totum elchataieym, scilicet duas positiones, ponere non opportet, cum per unam earum ipse questiones solui possint: et tamen qualiter ipse, et multe alie questiones per elchataieym solui debeant, uolumus demonstrare. Ponuntur enim ipse due false posiciones fortuitu. Vnde occurrunt quandoque ambe minores ueritate, quandoque maiores, quandoque una maior, et altera minor: et inuenitur solutionum ueritas secundum proporcionem differentie unius positionis ad aliam, hoc est quod cadit in regula quarte proportionis, in qua tres numeri sunt noti; per quos quartus ignotus, scilicet solutionis ueritas, reperitur; quorum primus numerus est differencia numeri unius false posicionis ad aliam. Secundus est adpropinquacio, que fit ueritati per ipsam differenciam. Tercius est residuum, quod est ad adpropinquandum ueritati. Que, qualiter fiant, primum in regula cantarii demonstrare uolumus, ut ipsis tribus differentiis subtiliter in cantario demonstratis, aliarum questionum solutiones per elchataieym subtiliter ualeas intelligere.

(Valeat Rotulus . . . differentia» (fol. 141 recto, lin. 19 e 20 — 25 e 26; pag. 318, lin. 21 e 22-28)

Ualeat enim cantare, scilicet Rotuli 100, libras 13; et queratur quantum ualeat Rotulus 1: ponimus fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldum 1; ergo Rotuli 100, scilicet cantare, ualebit ea ratione soldos 100, scilicet liber (*sic*) 5: set quia precium cantarij est libre 13, ideo hec prima posicio falsa est; et distat ad ueritate libre 8, scilicet differentia, que est a liber 5 usque ad liber 13. Vnde pro precio ipsius Rotuli ponamus soldos 2, scilicet soldum 1, plus prima posicione, quam racione cantare ualebit soldos 200, scilicet libras 10; et hec similiter posicio falsa est, et longe a ueritate libre 3, scilicet differencia, que est a libris 10 usque in libris 13. Nam in prima posicione fuimus longe a ueritate libre 8. In secunda libre 3. Ergo per differencia, que est a prima posicione in secunda, scilicet per soldum 1, appropinquauimus ueritati libris 5, scilicet differentia, que est a libris 8 usque in libris 3; et desunt adhuc adpropinquandum libre 3: quare dices: per denarios 12, quos addidi precio Rotuli unius, appropinquaui precio cantarii libris 5; quid superaddam ergo precio eiusdem Rotuli, ut adpropinquem libris 3, que desunt supra secundam posicionem a precio eiusdem cantarij: multiplica ergo extremos numeros, et diuides per medium, secundum quod in regulis arborum et similium demonstrauimus, uidelicet 12 per 3; et diuides per 5, qui est medius numerus, exibunt denarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis super soldos 2, qui positi fuerunt in secunda positione, habebis pro precio unius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7: fuerunt enim iste due posiciones minores ueritate. Nunc ergo preponamus, que sint ambe maiores: ponatur ergo fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldos 4; qua racione totum cantare ualent libras 20, scilicet libras 7, plus quam debeat: ergo hec posicio falsa est: ponatur ergo in secunda posicione soldi 3 pro precio ipsius |

fol. 141 verso.

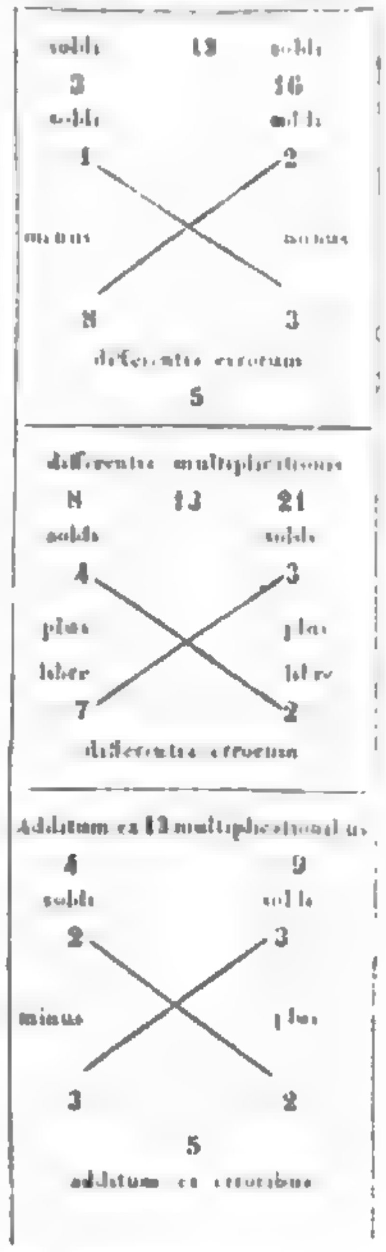
Rotuli, scilicet denarij 12, minus quam in prima posicione; qua ratione totum cantare

Digitized by Google

ualerent libras 15, scilicet libras 2, magis quam debeat. Vnde et hec similiter falsa est. Nam pro denarijs 12, quos minuimus in secunda posicione de precio unius Rotuli, adpropinquauimus libris 5, scilicet differentia, que est a libris 7 usque in 2, remanent ipse due libre adhuc adpropinquandum. Vnde dices: pro denarijs 12, quos minui de precio Rotuli, adpropinquaui ueritati libris 5; quid minuam de secunda posicione, ut adpropinquem libris 2: multiplica ergo extremos, scilicet 12, per 2, et diuides per medium, scilicet per 5, exibunt denarij $\frac{4}{5}$ 4; quibus extractis de soldis 3 secunde posicionis, remanebunt similiter pro precio illius Rotuli soldi 2, et denarij $\frac{1}{5}$ 7. Item ut una posicio sit maior, et altera minor, ponamus pro precio illius Rotuli soldos 3; qua ratione cantare ualeret libras 15, scilicet libras 2, magis quam debeat: et ponamus in secunda posicione pro precio Rotuli soldos 2; qua ratione cantare ualeret libras 10, quod est 3, minus quam debeat: ergo pro denarijs 12, quos minuimus in secunda posicione, minuimus libras 2, que in prima positione superant; et libre 3, que in secunda posicione minuunt: ergo pro ipsis denarijs 12 minuimus libras 5 a prima posicione in secunda, cum non restarent ad minuendum nisi libre 2; uel creuimus libras 5 a secunda posicione in primam, cum non restarent ad crescendum nisi tantum libre 3; quare hoc dupliciter discere potes: primum quidem dic: per denarios 12, quos minuimus de prima posicione, minuimus libras 5; quid minuemus ex eadem, ut minuamus tantum libras 2: multiplica 12 per 2, et diuides per 5, exibunt denarij $\frac{4}{5}$ 4; quibus extractis de soldis 3 prime posicionis, remanent soldj 2, et denarij $\frac{1}{5}$ 7 pro precio illius Rotuli. Vel dic: pro denarijs 12, quos creui a secunda posicione in prima, creui libras 5; quid adcrescam super ipsam secundam posicionem, ut adcrescatur libre 3: multiplica ergo 12 per 3, et diuides per 5, exibunt denarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis cum soldis 2 secunde posicionis, habebis similiter pro precio illius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7.

Est enim alius modus elchataym; qui regula augmenti, et diminucionis appellatur, in quo ponuntur errores sub posicionibus suis; et multiplicatur error primus per positionem secundam; et error secundus per positionem primam. Et si erores fuerint ambo diminuti, uel ambo additi, extraitur minor summa predictarum multiplicationum de maiori; et residuum diuiditur per differentiam errorum; et sic inuenitur solucio questionum: et si unus fuerit error additus, et alter diminutus, tunc adduntur insimul ambe multiplicaciones, et summa diuiditur per errorum cumiunctionem. Verbi gratia: posuimus superius proporcio (*sic*) unius Rotuli soldum 1, cum quo errauimus in libris 8 diminutis; quare pones 8 sub 1; et notabis minus super 8, cum sint diminuta: deinde quia in secunda posicione posuimus soldos 2 pro precio eiusdem Rotuli, et errauimus adhuc in libris 3 diminutis, pones soldos 2 ante primam posicionem; et sub ipsis pone errorem eorum, scilicet libras 3; super quas notabis iterum minus, cum sint iterum deficientes; et multiplicabis soldos 2 per numerum primi erroris, erunt soldi 16; et soldus 1 per numerum erroris secundi, erunt soldi 3. Et quia ambo errores fuerunt diminuti, extrahe minorem multiplicationem de maiori, scilicet 3, de 16, remanent soldi 13; quibus diuisis per differenciam errorum, scilicet per 5, ueniunt soldi $\frac{3}{5}$ 2, ut superius inuenimus. Rursus cum superius fecimus uenire errores ambo addentes, posuimus in prima possicione soldos 4, et errauimus cum libris 7 additis; et in secunda posicione posuimus soldos 3, et errauimus iterum cum libris 2 additis, ut in

[illegible] (Fol. 142 recto, lin. 1-23 24; pag. 319, lin. 40 — pag. 320, lin. 20)



Fol. 142 recto

hac alia patet descriptione. Qvare multiplicabis posicionem secundam per numerum erroris primi, scilicet per 3, erunt soldi 21; et 2 per 4, erunt soldi 8: et quia ambo errores fuerunt super habundantes, diuide differentiam multiplicacionum per differenciam errorum, scilicet 13 per 5, et habebis similiter soldos $\frac{3}{5}$ 2. Rursus cum fecimus primum eorum defficere, et alium super habundare, posuimus precio unius Rotuli in prima posicione soldos 2, et in secunda soldos 3; et primus error fuit 3 diminuta, et secundus 2 addita, ut in hac alia cernitur descriptione. Quare multiplicabis 3 per 3, et 2 per 2, erunt soldi 9, et soldi 4; quos adde insimul, cum unus ex erroribus sit diminutus, et alter additus, erunt soldi 13; quos diuide per cumiunctum ex erroribus, hoc est per 5, exibunt similiter soldi $\frac{3}{5}$ 2; et hoc est soldi 2, et denarii $\frac{1}{5}$ 7, ut superius inuenimus. Nam ut unde hec proueniant demonstrentur: Adiaceat ignotus numerus *.a. b.*, silicet uera solucio alicuius questionis, que solui possint per elchataieym; ex quo numero sumatur numerus *.a.g.* notus pro prima posicione, cuius error sit numerus *.e z.* deficiens; et pro secunda posicione sumatur iterum ex numero *a b* numerus *a d* similiter notus, cuius error sit numerus *.I z* similiter deficiens; et est notus unusquisque numerorum *e z I z*. Quare differencia, que est inter utrunque errorem, scilicet numerus *e I* est notus: similiter *g d* numerus, qui est inter utramque posicionem est notus, cum numeri porcionum, scilicet *.a.g.* et *.a.d.*, sint noti: sed numerus *.b. d.* restat ignotus, cum totus *.a. b.* sit ignotus; opportet itaque, si questio fuerit solubilis per elchataieym, ut sit sicut *.e I* notus ad *I z* notum, ita *g d* notus ad *a b* ignotus. Quare secundum primum modum multiplicauimus *I z* per *g d*, et diuidimus per *e I*,

silicet multiplicauimus errorem secundum per differenciam eorum, et habemus notum numerum *.d. b.*, quem addimus super secundam posicionem, scilicet super *.a. d.*; et sic habemus notum numerum *.a. b.*, scilicet solucionem posite questionis. Sed secundum alium modum multiplicamus errorem primum per posicionem secundam, scilicet *.e.z.* per *.a.d.*; et extraximus multiplicacionem erroris secundi in posicionem primam, scilicet numeri *.I. z.* in numerum *.a. g.*; et diuidimus residuum per numerum *.e. I.*, et habemus totum numerum *.a. b.*; et hoc prouenit, quia cum multiplicatur numerus *.e. z.* in numerum *.a. d.*, tunc multiplicantur numeri *.e. I.I.z.* in numerum *.a. d.*: sed cum multiplicatur numerus *.I. z.* in numerum *.a. d.*, tunc multiplicatur numerus *.I. z.* in numeros *.a. g.* et *.g. d.*: ergo multiplicatur numerus *.e.z.* in numerum *.a.d.*; tunc multiplicatur numerus *.e. I.* in numerum *.a. d.*, et numerus *.I. z.* in numeros *.a. g.*, et *.g. d.*: set multiplicacio *I. z.* in *.g. d.* est sicut multiplicacio *.e. I.* in *.d. b.*, cum sit sicut *.e.* ad *.I.z.*, ita *.g.* ad *.d. b*. Quare cum multiplicatur *.e. z.* in *.a. d.*, tunc multiplicatur *.e. I.* in numeros *.a. d.* et *.d. b.*, hoc est in totum numerum *.a.b.*, et numerus *.I. z.* in numerum *.a. g.* Vnde si ex multiplicatione numeri |*.e. z.* in *.a. d.*, silicet erroris primi in posicionem secundam, auferatur multiplicationum *.I. z.* in numerum *.a. g.*, silicet erroris secundi in positionem primam, remanet multiplicatio numeri *.e. I.* in numerum *.a. b.*; que multiplicatio si diuidatur per eundem *.e. I.*, silicet per differentiam errorum, nimirum numerum *.a. b.* prouenire necesse est; quod opportebat ostendere. Rursus sit numerus *.a. b.* ignotus uera solutio alicuius questionis, que solui possit per elchataieym, et sit numerus *.a. f.* positio prima, et numerus *.a. c.*

fol. 142 verso.

« uera .... questionis » (fol. 142 verso, lin. 6 8, pag 320, lin. 42 — pag. 321. lin. 1).

secunda; et sunt ambo positiones maiores numeri .*a.b.* : quare errores earum erunt addentes; et sit numerus .*g.I.* error prime positionis, et .*g.k.* secunde. Oportet itaque, ut sit sicut .*I.k.* ad .*k.g.*, ita .*c.f.* notus ad .*c.b.* ignotum. Quare superius in primo modo multiplicamus .*k.g.*, silicet errorem secundum, per .*c.f.*, silicet per differentiam positionum, et diuidimus summam per numerum .*I.k.*, silicet per differentiam errorum, et habemus numerum .*b.c.*; quem extraximus ex .*a.c.*, silicet ex positione secunda, et remanet numerus .*a.b.* : set secundum alium modum multiplicamus numerum .*g.I.* per numerum .*a.c.*, silicet errorem primum per positionem secundam: et extrahimus inde multiplicationem numeri .*k.g.* in numerum .*a.f.*, silicet erroris secundi in positionem primam; et quod remanet diuidimus per numerum .*I.k.*, silicet per differentiam errorum, et habemus similiter notum numerum .*a.b.*, qui erat ignotus; et hoc fuit, quia cum multiplicatur numerus .*g.I.* in numerum .*a.c.*, silicet error primus in positionem secundam, tunc multiplicantur numeri .*g.k.*, et .*k.I.* in numerum .*a.c.*: set cum multiplicatur numerus .*k.I.* in numerum .*a.c.* , tunc multiplicatur numerus .*k.i.* in numeros .*a.b.*, et .*b.c.* Nam multiplicatio .*k. I.* in .*b. c.* equatur multiplicationi .*g.k.* in .*c.f.*; cum sit sicut .*I.k.* ad .*k.g.*, ita .*f.c.* ad .*c.b.* : ergo cum multiplicatur numerus .*g.I.* in numerum .*a.c.* , tunc multiplicatur numerus .*g.k.* in numeros .*a.c.*, et .*c.f.*, hoc est in totum numerum .*a.f.*; et numerus .*k.I.* in numerum .*a.b.* Quare si ex ductu .*g.I.* in .*a.c.*, silicet primi erroris in positionem secundam, auferatur multiplicatio .*g.k.* in .*a.f.*, silicet erroris secundi in positionem primam, remanebit multiplicatio numeri .*k.I.* in numerum .*a.b.*; que multiplicatio cum diuiditur per .*k.I.*, silicet per differentiam errorem (*sic*), prouenit numerus .*a.b.* , silicet solucio questionem ; et hoc uolui demonstrare. Iterum adiaceat numerus .*a.b.* ignotus, qui sit solutio alicuius questionis, que solui possit per elchataieym; et ex ipso accipiatur numerus .*a.g.* notus pro portione prima, cuius error sit numerus .*e.z.* defitiens; et pro portione secunda habeatur numerus .*a.d.* notus, qui est maior numerus .*a.b.*, cuius error sit numerus .*z.I.* Oportet itaque, ut si questio solui poterit per elchataieym , ut sit sicut .*g.d.* ad .*b.g.*, ita .*e.I.* ad .*e.z.*, hoc est quod sit sicut differentia, que est inter positiones ad differentiam, que est a prima positione in numerum quesitum, ita cuniunctum ex erroribus ad errorem primum. Et quia ita fuit superius, cum pro primum modum (*sic*) operati fuimus, multiplicauimus errorem primum per differentiam positionum, silicet .*e.z.* per .*g.d.*, et diuissimus summam per cuniunctum ex erroribus, scilicet per numerum .*g.b.*, quem addidimus per positionem primam, silicet super .*a.g.* ; et fuit notus numerus .*a.b.* , qui fuerat ignotus. Vel quia fuit sicut .*g. d.* ad .*b. d.* , ita .*e.I.* ad .*z.I.* Ideo multiplicauimus .*z.I.* per .*g.d.*, silicet ad errorem secundum per differentiam | positionum, et diuidimus summam per numerum .*e.I.*, silicet per cuniunctum ex erroribus, et habuimus .*b.d.*; quem extraximus ex numero .*a.d.* , scilicet ex positione secunda, et remansit numerus .*a.b.*, scilicet solutio: per secundum uero modum multiplicauimus errorem primum per positionem secundam, scilicet .*e.z.* per .*a.d.*, et errorem secundum per positionem primam, scilicet .*z.I.* per .*a.g.*; quos (*sic*) multiplicationes comgregauimus, et eorum summam diuissimus per coniunctum ex erroribus, scilicet per .*e.I.*; et habuimus solutionem quesitam, scilicet numerum .*a.b.*; et hoc fuit; quia cum multiplicatur numerus .*e.z.* per numerum .*a.d.*, tunc multiplicatur .*e.z.* in

(fol. 142 verso, lin. 31-32. pag. 321, lin. 26-28.)

fol. 143 recto.

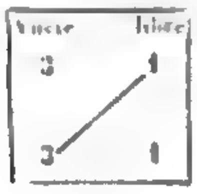
numeros .*a.g.*, et .*g d.*: quibus multiplicationibus, cum additur multiplicatio .*z.I.* in .*a.g.*, tunc habetur summa multiplicationum numerorum .*e.z.z. I.* in numerum .*a. g.* Et multiplicationis .*e.z.* in .*g.d.*: sed multiplicationes .*e.z.* in .*a.g.*, et .*z.I.* in .*a.g.* equatur multiplicationi totius .*e.I.* in numerum .*a.g.*; ergo cum multiplicatur .*e.z.* in .*a.d.*, et .*z.I.* in .*a.g.*, tunc multiplicatur .*e.I.* in .*a.g.*, et .*e.z.* in .*g.d.* Sed multiplicatio .*e.z.* in .*g.d.* est sicut multiplicatio .*e.I.* in .*g.b.*; quia est sicut .*I.e.* ad .*z.e.*, ita .*d.g.* ad .*b.g.* Vnde cum multiplicatur .*e.z.* in .*a.d.*, et .*z.I.* in .*a.g.*, tunc multiplicatur .*e.I.* in numeros .*a.g.*, et .*g.b.*, hoc est in totum numerum .*a.b.*: ergo cum multiplicatur .*e.z.* in .*a.d.*, hoc est error primus in positionem secundam; et .*z.i.* in .*a.g.*, hoc est error secundus in positionem primam tantum, tunc coniunctum ex ipsis multiplicationibus quatuor multiplicationi numeri .*e.i.* in numerum .*a.b.*: quare cum eorum summa diuiditur per .*e.I.*, qui est coniunctum ex erroribus, prouenit numerus .*a.b.*; quod opportebat ostendere: his itaque demonstratis, restat ostendere, qualiter positiones poni debeant; et eorum errores inuenire, secundum diuersitatem questionum: et ut hec apertius demonstrentur, hunc capitulum in duas partes diuisi. In prima quarum ostendam soluere quasdam ex questionibus, que solute sunt per primas regulas in precedentibus capitulis. In secunda tractabitur super solutionem quarundam aliquarum questionum, de quibus nulla fuit mentio In hoc libro.

Incipit pars prima.

Qvidam habuit monetam, que erat ad uncias tres 3; et aliam monetam, que erat ad uncias 6; et uoluit ex eis facere libram 15 monete, que essent ad uncias 5; et queritur, quantum de una quaque moneta in predicto consolamine mittere debuit. Qvia in libra monete, quam uoluit facere, opportuit habere uncias 5 argenti; ergo in libris 15 opportuit habere quindecies, quam in una libra, scilicet uncias 75: quibus ex parte seruatis, pone ad libitum de minori moneta, ut sint in ipso consolamine libre 3, in quibus sunt uncie argenti 9. Reliquas uero libras 12, que sunt ab ipsis tribus libris usque in 15, pone ut essent de maiori moneta, in quibus sunt uncie 72 argenti. Qvibus additis cum unciis 9 inuentis, reddunt uncias 81 argenti in summa illius consolaminis, ex quibus superauit uncias 6; cum non debeant esse, nisi tantum 75; et sic errauimus in unciis 6 additis: quare pones in secunda positione libras 4 minoris monete, scilicet libram 1, plus quam in prima posicione; in quibus libris 4 sunt uncie 12. In reliquis uero libris 11, que sunt ab ipsis libris 4 usque in 15, sunt uncie argenti 66: quibus additis cum unciis 12 argenti, que sunt in 4 libris minoris monete, faciunt uncias 78 pro argento totius consolaminis. In quibus supersunt uncie 3; cum non debeant esse nisi tantum 75; et sic errauimus | adhuc cum unciis 3 additis. In prima enim positione superfuerunt uncie 6; in secunda 3: ergo per 1 libram, quam accreuimus de minori moneta in secunda posicione, adpropinquauimus ueritati uncias 3, scilicet differentiam, que est ab ipsis 6 unciis usque in ipsis unciis 3, que supersunt de secunda posicione: ergo dices: secundum primum modum libra una, quam creui in secunda positione, adpropinquaui ueritati uncias 3 argenti; quid adcrescam super ipsam secundam positionem, ut adpropinquem alias 3 uncias, que desunt adpropinquandum: multiplica ergo 1 per 3, et diuides per 3, exibit libra 1; qua addita cum libris 4 secunde positionis, faciunt libre 5; et tantum opportuit eum mittere de

fol. 143 verso.

adhuc cum .... ueritati (fol. 143 verso, lin. 1-5 e 6; pag. 322, lin. 35-40)



Digitized by Google

minori moneta. Reliquas uero, scilicet libras 10, de maiori, in quibus sunt argenti uncie 75 inter utramque monetam, ut opportet.

« m[e]tallati .... Reliquas » (fol. 143 verso, lin. 5 e 6-9; pag. 322, lin. 40 — pag. 323, lin. 1).

De minori
5
de maiori
10

De eodem.

Rvrsum quidam habet monetam, in cuius libra sunt uncie 2 argenti; et monetam, in cuius libra sunt uncie 3; et monetam, in cuius libra sunt uncie 6; et monetam, in cuius libra sunt uncie 7 argenti; et uult ex ipsis quattuor monetis consolare libras 20 ad uncias $\frac{1}{2}$ 4: multiplica primum libras 20 per uncias $\frac{1}{2}$ 4, et habebis uncias 90, que debent esse in illis libris 20: deinde mittes de minori moneta in prescripto consolamine quantum uis, ut ponamus libras 4, in quibus sunt uncie argenti 8; et extrahe ipsas libras 4 de ipsis libris 20, et ipsas uncias 8 de suprascriptis unciis 90, remanebunt libre 16 ad consolandum de reliquis tribus monetis. In quibus debent esse uncie 82 argenti, scilicet 8, minus de unciis 90: post hec pones in eodem consolamine ad libitum de maiori moneta, ut dicamus libram 1, in qua sunt uncie 7 argenti, remanent libras (*sic*) 15 de duabus reliquis monetis ad consolandum ad uncias 75 argenti inter utramque, hoc est ad uncias 5 argenti per libram; que consolacio per elchataieym in antecedenti questione consistit: quam consolationem etiam per secundum modum inuenies, si multiplicaueris errorem primum per positionem secundam, scilicet 6 per libras 4; et ex ipsa multiplicatione, que est 24, extraxeris multiplicationem secunde (*sic*) erroris in positionem primam, scilicet 9; et residuum, scilicet 15, diuiseris per differentiam errorum, que est 3, exibunt similiter libre 5 minoris monete. Relique libre 10 mittentur de maiori, ut prediximus.

« mo[n]etam.... argenti, per » (fol. 143 verso, lin. 10 e 11-22; pag. 323, lin. 2-15).

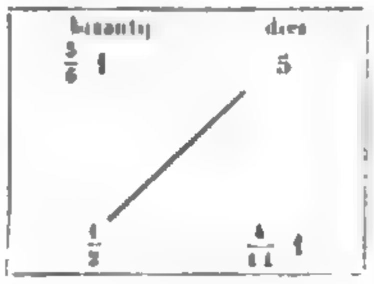
libre
4
uncie
2
libre
5
uncie
3
libre
10
uncie
6
libre
1
uncie
7

De laboratore, questio notabilis.

Qvidam liborator (*sic*) erat recepturus bizantios 7 in mense si laboraret; et si non, debebat reddere bizantios 4 domino operis ad rationem unius mensis: qui quandoque laborauit quandoque non; ita quod, expleto mense, debuit recipere a domino operis bizantium 1; queritur, quot diebus ex ipso mense laborarauit. Pone quidem, ut ipse laboret diebus 20; et quod in reliquis diebus 10 non laboraret. Vnde pro ipsis 20 diebus debuit habere duas tercias de bizantijs 7, scilicet bizantios $\frac{2}{3}$ 4. Cum dies 20 sint $\frac{2}{3}$ tocius mensis; et pro illis diebus 10, in quibus non laborauit, debuit reddere domino operis bizantium $\frac{1}{3}$ 1, scilicet tertiam partem de bizantijs 4; quo bizantio $\frac{1}{3}$ 1 extracto de bizantijs $\frac{2}{3}$ 4 lucri, remanent pro lucro bizantij $\frac{1}{3}$ 3; qui uellent tantum esse bizantium 1, uidelicet ipsum, quem lucratus fuit. Vnde ex hac prima positione errauimus in bizantijs $\frac{1}{3}$ 2 | additis. Quare mutabis aliam positionem, in qua pones ad libitum, quod laboraret diebus 15, scilicet 5, minus quam in prima positione; et remanebunt alii dies 15, in quibus non laborauerit. Vnde pro ipsis 15 diebus, in quibus laborauit, debuit habere bizantios $\frac{1}{2}$ 3, scilicet dimidium de bizantijs 7. Cum ipsi dies 15 sint dimidium mensis; et pro reliquis diebus 15, quibus non laborauit, debuit reddere bizantios 2: quare debuit recipere tantum bizantium $\frac{1}{2}$ 1: ergo in hac secunda positione super nobis (*sic*) bizantij $\frac{1}{2}$; et in prima superauerat bizanti $\frac{1}{3}$ 2. Quare si per secundum modum operari uis, multiplica errorem primum per positionem secundam, scilicet $\frac{1}{3}$ 2 per 15, erunt dies 35. Similiter multiplica errorem secundum per positionem primam, scilicet $\frac{1}{2}$ per 20, erunt dies 10; quos extrahe de 35, remanent dies 25; quos diuide per $\frac{5}{6}$ 1, scilicet per differentiam errorum, que est a $\frac{1}{2}$ usque in $\frac{1}{3}$ 2, exibunt dies

fol. 144 recto.

« dimidium .... preuenit » (fol. 144 recto, lin. 5-10; pag. 323 lin. 37-43).



Digitized by Google

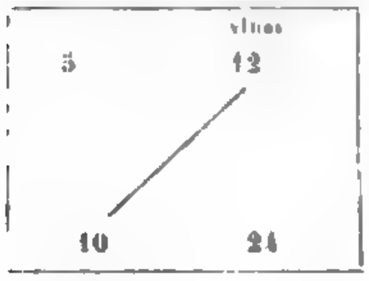
[illegible] [fol. 144 recto, lin. 11-17; pag. 323, lin. 13 — pag. 324, lin. 8].

$\frac{7}{11}$ 13, in quibus laborauit; quos extrahe de diebus 30, scilicet de mense, remanent dies $\frac{4}{11}$ 16, in quibus non laborauit. Et sic potes per elchataieym omnes questiones undecimi capituli soluere.

De arbore.

Est arbor, cuius $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ latet sub terra; et super terram sunt ex ipsa ulne 20. Pone quidem, ut longitudo ipsius arboris sit aliqua numeri quantitas; quem numerum, quamuis ad libitum ponere possis, tamen considerare debes, ut ponas eum talem, in quo reperias $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$. Et hoc idem intelligas de omnibus positionibus aliarum questionum, ut semper ponas eorum numeros ita, ut in ipsis inueniantur rupti, qui necessarii sunt in qualibet questione. Quod nos in sequentibus questionibus, ponendo ipsos numeros, demonstrabimus. Pone ergo, ut illa arbor sit longitudine duodecim ulmarum; ex quibus cum $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ sit sub terra, scilicet ulme 7, remanent super terram ulne 5; que uellent esse 20: quare per hanc positionem deuiamus a ueritate ulnas 15: quare in secunda positione pones pro longitudine ipsius arboris ulnas 24, scilicet ulnas 12, plus quam in prima positione. Ex quibus, extracta $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ ipsarum, scilicet 14, que sunt sub terra, remanent super terram hulne 10; que cum uellent esse 20, sumus longe a ueritate ulnis 10. In prima enim posicione fuimus longe a ueritate ulnis 15. In secunda 10: ergo per ulnas 12, quas creuimus in secunda positione, adpropinquauimus ulnas 5; et remanent ad adpropinquandum ulne 10: quare multiplicabis 10 per 12, et diuides per 5, exibunt ulne 24; quas adde cum ulnis 24 secunde positionis, reddent 48 pro longitudine totius arboris. Potes enim proportiones similium questionum scribere, secundum modum negociacionum, quem in octauo huius libri capitulo demonstrauimus, ut cognoscas melius, quos numeros multiplicare, et per quem diuidere debes: uerbi gratia: pone in unam lineam ulnas 12, quas in secunda positione super longitudinem arboris creuimus; et ulnas 5, quas per ipsas ulnas 12 adpropinquauimus ueritati; et ulnas 10, que restant ad adpropinquandum, pones sub ulnis 5, scilicet ad adpropinquanda sub apropinquanda, ut sit similis res sub simile re, ut hic ostenditur. Vnde cognoscitur, quod debes multiplicare 12 per 10, quia sunt ex aduerso; et debes diuidere per 5, ut prediximus: et nos semper in sequentibus ponemus proportiones in | hunc modum, ut ad tramite ueritatis possis nullatenus deuiare.

[illegible] fol. 144 recto, lin. 26-31; pag. 324, lin. 16-22).



fol. 144 verso.

De homine retento in obsequio.

Qvidam retinuit quemdam in obsequium, cui debebat dare in mense tres numeros, quibus esset per ordinem unus maior alio 2; et insuper denarios 10 pro benedicione: qui cum laborasset diebus 6, dedit illi dominus operis dimidium primi numeri, et terciam secundi, et quartam tertij; et sic recte persolutus fuit. Qveritur, quid numeri fuerunt illi: studeas quidem ponere tres numeros per ordinem, quorum unus sit maior alio 2; et primus possit diuidi integraliter per 2; secundus per 3; tercius per 4, secundum hoc, quod dominus persoluit eum. Sintque 16, et 18, et 20; et accipe dimidium primi numeri, scilicet 8; et tercium secundi, scilicet 6; et quartam tercij, scilicet 5; et adde insimul, erunt denarij 19; et tot recepisset ille, si 16, et 18, et 20 essent illi numeri, quos dominus ei dare promiserat: quare uides, quot denarij acciderunt illi de ipsis tribus numeris, et denarijs 10 in illis 6 diebus: quod sic uidendum est: quia dies 6 sunt quinta pars mensis. Accipe quintam de 64, que sunt summa illorum .iiii.^{or} nu-

Digitized by Google

merorum, exibunt $\frac{4}{5}$ 12, pro quibus habuimus denarios 19; et sic cum prima positione errauimus cum $\frac{1}{5}$ 6 additis, hoc est cum quintis 31: quare secunda positio minor ponenda est, in qua tres alios numeros ad hoc aptos, quorum unus sit maior alio 2, ponere studeas; eruntque 4, et 6, et 8: deinde accipe dimidium primi numeri, scilicet 2; et terciam secundi, scilicet 2; et quartam tercij, scilicet 2; et erunt 6; et tot recepisset ille pro quinta parte de 28, que sunt summa de 4, et de 8, et de 6, et de 10; que quinta pars sunt $\frac{3}{5}$ 5 : a quibus usque in 6 remanent $\frac{2}{5}$ addite pro secundo errore. Quare multiplica 31, scilicet primum errorem, per 4, silicet per primum numerum secunde positionis, erunt 124; et multiplica 2 pro errore secundo per 16, silicet per primum numerum prime posicionis. erunt 32; et que extrahende 124, remanet 92; et que diuide per differentiam errorum, scilicet per 29, que sunt ad 2 usque in 31, et habebis $\frac{5}{29}$ 3 pro primo numero. Quare secundus est $\frac{5}{29}$ 5; tertius $\frac{5}{29}$ 7.

* Quare multiplica .... 7 quoe (fol. 144 verso, lin. 21-29; pag. 325, lin. 8-17).

	descentio
29	12
2	$\frac{21}{29}$

prima numerus	secundus
$\frac{5}{29}$ 3	$\frac{5}{29}$ 5
$\frac{5}{29}$ 7	

De duobus hominibus habentibus denarios.

Dvo homines habebant denarios; quorum primus querit secundo 7, et proponit se habere quinques tantum quam ipse. Et secundus querit primo 5, et proponit se habere septies tantum quam ipse. Queritur quantitas denariorum uniuscuiusque : pone quidem, ut primus habeat 8, cum quibus additis 7, quos querit secundo, faciunt 15; que 15 deberent esse quincuplum de denariis, qui remanent secundo: quare secundo remanent 3, datis illis 7 denarijs primo: ergo opportet, quod ipse habeat 10; qui cum acceperit 5 ex denarijs primi, qui habent 8, habebit secundus 15; et primo remanebunt 3; que 15 deberent esse 21, scilicet septuplum de denarijs 3, qui remanent primo homini : ergo in hac posicione secundus homo habet denarios 6, minus quam debeat: quare pones in secunda positione alium talem numerum; cum quo, cum additi fuerint denarij 7, faciant numerum, qui diuidatur per 5 integraliter; sintque 13, que sunt 5, plus prime positionis: cum quibus additis denariis 7, quos petit secundo, erunt 20; quinta quorum pars, scilicet 4, opportet, quod remaneat secundo; cum quibus additis denariis 7, quos dedit primo, reddunt 11 pro denariis secundi hominis; cum quibus additis denariis 5, quos petit primo, qui habet 13, et primo remanebunt 8; et secundus| habebit 16; que 16 debent esse 56 , scilicet septuplum de denarijs 8 , qui remanent primo homini. Vnde in hac secunda positione secundus habet 40 , minus quam debeat : et quia prima positio fuit propius ueritati quam secunda , facies de secunda positione primam, et de prima secundam, ut semper sit secunda positio propior ueritati ; et tunc in prima positione secundus habebit 40, minus quam debeat; et in secunda 6: ergo per 5, quos minui in secunda positione, adpropinquaui ueritati 34, et restant adpropinquandum 6: quare multiplica 6 per 5, et diuides per 34, hoc est secundum euitationis modum 3 per 5; et diuides per 17, exibunt $\frac{15}{17}$; quos extrahe de denarijs 8 secunde positionis, remanent $\frac{2}{17}$ 7 pro denarijs primi hominis : deinde, ut habeas denarios secundi, adde 7, quos primus petit secundo, super $\frac{2}{17}$ 7, erunt denarij 14, et $\frac{2}{17}$, et tunc super quintam partem eorum, quod est $\frac{14}{17}$ 2, adde ipsos denarios 7, erunt denarij $\frac{14}{17}$ 9; et tot habuit secundus. Nam si ingnoraueris, qualiter quintam de denarijs $\frac{2}{17}$ 14 prescriptis accipere debeas, dupliciter tibi facere doceo: primum quidem, ut facias septimas decimas de denarijs $\frac{2}{17}$ 14, hoc est multiplica 14 per suam uirgulam, scilicet per 17, et addas 2, erunt septime decime 240; de quibus accipe quintam, erunt

fol. 145 recto.

* secundus . . . denarios 6 (fol. 145 recto, lin. 5-10, pag. 325, lin. 31-39).

	minus
34	5
6	$\frac{15}{17}$

Digitized by Google

«Nam si .... capituli» (fol. 145 *recto*, lin. 12-19; pag. 325, lin. 40 — pag. 326, lin. 4).

septime decime 48; ex quibus 48 fac integra, erunt $\frac{14}{17}$ 2. Vel aliter: accipe quintam de 10, erunt 2; et de $\frac{2}{17}$ 4, que remanent, fac septimas decimas, erunt 70; quorum quinta pars est 14; et sic habebis $\frac{14}{17}$ 2 pro quinta parte de $\frac{2}{17}$ 14: et sic potes suprascripto modo soluere questiones, que sunt in tercia parte duodecimi capituli.

primi
$\frac{2}{17}$ 7
Secundi
$\frac{14}{17}$ 9

De quatuor hominibus, qui inuenerunt bursam.

«Qvatuor .... secundo» (fol. 145 *recto*, lin. 20-25; pag. 326, lin. 6-11.

Qvatuor homines denarios habentes inuenerunt bursam denariorum; ex quibus primus dixit, quod si haberet denarios burse, haberet bis tantum secundo. Secundus, si haberet bursam, haberet ter tantum tercio; et tertius, si eam haberet, haberet quater tanto(*sic*) quarto. Quartus quinquies tantum primo: queritur quot denarios habeat unusquisque. Pone quidem, quod primus habeat denarios 9; et in bursa sint denarij 21: ergo si primus habuit bursam, habebit 30. Vnde cum habet duplum secundo, opportet, quod secundus habeat dimidium ipsius, scilicet 15: cum quibus additis denarijs burse, scilicet 21, faciunt 36; quorum terciam partem, scilicet 12, habebit tercius; cum secundus cum bursa habeat triplum ipsius, cum quibus 12, addita bursa, faciunt 33; quorum quartam partem, scilicet $\frac{1}{4}$ 8, habet quartus; cum quibus, habita bursa, scilicet 21, faciunt denarios $\frac{1}{4}$ 29; qui debent esse 45, scilicet quincuplum denariorum primi hominis: ergo quarto homini minuit $\frac{3}{4}$ 15, scilicet differentia, que est a $\frac{1}{4}$ 29 usque in 45: quare in secunda positione augebis denarios burse, aut minues denarios primi hominis: augeamus itaque denarios burse; et ponamus, quod inuenti sunt in ea denarij 27, scilicet 6, plus quam in prima positione: quibus additis cum denarijs primi hominis, scilicet cum 9, faciunt 36; quorum medium, scilicet 18, habet secundus: cum quibus addita bursa, faciunt 45; quorum terciam partem, scilicet 15, habet tercius; cum quibus addita bursa, faciunt 42; quorum quartam partem habet quartus, scilicet $\frac{1}{2}$ 10; cum quibus addita bursa, erunt denarij $\frac{1}{2}$ 37; quid debent esse 45, scilicet quincuplum primi hominis. Vnde in hac secunda positione minuit quarto $\frac{1}{2}$ 7, scilicet differentia, que est a $\frac{1}{2}$ 37 usque in 45: in prima uero positione minuunt $\frac{3}{4}$ 15; ergo per sex, quos creuimus in secunda positione | burse, adpropinquauimus ueritati $\frac{1}{4}$ 8, scilicet differentiam, que est a $\frac{3}{4}$ 15 usque in $\frac{1}{2}$ 7; et restant ad adpropinquandum ipsi denarios $\frac{1}{2}$ 7: quare multiplica $\frac{1}{2}$ 7 per 6, et diuides per $\frac{1}{4}$ 8, ut in descriptione ostenditur, exigunt denarij $\frac{5}{11}$ 5; quibus additis cum denarijs 27, scilicet sunt secundam positionem (*sic*), erunt $\frac{5}{11}$ 32; et tot sunt reperti in bursa, si primus habeat 9: nam ut habeamus in integrum denarios burse et hominum, multiplica per 11 denarios burse, et primi hominis; et habebis pro denarijs burse 357; et pro denarijs primi hominis habebis 99; qui 357, et 99, cum habeant ad inuicem comunem regulam, scilicet tercium, diuidatur unusquisque eorum per 3, ut habeas in minoribus numeris numerum eorum; quod senper in omnibus similibus facere studere debes; et sic habebis pro denarijs burse 119; et pro denarijs primi hominis 33: quibus insimul iunctis, faciunt 152; quorum medium, scilicet 76, est quantitas denariorum secundi hominis: quibus additis cum denariis burse, scilicet cum 119, faciunt 195; quorum tertia pars est quantitas denariorum tercij, scilicet 65; cum quibus additis iterum denarijs burse, facient 184; quorum quarta pars, scilicet 46 sunt quantitas quarti hominis: cum quibus additis denarijs burse, faciunt 155, qui est quincuplum denariorum primi hominis, ut opportet. Nam si per minutionem denariorum primi hominis hoc idem reperire desideras, pone ut

	creui
$\frac{1}{4}$ 8	6
$\frac{1}{2}$ 7	$\frac{5}{11}$ 5

«opportet .... quibus addita» (fol. 145 *recto*, lin. 26-34 e 45; pag. 326, lin. 11 e 12-23)

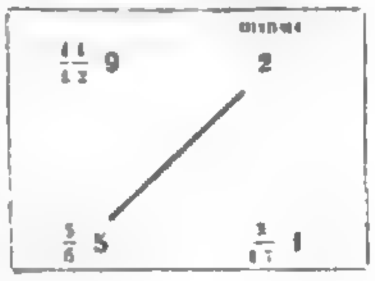
bursa
119
primi
33
Secundi
76
tercij
65
quarti
46

fol. 145 *verso*

Digitized by Google

in secunda positione in bursa reperiti sunt denarii 21, ut in prima positione positione (*sic*) posuisti; et pone, quod primus homo habet denarios 7, scilicet denarios 2, minus quam in prima positione; quibus additis cum denarijs burse, scilicet cum 21, faciunt 28; dimidium quorum, scilicet 14, habet secundus: quibus additis cum 21 burse, scilicet burse, faciunt 35; quorum terciam, scilicet $\frac{2}{3}$ 11, habet tercius: cum quibus additis 21, erunt $\frac{2}{3}$ 32; quorum quartam, scilicet $\frac{1}{6}$ 8, habet quartus; qui iuncti cum 21, faciunt $\frac{1}{6}$ 29; qui debent esse 35, scilicet quincuplum denariorum 7 primi hominis. Vnde quartus homo habet, minus quam debeat, denarios $\frac{5}{6}$ 5, scilicet differentiam, que est a $\frac{1}{6}$ 29 usque in 35; et in prima positione habuit ipse quartus homo minus, denarios $\frac{3}{4}$ 15: ergo per 2, quos minuimus de denariis primi, adpropinquauimus ueritati $\frac{11}{12}$ 9, scilicet differentiam, que est a $\frac{3}{4}$ 15 usque in $\frac{5}{6}$ 5; et restant adpropinquandum ipsi $\frac{5}{6}$ 5: quare multiplica $\frac{5}{6}$ 5 per 2, et diuides per $\frac{11}{12}$ 9, exibit denarius $\frac{3}{17}$ 1; quo extracto de denarijs 7, remanebunt denarij $\frac{14}{17}$ 5; et tot habuit primus. Vel si per secundum modum operari uis, reddige errores ad similia, scilicet $\frac{3}{4}$ 15, et $\frac{5}{6}$ 5, scilicet multiplica eos per 12; cum in ipso numero reperiantur fractiones eorum, et habebis pro primo errore 189 diminuta; et pro secundo 70 similiter diminuta. Quare multiplicationem de 70 in 9, scilicet secundi erroris in positionem primam, extrahe ex multiplicatione primi erroris in positionem secundam, scilicet de 189 in 7. Et quod residuum fuerit, diuide per differentiam errorum, scilicet per 119, exibunt similiter pro denarijs primi hominis $\frac{14}{17}$ 5. Et si in integrum denarios primi hominis reducere uolueris, multiplica $\frac{14}{17}$ 5 per ruptum sue uirgule, scilicet per 17, erunt 99; et multiplica denarios 21, scilicet burse, per eundem 17, erunt 357, ut superius inuenimus: quibus scilicet 99, et 357 diuisis per 3, suprascripta ratione reddunt similiter pro denariis primi hominis 33; et pro denariis burse 119.

quincuplum ... ipso numero (fol. 145 verso, lin. 22-28; pag. 327, lin. 7-15).



De quinque hominibus, qui inuenerunt equum.

Qvinque homines bizantios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primis (*sic*) petit secundo dimidium suorum bizantiorum; et secundus petit tercio terciam; et tercius petit quarto quartam; et quartus petit quinto | quintam; et quintus similiter petit primo sextam suorum bizantiorum. Et sic unus quisque proponit ipsum equum emere. Queritur, quot bizantios unus que uisque (*sic*) habuit; et quod fuit pretium equi: pone quidem, ut primus habeat bizantios 13; et equus ualeat bizantios 20. Quare secundus habebit 14, scilicet duplum differentie, que est a 13 in 20; quia si ex ipsis 14 primus haberet dimidium, scilicet 7, sicuti petit secundo, cum suis bizantijs 13 haberet pretium equi, silicet bizantios 20: propter eadem ergo tercius habebit 18, scilicet triplum differentie, que est a 14 usque in 20; et quartus habebit 8, scilicet quaduplum differentie, que est a 18 usque in 20; et quintus habebit 60, scilicet quincuplum differentie, que est ab 8 usque in 20: cum quibus bizantijs 60, si addideris sextam partem bizantiorum primi hominis, scilicet de 13, habebis bizantios $\frac{1}{6}$ 62; qui deberent esse 20, scilicet precium equi. Quare in hac prima positione superat quinto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 42. Vnde opportet in secunda positione aut mutare pretium equi, aut bizantios primi hominis. Mutemus primum pretium equi; et ponamus ipsum 21, scilicet bizantium 1, plus quam in prima positione. Vnde cum primus habet bizantios 13; secundus habebit 16. Quare et tercius habebit 15; et quartus habebit 24, scilicet 3, plus pretio equi.

fol. 146 recto.

Digitized by Google

Quare opportet, ut quintus homo habeat debitum, ex quo quartus homo petit quintum, hoc est quod poterit emere equum, et reddere quinto homini bizantios 3 pro quinta parte sui debiti: ergo quintus habet debitum bizantiorum 15; de quibus extractis bizantijs $\frac{1}{6}$ 2, scilicet sexta parte bizantiorum primi hominis, remanebit eidem quarto homini debitum bizantiorum $\frac{5}{6}$ 12: ergo, ut ipse habet pretium equi, minuunt ei bizantij $\frac{5}{6}$ 12, et insuper pretium equi, qui sunt in summa bizantij $\frac{5}{6}$ 33. Im (*sic*) prima ergo positione superauerunt quinto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 42. In secunda minuunt ei bizantij $\frac{5}{6}$ 33. Vnde cognoscitur, quod uerum pretium equi est inter utramque positionem, scilicet inter 20, et 21. Quare dices: pro 1, quem creui super pretium equi, minui quinto homini bizantios $\frac{1}{6}$ 42, qui superauerunt ei in prima positione; et bizantios $\frac{5}{6}$ 33, qui superauerunt ei in secunda, hoc est in summa bizantios 76; quid superaddam prime positioni, ut tantum minuantur bizantij $\frac{1}{6}$ 42. Vel quid extraham de secunda positione, ut augeantur ipsi quinto homini bizantij $\frac{5}{6}$ 33, qui minuunt ei in secunda positione.

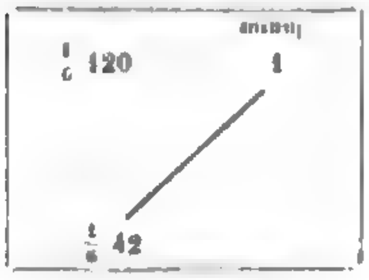
« Quare [illegible] per 6 » (fol. 146 recto, lin. 28-29; pag. 329, lin. 14-27).

primus
456
Secundus
530
tercius
573
Quartus
529
quintus
645
equus
721

Qvare si multiplicaueris $\frac{1}{6}$ 42 per 1, et diuides per 76, opportebit, ut hoc, quod inde colligeris, addas super bizantios 20 prime positionis; et si multiplicaueris bizantios $\frac{5}{6}$ 33, per eundem 1, et diuides per 76, opportebit, ut hoc quod inde exierit, extrahatur de bizantijs 21 secunde positionis. Vel multiplica errorem primum per 21 positionem secundam, scilicet $\frac{1}{6}$ 42; et errorem secundum per positionem primi, scilicet $\frac{5}{6}$ 33 per 20; et adde has multiplicationes in unum, erunt $\frac{1}{6}$ 1572; que diuide per coniunctum ex erroribus, scilicet per 76; et sic habebis pretium equi per qualem uolueris modum; quod pretium est bizantij $\frac{1\ 42}{6\ 76}$ 20: quod pretium, si integrum habere uolueris, multiplica 20 per suam uirgulam, scilicet per 76, et adde 42; que per 6, et adde 1, erunt 9373; et tantum ualeret equus: ergo si multiplicabis bizantios 13 primi hominis per eandem uirgulam, scilicet per 76, et per 6, habebis bizantios primi hominis. Sed cum 9373 integraliter per 13 diuidatur, diuide ipsa per 13, exibunt pro pretio equi bizantij 721; et multiplica tantum ter decimam partem ex ipsis bizantijs 13, scilicet 1, per suprascriptas 76, et per 6; | et habebis 456 pro bizantijs primi hominis. Vnde secundus habet 530; tercius 573; quartus 529; quintus 645. Nam si per mutationem primi hominis hoc idem reperire uolueris, serua $\frac{1}{6}$ 42, qui superant quinto homini in prima positione; et pone, quod primus habeat bizantios 12, scilicet 1, minus quam in prima positione; a quibus usque in pretium equi, scilicet 20, desunt 8; quorum duplum habet secundus, silicet 16: quare tertius habet 12, et quartus habet 32; qui cum habeat 12, plus pretio equi, opportet, ut ipsi bizantij 12 sint quintam debiti quinti hominis: ergo quintus homo habet debitum bizantiorum 60; de quibus extractis bizantijs 2, scilicet sexta parte bizantiorum primi hominis, quos querit, remanet ei debitum bizantiorum 58: ergo in hac secunda positione minuunt quinto homini ipsi bizantij 58, et insuper pretium equi, scilicet in summa bizantij 78: ergo pro uno, quod minuimus in secunda positione primo homini, minuerunt quinto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 42, qui superant ei in prima positione, et insuper bizantij 78, qui minuunt ei in secunda, hoc est in summa bizantij $\frac{1}{6}$ 120: quare dices: pro uno, quod minui in secunda positione primo homini, minuitur quinto homini $\frac{1}{6}$ 120; quid minuam ex eadem prima positione, ut tantum minuantur quinto homini $\frac{1}{6}$ 42: multiplica $\frac{1}{6}$ 42 per 1, et diuides per $\frac{1}{6}$ 120; et hoc quod exierit, extrahes de bizantijs 13 prime positionis: re-

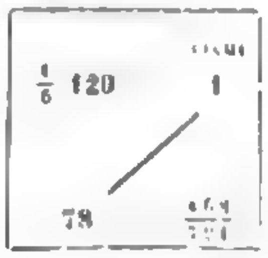
(fol. 146 verso.

« ergo quintus [illegible] positione » (fol. 146 verso, lin. 7-13; pag. 328, lin. 34-42).



siduum uero erit quantitas bizantiorum primi hominis: uel dices: pro uno, quod creui in secunda positione, creuerunt quinto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 120; quid acrescam super secundam positionem, ut tantum augeantur quinto homini bizantij 78, quid minuunt ei in secunda positione: multiplica ergo 78 per 1, et diuides per $\frac{1}{6}$ 120, exibunt $\frac{468}{721}$; quibus additis cum bizantijs 12 secunde positionis, reddunt bizantios $\frac{468}{721}$ 12 pro quantitate bizantiorum primi hominis, cum pretium equi fuerit bizantij 20. Nam ut redigamus eos in integrum, multiplica bizantios primi hominis per 721; et sic habebis pro quantitate primi hominis bizantios 9120, qui exeunt ex multiplicatione de 12 in 721 cum additatione de 468, que sunt super uirgulam; et pro pretio equi habebis bizantios 14420; qui numeri, scilicet 9120, et 14420, cum habeant ad inuicem uintesimam, diuidatur uterque numerus per 20; et sic habebis pro quantitate primi hominis bizantios 456; et pro pretio equi bizantios 721, ut superius inuentum est.

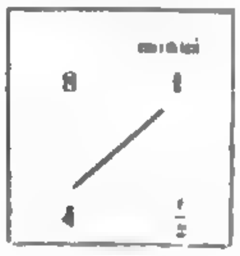
• primi hominis . . . habebis • (fol. 146 verso, lin. 16-21, pag. 329, lin. 1-7).



De homine, qui iuit negotiando lucam.

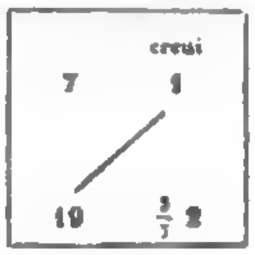
Qvidam iuit negotiando lucam, deinde florentiam, et reuersus est pisas; et fecit in unaquaque ciuitate duplum, et in unaquaque expendidit denarios 12; et in fine nil remansit ei. Queritur, quot in principio habuit. Pone quidem, ut ipse habet denarios 12, cum quibus in primo uiagio fecit duplum; et sic habuit denarios 24, ex quibus expendidit denarios 12, et remanserunt ei alii denarij 12; cum quibus, cum faceret duplum in reliquis duobus uiagiis, et expenderet in unoquoque denarios 12, remanserunt ei in fine denarij 12. Quare in hac positione errasti in 12 additis: ergo pones, quod ipse haberet denarios 11; cum quibus, cum faceret duplum in ipsis tribus uiagiis, et expenderet in unoquoque denarios 12, remanent ei in fine denarij 4, scilicet 8, minus quam in prima positione. Quare et hec positio maior est. Vnde dices: per 1, quod minui de capitale ipsius, adpropinquaui 8; quid minuam iterum, ut adpropinquem 4: multiplica ergo 4 per 1, et diuides per 8, exibit $\frac{1}{2}$ unius denarij: quo de 11 denarijs extracto, remanent pro capitale ipsius denarij $\frac{1}{2}$ 10. Vel ex multiplicatione erroris primi in positionem secundam, scilicet de 132 extrahe | 48, que proueniunt ex errore secundo in positionem primam, remanet 84; quibus diuisis per differentiam errorum, ueniunt $\frac{1}{2}$ 10. Nam si proponatur, quod ipse habeat denarios 12, cum quibus tria fecit uiagia; et queratur, quot in unoquoque expenderet, cum in fine ei nichil remanserit. Pone, quod expendium sit denarij 10; et duplica ter 12 suprascripta, extraendo semper denarios 10; et sic remanebunt denarij 26: quare hec positio minor est ueritate 26. Vnde pro expendio ipsius pones 11 in secunda positione; et cum operaberis ut decet, inuenies, quod remanebunt ei denarij 19, scilicet 7, minus quam in prima positione. Vnde dices: pro 1, quod creui in expendio ipsius, adropinquaui ueritati 7. Quid rursum adcrescam, ut adpropinquem ipsos denarios 19, qui restant ad adpropinquandum in secunda positione. Multiplica ergo 1 per 19, et diuides per 7, exibunt denarij $\frac{5}{7}$ 2; quibus additis cum denarijs 11 secunde positionis, reddent denarios $\frac{5}{7}$ 13 pro expendio ipsius: uel ex ductis 26 in 11 extrahe ductum ex 19 in 10, remanent 96; que diuide per differentiam errorum, exibunt similiter denarij $\frac{5}{7}$ 13.

• ex quibus . . . multiplica • (fol. 146 verso, lin. 31-37, pag. 329, lin. 17-25).



fol. 147 recto

• duplica . . . . 19, qui • (fol. 147 recto, lin. 4 e 8-9; pag. 329, lin. 31-36).

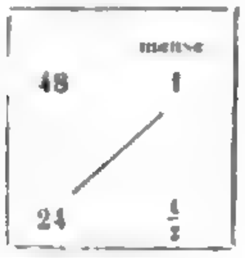


De homine, qui dabat pensionem.

Qvidam dabat pensionem in anno libras 30, hoc est soldos 50 in mense, qui prestauit domino domus libras 6 super ipsam pensionem ad usuras 4 denariorum per

Digitized by Google

* ipse teneret .... libras 6 (fol. 147 recto, lin. 17-21; pag. 330, lin. 2-7).

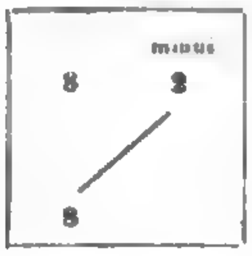


libram in mense. Queritur, quot mensibus ipse debuit tenere domum pro ipsis libris 6, et eorum usuris: pone, ut ipse teneret ipsam domum mensibus 4; in quibus expedierat eum dare pro pensione libras 10; et usura illarum 6 librarum in illis 4 mensibus est soldi 8. Ergo debuit recipere libras 6, et soldos 8 in illis 4 mensibus; et debuit dare pro pensione libras 10, scilicet soldos 72, plus quam recipere debuit: quare pones, ut ipse tenet domum in secunda positione mensibus 3, in quibus debuit recipere libram 6, et soldos 6 inter capitale, et usuram; et debuit dare pro pensione libras $\frac{1}{2}$ 7, scilicet soldos 24, plus quam hoc, quod debuit recipere. Nam in prima positione fuerunt plus soldi 72. Quare pro uno mense, quem minuimus, adpropinquauimus soldos 48, scilicet differentiam, que est a soldis 72 usque in soldis 24; et restant nobis ad adpropinquandum ipsi soldi 24. Quare multiplica 1 per 24, et diuides per 48, exibit $\frac{1}{2}$ unius mensis: quo extracto de mensibus 3 secunde positionis, remanent menses $\frac{1}{2}$ 2; et tantum debuit ipse tenere domum pro ipsis libris 6. Verbi gratia: usura de libris 6 in illis mensibus $\frac{1}{2}$ 2 sunt soldi 5; cum quibus iunctis illis libris 6, faciunt libras 6, et soldos 5, scilicet quantitatem pensionis ex illis mensibus $\frac{1}{2}$ 2; et hoc uolumus.

Qvidam duxi in quadam naui ad naulum fasces 11 equali pretio; ex quibus dedit nauclerio fascium 1 pro instituto naulo; et nauclerius reddidit ei soldos 14 pro hoc, quod fascis ualebat plus naulo. Quidam uero, qui duxerat in eadem naui fasces 15 eiusdem pretij, dedit similiter nauclerio pro suo naulo fascium 1; et nauclerius reddidit ei soldos 6. Queritur pretium uniuscuiusque fascis; et quid de unoquoque fascio daretur naulum. Pone ergo, quod naulus unius fascis esset soldj 6. Quare primus homo debuit dare naulum de suis 11 fascibus soldos 66; cum quibus additis soldis 14, quos nauclerius reddit ei, reddunt soldos 80 pro pretio uniuscuiusque fascis. Secundus uero debuit dare naulum ex suis 15 fasciis soldos 90 suprascripta ratione; quibus additis cum soldis 6, quos nauclerius ei reddidit, reddunt soldos 96 pro pretio uniuscuiusque suorum fascium, qui sunt soldi 16, plus pretio fascis primi hominis. Quare minuatur naulum in secunda positione; | et ponatur, quod sit soldi 4; qua ratione naulum de 11 fascibus primi hominis est soldi 44; cum quibus additis soldis 14 suprascriptis, reddunt pro pretio fascis soldos 58. Naulum uero de fasciis 15 secundi hominis est soldi 60; cum quibus additis soldis 6, quos nauclerius reddidit ei, reddunt pro pretio sui fascis soldos 66, scilicet soldos 8, plus pretio fascii primi hominis: ergo in secunda positione pro illis soldis 2, quos minuimus de naulo cuiuslibet fascis, adpropinquauimus differentiam, que est a soldis 16 usque in soldis 8; que differentia est soldi 8; et restant nobis ad adpropinquandum alii soldi 8. Quare multiplicabis suprascriptos soldos 2 per soldos 8, qui restant ad adpropinquandum; et diuides per soldos 8 adpropinquatos, exibunt alii soldi 2: quibus extractis de soldis 4 secunde positionis, remanent soldi 2 pro naulo uniuscuiusque fascis; quos multiplica per fasces 11 primi, et superadde multiplicationem de soldis 14, quos nauclerius reddidit ei, reddunt soldos 36 pro pretio cuiuslibet fascii. Verbi gratia: naulum de 15 fasciis secundi hominis est soldi 30; cum quibus additis soldis 6 ei a nauclerio redditis, reddunt similiter soldos 36 pro pretio uniuscuiusque suorum fascium, ut opportet.

fol. 147 verso.

* ergo in .... 14, quos ei (fol. 147 verso, lin. 4-9; pag. 330, lin. 32-38).



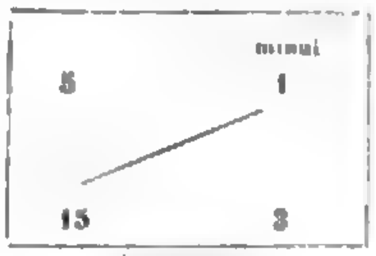
naulus fascis
2
pretium fascis
36

Sex homines habebant denarios; ex quibus quinque per ordinem sine primo habebant

Digitized by Google

denarios 75; sine secundo denarios 70; sine tercio denarios 67; sine quarto denarios 64; sine quinto denarios 54; sine ultimo denarios 50; queritur, quot unusquisque habuit: pone, ut ipsi habeant denarios 80; ex quibus extractis sex numeris per ordinem prescriptis, remanent primo homini denarii 5; secundo 10; tercio 13; quarto 16; quinto 26; sexto 30; quibus insimul iunctis, faciunt denarijs 100, scilicet denarios 20, plus posita summa. Vnde cognoscimus, ipsam summam esse nimis magnam: quare ponamus eam in secunda positione 1 minus, scilicet 79; ex quibus extractis sex numeris prescriptis, scilicet 75, et 70, et reliquis, remanebunt primo homini 4; secundo 9; tercio 13; quarto 15; quinto 25; sexto 29; quibus insimul iunctis, cum faciant 94, scilicet 15, plus posita summa in secunda positione, cognoscimus iterum, ipsam summam adhuc maiorem esse ueritate. In prima positione fuimus longe 20; in secunda 15: ergo per unum denarium, quem minuimus, adropinquauimus ueritati denarios 5; qua ratione uolumus adpropinquare ipsos denarios 15, qui restant ad adpropinquandum. Vnde multiplica 1 per 15, et diuides per 5, exibunt denarii 3; quibus diminutis de denarijs 79 secunde positionis, remanent pro summa denariorum illorum 6 hominum 76; de qua extractis per ordinem sex numeris suprascriptis, remanet primo homini denarius 1; secundo 6; tercio 9; quarto 12; quinto 22; sexto 26; quibus insimul iunctis, reddunt ipsam, et eandem summam 76, ut opportet.

« primo homini . . . . . [illegible] » (fol. 147 verso, lin. 17-30; pag. 331, lin. 4-15).



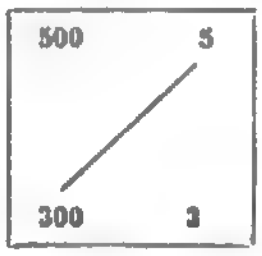
primi
1
secundi
6
tertij
9
quarti
12
quinti
22
Sexti
26

De duabus auibus.

Dve aues erant super altitudinem duarum turrium; quarum una erat alta passibus 40, altera 30; et distabant in solo passibus 50; et uno ictu descenderunt pari uolatu ad centrum cuiusdam fontis; et pariter uno momento ad ipsum deuenerunt, qui erat inter utramque turrim. Quod uno momento mouerunt, et uno momento iunxerunt: nichil aliud est, nisi quod recte linee, que descendunt a summitatibus turrium usque centrum fontis, sunt ad inuicem equales: quare, sicut in geometria aperte monstratur, multiplicatio longitudinis cuiuslibet illarum turrium in se ipsa addita cum multiplicatione spatii soli, quod est ab ipsa turri usque ad centrum fontis, in se ipsum, faciunt quantum multiplicatio recte linee in se ipsa, que ascendit a centro fontis | usque ad altitudinem ipsius turris: his itaque cognitis, pone, ut centrum fontis distet a maiori turri passibus quilibet, ut dicamus 10; et multiplica 10 in se, erunt 100; que adde cum multiplicatione altitudinis maioris turris in se ipsa, scilicet cum 1600, erunt 1700, que serua; et multiplica residuum spatii, scilicet 40 in se ipsa, cum sint differentia centri illius a minori turri, erunt 1600; que adde cum multiplicatione minoris turris in se, scilicet cum 900, facit 2500, quam debent esse 1700, sicut fuerunt alie due multiplicationes: ergo in hac positione sumus longe a ueritate 800, scilicet distantia, que est a 1700 usque in 2500: quare elongabis centrum fontis a maiori turri: elongetur quidem passibus 5 ultra primam positionem, scilicet passibus 15 longe ab ipsa maiori turri; et multiplica 15 in se, erunt 225; que adde cum multiplicatione maioris turris, scilicet cum 1600, erunt 1825. Similiter multiplica 35 per se, que sunt distantia centri fontis a minori turri, faciunt 1225; quibus additis cum 900, scilicet cum multiplicatione altitudinis maioris turris, faciunt 2125, que deberent esse 1825 suprascripta ratione. Quare in hac secunda positione sumus longe a ueritate 300; in prima enim fuimus longe 800: ergo dices: pro quinque passibus, quos elongauimus centrum fontis a maiori

fol. 148 recto

« faciunt .... adpropinquandum » (fol. 148 recto, lin. 12-18; pag. 331, lin. 41 — pag. 332, lin. 2).



Digitized by Google

* multiplica .... reliquis ¹ (fol. 148 *recto*, lin. 19-24; pag. 332, lin. 2-9).

distantia maioris
18
minoris
32

turri, adpropinquauimus 500 ueritati; quantum enim elongabimus ipsum centrum ab eadem maiori turri, ut adpropinquemus 300 restant ad adpropinquandum; multiplica 5 per 300, et diuides per 500, exibunt passi 3; quibus additis cum passibus 15, reddunt passus 18; et tantum distat fons a maiori turri. Residuum uero spatij, scilicet 32, distat a minori turri. Verbi gratia: multiplicatio de 18 in se ipsa, addita cum multiplicatione de 40 in se ipsum, faciunt quantum multiplicatio de 32 in se ipsa, addita cum multiplicatione de 30 in se ipsum, ut opportet.

De tribus hominibus habentibus denarios.

Tres homines habent denarios; quorum primus dixit reliquis: si dares mihi 7 ex uestris denarijs, haberem utique quater tantum quam uos: secundus petit reliquis 9; et proponit se habere quinquies tantum quam ipsi: tercius uero querit reliquis 11; et proponit se habere seties tantum quam ipsi. Queritur, quantum unusquisque habeat: pone quidem, ut primus habeat denarios 13; cum quibus adde denarios 7, quos petit reliquis, faciunt 20; quorum quarta pars, scilicet 5, remanent inter secundum, et tercium hominem, datis illis denarijs 7 primo: ergo inter utrumque habent denarios 12; quibus additis cum 13 primi hominis, reddunt denarios 25 pro summa illorum trium hominum: ex quibus opportet, ut secundus habeat $\frac{5}{6}$, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis; et alia sexta pars remaneat reliquis; et sic habebit quinquies tantum quam ipsi. Quare accipe $\frac{5}{6}$ de denarijs 25, erunt $\frac{5}{6}$ 20. Residuum uero, scilicet $\frac{1}{6}$ 4, remanet primo, et tercio homini; cum quibus adde 9, quos dant secundo homini, reddunt $\frac{1}{6}$ 13 pro summa tertij, et primi hominis: ex quibus cum primus habeat 13, remanet tercio homini tantum $\frac{1}{6}$ unius denarij: ergo reliqui duo habent $\frac{5}{6}$ 24, scilicet residuum, quod est a sexto usque in 25. Ex quibus, si dederint tertio homini 11, remanebunt eis denarij $\frac{5}{6}$ 13: et tercius homini habebit $\frac{1}{6}$ 11, qui debent esse 83, scilicet sextuplum de denarijs $\frac{5}{6}$ 13, qui remanent primo, et secundo homini: quare in hac prima positione

ol. 148 *verso*.

minuit tercio homini $\frac{5}{6}$ 71, scilicet differentia, que est ab $\frac{1}{6}$ 11 | usque in 83. Quare pone in secunda positione, ut primus homo habeat denarios 9, scilicet 4, minus quam in prima positione; cum quibus additis denarijs 7, quos petit reliquis, faciunt 16; qui cum habeat tunc quater tantum quam reliqui, opportet, ut quartam eorum partem, scilicet 4, habeant ipsi; cum quibus additis denarijs 7, quos dant primo, faciunt denarios 11; et tot habent inter secundum, et tercium hominem: quibus additis cum denarijs 9 primi hominis, reddunt denarios 20 pro summa illorum trium hominum: ex quique quinque sextas, scilicet $\frac{2}{3}$ 16, opportet ut secundus habeat, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis: reliqua uero pars, scilicet sexta, remanet tercio, et primo homini, que est $\frac{1}{3}$ 3; cum quibus additis 9, quos dant secundo, reddunt pro summa eorum denarios $\frac{1}{3}$ 12: ex quibus cum primus habeat 9, remanent tercio denarij $\frac{1}{3}$ 3: a quibus usque in 20, remanent $\frac{2}{3}$ 16 secundo, et primo homini; ex quibus extractis 11, quos dant tercio, remanet eis $\frac{2}{3}$ 5; et tercius homo habet, habitis ipsis 11 denarijs, $\frac{1}{3}$ 14; qui deberent esse denarij 34, scilicet sextuplum de denarijs $\frac{2}{3}$ 5, qui remanet primo, et secundo homini. Quare in hac secunda positione minuunt tercio homini denarij $\frac{2}{3}$ 19, scilicet differentia, que est ab $\frac{1}{3}$ 14 usque in 34: in prima enim positione minuunt ei denarij $\frac{5}{6}$ 71: ergo per denarios 4, quos minuimus primo homini in secunda positione, adpropinquauimus $\frac{1}{6}$ 52, scilicet differentiam, que est a $\frac{5}{6}$ 71 usque in $\frac{2}{3}$ 19, et

* in prima .... reddunt pro ¹ (fol. 148 *verso*, lin. 14-19; pag. 332, lin. 41 — pag. 333, lin. 5).

Digitized by Google

restant ad appropinquandum ipsi denarij $\frac{2}{3}$ 19: quare multiplica $\frac{2}{3}$ 19 per 4, et diuides per $\frac{1}{6}$ 52, exibit $\frac{139}{343}$ 1; quo extracto de denarijs 9 secunde positionis, remanent primo homini denarij $\frac{154}{343}$ 7; cum quibus adde 7, quos petit reliquis, erunt $\frac{154}{343}$ 14. Quorum quarta pars, scilicet $\frac{193}{343}$ 3, remanet reliquis; quibus additis cum ipsis denarijs 7, quos dant primo homini, reddunt pro eorum summa denarios $\frac{193}{343}$ 10 : quibus additis cum denarijs $\frac{154}{343}$ 7 primi hominis, reddunt pro summa tot illorum trium hominum denarios $\frac{26}{343}$ 18. Ex quibus cum secundus habeat quinque sextas, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis, accipe $\frac{5}{6}$ de denarijs $\frac{26}{343}$ 18, qui sunt denarij $\frac{10}{343}$ 15; et extrahe inde denarios 9, quos secundus petit reliquis, remanebunt secundo homini denarij $\frac{20}{343}$ 6. Quos adde cum denarijs $\frac{154}{343}$ 7, quos habet primus, erunt denarij $\frac{184}{343}$ 13: a quibus usque in summa trium hominum, scilicet $\frac{6}{343}$ desunt $\frac{163}{343}$ 4; et tot habet tertius homo.

« eorum summa . . . . habere, quam » (fol. 148 verso, lin. 20-27; pag. 333, lin. 3-14).

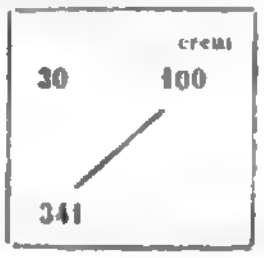
primus
$\frac{154}{343}$ 7
Secundus
$\frac{20}{343}$ 6
tercius
$\frac{165}{343}$ 4

De quatuor hominibus, qui inuenerunt bursam.

Qvattuor homines denarios habentes inuenerunt unam bursam denariorum; ex quibus primus dixit ceteris; quod si haberet ipsam bursam, haberet cum suis denarijs ter tantum quam reliqui; secundus quater tantum; tertius quinquies tantum. Quartus quoque sexies tantum quam reliqui, se habita bursa habere affirmat. Queritur, quot denarios unusquisque habuit; et quot in bursa reperierunt. Considera quidem primum, quas partes unusquisque habeat cum bursa ex summa denariorum quattuor hominum, et burse. Nam cum primus habeat cum bursa ter tantum quam reliqui; opportet, ut si primus cum bursa habuerit 3, quod reliqui tres habent 1; ergo inter omnes cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3, scilicet $\frac{3}{4}$ totius summe suprascripte: propter eadem ergo secundus eiusdem summe cum bursa habet $\frac{4}{5}$; tercius quoque cum bursa $\frac{5}{6}$; quartus uero cum bursa $\frac{6}{7}$ eiusdem summe, scilicet 4 hominum, et burse habere necesse est: que summa sit 420, cum in ipso reperiantur suprascripte partes; quas accipe per ordinem 7, et inuenies, quod primus cum bursa habet denarios 315; secundus cum bursa 336; tercius 350; quartus cum bursa 360, scilicet $\frac{6}{7}$ de 420 : his itaque peractis, pone ut in bursa reperti | sint denarij 100; quos extrahe per ordinem ex suprascriptis numeris, remanebunt pro denarijs primi hominis 215; pro denarijs secundi 236; pro denarijs tercij 250; pro denarijs quarti 260; quorum quatuor numerorum summam adde cum denarijs burse, scilicet cum 100, erunt 1061, qui deberent esse 420: quare in hac prima positione superat distantia, que est a 420 usque in 1061, scilicet 621 : quare pones in secunda positione, ut reperti sint in ipsa denarij 200, scilicet 100, plus quam in prima positione; quos denarios 200 extrahe ex suprascriptis 315, et 336, et de 350, et de 360, remanent primo denarij 115; secundo 136 ; tercio 150, et quarto 160; qui insimul iuncti cum denarijs 200 burse, faciunt 761, qui debent esse 420. Quare in hac secunda positione superant adhuc 341; in prima superauerunt 641: ergo pro ipsis 100 denarijs, quos creuimus burse, adpropinquauimus denarios 300; et restant nobis ad adpropinquandum denarij 341 : quare multiplica 100 per 341, et diuides per 300, exibunt $\frac{2}{3}$ 113; quibus additis cum denarijs 200 burse, reddunt pro summa burse denariorum $\frac{2}{3}$ 313; quibus extractis per ordinem ex suprascriptis .iiii.^{or} numeris per ordinem, remanet primo homini denarius $\frac{1}{3}$ 1; secundo $\frac{1}{3}$ 22; tercio $\frac{1}{3}$ 36; quarto $\frac{1}{3}$ 46; quos numeros si in integrum habere uolueris, multiplica unumquemque ipsorum per 3, et habebis pro denarijs burse 941; et primus habebit 4; secundus 67; tercius 109; quartus 239, ut in quarta parte duodecimi capituli propriam regulam inuenimus.

fol. 149 recto

« in hac prima . . . . in prima » (fol. 149 recto, lin. 4-8; pag. 333, lin. 31-36.



« superauerunt . . wolentibus » (fol. 149 recto, lin. 9-16; pag. 333, lin. 36 — pag. 334, lin. 1).

bursa
941
primus
4
Secundus
67
tercius
109
Quartus
239

Digitized by Google

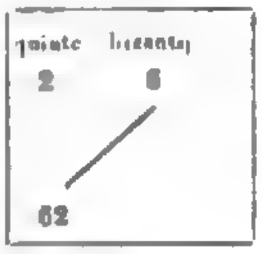
De quatuor hominibus equum emere uolentibus.

Qvatuor homines bizantios habentes equum emere uoluerunt ; ex quibus primus petit reliquis $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum, et cum suis bizantijs quos habet, proponit se ipsum equum emere : secundus petit reliquis $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{4}$. Quartus similiter petit reliquis $\frac{1}{5}$ suorum bizantiorum, et poterit ipsum equum emere. Queritur, quot denarios unusquisque habuit; et quot equus uendebatur. Pone quidem, ut primus habeat bizantios 6; et equus ualeat bizantios 30; et sic opportebit, ut reliqui tres habeant bizantios 48: ideo quia primus petit reliquis $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum, silicet 24; cum quibus, cum ipse habeat bizantios 6 , habebit pretium equi, silicet 30 : ergo summa bizantiorum quattuor hominum erit 54; ex qua opportet tantum dari secundo, ut cum ipse habuerit terciam residui, habeat 30. Quod per positionem alterius elchataieym inueniri potest. Vnde in hac questione etiam et in similibus plures elchataieym necessarii sunt, in quibus non modicum considerandum est. In hac enim, et similibus questionibus in ipsa prima positione primam uniuersalem appellabis. Secunda uero, cum qua questio soluetur , secunda uniuersalis appellabitur: positiones uero reliquorum elchataieym , per quas positiones bizantij uniuscuiusque hominis reperientur, particulares nuncupantur : deinde pone, ut secundus ex ipsis bizantijs 54 habeat bizantios 12 in hac prima particulari positione , et remanent reliquis tribus bizantij 42; ex quibus, cum ipse petat eis terciam partem, scilicet 14, cum suis bizantijs 12 habebit bizantios 26, qui uellent esse bizantij 30 , scilicet pretium equi : ergo in hac prima particulari positione minuunt secundo homini bizantij 4 ; quare in secunda particulari positione pone, ut secundus habeat bizantios 15 ex suprascriptis bizantijs 54, scilicet bizantios 3, plus quam in prima particulari positione ; cum quibus adde terciam partem residuorum, scilicet de bizantijs 39, faciunt bizantios 28, qui debent esse 30; quare in hac secunda particulari positione minuerint eidem secundo homini bizantij 2; in prima positione enim minuerant ei bizantij 4 : ergo per 3, quos creuimus ei, adpropinquauit ueritati 2, et restant ad adpropinquandum alii bizantij 2: quare multiplicabis 2 per 3, et diuides per 2, exibunt alii bizantij 3; quos adde cum bizantijs 15 |
fol. 149 verso suprascriptis, erunt 18; et tot habet secundus: aliter sine elchataieym bizantios secundi hominis reperire potes: summa enim 4 hominum est bizantij 54; ex quibus secundus habet bizantios 30, habita tercia parte de bizantijs trium reliquorum hominum: ergo remanet eis tribus residuum , quod est a bizantijs 30 usque in bizantijs 54 , scilicet bizantij 24; qui bizantij 24 due tercie summe eorum trium hominum esse necesse est, cum ipsi tres homines dederint secundo aliam terciam partem : quare inueniendus est numerus, ex quo 24 sint $\frac{2}{3}$; qui numerus sic inuenitur. Multiplica 3 per 24, et diuides per 2, exibunt bizantij 36 pro quesito numero : ergo tot habent ipsi tres : residuum uero, quod est ab ipsis bizantijs 36 usque in bizantijs 54, scilicet bizantios 18, habet secundus, ut per elchataieym modo inuenimus : deinde accedes ad tercium hominem, cui ex suprascriptis bizantijs 54 tot opportet dare, ut cum supra suos bizantios habuerit quartam partem reliquorum, habeat et ipse similiter bizantios 30, scilicet pretium equi; quod per elchataieym, uel per alium modum, per quem bizantios secundi hominis modo inuenimus, reperire potes. Vnde qualitercumque hoc feceris, inuenies , quod tercius homo habebit bizantios 22 ex ipsis bizantijs 54; quibus bizantijs 22 additis cum bi-

Digitized by Google

zantijs 18 secundi hominis, et cum 6 primi, faciunt bizantios 46; a quibus usque in bizantijs 54 desunt bizantij 8; et tot habet quartus homo: cum quibus 8 si addideris quintam partem de bizantijs 46, quos habent reliqui tres homines, faciunt bizantios $\frac{1}{5}$ 17, qui uellent esse bizantij 30: quare prima uniuersalis positio falsa est, in qua quarto homini minuunt bizantij $\frac{4}{5}$ 12, qui desunt ab ipsis bizantijs $\frac{1}{5}$ 17 usque in 30: quare in secunda uniuersali positione augebis pretium equi, uel minues bizantios primi hominis: augeatur quidem pretium equi; sitque bizantij 36, ex quibus primus habet bizantios 6: quare desunt ei bizantij 30, ut habeat ipsum pretium equi; qui bizantij 30 dimidium de bizantijs reliquorum trium hominum esse necesse est. Quare reliqui tres homines habent duplum ex ipsis bizantijs 30, scilicet 60: quibus additis cum bizantijs 6 primi hominis, reddunt bizantios 66 pro summa illorum .IIII.^or hominum; ex qua opportet, ut secundus habeat 21, et tercius 36, ut unusquisque illorum suum possit adimplere propositum; quorum unusquisque reperitur per elchataieym, uel per alium modum superius demonstratum; per quem leuius, quam per elchataieym, ipsos posse reperiri cognoscas: quibus numeris inuentis, adde eos cum bizantijs primi hominis, erunt bizantij 53; et tot habent inter primum, et tertium, et secundum; a quibus bizantijs 53 usque in bizantios 66, scilicet in summa .IIII.^or hominum, sunt bizantij 13; et tot habet quartus homo; cum quibus adde quintam partem de bizantijs 53, erunt bizantij $\frac{3}{5}$ 23, qui debent esse 36, scilicet pretium equi: ergo in hac secunda uniuersali positione minuunt quarto homini bizantij $\frac{2}{5}$ 12, qui sunt quinte 62. In prima uero uniuersali positione minuerant ei bizantij $\frac{4}{5}$ 12, scilicet quinte 64: ergo pro bizantijs 6, quos creuimus pretio equi, adpropinquauimus ueritati quintas 2; et restant ad adpropinquandum quinte 62: quare multiplicabis 6 per 62, et diuides per 2, hoc est 3, per 62, et diuides per 1, exibunt bizantij 186; quos adde cum bizantijs 36, scilicet cum pretio equi secunde positiones, erunt bizantij 222. Vel secundum regulam augmenti et diminutionis, multiplica 64 per 36; extrahe inde 62 uicibus 30; et que superfuerint diuide per differentiam errorum, scilicet per 2, exibunt similiter bizantij 222, qui sunt pretium equi: qui bizantij 222, cum habeant comunem regulam cum bizantijs 6 primi hominis, scilicet $\frac{1}{6}$, diuide unumquemque ipsorum | numerorum per 6; et sic habebis 1 pro bizantijs primi hominis, et 37 pro precio equi; cum quibus, si scieris inuenire bizantios reliquorum trium hominum per elchataym, uel per alium modum, per quem superius ipsos inuenire demonstrauimus, inuenies, quod secundus habet bizantios 19; tercius bizancios 25. Quartus bizantios 28; ut in quinta parte duodecimi capituli per primam regulam demonstrauimus.

quinte 62 per differentiam (fol. 149 verso, lin. 32-37; pag. 335, lin. 20-27).



fol. 150 recto

Tres homines habebant libras nescio quot sterlinguorum; quarum medietas erat primi; tercia erat secundi; sexta erat tercii; quis cum uellent in loco tuciori habere, quilibet eorum sumpsit fortituitu(*sic*) ex eis; et cum ad tutum deuenissent locum, primus posuit in comune $\frac{1}{2}$ ex his que sumpserat; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{6}$; ex quorum trium positionum summa, cum unusquisque caperet terciam partem, quilibet ipsorum suam portionem habuisse proponitur: pone itaque summam sterlingorum totam fuisse 12; et quod ex his posuerint in comune 3; de quibus pro tercia parte unusquisque habuit 1; cum quo 1, cum primus habuisset $\frac{1}{2}$ totius summe, scilicet 6; ergo habebat ipse tunc 5; que 5 remanserant ei, cum posuerat $\frac{1}{2}$ in comune ex his, que sumpserat a

Digitized by Google

principio. Quare a principio sumpserat 10; quorum dimidium, cum poneret in commune, remanserunt ei 5. Simili quoque modo secundus cum ipso 1, quod euenit ei ex 3 positis in commune, habuit terciam summe, scilicet 4; de quibus, extracto ipso 1, remanent 3; et tot habuit secundus, postquam posuit $\frac{1}{3}$ ex his, que sumpserat a principio: ergo 3 fuerunt $\frac{2}{3}$ sumptionis secundi. Quare totum id, quod cepit, fuit $\frac{1}{2}$ 4, que proueniunt ex addita medietate de 3 super 3, uel ex multiplicatione de 3 in 3, diuisa per 2. Rursus de $\frac{1}{6}$ de 12, scilicet de 2, extrahe 1, quod tercius habuit ex predictis 3, remanet 1; pro quo inuenias numerum, de quo extracta $\frac{1}{5}$, remaneat 1; eritque $\frac{1}{4}$ 1, que adde cum $\frac{1}{2}$ 4, et cum 10 inuenta, erunt $\frac{7}{10}$ 15, que deberent esse 12; et sic errauimus in $\frac{7}{10}$ 3 additis, scilicet in decimis 37: pone ergo 37 addita sub 12, scilicet sub prima positione. Et pone 6 pro summa omnium sterlinquorum in secunda positione; de quibus cuntingunt primo 3; et secundo 2; et tercio 1: ergo 1, quod primus habuit ex supradictis 3 positis in commune, extrahende 3, scilicet de portione ipsius primi, remanent 2; que duplica, erunt 4. Similiter extracto 1 de portione secundi, remanet 1; cui adde dimidium eius, erit $\frac{1}{2}$ 1; que adde cum 4, erunt $\frac{1}{2}$5. Post hec extrahe 1 de portione tercii hominis, remanet 0; super quod adde quintam, ueniet 0; quod adde cum $\frac{1}{2}$ 5, erunt $\frac{1}{2}$ 5; que cum deberent esse 6, scimus in hac secunda positione errasse cum $\frac{5}{10}$ diminutis. Quare pones 5 diminuta sub secunda positione, scilicet sub 6, et multiplica errorem primum per positionem secundam, scilicet 37 per 6, et errorem secundum per positionem primam, scilicet 5 per 12, et diuide summam per coniunctum ex erroribus, scilicet per 42. Et ut euites, multiplica 37 per $\frac{1}{6}$ de 6, et 5 per $\frac{1}{6}$ de 12, erunt 47; que diuide per $\frac{1}{6}$ de 42, scilicet per 7, exibunt $\frac{5}{7}$ 6 pro summa omnium sterlingorum. Set ut hec habeas in integra, multiplica $\frac{5}{7}$ 6 et 3, que posuerunt in comuni per 7, et habebis pro summa omnium sterlingorum marcas 47, et marcas 21 pro his, que posuerunt in comuni: quarum tercia pars, scilicet 7, extrahe de medietate summe,
fol. 150 verso. scilicet de $\frac{1}{2}$ 23, remanent $\frac{1}{2}$ 16; quibus duplicatis, reddunt 33 pro his, que | sumpsit primus homo. Item extrahe 7 ex tercia parte sumpme, scilicet de $\frac{2}{3}$ 15, remanent $\frac{2}{3}$ 8 pro $\frac{2}{3}$ sumptionis secundi; quibus superaddita dimidia eorum, reddent marcas 13 pro sumptione secundi; quibus additis cum marcis 33, faciunt 46; quibus extractis de tota summa, scilicet de 47, remanet marca una, quam sumpsit primus homo. Vel extrahe 7 de $\frac{1}{5}$ de 47, remanent $\frac{2}{5}$; quibus adde quinta eorum, ueniet 1 pro sumptione tercii hominis, ut prediximus: potuimus itaque 3, que posuimus, posuisse in commune habere pro positione prima, et mutare ea, tenendo 12 pro summa in utraque positione.

« denariorum . . . multiplicabis » (fol. 150 verso, lin. 12-20, pag. 336, lin. 38 — pag. 337, lin. 6).

Incipit pars secunde solutione quarumdam questionum per elchataym proprias regulas in hoc libro demonstrate non sunt. (sic)

11	error 4
3	
primus $\frac{1}{11}$ 9	
Secundus $\frac{2}{11}$ 14	

Dvo homines habebant denarios; quorum primus dixit secundo: si dares mihi terciam tuorum denariorum, haberem denarios 14. Secundus Respondit ei, et dixit: Et si tu dares mihi quartam tuorum denariorum, haberem denarios 17. Queritur, quot unusquisque habuit. Pone, quod primus habeat denarios 4. Quare secundus habebit denarios 30, ut ex tercia parte ipsorum, scilicet ex denarijs 10, et ex denarijs 4, quos primus habet, habeat ipse primus denarios 14, ut propositum est. Verum addita quarta parte de denarijs 4 primi hominis cum denarijs 30 secundi, habebit secundus denarios

31, scilicet 14, plus quam debeat. Quare in secunda positione pone, quod primus homo habeat denarios 8. Quare secundus habebit denarios 18, cum quibus addita quarta parte de denarijs 8 primi hominis, habebit ipse secundus homo denarios 20, scilicet 3, plus quam debeat. Im prima enim positione superant secundo homini 14; in secunda 3: ergo pro 4 denarijs, quos accreuimus primo, adpropinquauit secundus ueritati 11; et restat ad adpropinquandum 3. Quare multiplicabis 3 per 4, et diuides per 11, exibit denarius $\frac{1}{11}$ 1; quo addito cum denarijs 8, faciunt denarios $\frac{1}{11}$ 9: a quibus usque in 14 desunt denarij $\frac{10}{11}$ 4, qui sunt tertia pars de denarijs secundi hominis: quare multiplica eos, scilicet $\frac{10}{11}$ 4 per 3, reddent $\frac{8}{11}$ 14, pro denarijs secundi hominis.

Aliter per regulam proportionum. Quoniam denarij primi cum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt 14; ergo $\frac{1}{14}$ denariorum primi cum $\frac{1}{14}$ de $\frac{1}{3}$ denariorum secundi est denarius 1. Quare $\frac{3}{14}$ denariorum primi cum $\frac{3}{14}$ de $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt denarij 3: ergo denarij primi hominis cum $\frac{3}{14}$ ipsorum, et cum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et cum $\frac{3}{14}$ de $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt denarij 17, sicut sunt omnes denarij secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ denariorum primi. Denarij autem primi hominis cum $\frac{3}{14}$ ipsorum sunt $\frac{17}{14}$ eorumdem; tercia quoque denariorum secundi cum $\frac{3}{14}$ ipsius tercii sunt $\frac{17}{42}$ denariorum ipsius secundi: ergo $\frac{17}{14}$ denariorum primi cum $\frac{17}{42}$ denariorum secundi sunt quantum denarij secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ denariorum primi. Vnde si de denarijs secundi hominis auferatur $\frac{17}{42}$ ipsorum, remanebunt siquidem $\frac{25}{42}$ eorumdem: ergo $\frac{17}{14}$ denariorum primi sunt $\frac{25}{42}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ denariorum suorum. Vnde si de $\frac{17}{14}$ denariorum primi aufferatur $\frac{1}{4}$ denariorum ipsius, remanebunt $\frac{27}{28}$ denariorum ipsius, equales de $\frac{25}{42}$ denariorum secundi: quare inueniendi sunt duo numeri, quorum $\frac{27}{28}$ unius, sint $\frac{25}{42}$ alterius; qui inueniuntur sic: multiplicatur 28 per 25, et 42 per 27; sed quia 28 et 42 diuiduntur integraliter per 7, multiplica tantum $\frac{1}{7}$ de 28, scilicet 4 per 25, et $\frac{1}{7}$ de 42, scilicet 6 per 27, erunt 100, et 162: adde quidem super 100 petitionem, quam primus petit secundo, scilicet $\frac{1}{3}$ de 162, que est 54, erunt 154, qui cum debeant esse 14; diuides 154 per 14, erunt 11; in quo diuide 100 et 162, exibunt pro denariis primi hominis $\frac{1}{11}$ 9; et pro denariis secundi $\frac{8}{11}$ 14, ut per | elchataieym inuenimus. Item aliter pone 14 super $\frac{1}{3}$, et 17 super $\frac{1}{4}$, et multiplica 3 per 4, et extrahe inde semel unum, que sunt super uirgulis; et cum homines sint pares, secundum quod diximus in regula emptionis equi; remanent 11, quem serua; et extrahe 1, quod est super 3, ex ipsis 3, remanent 2; quem multiplica per 14, faciunt 28; de quibus tolle 3, que sunt a 14 usque 17 multiplicata per unum, quod est super 3, cum 17 sit plusquam 14; et si esset minus, adderes, remanent 25; quem multiplica per 4, que sunt sub uirga, erunt 100; que diuide per 11, exibunt $\frac{1}{11}$ 9 pro denarijs primi. Rursum extrahe 1, quod est super 4 de 4, remanent 3; que multiplica per 17, et adde 3 multiplicata per 1, quod super 4 propter 3, que sunt a 14 usque in 17, erunt 54; que multiplica per 3, erunt 162; que diuide per 11, exibunt $\frac{8}{11}$ 14 pro denarijs secundi hominis. Aliter proptius: pone secundum habere rem. Quare primus habet 14, minus tercia rei, quam querit secundo; de quibus secundus petit primo quartam, scilicet denarios $\frac{1}{2}$ 3, minus quarta tercie rei; et sic habebit rem, minus $\frac{1}{12}$, et denarios $\frac{1}{2}$ 3, que equantur 17. Quare extrahe $\frac{1}{2}$ 3 de 17, remanent $\frac{1}{2}$ 13; que equantur $\frac{11}{12}$ unius rei. Quare multiplica 12 per fol. 151 recto

$\frac{1}{2}$ 13, et diuide per 11, ut reintegretur res, exibunt $\frac{8}{11}$ 14; et tot habet secundus; quorum tercia, scilicet $\frac{10}{11}$ 4 extrahende de 14, remanent $\frac{1}{11}$ 9 pro denarijs primi.

De tribus hominibus denarios habentibus.

Tres homines habent similiter denarios; et primus querit secundo $\frac{1}{3}$, et proponit se habere denarios 14; secundus petit tercio $\frac{1}{4}$ suorum denariorum, et proponit habere denarios 17: tercius quidem querit primo $\frac{1}{5}$ suorum denariorum, et proponit habere denarios 19. Queritur, quot unusquisque habet: pone, ut primus habeat denarios 10; quare secundus habebit 12; et tercius 20: cum quibus addita quinta parte de denarijs 10 primi hominis, habebit tercius homo denarios 22, scilicet 3, plus quam debeat. Quare in secunda positione pone, ut primus habeat denarios 9, scilicet 1, minus quam in prima; et sic opportebit, ut secundus habeat 15, scilicet triplum differentie, que est a 9 predictis usque in 14; et tercius habebit 8, scilicet quadruplum differentie, que est a 15 suprascriptis usque in 17: cum quibus 8 addita quinta parte de denarijs 9 primi hominis, scilicet $\frac{4}{5}$ 1, faciunt $\frac{4}{5}$ 9, qui deberent esse 19: quare in hac secunda positione minuunt tercio homini $\frac{1}{5}$ 9, et in prima superant ei 3: quare addes ipsas differentias in unum, scilicet $\frac{1}{5}$ 9 cum 3, erunt $\frac{1}{5}$ 12; et dices: pro 1, quod minui in secunda positione primo homini, minuunt tercio $\frac{1}{5}$ 12; quid minuam ex prima positione, ut minuet tantum eidem tercio homini 3, qui superant ei in prima positione. Multiplicabis ergo 1 per 3, et diuides per $\frac{1}{5}$ 12, exibunt $\frac{15}{61}$; quibus extractis de denarijs 10 prime positionis, remanent $\frac{46}{61}$ 9 pro denarijs primi: quare secundus habebit $\frac{45}{61}$ 12, et tercius $\frac{2}{61}$ 17; et sic possemus facere de pluribus hominibus, cum unusquisque petat alio per ordinem. Item primus petat reliquis duobus $\frac{1}{3}$, et proponat, et habeat 14; et secundus querat $\frac{1}{4}$ reliquis, et habeat 17; et tercius petat reliquis $\frac{1}{5}$, et habeat 19: pone, quod primus habeat 8; quare reliqui habebunt 18: opportet diuidere inter utrumque per elchataieym, ita ut secundus cum suis denarijs, et cum quarta parte de denarijs tercij, et primi hominis, habeat 17. Quare opportet, ut suprascripta prima positio habeatur pro uniuersali; et aliam primam particularem positionem ponamus, in qua ponatur, quod secundus habeat 6; quare ex ipsis 18, remanebunt tercio | homini 12; quibus additis cum 8 primi hominis, faciunt 20; quorum quarta parte, scilicet 5, addita super denarios 6 secundi, faciunt 11, qui uellent esse 17: quare minuunt secundo homini 6 in hac prima particulari positione. Vnde pone in secunda particulari positione, quod secundus habeat 10, scilicet 4, plus quam in prima positione; quare remanebunt tercio homini 8; quibus additis cum 8 primi, faciunt 16; quorum quarta parte, scilicet 4, addita cum 10 secundi, faciunt 14, scilicet 3, minus quam debeat. In prima enim particulari positione minuunt secundo 6. In secunda 3: ergo per 4, que creuimus secundo, adpropinquauimus ueritati 3; et restant ad adpropinquandum 3. Multiplicabis ergo 3 per 4, et diuides per 3, exibunt 4; quibus additis cum 10, erunt 14; et tot habet secundus homo: quare remanebit tercio homini 4 ex suprascriptis 18; cum quibus, addita quinta parte de denarijs 8 primi hominis, et de denarijs 14 secundi, erunt $\frac{2}{5}$ 8; que uellent esse 19: ergo in prima uniuersali positione minuunt tercio homini $\frac{3}{5}$ 10. Quare pones in secunda uniuersali positione, quod primus habeat denarios 6, scilicet 2, minus quam in prima uniuersali positione; quare opportet, ut inter secundum, et tertium habeant 24, que opportet, ut diuidas

* Tres homines .... 17; cum a (fol. 151 recto, lin. 17-24; pag. 338, lin. 4-13).

primi
$\frac{46}{61}$ 9
Secundi
$\frac{45}{61}$ 12
tercio
$\frac{2}{61}$ 17

* superant .... habebit $\frac{45}{61}$ 12 » (fol. 151 recto, lin. 27-31; pag. 338, lin. 15-20).

creuimus
3 4
3

fol. 151 verso.

inter eos per elchataym, secundum quod superius fecimus 18; et inuenies, quod secundus habebit $\frac{2}{5}$ 12 ex ipsis 24: quare remanebunt tercio homini $\frac{3}{5}$ 11; cum quibus adde quintam partem de 6 primi hominis, et de $\frac{2}{5}$ 12 secundi; que quinta pars est $\frac{14}{15}$ 3, erunt $\frac{1}{15}$ 15, qui deberent esse 19: ergo in hac secunda uniuersali positione minuunt tercio homini $\frac{14}{15}$ 3, que sunt quinte decime 59; et in prima minuunt ei $\frac{2}{3}$ 10, que sunt quinte decime 159: ergo per 2, que minuimus primo in secunda positione, appropinquauimus ueritati quintas decimas 100; et restant ad adpropinquandum 59 quinte decime: ergo multiplica 59 per 2, et diuides per 100, exibit $\frac{9}{50}$ 1; que extrahende 6 secunde positionis, remanent $\frac{41}{50}$ 4; et tot habeat primus homo: a quibus usque in denariis 14, quos ipse proponit se habere, habita tercia parte reliquorum, desunt $\frac{9}{50}$ 9; quorum triplum, scilicet $\frac{27}{50}$ 27, habent inter secundum, et tercium; quos diuide inter eos per elchataieym, secundum quod superius fecimus; et inuenies, quod secundus homo habebit $\frac{44}{50}$ 11, tertius $\frac{33}{50}$ 15.

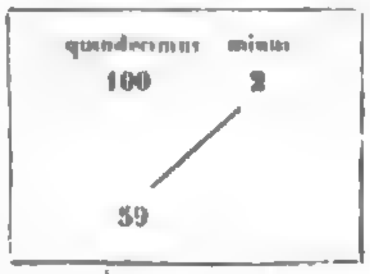
Et si secundum inuestigationem proportionis ipsorum hec inuenire desideras, pone secundum, et tercium hominem habere rem. Quare primus habet 14, minus tertia rei: deinde pone, ut tercius homo habeat partem rei. Quare secundus habet rem, minus parte; cui si addatur quarta partis, et quarta denariorum primi, quem secundus petit reliquis, habebit 17. Sed quarta denariorum primi sunt denarij $\frac{1}{2}$ 3, minus $\frac{1}{12}$ rei: ergo res minus parte, scilicet portio secundi cum quarta partis, et cum denarijs $\frac{1}{2}$ 3 diminuta duodecima rei, sunt 17; de quibus si auferantur denarij $\frac{1}{2}$ 3, remanebunt $\frac{11}{12}$ rei, diminutis $\frac{3}{4}$ partis, equales de denarijs $\frac{1}{2}$ 13. Rursus quia tercius petit primo et secundo quintam, et habet 19; et ipse habet partem; ergo pars cum quinta denariorum 14, scilicet cum $\frac{4}{5}$ 2, diminuta quinta tercie rei, scilicet $\frac{1}{15}$, et cum quinta rei, minus quinta partis, sunt 19: set si de quinta rei auferatur $\frac{1}{15}$ rei, remanebunt $\frac{2}{15}$ rei: similiter si de 19 auferantur $\frac{4}{5}$ 2, remanebunt $\frac{1}{5}$ 16. Rursus si de parte auferatur $\frac{1}{5}$ eius, remanebunt $\frac{4}{5}$: ergo $\frac{4}{5}$ partis cum $\frac{2}{15}$ rei, sunt denarij $\frac{1}{5}$ 16. Quare $\frac{5}{6}\frac{4}{5}$ partis, scilicet $\frac{2}{3}$ eiusdem, cum $\frac{5}{6}\frac{2}{15}$ rei, scilicet cum $\frac{1}{9}$ rei sunt denarij | $\frac{1}{2}$ 13, scilicet $\frac{5}{6}$ de denarijs $\frac{1}{5}$ 16. Inuenimus enim $\frac{11}{12}$ rei, minus $\frac{3}{4}$ partis esse similiter $\frac{1}{2}$ 13. Quare $\frac{11}{12}$ rei, minus $\frac{3}{4}$ partis equantur duabus tertiis partis, et $\frac{1}{9}$ rei; communiter addantur $\frac{3}{4}$ partis, et auferatur $\frac{1}{9}$ rei, erunt $\frac{29}{36}$ rei, equales de $\frac{17}{12}$ partis. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{29}{36}$ unius sint $\frac{51}{36}$, hoc est $\frac{17}{12}$ alterius, erunt 51, et 29: ergo proportio rei ad partem est sicut 51 ad 29. Quare extractis 29 de 51, remanet proportio denariorum secundi ad denarios tertii, sicut 22 ad 29. Et quia $\frac{11}{12}$ rei, minus $\frac{3}{4}$ partis sunt denarij $\frac{1}{2}$ 13 se (*sic*) de 51, scilicet de proportione rei, accipiantur $\frac{11}{12}$, scilicet $\frac{3}{4}$ 46, et auferantur inde $\frac{3}{4}$ de 20, scilicet de proportione partis, remanebunt 25. Quare est sicut 25 ad $\frac{1}{2}$ 13, hoc est sicut 56 ad 27, ita 22 ad denarios secundi, et ita 29 ad denarios tercii. Quare multiplicabis 27 per 22, et 27 per 29; et diuides utramque multiplicationem per 50, et inuenies, secundum habere $\frac{44}{50}$ 11; tercium $\frac{33}{50}$ 15; quorum terciam, scilicet $\frac{9}{50}$ 9, extracta de 14, remanebunt $\frac{41}{50}$ 4 pro denarijs primi.

Aliter per regulam proportionum.

Qvoniam denarij primi hominis cum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt 14; ergo $\frac{5}{14}$ denariorum primi cum $\frac{5}{14}$ tercie partis denariorum secundi sunt denarij 5. Vnde denarij primi cum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et cum $\frac{5}{14}$ ipsius primi, et cum $\frac{5}{14}$ tercie partis de-

fol. 132 recto.

« $\frac{1}{2}$ 13 scilicet .... proportionum. » (fol. 132 recto, lin. 1-13; pag. 339, lin. 27-40)



primi
$\frac{41}{50}$ 4
Secundi
$\frac{44}{50}$ 11
tercij
$\frac{33}{50}$ 15

Digitized by Google

nariorum secundi, scilicet cum $\frac{5}{42}$ denariorum secundi, sunt denarij 19: additis autem $\frac{5}{14}$ denariorum primi super denarios ipsius, faciunt $\frac{19}{14}$: similiter additis $\frac{5}{42}$ denarijs secundi cum $\frac{1}{3}$ de denarijs secundi facit $\frac{19}{42}$ denariorum secundi: ergo $\frac{19}{14}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi sunt denarij 19, sicut sunt denarij tercij hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum primi. Item quia denarij secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij sunt denarij 17; ergo $\frac{2}{17}$ denariorum secundi cum $\frac{2}{17}$ quarte partis denariorum, scilicet cum $\frac{2}{68}$ denariorum tercii, sunt denarij 2. Vnde denarij secundi hominis cum $\frac{2}{17}$ ipsorum, scilicet $\frac{19}{17}$ eorumdem cum $\frac{1}{4}$, et $\frac{2}{68}$, silicet cum $\frac{19}{68}$ denariorum tercij, sunt denarij 19, sicut sunt denarij tercii hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum primi: et quoniam $\frac{19}{14}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi sunt quantum $\frac{19}{17}$ denariorum secundi cum $\frac{19}{68}$ denariorum tercii, scilicet 19; ergo si de $\frac{19}{17}$ denariorum secundi auferatur $\frac{19}{42}$ denariorum ipsius secundi, remanebunt siquidem $\frac{23}{42}$ ipsius, et $\frac{2}{17}$: additis ergo $\frac{2}{17}$, et $\frac{23}{42}$ in unum, faciunt $\frac{475}{714}$: ergo $\frac{19}{14}$ denariorum primi sunt quantum $\frac{475}{714}$ denariorum secundi cum $\frac{19}{68}$ denariorum tercii; que $\frac{19}{68}$ denariorum tercii redigende sunt in partes primi et secundi sic: quia denarij tercij hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum primi sunt 19, sicut sunt $\frac{19}{14}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi; ergo si de $\frac{19}{14}$ denariorum primi auferatur $\frac{1}{5}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{5}{14}\frac{4}{5}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi, equales denarijs tercii hominis. Sunt enim $\frac{5}{14}\frac{4}{5}$ denariorum primi $\frac{81}{70}$ denariorum ipsius; ergo denarij tercij hominis sunt quantum $\frac{81}{70}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi: quare $\frac{19}{68}$ denariorum tercii sunt $\frac{19}{68}$ de $\frac{81}{70}$ denariorum primi, et sunt adhuc $\frac{19}{68}$ de $\frac{19}{42}$ denarijs secundi. Verum $\frac{19}{68}$ de $\frac{81}{70}$ denariorum primi sunt $\frac{1539}{4760}$ denariorum primi, que exeunt ex multiplicatione de 19 in 81 diuisa per 68, et per 70. Item $\frac{19}{68}$ de $\frac{19}{42}$ denariorum secundi sunt $\frac{361}{2856}$ denariorum secundi; ergo $\frac{19}{14}$ denariorum primi sunt $\frac{475}{714}$, et $\frac{361}{2856}$ denariorum secundi, et $\frac{1539}{4760}$ denariorum suorum: quare si de $\frac{19}{14}$ denariorum primi auferatur $\frac{1539}{4760}$ denariorum ipsius, remanebunt $\frac{703}{680}$ denariorum primi, equales de $\frac{475}{714}$, et de $\frac{361}{2856}$ denariorum secundi, scilicet de $\frac{2261}{2856}$: quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{703}{680}$ unius sint $\frac{2261}{2856}$ alterius; qui reperiuntur ex multiplicatione de 680 in 2261, et de 2856 in 703. Vel quia 680, et 2856 diuiduntur integraliter per 136, multiplicabis $\frac{1}{136}$ de 680, scilicet 5 per 2261, et $\frac{1}{136}$ de 2856, sci-
fol. 152 verso licet 21 per 703; sed quia 2261, et 703 diuiduntur | integraliter per 19, multiplicabis 5 per 19^{mam} partem de 2261, scilicet per 119; et 21 multiplicabis per $\frac{1}{19}$ de 703, scilicet per 37; et habebis 595 pro primo numero; et 777 pro secundo, hoc est quod proportio denariorum primi ad denarios secundi est sicut 595 ad 777: et quia primus homo petit secundo $\frac{1}{3}$ denariorum suorum, adde $\frac{1}{3}$ de 777, scilicet 259 super 595, erunt 854; quem cum debeant esse 14, diuide ipso 854 per 14, exibunt 61; in quibus 61 diuide 595, et 777 inuenta, et habebis $\frac{46}{61}$ 9 pro denarijs primi; et $\frac{45}{61}$ 12 pro denarijs secundi, ut per elchataieym superius inuenimus: denarios uero tercii hominis reperies ordine suprascripto.

De quinque hominibus.

Item homines sint 5; et primus habeat 14, habita $\frac{1}{3}$ de denarijs secundi, et tercii hominis; secundus uero habeat 17, habita $\frac{1}{4}$ de denarijs tercii quarto hominis; tercius quoque habeat 19, habita $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis. Quartus namque habeat 21, habita $\frac{1}{6}$ de denarijs quinti, et primi hominis. Quintus itaque habeat 23

Digitized by Google

cum $\frac{1}{7}$ de denarijs primi, et secundi hominis. Queritur, quot denarios unusquisque habeat: pone, ut primus habeat denarios 8. Residuum uero, quod est ab ipsis denarijs 8 usque in 14, scilicet 6, opportet ut sit tercia de denarijs secundi, et tercii hominis. Quare inter secundum, et tercium hominem habent denarios 18, scilicet triplum de 6 suprascriptis. Quos denarios 18 opportet ita diuidere per particularem elchataieym inter secundum, et tercium hominem, ut secundus cum petitione, quam petit tercio, et quarto homini, habeat suos denarios 17; et tercius cum petitione, quam petit quarto, et quinto, habeat suos denarios 19; et quartus cum sua petitione, quam petit quinto, et primo homini, habeat suos denarios 21. Vnde ponamus in prima particulari positione, quod primus habeat 9 ex suprascriptis 18; a quibus usque in 17 desunt 8, qui sunt $\frac{1}{4}$ de denarijs tercij, et quarti hominis: ergo inter tercium, et quartum hominem habent 32; de quibus extrahe 9, que remanent tercio homini ex suprascriptis denarijs 18, remanet quarto homini denarij 23: deinde extrahe 9, quos habeat tercius de denarijs 19, quos ipse proponit se habere, remanent 10, qui sunt $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis: ergo inter quartum, et quintum hominem habent 50; ex quibus quartus habeat 23: quare remanent quinto homini 27; quibus additis cum denarijs 8 primi hominis, faciunt 35; quorum sexta pars, scilicet $\frac{5}{6}$ 5 addita cum denarijs 23 quarti hominis, faciunt denarios $\frac{5}{6}$ 28, qui deberent esse 21: quare in hac prima particulari positione superant quarto homini denarij $\frac{5}{6}$ 7. Vnde pone in secunda particulari positione, quod secundus habeat 10 ex predictis denarijs 18, scilicet 1, plus quam in prima particulari positione; a quibus 10 usque in 17 desunt 7, que sunt quarta de denarijs tercii, et quarti hominis: ergo inter tercium, et quartum hominem habent denarios 28; de quibus extrahe 8, que remanent tercio homini ex suprascriptis denarijs 18, remanent quarto homini denarij 20: deinde extrahe 8, quos habet tercius de denarijs 19, quos ipse proponit se habere, remanent 11; qui sunt $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis: ergo inter quartum, et quintum hominem habent 55; ex quibus quartus habet 20. Quare remanent quinto homini 35; quibus additis cum denarijs 8 primi hominis faciunt 43; quorum sexta pars, scilicet $\frac{1}{6}$ 7 addita cum denarijs 20 quarti hominis, faciunt denarios $\frac{1}{6}$ 27; qui deberent esse 21: quare in hac secunda particulari positione superant quarto homini $\frac{1}{6}$ 6, qui sunt sexte 37, scilicet 10 sexte, minus quam in prima particulari positione, scilicet de sextis 47. Quare pro 1, quam creuimus secundo homini, adpropinquauimus sextas 10, et restant ad adpropinquandum sexte 37: quare multiplica 1 per 37, et diuides | per 10, exibunt denarij fol. 153 recto.
$\frac{7}{10}$ 3; quos adde cum 10 secundi particularis positionis, reddunt pro denarijs secundi hominis $\frac{7}{10}$ 13. Reliquos uero, qui sunt usque in 18, scilicet $\frac{3}{10}$ 4, habet secundus: quibus inuentis, extrahe $\frac{7}{10}$ 13 secundi hominis de suprascriptis 17, remanent $\frac{3}{10}$ 3, qui sunt quarta de denarijs tercij, et quarti hominis: ergo inter tercium, et quartum hominem habent denarios $\frac{1}{5}$ 13; de quibus extrahe $\frac{3}{10}$ 4 tercij hominis, remanent quarto homini denarij $\frac{9}{10}$ 8: deinde extrahe $\frac{3}{10}$ 4, quos habet tercius de denarijs 19, quos ipse proponit se habere, remanent $\frac{7}{10}$ 4, qui sunt $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis: ergo inter quartum, et quintum hominem habent denarios $\frac{1}{2}$ 73; ex quibus quartus habet $\frac{9}{10}$ 8. Quare remanent quinto homini $\frac{3}{5}$ 64; quibus additis cum denarijs 8 primi hominis, faciunt $\frac{6}{10}$ 72; quorum sexta pars, scilicet $\frac{1}{10}$ 12 addita cum denarijs $\frac{9}{10}$ 8,

Digitized by Google

reddit denarios 21, ut oportet: nam addita $\frac{1}{7}$ de denarijs primi, et secundi hominis, scilicet $\frac{4}{10}$ 3, sunt denarij $\frac{3}{5}$ 64 quinti hominis, faciunt $\frac{7}{10}$ 67; qui debent esse 23. Quare extrahe 23 de denarijs $\frac{7}{10}$ 67, remanent $\frac{7}{10}$ 44; et tot superant quinto homini in hac prima uniuersali positione. Quare in secunda uniuersali positione pone, ut primus habeat 7. Quare inter secundum, et tercium habebunt 21; quibus per elchataieym, secundum suprascriptum ordinem diuisis, inuenies, quod secundus habet $\frac{3}{5}$ 10 ex ipsis 21, et tercio remanet $\frac{2}{5}$ 10: cum quibus duabus portionibus inuenies similiter, quod quartus homo habet $\frac{1}{5}$ 15; et quintus $\frac{4}{5}$ 27; super que si addideris septimam de denarijs 7 primi hominis, et de denarijs $\frac{3}{5}$ 17 secundi; quorum $\frac{1}{7}$ est $\frac{18}{35}$ 2, et erunt $\frac{11}{35}$ 30, que deberent esse 23: quare in hac secunda uniuersali positione superant quinto homini $\frac{11}{35}$ 7, scilicet differentia, que est a 23 usque in $\frac{11}{35}$ 30. In prima enim uniuersali positione superauerunt ei $\frac{7}{10}$ 44: ergo per 1, quem minuimus primo homini in secunda uniuersali positione, adpropinquauit quintus homo ueritati $\frac{27}{70}$ 37, scilicet differentia, que est a $\frac{7}{10}$ 44 usque in $\frac{11}{35}$ 7; et restant ad adpropinquandum ipsi denarij $\frac{11}{35}$ 7. Multiplica ergo $\frac{11}{35}$ 7 per 1, et diuides per $\frac{27}{70}$ 37, exibunt $\frac{512}{2617}$; quas extrahe de denarijs 7 secunde uniuersalis positionis, remanent $\frac{2105}{2617}$ 6; et tot habet primus homo; a quibus usque in 14 desunt $\frac{512}{2617}$ 7, qui sunt tercia de denarijs secundi, et tercij hominis: quare multiplica eos per 3, erunt $\frac{1536}{2617}$ 21; et tot habent inter secundum, et tercium: quos si studueris diuidere inter eos, secundum quod superius fecimus 18, inuenies quod secundus homo habet $\frac{2609}{2617}$ 9, et tercius $\frac{1553}{2617}$ 11; cum quibus inuenies, quod quartus homo habet $\frac{1122}{2617}$ 16, et quintus $\frac{1574}{2617}$ 20.

« in hac .... opportet aliam » (fol. 153 recto, lin. 18-37; pag. 342, lin. 10-33).

$\frac{27}{70}$ 37 — minui 1

$\frac{11}{35}$ 7

primus $\frac{2105}{2617}$ 6

secundus $\frac{2609}{2617}$ 9

tercius $\frac{1553}{2617}$ 11

quartus $\frac{1122}{2617}$ 16

quintus $\frac{1574}{2617}$ 20

De eodem.

Item homines sint 5; et primus eorum petit secundo, et tercio, et quarto terciam denariorum ipsorum, et proponit se habere 14; secundus petit $\frac{1}{4}$ tercio, et quarto, et quinto homini, et habebit 17; tercius quoque petit $\frac{1}{5}$ quarto, et quinto, et primo homini, et habebit 19. Quartus namque petit $\frac{1}{6}$ quinto, primo, et secundo homini, et habebit 21. Quartus uero petit $\frac{1}{7}$ primo, et secundo, et tercio homini, et habebit 23. Queritur, quot unusquisque habeat: pone ut primus habeat 8; quare inter secundum, et tercium, et quartum habebunt 18, scilicet triplum differentie, que est ab 8 usque in 14; que 18 opportet diuidere per elchataieym inter eos tres: pones ad libitum, ut secundus habeat 6 ex ipsis 18; quare remanet tercio, et quarto 12: opportet iterum per elchataieym diuidere inter utrumque: et quia posiciones primi, et secundi hominis false sunt, et opportet aliam falsam positionem tercio homini ponere. Ideo positionem primi hominis primam primi elchataieym appellabis. Positionem uero secundi, primam secundi elchataieym nominabis: deinde, quia in prima | positione secundi elchataieym posuimus, ut secundus habeat 6, opportet ut inter tercium, et quartum, et quintum hominem habeant 44, scilicet quadruplum differentie, que est ab ipsis 6 usque in 17: ex quibus 44, cum tercius et quartus habeant 12, ergo quintus habet 32: deinde opportet, ut per tertium elchataieym diuidas 12 suprascriptum, inter tercium et quartum hominem; ita ut tercius cum petitione, quam petit quarto, et quinto, et primo homini, possit suum habere propositum, scilicet 19; que diuisio dupliciter fit: primum quidem, ut ex 12, que habent inter tercium, et quartum ponas, ut tercius homo habeat aliquam quantitatem; consolabis ipsam per elchataieym, secundum quod

fol. 153 verso

Digitized by Google

superius multiplicationes demonstratum est. Vel aliter: adde 44, que habent inter tercium, et quartum, et quintum hominem cum 8 primi hominis, erunt 52; ex quibus opportet, tot dare tercio homini, ut cum habuerit quintam residui, habeat 19 suprascripta: quare pone in hac prima positione tercii elchataieym, ut tercius homo habeat 2 ex ipsis 52; ergo remanet 50 quarto, et quinto, et primo homini; quorum quinta parte, scilicet 10, addita cum 2 tercii hominis, faciunt 12; que debent esse 19: quare minuunt tercio homini 7. Vnde pone in secunda positione tercii elchataieym, ut tercius habeat 7 ex suprascriptis 52; ergo remanent reliquis tribus 45; quorum quinta parte, scilicet 9, addita cum 7 tercii, faciunt 16; que debent esse 19: ergo in hac secunda positione minuunt tercio 3; et in prima minuerant ei 7: ergo pro 5, que creuimus eidem tercio, appropinquauit ipse ueritati 4; et restant ad appropinquandum 3. Quare multiplicabis 3 per 5, et diuides per 4, exibunt $\frac{3}{4}$ 3; quibus additis cum 7 secunde positionis, faciunt $\frac{3}{4}$ 10; et tot habet tercius homo: uel aliter: quia tercius homo 19, habita quinta parte denariorum quarti, et quinti, et primi hominis; et ipsi quatuor habeant in summa 52, scilicet si auferantur 19 de 52, remanent 33 quarto, et quinto, et primo homini post datione quinte denariorum ipsorum, quam dederunt tercio homini: ergo illa quinta pars fuit $\frac{1}{4}$ residui ipsorum, scilicet de 33: quare $\frac{1}{4}$ de 33, que est $\frac{1}{4}$ 8, est illud, quod dederunt ipsi tercio homini: quibus $\frac{1}{4}$ 8 additis cum 33, reddunt $\frac{1}{4}$ 41, pro denarijs quarti, et quinti, et primi hominis; quibus extractis de 52 supradictis 1, remanent $\frac{3}{4}$ 10 tercio homini, ut per elchataym inuentum est. Residuum uero, quod est usque in 12, scilicet $\frac{1}{4}$ 1, habet quartus, cum inter utrumque habeant 12; super que $\frac{1}{4}$ 1 adde $\frac{2}{3}$ 7, scilicet sextam partem de 32 quinti hominis, et de 8 primi, et de 6 secundi, faciunt $\frac{11}{12}$ 8; qui debent esse 21: ergo in prima positione secundi elchataieym minuunt quarto homini $\frac{1}{12}$ 12. Quare pones in secunda positione eiusdem secundi elchataieym, ut secundus homo habeat 5 ex suprascriptis 18; que ipsi habeant cum tercio, et quarto homine; et sic remanebunt tercio, et quarto 13, quos opportet ut habeant cum quinto homine 48, scilicet quadruplum differentie, que est a 5 usque in 17: ergo quintus habet 35: deinde diuides 13 tercii, et quarti hominis inter eos; ita ut tercius cum sua petitione habeat 19: quam diuisionem facies per duas alias positiones, scilicet per quartum elchataieym, uel per alium suprascriptum modum, qui est pulcrior; et inuenies ex ipsis 13, quod tercius habet $\frac{3}{4}$ 9, et quartus $\frac{1}{4}$ 3; super que $\frac{1}{4}$ 3 adde 8, scilicet sextam de 35 quinti hominis, et de 8 primi, et de 5 secundi, erunt $\frac{1}{4}$ 11, qui deberent esse 21: quare in secunda positione secundi elchataieym minuunt quarto homini $\frac{3}{4}$ 9. In prima enim minuerant ei $\frac{1}{12}$ 12; ergo pro 1, quod minuimus secundo, adpropinquauit quartus ueritati | $\frac{1}{3}$ 2, scilicet differentiam, que est a $\frac{1}{12}$ 12 usque in $\frac{3}{4}$ 9; et restant adpropinquadum ipsa $\frac{3}{4}$ 9: quare multiplica 1 per $\frac{3}{4}$ 9, et diuides per $\frac{1}{3}$ 2, exibunt $\frac{5}{28}$ 4; que extrahe de 5 secunde positionis, remanent $\frac{23}{28}$; et tot habet secundus, cum primus habeat 8: deinde studeas inuenire per quintum elchataieym, uel per alium suprascriptum modum quantitates tercii, et quarti, et quinti hominis; et inuenies, quod tercius habet $\frac{4}{7}$ 5, et quartus $\frac{17}{28}$ 11, et quintus $\frac{15}{28}$ 47; super quas adde $\frac{1}{7}$ de denarijs 8 primi, et de $\frac{23}{28}$ secundi, et de $\frac{4}{7}$ 5 tercii; quorum septima est $\frac{11}{196}$ 2, erunt $\frac{29}{49}$ 49, qui deberent esse 23: ergo in prima positione primi elchataieym superant quinto homini $\frac{29}{49}$ 26: quare pone in secunda positione primi

* petitione .... minu[erant e [fol. 153 verso, lin. 34-38 e 39; pag. 343, lin. 29 34].

fol. 154 recto.

elchataieym, ut primus habeat 7, scilicet uno minus quam in prima; et sic opportebit, ut inter secundum, et tercium, et quartum hominem habeant 21; que studeas diuidere per elchataieym ita: unusquisque cum sua petitione habeat suum propositum numerum, scilicet, quod secundus habeat 17, et tercius habeat 19, et quartus 21; et inuenies, quod secundus ex ipsis 21 habet $\frac{3}{7}$ 1, tercius $\frac{5}{7}$ 6, quartus $\frac{4}{7}$ 12; ex quarum inuentione inuenies, quod quintus habet $\frac{6}{7}$ 41; cum quibus $\frac{6}{7}$ 41 adde septimum de 7 primi, et de $\frac{3}{7}$ 1 secundi, et de $\frac{5}{7}$ 6 tercij, que est $\frac{10}{49}$ 2, erunt $\frac{3}{49}$ 44, quem debent esse 23: quare in hac secunda positione primi elchataieym superant quinto homini $\frac{3}{49}$ 21, et in prima superauerunt ei $\frac{29}{49}$ 26: vnde per 1, quod minuimus primo homini, appropinquauit ipse $\frac{26}{49}$ 5, scilicet differentiam, que est $\frac{29}{49}$ 26 usque in $\frac{3}{49}$ 21; et restant ad appropinquandum ipsa $\frac{3}{49}$ 21: quare multiplica 1 per $\frac{3}{49}$ 21, et diuides per $\frac{26}{49}$ 5, exibunt $\frac{219}{271}$ 3; quas extrahe de 7 secunde positionis, remanet $\frac{52}{271}$ 3; et tot ueraciter habet primus: quibus inuenitis (*sic*) studeas denarios reliquorum per elchataieym, secundum suprascriptum modum inuenire; et inuenies, quod secundus habet $\frac{21}{271}$ 5, tercius $\frac{18}{271}$ 11, quartus $\frac{66}{271}$ 16, quintus $\frac{63}{271}$ 20; et sic studeas operari in similibus questionibus que omnes per elchataieym mirabiliter soluuntur.

* que est $\frac{10}{49}$ 2 .... 30, scilicet » (fol. 154 *recto*, lin. 15-31, pag. 344, lin. 7-26).

$\frac{26}{49}$	minus 1
$\frac{3}{49}$ 21	

primus
$\frac{52}{271}$ 3
secundus
$\frac{21}{271}$ 5
tercius
$\frac{18}{271}$ 11
quartus
$\frac{66}{271}$ 16
quintus
$\frac{63}{271}$ 20

De tribus hominibus, qui habebant denarios.

Tres homines habebant denarios; et primus petit secundo 7, et proponit se habere ter tantum quam ipse: secundus uero petit tercius (*sic*) homini 9, et habebit quater tantum quam ipse: tercius petit primo homini 11, et habebit quinquies tantum quam ipse. Pone quidem, ut primus habeat 17; cum quibus adde 7, que petit secundo, erunt 24; quorum tercia pars, scilicet 8, est residuum, quod remanet secundo homini, cum dederit primo 7: ergo ipse habet 15; cum quibus adde 9, que petit tercio homini, erunt 24; quorum $\frac{1}{4}$ pars, scilicet 6, est residuum, quod remanet tercio, datis 9 secundo homini: quare ipse habet similiter 15; cum quibus adde 11, que petit primo, erunt 26. Et primo remanent 6; que 26 deberent esse 30, scilicet quintuplum de 6, que remanent primo: ergo in hac prima positione minuunt tercio homini 4, que sunt a 26 usque in 30: quare pone in secunda positione, ut primus habeat 14, scilicet 3, minus quam in prima. Quare secundus habet 14, et tercius $\frac{3}{4}$ 14; cum quibus adde 11, que petit primo, remanebunt primo 3; et tercius habebit $\frac{3}{4}$ 25; que $\frac{3}{4}$ 25 deberent esse 15, scilicet quintuplum de 3, que remanent primo: ergo in hac secunda positione superant tercio homini $\frac{3}{4}$ 10. In prima enim minuerant ei 4. Quare adde $\frac{3}{4}$ 10 cum 4, erunt $\frac{3}{4}$ 14: ergo per 3, que minuimus, peruenerunt $\frac{3}{4}$ 14; quid ergo minuemus, ut perueniant 4: multiplica ergo 4 per 3, et diuides per $\frac{3}{4}$ 14, exibunt $\frac{48}{59}$: extrahe de 17 prime positionis, remanebunt | $\frac{11}{59}$ 16; tot habuit primus; cum quibus adde 7, que petit secundo, erunt $\frac{11}{59}$ 23; quorum terciam partem adde cum eisdem 7, erunt $\frac{43}{59}$ 14; et tot habuit secundus; cum quibus adde 9, quos petit tercio, erunt $\frac{43}{59}$ 23 super quartam partem; quorum adde ipsa 9, erunt $\frac{55}{59}$ 14; et tot habuit tercius: ex hac enim manerie multae et uarie questiones proponi possunt.

* 4, que sunt .... homini $\frac{3}{4}$ 10 » (fol. 154 *recto*, lin. 32-35; pag. 344, lin. 27 e 28-32).

$\frac{3}{4}$ 14	3
4	

fol. 154 *verso*.

* In prima .... remanebunt » (fol. 154 *recto*, lin. 37-39; pag. 344, lin. 32-35).

primus
$\frac{11}{49}$ 16
Secundus
$\frac{43}{59}$ 14
tercius
$\frac{55}{59}$ 14

Aliter.

Extractis quidem ex denarijs primi 11, quos tercius petit ei; et ex denarijs secundi 7, quos primus petit ei; et ex denarijs tercii 9, quos ei petit secundus, hoc quod remanebit unicuique uocetur residuum ipsius: deinde quia primus cum 7 de denarijs secundi

Digitized by Google

habet triplum residui ipsius secundi; ergo residuum primi cum denariis 11 suprascriptis, et cum ipsis 7, scilicet cum 18, est triplum similiter residui secundi hominis: similiter inuenies, quod residuum secundi hominis cum denarijs 7, et cum denarijs 9 suprascriptis, scilicet cum 16, est quadruplum residui tercii hominis. Et residuum tercii hominis cum denarijs 9, et cum denarijs 11, scilicet cum denarijs 20, est quintuplum residui primi hominis. Et quoniam residuum primi cum denarijs 18 est triplum residui secundi; tercia pars residui primi cum $\frac{1}{3}$ de denarijs 18, scilicet cum 6, est quantum residuum secundi. Item quia residuum secundi cum denarijs 16 est quadruplum residui tercii; quarta pars residui secundi cum $\frac{1}{4}$ de 16, scilicet cum 4, est quantum residuum tercii. Rursum quia residuum tercii cum denarijs 20 est quintuplum residui primi hominis; quinta pars residui tercii cum $\frac{1}{5}$ de 20, scilicet cum 4, est quantum residuum primi. Et quantum $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 6 est quantum residuum secundi; et $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 est quantum residuum tercii hominis: si de residuo secundi hominis auferatur $\frac{1}{4}$ ipsorum, et denarij 4, remanebit $\frac{1}{3}$ residui primi hominis cum denarijs 6, equalis de $\frac{3}{4}$ residui secundi, minus denarijs 4, et de residuo tercii hominis. Quare si in utraque portione addantur denarij 4, erit $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 10 quantum $\frac{3}{4}$ residui secundi cum residuo tercii. Similiter quia $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 est quantum residuum tercii hominis; et $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4 est quantum residuum primi hominis; si de utraque portione auferatur $\frac{1}{5}$ residui tercii, et denarij 4, remanebit $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 quantum $\frac{4}{5}$ residui tercii, minus denarijs 4 cum residuo primi hominis. Vnde si in utraque portione addantur denarij 4, erit $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 8 quantum $\frac{4}{5}$ residui tercii cum residuo primi. Rursum quia $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4 est quantum residuum primi hominis; et $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 6 est quantum residuum secundi; si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{3}$ residui primi, et denarij 6, remanebit $\frac{1}{5}$ residui primi quantum $\frac{2}{3}$ residui secundi, minus denarijs 6 cum residuo secundi: vnde si super utramque portionem addantur denarij 6, erit $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 10 quantum $\frac{2}{3}$ residui primi cum residuo secundi. Et quoniam $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 10 est quantum $\frac{3}{4}$ residui secundi cum resisiduo (*sic*) tercii; si super utramque portionem addantur 20, erit $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 30 quantum $\frac{3}{4}$ residui secundi cum residuo tercii, et cum denarijs 20. Ostensum est autem, quod residuum tercii cum denarijs 20 sunt quinquies tantum quia (*sic*) residuum primi hominis; ergo residuum primi cum denarijs 30 sunt $\frac{3}{4}$ residui secundi cum quinquies residuum primi, scilicet cum $\frac{15}{3}$ ipsius. Vnde si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{3}$ residui primi, denarij 30 erunt $\frac{3}{4}$ residui secundi, et $\frac{14}{3}$ residui primi. Rursum quia $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 8 sunt $\frac{4}{5}$ residui tercii cum denarijs primi; si super utramque portionem addantur denarij 18, erit $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 8, et 18, scilicet cum 26, quantum | $\frac{4}{5}$ residui tercii cum residuo primi, et cum denarijs fol. 135 recto
18. Ostensum est autem, quod residuum primi cum denarijs 18 sunt triplum de residuo secundi; quare $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 26 sunt $\frac{4}{5}$ residui tercii, et triplum, scilicet $\frac{12}{4}$ residui sui: quare si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{4}$ residui secundi, remanebunt $\frac{4}{5}$ residui tercii cum $\frac{11}{4}$ residui secundi, denarij 26. Aduc quia $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 10 est quantum $\frac{2}{3}$ residui primi cum residuo secundi; si super

Digitized by Google

utramque portionem addantur denarij 16, erit $\frac{1}{5}$ residui tercij cum denarijs 10, et cum 16, scilicet cum 26, quantum $\frac{2}{3}$ residuo primi cum residuo secundi, et cum denarijs 16: est enim residuum secundi cum denarijs 16 quadruplum de residuo tercii: quare $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 26 sunt $\frac{2}{3}$ residui primi, et quaduplum, scilicet $\frac{20}{5}$ residui sui. Quare si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{5}$ residui tercii, remanebunt $\frac{2}{3}$ residui primi cum $\frac{19}{5}$ residui tercii esse denarios 26: et quoniam $\frac{14}{3}$ residui primi cum $\frac{3}{4}$ residui secundi sunt denarij 30; et $\frac{11}{4}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii sunt denarij 26; et $\frac{19}{5}$ residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui primi sunt similiter denarij 26; oportet, ut habeas equas proportiones in omnibus, ut redigantur partes primi, et secundi, ita ut sint 26 sicut sunt alie; quod facies sic: 4, in qua 30 excedit 26, diuide per 30, exibunt $\frac{2}{15}$: et quoniam $\frac{14}{3}$ residui primi cum $\frac{3}{4}$ residui secundi sunt denarij 30; ergo $\frac{2}{15}$ de $\frac{14}{3}$ residui primi, scilicet $\frac{28}{45}$, et $\frac{2}{15}$ de $\frac{3}{4}$ residui secundi, scilicet 10, erunt $\frac{2}{15}$ de denarijs 30, scilicet de denarijs 4: quare si de $\frac{14}{3}$ residui primi auferatur $\frac{28}{45}$ residui ipsius; et de $\frac{3}{4}$ residui secundi auferatur $\frac{1}{10}$ residui ipsius $\frac{182}{45}$, residui primi cum $\frac{13}{20}$ residui secundi, remanebunt denarij 26: ergo $\frac{182}{45}$ residui primi cum $\frac{13}{20}$ residui secundi sunt quantum $\frac{11}{4}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercij. Quare si de $\frac{11}{4}$ residui secundi auferatur $\frac{13}{20}$ residui ipsius, remanebunt $\frac{182}{45}$ residui primi quantum $\frac{21}{10}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii. Ex $\frac{11}{4}$ residui secundi extrahuntur $\frac{13}{20}$ sic: ex $\frac{11}{4}$ fiant uigesimi, et sunt $\frac{55}{20}$; ex quibus, extractis $\frac{13}{20}$, remanent $\frac{42}{20}$, scilicet $\frac{21}{10}$. Item quia $\frac{11}{4}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii sunt quantum $\frac{19}{5}$ residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui secundi, scilicet 26. Si de $\frac{19}{5}$ residui tercii auferatur $\frac{4}{5}$ residui ipsius, $\frac{11}{4}$ residui secundi, quantum triplum residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui primi: qua ratione inueniendum est de $\frac{21}{10}$ residui secundi, que partes sint de residuo tercii primi. Sunt enim, ut diximus, $\frac{11}{4}$ residui secundi quantum triplum residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui primi. Quare $\frac{21}{10}$ residui secundi, scilicet $\frac{42}{20}$ cum sint $\frac{42}{55}$ de $\frac{11}{4}$ residui secundi, scilicet ex $\frac{55}{20}$, erunt $\frac{42}{55}$ de triplo residui tercii, et de $\frac{2}{3}$ residui tercii $\frac{42}{55}$ de triplo residui tercii sunt $\frac{126}{55}$, et $\frac{42}{55}$ de $\frac{2}{3}$ residui primi sunt $\frac{28}{55}$ residui ipsius: et quoniam $\frac{182}{45}$ residui primi sunt quantum $\frac{21}{10}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii, erunt similiter $\frac{182}{45}$ residui primi quantum $\frac{126}{55}$ residui tercii cum cum (*sic*) $\frac{28}{55}$ residui sui, et cum $\frac{4}{5}$ residui tercii. Nam $\frac{126}{55}$, et $\frac{4}{5}$ residui tercii sunt $\frac{34}{11}$ residui tercii cum $\frac{28}{55}$ residui sui. Quare si de $\frac{182}{45}$ auferatur $\frac{28}{55}$, remanebunt $\frac{350}{99}$ residui primi quantum $\frac{34}{11}$ residui tercii. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{350}{99}$ unius sint $\frac{34}{11}$ alterius; quos inuenies sic: quia 99 et 11, qui sunt sub uirgulis, diuiduntur integraliter per 11; multiplica $\frac{1}{11}$ de 99, scilicet 9 per 34, et $\frac{1}{11}$ de 11, scilicet 1, per 350, et habebis pro primo numero 306; et pro secundo, scilicet pro numero residui tercii hominis, 350. Et quoniam residuum tercii cum denarijs 20 est quincuplum de residuo primi, multiplica 306 per 5, erunt 1530; de quibus extrahe
fol. 155 verso. 350, remanent 1118; quos diuide | per denarios 20 suprascriptos, exibunt 59; in quo 59 diuide 306, et 350, exibunt pro residuo primi hominis denarij $\frac{11}{59}$ 5; cum quibus adde denarios 11, quos primus dat tercio, erunt $\frac{11}{59}$ 16; et tunc habet pro residuo tercii $\frac{55}{59}$ 5; cum quibus adde denarios 9, quos ipse dat secundo, erunt $\frac{55}{59}$ 14; et tot habet tercius: et quoniam primus cum denarijs 7 secundi habet ter tantum quam secundus; adde 7 super $\frac{11}{59}$ 16, erunt $\frac{11}{59}$ 23 super tertiam partem quorum, scilicet super $\frac{43}{59}$ 7, si addideris ipsos 7, habebis $\frac{43}{59}$ 14 pro denarijs secundi. Eadem enim questio est

Digitized by Google

de tribus omnibus (*sic*) qui tres bursas denariorum reperierunt. In prima quarum erant denarij 18; in secunda denarij 16; in tercia denarij 20; et primus cum prima bursa haberet ter tantum quam secundus. Secundus cum secunda quater tantum quam tercius: tercius cum tercia quinquies tantum quam primus. Primus habet, ut prediximus, $\frac{44}{59}$ 5; secundus $\frac{43}{59}$ 7; tercius $\frac{33}{59}$ 5: aliter promptius: quoniam ostensum est superius, quod $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 6 est quantum residuum secundi. Quarta pars tercie partis residui primi, scilicet $\frac{1}{12}$ residui primi cum $\frac{1}{4}$ de denarijs 6, scilicet cum $\frac{1}{2}$ 1, est quantum quarta pars residui secundi. Vnde, si utrique portionis (*sic*) addantur denarij 4, erit $\frac{1}{12}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{2}$ 5 quantum $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4. Verum $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 ostensa est, equalem esse de residuo tercii hominis. Quare $\frac{1}{12}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{2}$ 5 est quantum residui tercii. Quare $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{12}$, scilicet $\frac{1}{60}$ residui primi cum $\frac{1}{5}$ de denarijs $\frac{1}{2}$ 5, scilicet cum $\frac{1}{10}$ 1, est quantum $\frac{1}{5}$ residui tercii: quare si addantur utrique portioni denarij 4, erit $\frac{1}{60}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{10}$ 5 quantum $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4. Verum $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4 est quantum residuum primi hominis. Quare $\frac{1}{60}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{10}$ 5 est quantum residuum eiusdem primi. Quare si communiter auferatur $\frac{1}{60}$ residui primi, remanebunt $\frac{59}{60}$ residui primi quantum denarij $\frac{1}{10}$ 5. Quare inuenies numerum, cuius $\frac{59}{60}$ sint $\frac{1}{10}$ 5. Multiplicabis ergo 60 per $\frac{1}{10}$ 5, et diuides per 59, exibunt $\frac{44}{59}$ 5 pro residuo primi hominis. Et nota, cum tres homines inueniunt tres bursas, in prima quarum sunt 18, et in secunda 16, et in tercia 20; et primus cum primo habeat triplum secundi; secundus cum secunda quadruplum tercii; tercius cum tercia quintuplum primi; tunc primum residuum quantitas denariorum primi; secundum secundi; tercium tercii hominis. Cuius maneriei ei (*sic*) solutiones in quarta parte duodecimi capituli proprias regulas demostratas inuenies.

De tribus hominibus.

Tres homines equum emere uolebant; et primus petit secundo $\frac{1}{2}$, et tercio $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; et proposuit ipsum equum emere. Secundus petiit tercio $\frac{1}{4}$, et primo $\frac{1}{5}$: tercius namque petiit primo $\frac{1}{6}$, et secundo $\frac{1}{7}$: pone quidem, quod primus habeat 30, in quibus reperiuntur $\frac{1}{5}$, quam petiit sibi secundus, et $\frac{1}{6}$, quam petiit sibi tercius; quia positionem firmam senper habere necesse est: deinde pone in prima positione, quod secundus habeat 70, cum in ipsis reperiatur $\frac{1}{2}$, quod petiit ei primus, et $\frac{1}{7}$ petiit ei tercius: deinde cumsidera, quid primus, et secundus petant tercio. Nam primus petit ei $\frac{1}{3}$, et secundus $\frac{1}{4}$: ergo primus petit ei $\frac{1}{12}$ plus quam secundus, scilicet superhabundantiam, que est a $\frac{1}{3}$ usque in $\frac{1}{4}$: quo intellecto adde petitionem super 30, quia (*sic*) petit primus secundo, scilicet $\frac{1}{2}$ de 70. Et adde super 70 petitionem, quia secundus petit primo, scilicet $\frac{1}{5}$, erunt 76; sunt 11 magis quia (*sic*) 65; que 11 sunt $\frac{1}{12}$ de bizantijs tercii hominis: ergo tercius homo habet duodecies 11, scilicet | 132; et sic primus, et secundus possunt equum emere, hoc est cum eorum petitionibus habebunt unum, et eundem numerum. Verbi gratia: ergo primus, qui habet 30 cum $\frac{1}{2}$ de 70 secundi, et cum $\frac{1}{3}$ de 132 tercii, habet 109. Secundus uero, qui habet 70 cum $\frac{1}{4}$ de 132 tercii, et cum $\frac{1}{5}$ de 30 primi, habet similiter 109, que ponantur esse pretium equi: deinde adde super 132 tercii $\frac{1}{6}$ de bizantijs 30 primi, et $\frac{1}{7}$ de bizantijs 70 secundi, erunt 147, scilicet 38, plus pretio equi: ergo in hac prima positione fol. 156 recto.

Digitized by Google

superant tercio homini 38: quare pones in secunda positione, ut secundus habeat 56, scilicet 14, minus quia (*sic*) in prima; et inuenisse suprascripta ratione, quod tercius habebit 48, et pretium equi est 74, et minuunt ei 13 in secunda positione: ergo per 14, que minus (*sic*) tercio homini, minuunt eidem 38, que superant ei in prima positione, et 13, que minuunt ei in secunda, hoc est 51: quare multiplicabis 14 per 38, et diuides per 51, et extrahe illud quod exierit de 70 prime positionis; uel multiplica 14 per 13, et diuides per 51; et quod exierit addes super 56 secunde positionis, quod est pulcrius, erunt $\frac{29}{51}$ 59; et tot habet secundus; per quam inuentionem inuenisse (*sic*) suprascripta ratione, quod tercius habet $\frac{21}{51}$ 69; et pretium equi est $\frac{47}{51}$ 82; quos numeros, si in integrum habere uolueris, multiplica unumquemque eorum per 51; et habet primus 1530; secundus 3038; tercius 3540; equus 4229.

Aliter per regulam proportionum.

Qoniam (*sic*) primus cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, et cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantii, et cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, scilicet pretium equi; si ex utraque parte auferatur $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, remanebit primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii, equalis dimidio bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Item si ab utraque parte auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii quartum (*sic*) $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii. Vnde si ab utraque parte auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Rursum quia tercius homo cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi habet quantum primus cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii; vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii remanebunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii hominis cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi, equales de bizantijs primi cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi, remanebunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii quantum $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi cum $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi. Nam extracta $\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{2}$, remanet $\frac{5}{14}$. Et quoniam $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{1}{8}$ de $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii, erit $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{5}{48}$, et $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{5}{112}$. Ostensum est enim, quod $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii sunt quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi; sed $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii est $\frac{5}{48}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{112}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{4}{5}$, et $\frac{5}{48}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{217}{240}$ cum $\frac{5}{112}$ bizantiorum secundi, sunt quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Quare extractis $\frac{5}{112}$ bizantiorum secundi de $\frac{1}{2}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{217}{240}$ bizantiorum primi quantum $\frac{51}{112}$ bizantiorum secundi. Quare pro bizantijs primi et secundi reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{217}{240}$ unius sint $\frac{51}{112}$ bizantiorum ipsius; quos inuenies sic: quia 240, et 112, que sunt sub uirgulis, diuiduntur integraliter per 8; multiplica $\frac{1}{8}$ de 240, scilicet 30 per 51, et $\frac{1}{8}$ de 112, scilicet 14 per 217, et habebis 1530, et 3038. Rursum quia demonstratum est, quod $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi est $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii; ergo $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi, cum sint $\frac{5}{7}$ medietatis bizantiorum secundi, erunt $\frac{5}{7}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{7}$ de $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii, hoc est $\frac{4}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{84}$ bizantiorum tercii: set $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{14}$ bizantiorum
fol. 156 verso. secundi, que $\frac{5}{14}$ bizantiorum | secundi, cum sint $\frac{4}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{84}$ bizantiorum

Digitized by Google

tercii, erunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii $\frac{4}{7}\frac{8}{9}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{59}{42}$, et $\frac{5}{14}$ bizantiorum suorum. Quare si de $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii auferatur $\frac{5}{14}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{59}{42}$ bizantiorum primi, $\frac{17}{28}$ bizantiorum tercii: quare pro bizantijs primi, et tercii reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{42}$ unius sint $\frac{17}{28}$ alterius. Quare multiplicabis $\frac{1}{14}$ de 42, scilicet 3 per 17, et $\frac{1}{14}$ de 28, scilicet 2 per 59; et habebis pro primo numero 51; et pro numero tercii hominis 118: et quia superius pro numero primi hominis inuenimus 1530; et est sicut 51 ad 118, ita 1530, silicet primi, ad bizantios tercii. Quare, ut habeas bizantios tercii, multiplicabis 118 per 1530, et diuides per 51, scilicet $\frac{1}{51}$ de 1530, scilicet 30, multiplica per 118, et habebis pro bizantijs tercii hominis 3540. Vel si bizantios secundi hominis, scilicet 3038, uis redigere in portionem inuentam, quam primus habeat ad tercium, scilicet cum primus habet 51, et tercius habet 118, multiplica 51 per 3038, et diuide per 1530, hoc est 3038 diuides per $\frac{1}{51}$ de 1530, scilicet per 30, exibunt pro bizantijs secundi hominis $\frac{4}{15}$ 101: que cum non sint in integra, habeantur 1530 pro bizantijs primi hominis, et 3038 pro bizantijs secundi, et 3540 pro bizantijs tercii: deinde ut inuenias pretium equi super bizantios primi hominis, scilicet super 1530, adde $\frac{1}{2}$ de bizantijs secundi, scilicet 1519, et $\frac{1}{3}$ de bizantijs tercii, scilicet 1180; et habebis pro precio equi bizantios 4229, ut per elchataym inuenimus. Inuentis quidem bizantijs 1530 primi hominis, 3038 et secundi, possumus bizantios tercii aliter reperire, scilicet cum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii sint $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi; si de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, scilicet de 1519, auferantur $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, scilicet 1224, remanet 295 pro $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii: quare multiplicatis 295 per 12, reddunt bizantios 3540, ut pro bizantijs tercii inuentum est. Satis per hoc quod dictum est de elchataym, et de regula augmenti et diminutionis, atque propositioni (*sic*) materiam soluendi omnes questiones haberi potest. Vnde positionis (*sic*) quarumdam questionum solutas deinceps ponere disposuimus.

De quatuor hominibus.

Si homines fuerint 4; et primus petat secundo $\frac{1}{2}$; tercio $\frac{1}{3}$; et quarto $\frac{1}{4}$; et posuit equum emere, secundus petit tercio $\frac{1}{4}$, et quarto $\frac{1}{5}$, et primo $\frac{1}{6}$; tercius namque quarto $\frac{1}{6}$, primo $\frac{1}{7}$, secundo $\frac{1}{8}$. Quartus quoque petit primo $\frac{1}{8}$, secundo $\frac{1}{9}$, tercio 10: primus habet 8569848; secundus 21741336; tercius 26955060. Quartus 29657460; equus 35839901.

Ex quibus hominibus equum emere uolentibus primus et secundus petunt tercio, et quarto $\frac{1}{3}$ bizantiorum ipsorum; et proponunt ipsum emere. Secundus uero, et tercius petunt quarto, et quinto $\frac{1}{4}$: tercius quoque, et quartus petunt quinto, et primo $\frac{1}{5}$. Quartus namque, et quintus petunt primo, et secundo $\frac{1}{6}$. Quintus autem, et primus petunt secundo, et tercio $\frac{1}{7}$: primus habet 980; secundus 850; tercius 1117; quartus 956; quintus 1260; precium equi est bizantij 2521.

Quinque homines denarios habentes inuenerunt bursam denariorum; ex quibus primus cum bursa habet duplum secundi et tercii; secundus triplum tercii, et quarti; tercius quadruplum quarti, et quinti; quartus quincuplum quinti, et primi. Quintus sexcuplum primi secundi: primus habet 1; secundus 561; tercius 821. Quartus 287. Quintus 609; bursa 2763.

De quatuor hominibus et una bursa.

Item homines sint quatuor; et primus cum bursa habeat duplum secundi, et tercii; secundus triplum tercii, et quarti; tercius quaduplum quarti, et primi. Quartus si-

militer cum bursa habet quincuplum primi, et secundi: hec questio insolubilis est, nisi concedatur, primum hominem habere debitum, et sic in minoribus numeris secundus habet 4, tercius 1, quartus 4, bursa 11; et debitum primi hominis est 1; et sic primus

fol. 157 recto

cum bursa habet 10, scilicet | duplum secundi, et tercii: secundus quoque cum bursa habet 15: scilicet triplum tercii, et quarti; et tercius cum bursa habet quaduplum quarti, et primi: quia si de 4, que habet quartus, auferatur debitum primi, remanebunt 3; et tot dicuntur habere inter quartum, et primum hominem. Quartus autem cum bursa habet 15, que sunt quincuplum primi, et secundi, ut opportet. Et si uis congnoscere hanc questionem sine debito primi hominis insolubilem esse, hoc scire poteris per inuestigationem proporcionum ipsorum, quem habent ad inuicem inter se. Nam quia primus cum bursa habet duplum secundi, et tercii; medietas primi, et bursæ est quantitas secundi, et tercii. Similiter habetur ex adiacentibus, quod tercia secundi, et burse est quantitas tercii, et quarti. Adhuc et quarta tercii, et burse est quantitas quarti et primi; nec non est quinta quarti, et burse est quantitas primi et secundi. Et quoniam medietas primi, et burse est quantitas secundi, et tercii. Si communiter adiungatur quantitas quarti, et primi, erit quantitas denariorum quatuor hominum, equalis de $\frac{3}{2}$ denariorum primi, et de $\frac{1}{2}$ burse, et ex denarijs quarti hominis. Rursus quia $\frac{1}{3}$ secundi, et burse est quantitas tercii, et quarti. Si communiter adiungantur denarij secundi et primi, erunt denarij illorum quatuor equales de $\frac{4}{3}$ denariorum secundi, et de $\frac{1}{3}$ burse, et de denarijs primi. Nam denarii illorum quatuor inuenti sunt esse $\frac{3}{2}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse, et quantum denarii quarti hominis. Ergo $\frac{1}{2}$ burse, et $\frac{3}{2}$ primi cum denarijs quarti sunt quantum $\frac{4}{3}$ secundi, et $\frac{1}{3}$ burse, et $\frac{3}{3}$ primi. Si communiter aufferatur $\frac{1}{3}$ burse, et $\frac{3}{3}$ primi, scilicet denarij eius, remanebunt $\frac{4}{3}$ denariorum secundi equales de $\frac{1}{6}$ burse, et de $\frac{1}{2}$ primi, et de denariis quarti. Quare $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{3}$ denariorum secundi, scilicet denarij ipsius, sunt $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{8}$ burse, et $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti: serua hec demum, ut inuenias proportionem denariorum tercii ad denarios burse, et primi et quarti hominis; accipe $\frac{1}{4}$ denariorum tercii hominis, et burse, qui equantur denarijs quarti et primi; et adde utrique parti denarios secundi, et tercii, et erunt omnes denarij quattuor hominum equales de $\frac{5}{4}$ denariorum tercii, et de $\frac{1}{4}$ burse, et de denarijs secundi hominis. Sed denarii secundi hominis super $\frac{1}{8}$ burse, et $\frac{3}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti. Ergo $\frac{5}{4}$ denariorum tercii cum $\frac{3}{8}$ burse, et cum $\frac{3}{8}$ primi, et cum $\frac{3}{4}$ denariorum quarti, sunt sunt (*sic*) quantum summam denariorum quattuor hominum. Quam summam inuenimus esse quantum $\frac{3}{2}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ burse, et cum denarijs quarti hominis: ergo $\frac{5}{4}$ tercii, $\frac{3}{8}$ primi et burse cum $\frac{3}{4}$ denariorum quarti sunt quantum $\frac{3}{2}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse cum denarijs quarti. Quare si communiter aufferantur $\frac{3}{8}$ burse, et primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti, remanebunt $\frac{5}{4}$ denariorum tertii equales coniuncto ex $\frac{1}{8}$ burse, et ex $\frac{9}{8}$ primi, et ex $\frac{1}{4}$ denariorum. Quare $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{4}$ denariorum tercii, scilicet denarij eius, sunt $\frac{4}{5}$ ex $\frac{1}{8}$ burse; et ex $\frac{9}{8}$ primi, et ex $\frac{1}{4}$ denariorum quarti, hoc est, quod denarij tercii hominis sunt $\frac{1}{10}$ burse, et $\frac{9}{10}$ primi, et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti: serua hec, et accede ad inuentionem proportionis quarti, cuius $\frac{1}{5}$ et burse est quantitas primi, et secundi: si communiter addantur denarii tercii et quarti, erunt $\frac{6}{5}$ denariorum quarti cum $\frac{1}{5}$ burse, et cum denariis tercii quantum est summa denariorum quattuor hominum, hoc est quantum sunt $\frac{3}{2}$

« Si communiter .... $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{3}$ » (fol. 157 *recto*, lin. 13-21; pag. 350, lin. 18-25).

primi	burse	quarti
$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
1	$\frac{1}{3}$	

« scilicet $\frac{4}{3}$ .... secundi hominis » (fol. 157 *recto*, lin. 22-26; pag. 350, lin. 25-30).

secundus habet	burse	primi	quarti
	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$

« remanebunt .. proportionis » (fol. 157 *recto*, lin. 22 e 33-36; pag. 350, lin. 36-40).

tercius habet	burse	primi	quarti
	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{5}$

Digitized by Google

primi, et $\frac{1}{2}$ burse cum | denariis quarti. Auferatur itaque communiter $\frac{1}{5}$ burse, et denarij quarti, remanebit $\frac{4}{5}$ denariorum quarti cum denarijs tercii quantum $\frac{11}{10}$ primi, et $\frac{3}{10}$ burse. Sed denarii tercii sunt $\frac{9}{10}$ primi, et $\frac{1}{10}$ burse, et $\frac{1}{5}$ quarti hominis; ergo $\frac{3}{5}$ quarti hominis cum $\frac{9}{10}$ primi, et cum $\frac{1}{10}$ burse sunt quantum $\frac{11}{10}$ primi, et $\frac{3}{10}$ burse. Communiter auferantur $\frac{9}{10}$ primi, et $\frac{1}{10}$ burse, remanebunt $\frac{1}{5}$ primi cum $\frac{1}{5}$ burse quantum $\frac{2}{5}$ denariorum quarti. Quare $\frac{5}{2}$ de $\frac{2}{5}$ denariorum quarti, scilicet denarij ipsius, sunt $\frac{5}{2}$ de $\frac{1}{5}$ denariorum primi, scilicet $\frac{1}{2}$ denariorum ipsius; et sunt $\frac{5}{2}$ de $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{1}{2}$ denariorum burse. Ergo denarij quarti hominis sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et $\frac{1}{2}$ burse. Communiter adiungantur denarii quarti, erunt $\frac{3}{2}$ denariorum primi cum $\frac{3}{2}$ burse, et cum denarijs quarti quantum est duplum denariorum quarti. Set $\frac{3}{2}$ primi cum $\frac{3}{2}$ burse cum denarijs quarti sunt quantum est summa denariorum quattuor hominum. Quare duplum denariorum quarti sunt quantum eadem summa; ergo denarij quarti hominis sunt dimidium ipsius summe. Ostendam rursus, secundum hominem habere aliam medietatem eiusdem summe sic: sunt enim omnes denarij secundi $\frac{1}{8}$ burse, et $\frac{1}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti. Nam omnes denarii quarti hominis sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et $\frac{1}{2}$ burse. Quare $\frac{3}{4}$ denariorum quarti sunt $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{8}$ burse: ergo omnes denarij secundi sunt $\frac{1}{8}$, et $\frac{3}{8}$, scilicet $\frac{1}{2}$ primi, et $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$, scilicet $\frac{1}{2}$ burse, sicuti sunt denarij quarti hominis. Quare denarij secundi, et quarti sunt summa denariorum ipsorum quattuor hominum; quod est inconueniens, nisi habeat unus ex reliquis, scilicet primus, uel tercius, debitum, quod erit equali capitali alterius; quia addito ipso capitali cum denarijs secundi, et quarti; et ex summa extracto debito alterius, nimirum remanebit summa denariorum secundi, et quarti, que est summa denariorum quattuor hominum. Et quoniam uidetur, secundum habere maiorem proportionem ad idem quam secundus, et tercius, congnoscitur iterum hec questio esse insolubilis sine debito alicuius eorum. Nam denarij secundi hominis super $\frac{1}{2}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse: sed denarij secundi, et tercij suut tantum $\frac{3}{2}$ primi, et burse; quod uidetur incongruum, ut predixi. Sed hoc saluabitur ita: si de $\frac{1}{2}$ burse extrahant $\frac{1}{2}$ ex debito primi, remanebunt denarij secundi. Item si de $\frac{3}{2}$ burse extrahatur $\frac{3}{2}$ tantum primi, remanebunt denarij secundi, et tercii hominis. Nam cum $\frac{3}{2}$ primi sint semel denarij ipsius, plus de $\frac{1}{2}$ denariorum eiusdem, congnoscitur, tercium hominem habere quantitatem debiti primi hominis. Set, ut inuenias huius questionis solitionem (*sic*), adde $\frac{1}{8}$ burse, et $\frac{3}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ quarti cum $\frac{1}{10}$ burse, et cum $\frac{9}{10}$ primi, et cum $\frac{1}{5}$ quarti hominis, scilicet denarios secundi, et tercii, erunt $\frac{9}{40}$ burse, et $\frac{51}{40}$ primi, et $\frac{19}{20}$ quarti, pro denarijs secundi, et tercii. Set denarij secundi, et tercii sunt $\frac{3}{2}$ primi, et bursa; ergo $\frac{9}{40}$ burse, et $\frac{51}{40}$ primi, cum $\frac{19}{20}$ quarti sunt $\frac{3}{2}$ primi, et burse. Et quoniam denarij quarti hominis sunt $\frac{1}{2}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse; erunt ergo $\frac{19}{20}$ denariorum quarti, equales de $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et de $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et de $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$ denariorum burse: ergo $\frac{9}{40}$, et $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{7}{10}$ burse, cum $\frac{51}{40}$, et $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet cum $\frac{7}{4}$ primi, sunt quantum $\frac{3}{2}$ primi, et burse; quod etiam uidetur | incongruum, cum $\frac{7}{10}$ burse sint plus de $\frac{1}{2}$ eiusdem; et $\frac{7}{4}$ primi sint similiter plus $\frac{3}{2}$ ipsius. Set quia uolo, primum hominem habere debitum, erit id quod remanet ex $\frac{7}{10}$ burse, extractis inde $\frac{7}{4}$ ex debito primi, equale ei quod remanet ex $\frac{3}{2}$ burse, extracto inde $\frac{3}{2}$ ex debito primi. Quare si ex $\frac{7}{4}$ debiti primi hominis aufferatur $\frac{3}{2}$ eiusdem, et ex

fol. 157 verso.

fol. 158 recto.

Digitized by Google

$\frac{7}{10}$ burse aufferatur $\frac{1}{2}$ eiusdem, remanebunt $\frac{11}{5}$ debiti primi hominis equales $\frac{4}{5}$ denariorum burse. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{11}{5}$ unius sint $\frac{4}{5}$ alterius; eruntque 11 pro debito primi, et 11 pro denariis burse, ut predixi. Quare si addatur debitum primi cum bursa, erunt 10; quorum dimidium, scilicet 5, habent inter secundum, et tercium; ex quibus tercius habet 1, cum habeat quantitatem ex debito primi. Quare secundus habet 4, et quartus habet totidem, cum denarij sui equentur denarijs tercii, ut superius inuenimus.

Incipit capitulum quartum decimum.

In reperiendis radicibus quadratis et cubicis, et de multiplicatione, et diuisione, seu extractione earum inter se, et de tractatu binomiorum et recisorum, et eorum radicum.

Liceat mihi in hoc de radicum capitulo quedam necessaria, que claues dicuntur, inserere; que cum sint in secundo euclidis apertis demonstrationibus demonstrata, sufficit super diffinitiones earum hoc tantum secundum numerum procedere. Prima quarum est, cum numerus diuiditur in quaslibet partes, erunt multiplicationes ipsarum partium in totum numerum diuisum, insimul coniuncte, equales quadrato numeri diuisi, scilicet multiplicationi eiusdem numeri in se. Verbi gratia: sint 10 diuisa in 2, et 3, et 5. Dico, quod multiplicationes binarii, et ternarii, et quinarii in 10, scilicet 20, et 30, et 50, equantur multiplicationi de 10 in se, hoc est 100. Item si numerus aliquis diuidatur in partes; et multiplicetur unaqueque pars per aliquem alium numerum, et multiplicaciones omnes insimul iungantur, equabuntur multiplicationi diuisi numeri in alium numerum: ut si 10 diuidantur in supra dictas partes, et multiplicentur ipse partes in alium quemlibet numerum, ut dicamus in 12; et ipse multiplicationes coniungantur, scilicet 24, et 36, et 60, nimirum 120, scilicet multiplicationi de 10 in 12, equabuntur. Item si numerus diuidatur in duas quaslibet partes, erit multiplicatio uniuscuiusque partis in se cum duplo multiplicationis unius partis in aliam, equalis quadrato totius numeri: ut si diuidatur 12 in 5, et in 7, erit multiplicatio de 5 in se 25, et de 7 in se 49; et duplum de 5 in 7 sunt 70: quibus insimilibus (*sic*) iunctis, faciunt 144, scilicet multiplicationem totius numeri in se. Rursus si numerus diuidatur in duas partes, erit duplum multiplicationis unius partis in totum numerum cum quadrato alterius partis, equale multiplicationi eiusdem prime partis in se, et quadrato totius numeri. Vt si 12 diuidantur in 4, et 8, duplum multiplicationis de 4 in 12 cum occies octo, scilicet 96, et 64, qui faciunt 160, equantur multiplicationi de 4 in se, que est 16, et de 12 in se, que est 144. Adhuc si numerus diuidatur in duas partes equales, et in totidem inequales, erit multiplicatio minoris partis per maiorem cum quadrato numeri, qui est a minori parte usque ad medietatem totius numeri diuisi, equalis
fol. 158 verso. quadrato dicte medietatis. Vt si 12 | diuidatur in 2, et 10, et in 6, et 6, erit multiplicatio de 2 in 10 cum quadrato quaternarii, qui est a 2 usque in 6, scilicet 20 cum 16 equatur multiplicationi de 6 in se, hoc est 36. Item si numerus diuidatur in duas partes equales, et adiungatur ei aliquis numerus, erit multiplicatio numeri adiuncti in numerum diuisum, et in adiunctum cum quadrato, qui fit a medietate numeri diuisi, equalis quadrato, qui fit a medietate numeri diuisi, et ab aiuncto, tamquam ab uno numero. Verbi gratia: sint 10 diuisa in 5, et 5, et addantur eis duo; multiplicatio quidem

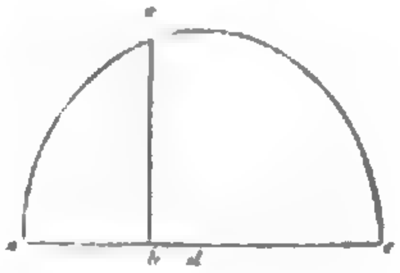
Digitized by Google

de 2 in 10, et in 2, hoc est in 12, scilicet 24 cum quadrato de 5, scilicet cum 25, equatur quadrato de 5 et 2, hoc est de 7; qui quadratus est 49. Ad has quidem ultimas duas diffinitiones reducuntur omnes questionestiones (*sic*), que sunt in aliebra almuchabala, scilicet in libro contemptionis, et solidationis: denique, his terminatis, hoc capitulum in quinque partes diuidatur. Quarum prima sit de inuentione radicum; secunda de multiplicacione earum inter se, et bino maiorum (*sic*). Tercia de additione eorumdem. Quarta de ipsorum extractione ad inuicem. Quinta de diuisione radicum, et binomiorum.

Incipit pars prima quarti decimi capituli.

Cvm itaque de inuentione radicum tractare opporteat, dicendum est primum, quid sit radix. Radix quidem cuiuslibet numeri est numerus qui, cum in se multiplicatur, facit ipsum numerum, ut 3, que sunt radix de 9. Et 6 de 36; quia ter tria faciunt 9, et sexcies 6 faciunt 36. Nam quidem numeri habent radices, et uocatur (*sic*) quadrati; et quidam non; quorum radices, que surde dicuntur, cum inpossibile sit eas in numeris inuenire, qualiter in quantum plus possumus ferre, ad ipsas radices uenire demonstrauimus: ponatur, quod uolumus inuenire radicem de 10. Inuenias quidem integrum (*sic*) maiorem radicem in 10, que inueniri potest; eritque 3, que sunt radix de 9; que 9 extrahe de 10, remanet 1; quod 1 diuide per duplicatam radicem inuentam, scilicet per 6, exibit $\frac{1}{6}$; quam adde cum 3 inuentis, erunt $\frac{1}{6}3$, que sunt parum amplius radice de 10; quia multiplicata $\frac{1}{6}3$ in se ipsa, faciunt $\frac{1}{36}$, plus decenario numero. Vnde si propius ad radicem de 10 uenire uolueris, diuide ipsam $\frac{1}{36}$ per duplum de $\frac{1}{6}3$, ueniet $\frac{1}{228}$; quam abicende (*sic*) $\frac{1}{6}3$, et habebis propositum. Et notandum, quod radix numerorum unius figure, uel duarum est numerus unius figure. Trium uero, et quatuor figurarum radix est numeri duarum figurarum. Quinque uero, et sex figurarum radix est numerus trium figurarum; et sic, addendo unam figuram, uel duas numeris, additur figura una in eorum radicibus. Secundum uero geometriam, non numero, sed mensura, radix cuiuslibet numeri inuenitur; et est iste inueniendi modus. Inueniantur duo numeri, qui insimul multiplicati faciant. Numerum (*sic*), cui radicem inuenire uis, ut dicamus 10; erunt illi duo numeri 2, et 5; quos adde insimul, erunt 7; ex quorum mensura ordinabis lineam; sitque *.a.b.c.*, uidelicet *a.b.* duarum ulnarum, et *.b.c.* quinque ulnarum; eritque tota linea *.a.c.* 7 ulnarum; quam lineam diuides in duo equalia, secundum punctum *.d.*; in punctis *.a.c.* semi circulum circinabis *.a.e.c.*; et a puncto *.b.*, secundum rectum angulum, linea protraatur usque aperti feriam (*sic*); sitque *.b.e.*, que est radix de 10, ut in geometria aperte monstratur. |

• inuenies h[illegible] semi circulum (fol. 158 verso, lin. 32 e 33 - 37 e 38; pag. 353, lin. 26-31



fol. 159 recto.

Nam si, secundum abaci materiam, radicem de 743 reperire uolueris, inuenias maiorem radicem, quam 743 habent in integrum; que secundum hanc artem sic inuenitur: scilicet cum 743 sit numerus trium figurarum, simus (*sic*), quod radix ipsius est numerus duarum figurarum. Vnde ultimus gradus radicis ipsis (*sic*) incipiendus est sub secundo gradu, scilicet sub 4; sub quibus 4 pones bis maiorem radicem, quam 7 habeat in integrum, scilicet ultima figura de 743, erit illa figura 2; qua posita bis sub 4, multiplicabis unum binarium per alium, erunt 4; que extrahe de 7, remanent 3; que 3 pone super 7, ut in hac prima descriptione ostenditur; et copulabis ipsa 3 cum antecedente figura, scilicet cum 4, facient 34; pro quibus pones bis talem figuram ante positos, scilicet sub primo gradu de 743; que cum multiplicata fuerit per duplum binarij, et de 34

• Nam si .... descriptione • fol. 159 recto, lin. 1-7 e 8; pag. 353, lin. 34-41.

3
743
2

Digitized by Google

« fuerit, remaneat … figura » (fol. 159 recto, lin. 11-16; pag. 354, lin. 1-7).

3	6	14
7	4	3
	2	7
	2	7

suprascriptis ipsa multiplicatio extracta fuerit, remaneat inde numerus, qui cum copulatus fuerit cum prima figura de 743, scilicet cum 3, possis inde extrahere multiplicationem posite figure sub primo gradu in se ipsa; et non remaneat inde numerus, qui excedat iduplum (*sic*) tocius radicis inuente; eritque illa figura 7; que 7 bis positis sub 3, multiplica superiora 7 per inferiorem binarium, et inferiora 7 per superiorem binarium; sic habebis 28: quibus extractis de 34, remanent 6; que pone super 4 de 34; et copulabis ea cum antecedente figura, scilicet cum 3, erunt 63; de quibus extrahe multiplicationem de 7 in 7, scilicet 49, remanent 14; et sic habebis 27 pro radice de 743, remanent 14, ut in hac ultima descriptione ostenditur: que 14 diuide per duplum de 27; uel dimidium de 14, scilicet 7, diuide per 27, exibunt $\frac{7}{27}$: quas adde cum 27 inuenta, erunt $\frac{7}{27}$ 27 pro radice de 743: ad quam radicem, si amplius apropinquare uolueris, facies secundum quod superius demonstrauimus.

Inuentio Radicis de 8754.

« et extrahe … multiplicationem » (fol. 159 recto, lin. 27-33 e 36, pag. 354, lin. 18-26).

	6	11	105
8	7	5	4
		9	3
		9	3

Item si radicem de 8754 inuenire uolueris, que cum sint numerus quattuor figurarum, simus (*sic*) similiter, quod radix illorum est numerus duarum figurarum: quare pone sub secundo gradu ipsius numeri, scilicet sub 5, maiorem radicem, quam 87 habeat, scilicet numerus duarum ultimarum figurarum de 8754; eritque 9, que pone bis sub 5; et multiplica 9 per 9, et extrahe de 87, remanent 6 super 7; quibus copulatis cum antecedente figura, scilicet cum 5, faciunt 65; pro quibus pone ante positos nouenarios bis talem figuram; qua multiplicata per duplum de 9, et extracta ipsa multiplicatione de 65, remaneat numerus, qui cum copulatus fuerit cum figura primi gradus, scilicet cum 4, possis inde extrahere multiplicationem posite figure sub primo gradu in se ipsa; et non remaneat inde plus duplo totius radicis inuente; eritque figura illa 3; qua posita bis sub 4 ante positos nouenarios, multiplicabis in cruce 3 per 9, et 3 per 9, erunt 54; que extrahe de 65, remanent 11, que pone super 65; et copulabis 11 cum 4, que sunt in primo gradu, erunt 114; de quibus extrahe multiplicationem de 3 in 3, scilicet 9, remanebunt 105: ergo radix de 8754 est in integrum 93, et remanent inde 105; que diuide per duplum de 93, exibunt $\frac{35}{62}$; quas adde cum 93 inuentis, erunt $\frac{35}{62}$ 93 pro radice de 8754.

Inuentio radicis 12345.|

fol. 159 verso.

« ultimarum … 1: qua » (fol. 159 verso, lin. 3-9; pag. 354, lin. 32-39).

		2	2	24
1	2	3	4	5
		1	1	1
		1	1	1

Rvrsus si radicem cuiuslibet numeri quinque figurarum uis inuenire, ut dicamus de 12345, inuenies quidem supra scripto ordine radicem numeri trium ultimarum figurarum, scilicet de 123; eritque 11, et remanent 2: pone ergo 11 bis sub tercio, et secundo gradu, et remanent 2, que pone super 3; et copulabis ea cum antedente (*sic*) figura, scilicet cum 4, erunt 24; pro quibus pones in primo gradu radicis, scilicet ante posita 11, bis talem figuram, qua in cruce multiplicata per 11, et extracta summa multiplicationis de 24, remaneat numerus, qui copulatus comfuerit com (*sic*) figura primi gradus, scilicet cum 5, ualeas inde extrahere multiplicationem illius figure in se ipsa; et non remaneat plus duplo inuente radicis; eritque 1: qua posita ante utraque 11, multiplicabis eum in cruce per 11, erunt 22; que extrahe de 24, remanent 2 super 4; quibus copulatis cum 5 primi gradus, faciunt 25; de quibus extrahe multiplicationem de 1 superiori et 1 inferiori, remanent 24; et sic habebis numerum trium figurarum, scilicet 111 pro radice de 12345, ut opportet; et remaneant supra ipsam radicem 24;

Digitized by Google

quorum dimidium, scilicet 12, diuide per 111, exibunt $\frac{4}{37}$; quibus additis cum 111, reddunt $\frac{4}{37}$ 111 pro radice de 12345.

Inuentio radicis de 927435.

Rursus si radicem cuiuslibet numeri sex figurarum unde 927435 inuenire uis, quorum radix oppertet (*sic*) similiter esse numerum trium figurarum, unde ultimus eius gradus ponendus est sub figura tercii gradus, scilicet sub 4; inuenies itaque radicem numeri quattuor ultimarum figurarum, scilicet de 9274; et hoc facies secundum quod superius in inuentione quattuor figurarum demonstrauimus; eritque radix illius numeri 96, et remanent 58: pones ergo 96 bis sub tercio, et secundo gradu; et 58 pones super 74 de 9274; et copulabis 58 cum antecedente figura, scilicet cum 3, que sunt in secundo gradu, erunt 583; pro quibus pones in primo gradu radicis, scilicet ante 96, bis talem figuram, quia in cruce multiplicata per 96, et extracta summa multiplicationis de 583, remaneat numerus, qui compulatus (*sic*) cum fuerit cum figura primi gradus, scilicet cum 5, ualeas inde extrahere multiplicationem ipsius figure in se ipsa, et non remaneat inde plus duplo radicis inuente; eritque 3; qua posita ante utraque 96, multiplica 3 per 96 in cruce, erunt 576; que extrahe de 583, remanent 7 super 3; quibus copulatis cum 5 primi gradus, faciunt 75; de quibus extracta multiplicatione de 3 in 3, scilicet 9, remanent 66; quorum dimidium, silicet 33, diuide per 963, exibunt $\frac{11}{321}$; et sic habebis $\frac{11}{321}$ 963 pro quesita radice; qua multiplicata in se ipsa, reddunt plus quesito numero quantitatem multiplicationis ruptorum in se ipsis, silicet de $\frac{11}{321}$. Quare si propius ad radicem de 927435 accedere uis, multiplica $\frac{11}{321}$ in se; et quod prouenerit diuide per duplum de $\frac{11}{321}$ 963; et quod exerit (*sic*) minue de prescriptis: quod idem intelligas de precedentibus, et de omnibus aliis similibus. Est enim alius modus, per quem possumus satis prope ad radices numerorum non quadratorum peruenire, uidelicet ut multiplicemus | eos per aliquem quadratum numerum, et summe radicem inuenias; quam per radicem quadrati diuidas, et habebis propositum.

« remaneat ... accedere » (fol. 159 verso, lin. 26 e 27-35; pag. 355, lin. 13-21):

587
927435
963
963

fol. 160 recto.

Uolo inuenire radicem de 7234: multiplicabo quidem ea per 10000, quorum radix est 100; quia quanto per maiorem quadratum multiplico, tanto proprius ad radicem numeri quesiti deuenio: et cum aliquem numerum per 10000 multiplico, quatuor tantum zephira ante ipsum addo, ut oportet. Et sic pro predicta multiplicatione 72340000 habeo: quibus per alium modum radicem inuenire docebo: quia, ut dictum est, radix numeri octo figurarum est numerus quatuor figurarum. Quare pone 8 sub 0 quarti gradus, cum sint radix improprior (*sic*) quam 72, scilicet numerus duarum ulitiarum (*sic*) figurarum habeant in integrum; et multiplica ipsa 8 in se, erunt 64; a quibus usque in 72, remanent 8; que pone super 2; et intellige copulationem earum, que est 83; et duplica 8 posita sub 0, erunt 16; ex quibus pone 6 sub 8, et 1 post ipsa, inuenias figuram, que multiplicata per 16, faciant ferre 83; set remaneat inde numerus, qui copulatus cum fuerit cum 4 sequentis gradus, possit ex ipsa copulatione extrahere quadratum illius figure, scilicet multiplicationem eius in se; et non remaneat tamen plus duplo radicis inuente; eritque illa figura 5; qua posita sub 0 tercii gradus ante 8, multiplica 5 per 1, scilicet per ultimum gradum de 16, erunt 5; que extrahe de 8, que sunt super 2, remanent 3 super 8; quibus copulatis cum 3 sequentibus, faciunt 33; de quibus tolle multiplicationem de 5 in sex, remanebunt 3, scilicet ea, que sunt

« quatuor .... 5, que » (fol. 160 recto, lin. 8-16; pag. 355, lin. 32-41).

[illegible] 4
8395
72340000
8505
prima 16
1700
17010
16

Digitized by Google

in sexto gradu: quibus copulatis cum 4 sequentibus, faciunt 34; de quibus abice quadratum quinarii, scilicet 25, remanent 9 super 4: et duplica etiam ipsa 5, erunt 10; de quibus pone 0 sub ipsis 5, et 1 adde cum 6, que sunt sub 8; et sic habebis 170 pro duplo de 85: deinde ponendum est 0 sub 0 secundi gradus ante posita 85; quia multiplicatio secundi gradus in quintum, scilicet in 1, facit sextum gradum; quod locum non habet, cum ultima figura remanentis numeri, scilicet 9, sit tantum in quinto gradu: quo 0 posito, duplica ipsum, faciet 0, quod pone sub ipso, scilicet ante 170, et habebis 1700 pro duplo radicis inuente, in quibus multiplicanda est ponenda figura. Quare pone 5 sub 0 primi gradus, et multiplica ea per 1, et extrahe de 9, remanent 4 super ipsa; et 5 per 7, et extrahe de 40, remanent 5 super 0 quarti gradus; et 5 per 0, quod est sub 5, et extrahe de 50, remanent 50; et 5 per 0, quod est sub 0 in numero de 1700, et extrahe de 500, remanent 500 terminantia super secundum gradum; et multiplica 5 in se, et extrahe de 5000, remanent 4975 super 5000; et duplica 5, eam uidelicet, que sunt in primo gradu radicis inuente, erunt 10; de quibus pone 0 sub ipsis 5, et 1 pone post ipsum, delens 0, quod est in ponendo loco; et sic habebis 17010 pro duplo radicis inuente, ut in tercia patet descriptione; et radix est 8505, et remanent 4975. Que si probare uolueris; pensam de 72340000 serua, que est 5, per septenarium; et pensande (*sic*) 8505, que est 0, in se multiplica, proueniat 0; quod adde cum pensa de 4975, que est 5, faciunt 5, ut pro pensa seruasti: quibus per ordinem gestis, diuide 4975 per 17010, ueniet circa quartam; et sic pro radice de 72340000 habes $\frac{1}{4}$ 8505; que diuide per 100, exibunt $\frac{1}{400}\ \frac{1}{20}85$ pro radice de 7234. Et | nota, cum multitudo figurarum alicuius numeri est inpar, tunc incipies inuentionem radicis ipsius a radice ultime figure tantum; et in reliquis procedes, ut dictum est.

(... extrahe de ... fol. 169 recto, lin. 23-29; pag. 356, lin. 5-12)

	3		4	4			
	8			9	5	9	7	5
7	2	3	4	0	0	0	0
				8	5	0	5
				1	7	0	0

(5000 remanent .... 7234. Et ... fol. 69 recto, lin. 21-29, pag. 356, lin. 13-20)

3 44
8 95975
72340000
8505
17010

(... 169 recto)

Incipit pars secunda quartidecimi capituli
de multiplicatione radicuum, et de binomiorum (sic).

Ostensa siquidem doctrina in reperiendis radicibus numerorum, ut que secuntur in hoc capitulo latius secundum numerum demonstrentur, diffinitiones duarum linearum rationtinatarum (*sic*), super quas decimus euclidis liber geometrie tractat, assignare dissposui (*sic*). Prima quidem linea dicitur riti, hoc est ratiocinata longitudine, et potentia; per quam intelliguntur numeri ratiocinati, ut 1, et 2, et 3, et ceteri. Qui quando sunt radices, est eorum potentias (*sic*) similiter ratiocinata; quia ex multiplicatione cuiuslibet numeri in se, numerum prouenire necesse est. Secunda uero dicitur riti potentia solum; per quam intelligitur radis numeri non quadrati; que radix dicitur surda, cum numerari non possit; sed eius potentia numeratur. Ex tredencim (*sic*) autem lineis inratiocinatis prima est sinplex, que uocatur media, cuius potentia est inratiocinata, que uocatur superficies media. Ideo quia media in proportione inter duas superficies potentia solum commensurabiles: per hanc quidem lineam intelligitur radix radicis numeri, cuius potentia est radix numeri tantum non quadrati: sunt et omnes radices numerorum non quadratorum medie inter duos numeros dissimiles, hoc est qui non habent proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum: ut si unus numerorum fuerit 10, et alter 12, medius inter eos cadit radix de 120; quia sicut 10 est ad radicem de 120, ita radix de 120 est ad 12; cum ex multiplicatione primi in tercium surgat multiplicatio secundi in se. Ex reliquis duodecim lineis sex sunt radices numerorum compositorum ex duobus

Digitized by Google

nominibus. Ex sex relique sunt radices decompositorum eorumdem nominum. Numeri
autem, qui sunt ex duobus nominibus, diuiduntur in sex partes, ex quibus. Primum 1
binomium est coniunctum ex numero, et radice; et potentia numeri superhabundat
potentiam radicis, secundum quantitatem alicuius quadrati numeri: ut si primum nomen
fuerit 4; secundum radix de 7: sunt enim 16 potentia de 4, que addunt 9 super 7.
Secundum quoque binomium compositum ex radice, et numero; et est potentia radicis 2
addens numerum sibi similem super potentia minoris nominis, scilicet super potentiam
numeri. Vt si maius nomen fuerit radix de 112, et minus nomen fuerit 7: nam radix
de 112 potest 63 super 49; qui numerus 63 est similis de 112, cum eorum proportio
sit sicut quadratus numerus 16 ad quadratum numerum 9: tercium autem binomium 3
est coniunctum ex duabus radicibus potentia solum commensurabilibus, hoc est, quod
quadrati ipsarum non habent proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad qua-
dratum numerum. Et maius nomen potest plus minore, secundum quantitatem numeri
consimilis ipsius nominis potentia: ut si maius nomen fuerit radix de 112, minus ex
84; ex quibus duobus nominibus 112 addunt 28 super 84; quorum proportio, scilicet
de 112 ad 28, est sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Quartum quidem 4
binomium est ex nominibus primi; sed maius nomen, scilicet numerus, non potest nu-
merum quadratum super minus nomen, ut 4, et radix de 10. Nam 16, scilicet qua-
dratus de 4, addet 6, scilicet numerum non quadratum super 10: quintum siquidem 5
binomium est compositum ex nominibus binomii secundi; sed quadratus radicis addit
numerum sibi dissimilem super quadratum numeri. Vt si primum nomen | fuerit radix fol. 161 recto.
de 20; secundum sit 3. Nam super 20 habundant 11 quadratum ternarii; et proportio
20 ad 11 non est sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Sextum quidem
binomium est ex nominibus tercii. Sed quadratum maioris numeros (*sic*) potest numerum
sibi dissimilem super quadratum maioris. Vt radix de 20 et radix de 8. Nam 20 addunt
12 super 8; et proporcio de 20 ad 12 non est sicut quadratus numerus ad quadratum
numerum.

Paimi quidem binomium (*sic*) radix est unum ex supra scriptis sex binomiis; quia quando aliquod binomium multiplicatur in se, surgit binomium primum. Secundi quippe binomii radix est linea composita ex duabus medialibus lineis, potentia solum commensurabilibus, hoc est compositum ex duabus radicibus radicis in eorum potentia solum communicantes. Ex quibus etiam, cum una multiplicatur in aliam, prouenit numerus rationatus. Vt radix radicis trium, et radix radicis de 27. Tercii quoque binomii radix est linea, que dicitur bimedialis, siue ex duobus mediis secunda; per quam intelligitur coniunctum ex duabus radicibus radiciis (*sic*) in earum potentiis tantum comunicantibus; ex quibus, cum una multiplicatur in aliam, prouenit medium, scilicet radix numeri non quadrati. Quarti quippe binomimium (*sic*) radix est linea, que dicitur maior, hoc est compositum ex duobus numeris inrationatis potentia incommensurabilibus; quorum quadrati insimul iunguntur, faciunt numerum ratiocinatum. Et ex multiplicatione hunius (*sic*) in alium surgit radix numeri ratiocinati. Vt si prima fuerit radix de 4, et ex radice de 13; et alia fuerit radix de 4, minus radice de 13. Quinti autem binomii radix est linea, que dicitur riton, et medium propotens, siue potens super ratiocinatum, et inratiocinatum numerum, que componitur ex duabus lineis, potentia incommensurabilibus; quarum qua-

Digitized by Google

drati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus ratiocinatus. Vt si prima fuerit radix radicis de 20, et ex 2; et alia fuerit radix de 20, minus 2. Sexti autem binomii radix est linea, que dicitur duo media potens, siue potens super duos inratiocinatos numeros, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus; quarum quadrati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam surgit similiter radix numeri non quadrati: ut si prima fuerit radis (*sic*) radicis de 24, et de radice de 7; alia fiat radix radicis de 24, minus radice de 7. Numeri autem, qui sunt decompositi ex predictis nominibus sex binomiorum, uocantur recisi, seu apothami; et sunt illud per ordinem, quod est inter utrumque nomen predictorum sex binomiorum, ut 4, minus radice de 7, que sunt primum recisum; et radix de 112, minus 7, que sunt ex secundo reciso; et radix de 112, minus radice de 84, qui sunt ex tercio reciso; et sic intellige de quarto, et quinto, ex sexto reciso. Nam radix primi recisi est unum ex sex recisis supradictis. Radix uero secundi est recisum bimedialis prime, hoc est radix radicis, minus radice radicis; ex quarum multiplicatione prouenit numerus ratiocinatus: tercii autem radis est recisum bimedialis secundi, hoc est radis radicis, minus radice radicis; ex quarum multiplicatione prouenit numerus inratiocinatus. Quarti quoque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas, que sunt potentia incommensurabiles; ex quibus

fol. 161 verso. componitur linea maior. | Quinti itaque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter nuas (*sic*) lineas potentia inquomensarabiles (*sic*), ex quibus componitur linea potentes super ratiocinatum cum et inratiocinatum. Sexti nanque recisi radis est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensorabiles; ex quibus componitur linea potens super inratiocinatum, et in ratiocinatum: his itaque per ordinem terminatis, qualiter hec multiplicari inter se, addi, uel extrahi, seu diuidi debeant, ordinare demonstrato (*sic*).

Pars secunda de multipricatione radicum in radicibus et numeris.

Si uis multiplicare radicem surdam, uel ratiocinatam alicuius numeri per radicem surdam alterius, multiplica unum ex ipsis numeris per alium; et quot prouenerit, erit quadratus summe multiplicationis ipsarum radicum. Verbi gratia: uis multiplicare radicem de 10 per radicem de 20, multiplica 10 per 20, erunt 200; quorum radix est summa multiplicationis quesite. Verbi gratia: sit .*a*. radix de 10, et .*b*. de 20; et adiaceat .*g*. equalis .*a*., et .*d*. equalis .*b*.: ergo .*g*. est radix de 10, et .*d*. de 20: ergo cum multiplico .*g*. in .*a*., hoc est .*a*. in se, ueniunt 10; et cum multiplico .*d*. in .*b*., hoc est .*b*. in se, faciunt 20: ergo cum multiplico 10 per 20, tunc multiplico factum ex .*g.a*. in factum ex .*d.b*.; ergo multiplicatio facti ex .*g.a*. in factum ex .*d.b*. est 200. Sed multiplicationi facti ex .*g.a*. in factum ex .*d.b*. equatur multiplicatio facti ex .*a.b*. in factum ex .*g.d*.: ergo multiplicatio facti ex .*a.b*. in factum ex .*g.d*. est 200. Sed factus ex .*a*. in .*b*. equatur facto ex .*g*. in .*d*.; ergo multiplicatio facti ex .*a*. in .*b*. per factum ex .*g*. In .*d*. equatur multiplicationi facti ex .*a*. *b*. in se: ergo multiplicatio facti ex .*a*. in .*b*. in se, facit 200. Quare factus ex .*a*. in .*b*., silicet ex radice de 10 in radice 20, est radis ducentorum; quod opportebat ostendere.

• multiplica[tionis .... ex .*g*. in .*d*. » (fol. 161 verso, lin. 11 e 12-18; pag. 358, lin. 31-38).

10	20
a	*b*
g	*d*

Item si uis multiplicare radicem de 30 per radicem de 40, multiplica 30 per 40,

Digitized by Google

erunt 1200; quorum radix, que est surda, hoc est inratiocinata, est summa quesite multiplicationis. Et nota, cum nomeri (*sic*), quorum radices multiplicas, sunt consimiles, hoc est quod habent proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; tunc ex eorum multiplicatione prouenit numerus ratiocinatus. Verbi gratia: uis multiplicare radicem de 40 per radicem de 90, multiplica 40 per 90, erunt 3600; quorum radix est 60, in quibus multiplicatio ascendit, prescripta sunt 60 media in proportione inter 40, et quia (*sic*) 90; quia sicut 40 sunt ad 60, ita 60 ad 90; et conuerso sicut 90 ad 60, ita 60 ad 40; et hoc est quod euclides ostendit, cum dixit: inter duos numeros similes unum intercidere numerum. Et si uis habere notitiam cognoscendi numeros consimiles, diuide utrumque ipsorum per maiorem communitatem, quam habent; ex qua diuisione, si prouenerint numeri quadrati, tunc similes erunt. Vel cum diuidetur unus per alium similem, ex ipsa diuissione prouenit semper numerus quadratus: sunt enim 10 comunis mensura, et maxima de 40, et 90; que si diuidantur per 10, ueniunt 4, et 9; qui numeri sunt quadrati. Vel si diuiserimus 40 per 90, ueniunt $\frac{1}{4}$ 2; qui numerus est quadratus, cuius radix est $\frac{1}{2}$ 1; que reperitur sic: fac quartas $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{9}{4}$; ex quibus accipe radices, et habebis 3, et 2; que 3 diuisis per 2, reddunt $\frac{1}{2}$ 1. Similiter, si diuiseris 40 per 90, uenient $\frac{4}{9}$, que etiam quadrate sunt; et est eorum radis $\frac{2}{3}$ propter 2, que sunt radix de 4, et propter 3, que sunt radix de 9. Et si uis multiplicare tres | radices de 10 in quattuor radices de 20, rediges hec ad multiplicationem radicis huius (*sic*) numeri in radice alterius, hoc modo: pro tribus radicibus de 10 multiplica quadratum ternarii, scilicet 9, per 10, erunt 90; quorum radix equatur tribus radicibus de 10. Eodenque modo, multiplicato quadrato de 4, scilicet 16, in 20, reddet radicende (*sic*) 320 pro quartuor (*sic*) radicibus de 20. Quare si ex multiplicatione de 90 in 320 radicem acceperis, scilicet de 28800, habebis utique multiplicationem trium radicum de 100 in quatuor radices de 20. Nam si ad oculum deprehendere uis, quomodo quatuor radices de 20 sunt radix de 320, adiaceat quadri laterum recti angulum, et equilaterum .*a.b.g.d.*, cuius area sit ulnarum 20. Quare quodlibet latus ipsius est radix de 20; que radix, cum sit plus quaternario, accipiatur in rectam .*b.g.* punctus .*e.*; et sit recta .*b.e.* quatuor ulnarum, cui equalis sit recta .*a.c.*; et copuletur recta .*e.c.* Superficies ergo .*a.b.e c.* constat ex quatuor radicibus de 20; cuius superficiei area colligi ex ductu .*a.b.*: est enim .*a.b.* radix de 20, et *b.e.* est radix de 16: quare area superficiei .*a.b.e.c.* colligitur ex ducta radice de 20 in radicem de 16; ex qua multiplicatione prouenit radix de 320, ut predixi. Ex hoc enim poteris habere doctrinam reducendi plures radices unius numeri ad radicem unam. Vt si uis redigere sex radices de 20 ad radicem unam, multiplica quadratum de 6, scilicet 36, in 20, peruenient 720, quorum radix est id quod queritur. Et si uis multiplicare aliquem numerum per radicem alicuius numeri; quod unitates erunt in ipso numero, tot radices equales eidem radici, in quem numerum multiplicare uis, ex ipsa multiplicatione prouenient. Verbi gratia: si uis multiplicare 6 in radicem de 20, nimirum sex radices de 20 prouenient, que sunt radix de 720, ut predixi. Ergo ex multiplicacione de 6 in radicem de 20 surgit radix de 720; et sic studeas facere in similibus.

fol. 162 *recto*

¹ equilaterum .... plures » (fol. 162 *recto*, lin. 8-15, pag 359, lin. 26-34).

De multiplicatione radicis in radicem radicis.

Si vis multiplicare radicem radicis alicuius numeri per radicem radicis alterius,

Digitized by Google

multiplica unum ex ipsis numeris in alium; et eius quod prouenerit, radicem radicis accipe, et habebis summam quesite multiplicationis. Et nota; quia quando multiplicatur radis radicis numeri per radicem radicis, tunc ex ipsa multiplicacione prouenit numerus, aut radix numeri, siue radix radicis numeri. Verbi gratia: multiplicas radicem radicis trium per radicem radicis de 27, prouenit radix radicis de 81, que surgunt ex ductis 3 in 27. Nam radix 81 est 9; quorum radix, scilicet 3, est summa quessite multiplicationis. Similiter si multiplicas radices radicis de 96 per radicem radicis de 216, prouenit numerus ratiocinatus; quia ex ductis 96 in 216 surgunt 20736, quorum radix est 144; quorum radix, scilicet de 144, est 12, que sunt summa quesite multiplicationis. Ex multiplicatione quidem radicis radicis duorum in radicem radicis de 18 prouenit radix numeri; quia ex ductis 2 in 18 proueniunt 36; quorum radix, que est 6, carens radice: ergo ex dicta multiplicatione surgit radix de 6. Similiter ex multiplicata radice radicis 8 in radicem radicis de 18 prouenit radix de 12; quia ex ductis 8 in 18 prouenit 144, qui numerus est quadratus, cuius radix est 12; quorum radix,

[Fol.] 162 verso.

que est surda, est | summa quesita, ut predixi. Item si multiplicas radicem radicis 10 per radicem radicis 12, prouenit ipsa multiplicatione radix radicis numeri non quadrati, scilicet de 120. Similiter ex multiplicatione radicis radicis 20 in radicem radicis 30 surgit radix radicis de 600.

De inuentione duarum Radicum radicis, que in simul multiplicate faciant riton datum.

Si uis inuenire duas radices radicis numeri non quadrati, numerum datum continentes, hoc est quod ex earum multiplicatione ad inuicem proueniat aliquid datus numerus. Sit numerus datus .*a*., quo in se multiplicato, faciat numerum .*b*.; quo etiam in se ducto, faciat numerum .*g*. Quare numerus .*a*. est radix radicis numeri .*g*.: est alius numerus non quadratus quislibet .*d*.; et diuidatur .*g*. per .*d*., et proueniat numerus .*e*. Quoniam diuissus est numerus .*g*. per numerum .*d*., et ex diuissione prouenit numerus .*e*.; si multiplicetur .*d*. per .*e*., nimirum proueniet .*g*., cuius radix radicis est numerus .*a*.: sed ex radice radicis numeri .*d*. per multiplicata per radicem radicis numeri .*e*. prouenit radix radicis facti ex .*d*. in .*e*. Sed factus ex .*d*. in .*e*. est numerus .*g*., cuius radix radicis est numerus .*a*. Ergo inuente sunt due radices radicum numerorum non quadratorum, que continent numerum datum .*a*. Non est (*sic*) numerus .*e*. est quadratus, cum numerus .*d*. non sit quadratus; et ex .*d*.*e*. in .*e*. proueniat numerus quadratus .*g*. Vnde proportio .*g*. ad .*e*. non est sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum. Et ut hoc in numeris ostendatur, numerus .*a*. sit 12. Quare numerus .*b*. erit 144, et numerus .*g*. erit 20736; et numerus .*d*. sit 96; et diuidantur 20736 per 96, proueniet 216 pro numero .*e*. Ex radice ergo radicis de 96 ducta in radicem radicis de 216 prouenit numerus .*a*. datus.

* datum [illegible] numerus .*b*. [illegible] (fol. 162 verso, lin. 14-16; pag. 360, lin. 30-34).

	12	144	20736
numerus datus	*a*	*b*	*g*
	96	216	
alius numerus	*d*	*e*	

Et si uis reperire duas radices radicis duorum numerorum non quadratorum, ex quarum multiplicatione proueniat radix alicuius numeri non quadrati, ut radix de 10, multiplica 10 in se, erunt 100; et adiaceat numerus aliquis non quadratus; sitque 5, in quibus diuidatur 100, uenient 20. Quare ex ductis 5 in 20 faciunt 100, scilicet quadratum de 10: ergo si multiplicas radicem de 5 in radicem de 20, faciunt radicem de 100, scilicet 10. Eodemque modo si multiplicas radicem radicis de 5 in radicem radicis de 20, proueniet radix radicis 100, hoc est radix de 10; et hoc querebamus.

Digitized by Google

De multiplicatione radicis radici in radicem numeri.

Item si uis multiplicare radicem radicis de 20 in radicem de 10, multiplica quadratum de 10, scilicet 100 per 20, erunt 2000, quorum radix radicis est summa dicte multiplicationis. Quia radix de 10 est radis radicis de 100. Et si uis multiplicare radicem radicis alicuius numeri per aliquem numerum, ut radicem radicis de 12 per 7, multiplica quadratum quadrati de 7, scilicet 2401 per 12, erunt 28812, quorum radix radicis est id quod queritur.

Explicit pars secunda. Incipit tercia de acdictione et extractione radicum inter se, et reliquorum duorum simplicium numerorum.

Si vis addere numerum cum radice surda, scilicet cum radice numeri non quadrati, uel radicem cum numero, ex hoc aliud preter binomium euenire non posse demonstrabo: sit itaque numerus linea *.a.b.*, et *.b.c* sit radix; quare tota *.a.c.* est summa iunctionis eorum. Et quia linea *.a.c.* diuisa est in duo in punctum *.b.* Erunt duo quadrati linearum *.a.b.* et *b.c.* cum duplo multiplicationis *.a.b.* in *b.c.* equales quadrato tocius linee *.a.c.*: est enim numerus uterque quadratorum linearum *.a.b.* et *.b.c.* Quare ex eorum adictione prouenit numerus; sed ex ductu dupli *.a.b.* in *.b.c.* proueniunt ra|dices equales radici *.b.c.*, secundum unitates, que sunt in duplo. Numeri *.a.b.* Quare ipse radices erunt una radix tantum alicuius numeri non quadrati. Quia proporcio quadrati linee *.a.b.* ad quadratum linee *.b.c.* non est sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Ergo ex multiplicatione linee *.a.c.* prouenit binomium; quod etiam demonstrabo in sequentibus esse binomium primum. Quare linea *.a.c.* est radix alicuius binomii. Costantis ex numero et radice. Et ut hec apertius demonstrentur, *.a.b.* sit 4, et *.b.c.* sit radix de 7; et addantur quadrati linearum *.a.b.* et *.b.c.*, scilicet 16 cum 7, erunt 23; et accipiatur duplum multiplicationis *.a.b.* in *.b.c.*, prouenient octo radices de 7, que sunt una radix de 448, que proueniunt ex quadrato octonarij ducto in 7. Ergo si ducatur coniunctum de 4, et radice de 7 in se, ueniunt 23, et radix de 448. Quare radix eorum est 4, et radix de 7. Vnde 4, et radix de 7 non potest aliter agregari, nisi ut accipiatur radix de 448 quam propius potest, et addatur cum 23; et eius quod prouenerit accipiatur radix; uel accipiatur radix de 7, et addatur cum 4, et habebis id, quod in numeris ex ipsia (*sic*) coniunctione haberi potest. Verbi gratia: radix de 448 est parum minus de $\frac{1}{6}$ 21; quibus additis cum 23, faciunt fere $\frac{1}{6}$ 44; quorum radix est parum minus de $\frac{2}{3}$ 6: uel quia radix de 7 est parum minus de $\frac{2}{3}$ 2, si addantur cum 4, uenient similiter parum minus de $\frac{2}{3}$ 6 pro addictione 4 cum radice de 7. Et nota: cum uis multiplicare aliquod binomium, cuius nomina sint ex numero et radice, tunc facies sicut fecimus modo ex 4, et radice de 7; que multiplicata in se, faciunt 23, et radicem de 448. Nec etiam possunt agregari simul radices numerorum non habentium proportionem, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Exempli causa: sit una ex radicibus, quas agregare uis linee *.d.e.*, et alia sit *.e.z.*, quarum quadrati non sint proporcionales, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare tota *.d.z.* erit ex duobus nominibus tercia, uel sexta. Et quia linea *.d.z.* diuisa est in duo super *.e.*, duo quadrati linearum *.d.e.* et *.e.z.* cum duplo *.d.e.* in *.e.z.* equatur quadrato tocius linee *.d.z.* Nam ex coniuncto quadratorum lineorum (*sic*) *.d.e.*, et *.e.z.* prouenit numerus. Sed ex duplo *.d.e.*

• quadrato .... *.a.b.* et *.b.c.* • (fol. 162 *verso*, lin. 37 e 38; pag. 361, lin. 14 e 15).

fol. 163 *recto*.

• quadrati .... quadrato • (fol. 163 *recto*, lin. 25; pag. 361, lin. 41-42).

Digitized by Google

in *.e.z.* prouenit radix numeri. Ergo ex ducto *.d.z.* in se prouenit numerus, et radix numeri. Quare coniunctum ex radicibus *.d.e.*, et *.e.z.*, silicet *.d.z.*, est radix numeri, et radicis. Et ut hec in numeris demonstrentur. Sit *.d.e.* radix de 12, et *.e.z.* sit radix de 10; quorum quadrati insimul iuncti faciunt 22; et ex duplo multiplicationis radicis de 12 in radice de 10 proueniunt due radices de 120, hoc est una radix de 480: ergo ex multiplicatione radicum de 12, et de 10 proueniunt 22, et radix de 480, cuius binomii radix est coniunctum ipsarum radicum. Vnde pulcrius sonat dicere radice de 12, et radicem de 10, quam radicem de 22, et ex radice de 480.

Demonstrabo itaque quo modo ex quolibet binomio ducto in se proueniat binomium primum: sit quoduis binomium linea *.a.b.*; cuius maius nomen sit *.a.g.* Cuius quadratus sit numerus *.d.z.*; et quadratus quod est ex *.g.b.* sit numerus *.z.e.*; et ex duplo *.a.g.* in *.g.b.* proueniat radix *.e.I.*; dico quod tota *.d.I.* est binomium primum. Quoniam | ex duplo *.a.g.* in *.b.g.* prouenit *.e.i.*; ergo ex *.a.g.* in *.b.g.* prouenit medietas ex *.e.I.*; que medietas sit *.e.t.*, et diuidatur numerus *.d.e.* in duo equa super punctum *.k.*, qui punctus cadit inter *.d.z.* cum sit quadratus maioris nominis binomii *.a.g.b.*: demonstrandum itaque est primum, quod dimidium quadratorum quantitatum *.a.g.* et *.g.b.* superhabundant multiplicationi ex *.a.g.* in *.b.g.*: quoniam *.a.g.* magis est quantitati *.g.b.*; adiaceat quantitas *.l.* equalis quantitati, in qua *.a.g.* super habundat *.g.b.*; erunt ergo *.g.b.*, et *.l.* equales numero *.a.g.*: ex ductu quidem *.a.g.* in se prouenit id, quod ex ductu *.a.g.* in *.g.b.l.* Quare quadratus numeri *.a.G.* super habundat multiplicationem ex *.a.G.* in *.b.g.* in multiplicatione ex *.a.G.* in *.l.g.*, hoc est in *.g.b.l.* Sed quadratus qui fit ex *.b.g.* super habundatur a superficie, que fit ex *.g.b.* in *.g.a.*, hoc est in *.g.b.l.*, secundum id, quod fit ex ductu *.g.b.* in *.l.*: plus ergo super habundat quadratus, qui fit ex *.a.g.* superficiem, que est ex *.a.g.* in *.g.b.*, quam ipsa superficies super habundet quadratum, qui fit ex *.g.b.* Quare duo quadrati linearum *.a.g.*, et *.g.b.*, silicet numerus *.d.e.* superhabundant duplum superficiei *.a.g.* in *.g.b.*, silicet quantitatem *.e.i.* Quare medietas numeri *.d.e.*, silicet *.d.k.*, super habundat dimidium ex *.e.I.*, silicet quantitatem *.e.t.*; quod oportebat demonstrare. Et quia ex ductu *.a.g.* in *.b.g.* prouenit *.e.t.* Ergo ex ductu quadrati, qui fit ab *.a.g.*, in quadratum qui fit ab *.g.b.*, silicet ex numero *.d.z.* in *.z.e.*, prouenit similiter quadratus, qui fit a radice *.e.t.* Et quoniam numerus ratiocinatus *.d.e.* diuisus est in duo equalia super punctum *.k.*, et in totidem inequalia super punctum *.z.*, erit multiplicatio numeri *.d.z.* in numerum *.z.e.* cum quadrato numeri rationati *.k.z.*, equalis quadrato numeri *.d.k.* Est enim numerus *.d.k.* medietas numeri *.d.e.*: quare quadruplum multiplicationis *.d.z.* in *.z.e.*, silicet quadruplum quadrati, qui fit a radice *.e.t.* cum quadruplo quadrati, qui fit a numero *.k.z.*, equatur quadruplo multiplicationis *.d.k.* in se: sed quadruplum multiplicationis *.d.k.* in se equatur multiplicationi numeri *.d.e.* in se. Similiter et quadruplum quadrati, qui fit ab *.e.t.*, equatur quadrato, qui fit a tota radice *.e.I.* Ergo quadratus qui fit ab *.e.I.* cum quadruplo quadrati, qui fit a numero *.k.z.*, equatur quadrato, qui fit a numero *.d.e.* Ergo quadratus, qui fit a numero *.d.e.*, addit super quadratum, qui fit ab *e.I.*, quadruplum quadrati qui fit a numero *.k.z.* Sed quadruplum quadrati, qui fit a *.k.z.*, equatur quadrato, qui fit a duplo numeri *.k.z.*: est enim numerus *.k.z.* ratiocinatus; quia cum ex *.d.z.* ratiocinato aufertur *.d.k.* ratiocinatus,

fol. 163 verso.

* g. magis ... a G. superhabundat » (fol. 163 verso, lin. 6-8 e 9; pag. 362, lin. 17-20)

scilicet dimidium ·*d·e*· ratiocinati, remanet ·*k·z*· ratiocinatus· Quare et duplum eius est ratiocinatus· Ergo quadratus numeri ·*d·e*· superhabundat quadratum radicis ·*e·i*·, secundum quantitatem numeri quadrati· Quare tota ·*d·I*· est binomium primum, quod oportebat ostendere·

De extratione Radicuum (sic).

Si uis extrahere radicem surdam de numero ratiocinato, uel numerum de radice surda, aut radicem de radice, que sint potentia solum commensurabiles, hoc est quod proporcio quadratarum (*sic*) ipsarum non sit ut quadratus numerus ad quadratum numerum; hoc facere non poteris,| ut inde remaneat numerus ratiocinatus· Est enim quadratus residui harum extractionum recisum primum: que si in numeris habere uis, habeatur 4; de quibus si extraas radicem de 7, remanebunt 4, minus radice de 7, que sunt recisum· Quod si in se multiplicare uis, adde quadratum de 4 cum quadrato radicis de 7, erunt 23; de quibus extrahe duplum multiplicationis de 4 in radice de 7, remanebunt 23, minus radice de 448: exempli causa: linea ·*a·b*· sit 4, et ·*b·g*· sit radix de 7; qua extracta de 4, scilicet ex ·*b·a*·, remanet recisum ·*g·a*·; quod uolumus in se multiplicare· Quoniam linea ·*a·b*· diuisa est in duo super punctum ·*g*·, erunt duo quadrati linearum ·*a·b*·, et ·*b·g*·; et duplo multiplicationis ·*b·g*· in ·*a·b*·, equales quadrato linee ·*g·a*· Quare si de quadratis linearum ·*a·b*· et ·*g·b*·, hoc est de 23, auferatur duplum superficiei, que fuerit ex ·*g·b*· in ·*a·b*·, hoc est radix de 448, remanebunt 23, minus radice 448, pro quadrato recisi ·*g·a*·, que sunt recisum primum, cum 23 possunt 81, qui est quadratus numerus super 448· Similiter si uis extrahere 7 ex radice de 112, remanebit tunc radix de 112, minus 7 pro quesito residuo: quod si in se multiplicare uis, adde insimul quadratos predictorum nominum, scilicet 112 et 49, erunt 161; de quibus extrahe multiplicationem duplam de 7 in radice de 112, remanebunt 161, minus radice de 21952· Item si uis extrahere radicem de 10 ex radice de 20, adde 10 cum 20, erunt 30; de quibus extrahe duplum multiplicationis radicis de 10 in radice de 20, remanebunt 30, minus radice octigentorum; de quibus accipe radicem, et habebis quesitum· Vel pro quesito residuo habetur radix de 20, minus radice de 10·

fol. 164 recto

¹ remanet .... diuisa ¹ (fol. 164 recto, lin. 7 e 8; pag. 363, lin. 15 e 16).

Si autem uis addere radices cum radicibus sibi inuicem commensurabilibus· Vel una de alia extrahere, hoc fieri poterit; et egredietur inde senper radix numeri ratiocinati· Vt si uis adde (*sic*) radicem de 18 cum radice de 32, quorum numerorum proportio est sicut quadratus numerus 9 ad quadratum numerum 16; hoc enim facies per premissam doctrinam, scilicet addes 18 cum 32, erunt 50; et multiplica radicem de 18 per radicem de 32, uenient 24; quorum duplum adde cum 50, erunt 98; quorum radix est summa quesite additionis: aliter radices illorum quadratorum numerorum, quorum proportionem habent 18, et 32, scilicet de 9, et de 16, insimul adderunt 7; que multiplica in se, erunt 49; que multiplica per 2, que proueniunt ex 18 diuisis in 9, uel ex 32 diuisis in 16, erunt 98; quorum radix est summa coniunctionis predicte· Et nota, quia radix duorum prescriptorum sunt comunis mensura radicis de 18, et de 32· Est enim radix binarii ter in radice de 18, et quater in radice de 32· Ergo ponuntur in hac addicione tres radices, et quatur (*sic*) binarii, que sunt in summa septem radices de 2, hoc est una radix de 98· Quare si radicem de 18 de radice 32 extrahere uis, extrahere (*sic*) tres binarij radices ex quatuor radicibus eiusdem, remanebit tantum una radix binarii pro

Digitized by Google

residuo predicte extraccionis· Vel inuenta 48 extrahende (*sic*) 50, remanebunt 2, quorum radix est residuum quesitum·

Item si uis addere radicem de 48 cum radice de 108, quorum numerorum proporcio sicut 16 ad 36 ; et est unusquisque antecedens triplus sui consequentis ; quia sicut

fol. 164 verso.

48 | tripla sunt de 16, ita 108 sunt tripla de 36: addes ergo radicem de 16 cum radicem (*sic*) 36, scilicet 4, et 6, erunt 10; quorum quadratum multiplica per 3, propter triplicitates predictas, erunt 300; quorum radix est summa predicte iunctionis. Vel adde 108 cum 48, erunt 156; quibus adde multiplicationes radicis de 48 in radice de 1008, scilicet 144, erunt 300; quorum radix est quesitum· Et si uis radicem de 48 extrahere ex radice de 108, extrahere (*sic*) radicem de 16 ex radice de 36, remanebunt 2; quorum quadrato multiplicato per 3, propter triplicitates predictas, faciunt 12; quorum radix est residuum quesite extractionis : uel inuenta 144 extrahende (*sic*) 156 , remanebunt similiter 12; quorum radix est residuum prescripte extractionis, ut predixi·

Et si uis agregare 4 cum radice radicis de 10 secundum uulgarem modum, accipe radicem radicis de 10, que est parum minus de $\frac{4}{5}$ 1, et adde eam cum 4, erunt parum minus de $\frac{4}{5}$ 5: et si $\frac{4}{5}$ 1 extraxeris de 4, habebis residuum, quod est inter 4, et radicem radicis de 10· Que si magistraliter facere uis, multiplica 4, et radicem radicis de 10 in se; quod sic fieri in linea demonstratur: sit ·*a*·*b*· 4, et ·*b*·*c*· sit radix radicis de 10· Erit ergo linea ·*a*·*c*· diuisa in duo· Quare duo quadrati portionum ·*a*·*b*· et ·*b*·*c*· cum duplo ·*a*·*b*· in ·*b*·*c*· faciunt summam quesitam, scilicet quadratum compositi .*a*.*c*. Est enim quadratus porcionis .*a*.*b*. 16, et porcionis .*b*.*c*. est radis de 10, et duplum superficiei .*a*.*b*. in .*b*.*c*. est octo radices radicis de 10; que reddiguntur in una radice radicis de . . . sic: ducuntur octo in se, fiunt 64; quibus in se ductis, faciunt 4096; quibus ductis per 10, faciunt 40960; quorum radix radicis equatur octo radicibus radicis de 10; et sic pro quesita multiplicatione habentur 16, et radix de 10, et radix radicis de 40960. Quare radix eorum trium nominum est additio de 4, et radix radicis de 10 : quam radicem secundum propinquitatem habebis, si addideris 16 cum radice de 10 , que est $\frac{1}{6}$ 3 fere, et cum radice radicis de 40960, que est circa $\frac{1}{4}$ 14, erunt 33 et amplius; quorum radix est circa $\frac{4}{5}$ 5, ut superius inuenimus. Et si uis extrahere radicem radicis de 10 de 4. Extrahe radicem radicis de 40960 de 16, et de radice 10, remanebunt 16, et radix de 10, minus radice radicis de 40960, pro summa multiplicationis residui dicte extractionis in se. Quare radix eorum est residuum quesitum; quam radicem accipies sic : adde 16 cum radice de 10, erunt parum minus de $\frac{1}{6}$ 19; de quibus extrahere (*sic*) radicem radicis de 40960, remanebunt $\frac{5}{6}$ 4; quorum radix, que est circa $\frac{4}{5}$ 2, est residuum quesitum, ut per uulgarem modum inuenimus.

a sit radix .... Quare duo a (fol. 164 verso, lin. 15; pag. 364, lin. 18 e 19)

Item si uis addere radicem de 12 cum radice radicis de 10 per modum uulgarem, scilicet secundum propinquitatem, radicem de 12, que est circa $\frac{13}{28}$ 3, cum radice radicis de 10, que est circa $\frac{4}{5}$ 1 adde , et habebis summam dicte iunctionis. Et si extraxeris $\frac{4}{5}$ 1 de $\frac{13}{28}$ 3, quod remanebit, erit residuum, in quo radix de 12 excedit radicem radicis de 10. Et si hoc secundum artem habere uis, sit .*d*.*e*. radix de 12, et .*e*.*f*. sit radix radicis de 10. Et accipiantur quadrati porcionum .*d*.*e*. et .*f*., erunt 12 , et radix de

fol. 165 recto.

10. Et accipiatur duplum superficiei .*d*.*e*. in | .*e*.*f*., que est radix radicis de 23040, et habebis pro quadrato dicte iunccionis (*sic*) 12, et radicem de 10, et radicem radicis de 23040;

e et .e.f. sit .... porcionum e (fol. 164 verso, lin. 38; pag. 364, lin. 40 e 41).

Digitized by Google

quorum trium nominum radix est addictio quesita. Et si uis radicem radicis de 10 extrahere ex radice de 12, extrahe radicem radicis de 23040 ex 12, et de radice de 10, et habebis pro quadrato quesiti residui 12, et radicem de 10, minus radice radicis de 23040. Verbi gratia: si (*sic*) linea *.i.t.* radix de 12, et *.t.k.* sit radix radicis de 10. Queritur ergo notitia *.k.l.* residui. Quoniam linea *.i.t.* diuisa in duo super *.k.* sic, erunt duo quadrati linearum *.i.t.* et *.t.k.* equales quadrato residui *.k.l.* , et duplo superficiei *.t.k.* in *.t.l.* Quare si de quadratis quantitatum *.i.t.*, et *.t.k.*, silicet ex 12, et ex radice de 10 aufferatur duplum superficiei *.t.k.* in *.l.t.*, silicet radix radicis de 23040 , remanebunt 12, et radix 10, minus radice radicis de 23040, pro quadrato residui *.k.l.*; quod oportebat ostendere.

a habebis .... radicis a (fol. 165 recto, lin. 4, 5 e 6; pag. 365, lin. 2).

Ex addicione quidem radicum radicis cum radicibus radicum quandoque proueniunt radices trium nominum; quandoque duorum secundi, uel tercii binomii: quando numeri mediales sunt incummensurabiles potentia, tunc ex eorum addittione peruenit radix trium nominum, ut in precedentibus contingit. Et quando compositum ex eis facit bimediale primum , tunc ex multiplicatione earum in se prouenit radix, et numerus, scilicet binomium secundum. Et quando compositum ex eis facit bimediale secundum, tunc quadratus earum est binomium tercium, quod est compositum ex duabus radicibus diuersis; et ex recisis predictarum proueniunt quadrati eorumdem nominum. Et ut hec aperte demonstrentur, radicem radicis de 12 addamus cum radice radicis de 10, quorum quadrati sunt radix de 12, et radix de 10; et ex duplo multiplicationis unius in aliam prouenit radix radicis de 1920; quorum trium nominum radix est additio quesita. Et si radix radicis de 10 aufferatur de radice radicis de 12, remanebunt itaque pro quadrato ipsius residui radix de 12, et radix de 10, minus radice radicis de 1920. Item si uis addere radicem radicis de 8 cum radice radicis duorum eorum, quadrati ipsarum radix de 8, et radix de 2 ; que radices cum sint consimiles, agregantur in radice de 18; et ex duplo multiplicationis radicis radicis 8 in radicem radicis 2 proueniunt 4; et sic habemus radicem de 18 , et 4 , que sunt binomium secundum pro quadrato quesite addicionis. Et si radicem radicis duorum ex radice radicis de 8 extraxeris, remanebit radix de 18, minus 4 pro quadrato quesiti residui: quare radix eorum erit residuum. Rursus uis addere radicem radicis de 32 cum radice radicis de 18, multiplica radicem radicis de 32 in se, prouenit radix de 32; et ex radice radicis de 18 ducta in se prouenit radix de 18; quorum quadrati insimilis (*sic*) iuncti faciunt radicem de 98; et ex duplo multiplicationis radicis radicis de 32 in radice radicis de 18 uenit radix de 96; et sic habetur pro quadrato huius additionis radix de 98 , et radix de 96. Et si auferatur radix radicis de 18 ex radice radicis de 32 , remanebit radix de 98, minus radice de 96, pro quadrato quesiti residui. Et nota, cum multe radices radicis unius numeri proponantur, reduc eas ad unam radicem radicis, ut superius feci ex octo radicibus de 10. |

fol. 165 verso

Incipit pars quarta de diuisione de diuisione (sic) *trium sinplicium numerorum inter se.*

Cvm autem uolueris diuidere numerum per radicem, uel radicem per numerum, seu radicem per radicem, diuide quadratum diuidendi per quadratum diuisoris, et habebis quesita. Verbi gratia : uis diuidere 30 per radicem de 10, quadratum diuidendi, scilicet

Digitized by Google

de 900 diuide per 10, proueniunt 90; quorum radix est id quod exiid (*sic*) ex dicta diuisione. Et si uis diuidere radicem de 10 per 30, diuide 10 per 900, exibit $\frac{1}{90}$ unius integri; cuius radix est id quod queris. Item si uis diuidere radicem de 80 per radicem de 20, proueniet ex hoc numerus ratiocinatus; cum 20 ad 80 habent proportionem sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Nam ex diuissione de 80 in 20 ueniunt 4; quorum radix, scilicet 2 est id quod exiit ex diuissione: quare ex ductis 2 in radice de 20, radicem de 80 surgere necesse est. Et si uis diuidere decem radices de 20 per quatuor radices de 11, redige ipsas radices ad radicem unius numeri, scilicet quadratum de 10, scilicet 100 multiplica per 20; et quadratum de 4, scilicet 16, multiplica per 11; et sic ueniet radix de 2000 ad diuidendam per radicem de 176; ex qua diuisione prouenit radix de $\frac{1}{16}$ 11. Et si .IIII.^{or} radices 11 uis diuidere per decem radices 20, diuide 176 per 2000, et immictare (*sic*) modum euitationis in hoc, scilicet $\frac{1}{16}$ de 176, scilicet 11, diuide per $\frac{1}{16}$ de 2000, scilicet per 125, exibunt $\frac{11}{125}$; quarum radix est id quod queris.

De diuisione numerorum et radicum per radices radicum, et econtra.

Si uis diuidere numerum, uel radicem radicis per radicem radicis, quadratum quadrati rerum diuidendarum per quadratum quadrati diuisorum diuide; et radix radicis eius quod prouenerit, erit quesitum. Verbi gratia: uis diuidere 5 per radicem radicis de 10, quadratum quadrati de 5, scilicet 625, diuide per quadratum quadrati radicis radicis de 10, scilicet per 10, exibunt $\frac{1}{2}$ 62; quorum radix radicis est id quod queris. Et si diuiseris 10 per 625, exibunt $\frac{2}{25}$; quorum radis radicis prouenit ex diuisione radicis radicis de 10 in 5. Item si uis diuidere radicem de 20 per radicem radicis 8, multiplica radicem de 20 in se, prouenient 20; que etiam multiplica in se, erunt 400; quorum radix radicis equatur radici de 20. Ergo uis diuidere radicem radicis de 400 per radicem radicis de 8: quare diuides 400 per 8, exibunt 50; quorum radix radicis prouenit ex diuisione quesita. Et si uis diuidere radicem radicis de 8 per radicem de 20, diuide 8 per 400, exibunt $\frac{1}{50}$, cuius radix radicis est id quod prouenit ex ipsa diuisione. Similiter, si uis diuidere radicem radicis de 90 per radicem radicis de 10, diuide 90 per 10, exibunt 9; quorum radix radicis, scilicet radix trium prouenit ex ipsa diuisione. Item si uis diuidere radicem radicis 10 per radicem radicis de 90, diuide 10 per 90, exibunt $\frac{1}{9}$, cuius radix radicis, scilicet radicis de $\frac{1}{3}$ est hoc quod queris. Adhuc si uis diuidere radicem radicis de 243 per radicem radicis trium, diuide 243 per 3, proueniunt 81; quorum radix radicis, id est 3, est illud quod prouenit ex diuisione.
f. 166 recto. Et si radix radicis trium diuidatur per radicem radicis de | 243, diuide 3 per 243, exibit $\frac{1}{81}$, cuius radix est $\frac{1}{9}$, cuius radix est $\frac{1}{3}$; et tot prouenit ex dicta diuissione. Et si decem radices radicis de 20 uis diuidere per .IIII.^{or} radices radicis de 11, rediges has ad unam radicem radicis, scilicet multiplica 10 in se, faciunt 100; que in se multiplicata faciunt 10000; que multiplicata per 20, faciunt 200000, quorum radix radicis equatur decem radicibus radicis de 20. Similiter pro .IIII.^{or} radicibus radicis de 11 multiplica quadratum quadrati de 4, scilicet 256, per 11, uenient radix radicis de 2816; in quo numero diuides 200000, et prouenientis numeri radix radicis erit quesitum. Et si quatuor radices radicis de 11 uis diuidere per decem radices radicis de 20, diuide 2816 per 200000; et radix radicis eius, quod prouenerit, erit quesitum. Explicatis

Digitized by Google

itaque multiplicationibus, et addicionibus, et extractionibus atque diuisionibus numerorum sinplicium, uidelicet eorum, qui per lineas sinplices denotantur, etiam et ostensis multiplicationibus radicum trium binomiorum in se; nunc qualiter quarti, et quinti, et sexti binomii multiplicari debeant, ostendantur.

Radix quidem quarti binomii est composita ex duabus lineis, quarum una est radix quarti binomii, et alia est radix recisi eiusdem binomii habentis eadem nomina. Quorum (*sic*) linearum prima dicitur maior, secunda minor; et coniunctum ex eis, scilicet radix binomii quarti, est similiter maior; et dicitur maior, quia maius nomen, quod potest esse numerus. Nam radix quarti binomii potest similiter super numerum, et radicem; sed minus nomen eorum numerus est; unde ipsa uocatur riton, et medium potens, ut dictum est superius; et componitur ex radice quinti binomii, uel sexti ex radice ipsorum recisorum. Radix quoque sexti binomii eadem modo (*sic*) componitur ex radice sexti binomii, et quinti ex recisorum eorum. Vnde cum uis aliquem ipsorum binomiorum radicem multiplicare in se, adde quadratus (*sic*) sectionum ipsius cum duplo multiplicationis unius sectionis in aliam: ut si uis multiplicare radicem de 4, et radicis de 6, et radicem de 4, minus radice de 6 in se, hec demonstrentur in linea. Sit itaque linea *.a.b.* radix de 4, et radices de 6; et *.b.g.* sit radis de 4, minus radice de 6; et multiplicetur *.a.b.* in se, erunt 4; et radix de 6, que sit *.d.e.z.*, silicet *.d.e.*, sit 4; et *.e.z.* sit radix de 6; et multiplicetur adhuc *.b.g.* in se, uenient 4, minus radice de 6: sit ergo *.e.f.* 4. Quare *.z.f.* est 4. Et quia opportet nos multiplicare ignotum *.a.b.* per ignotum *.b.g.*, multiplicabimus quadratum linee *.a.b.* in quadratum linee *.b.g.*, silicet *.d.z.* in *.z.f.* Est enim tota *.d.f.* 8, que diuisa est in duo equalia super punctum *.e.*, et in duo inequalia super punctum *z.*: quare multiplicatio *.d.z.* in *.z.f.* cum quadrato linee *.e.z.* equatur ei, qui fit a dimedio (*sic*) linee *.d.f.*, scilicet quadrato linee *.d.e.*, que est 4: quare quadratus eius est 16. Ergo ex ducto *.f.z.* in *.z.d.* cum quadrato linee *.z.e.* ueniunt 10. Sed quadratus linee *.e.z.* est 6. Quare ex ductu *.f.z.* in *.z.d.* ueniunt 10. Ex hoc quidem manifestum est, quod quando aliquid binomium multiplicatur in suum recisum, | ex ipsa multiplicatione prouenit illud residuum, quod est inter quadratum maioris nominis. Et quadratum minoris nominis alicuius binomii. Vt modo, quod ex ductis 4, et radice de 6 in 4, minus radice de 6, ueniunt 10, que sunt differentia, que est a 16 in 6: et quoniam ex ductu quadrati linee *.a.b.* in quadratum linee *.b.g.* proueniunt 10; ergo ex ductu *.a.b.* in *.b.g.* prouenit radix de 10. Quare ex duplo *.a.b.* in *.b.g.* prouenit radix de 40; et sic pro quadrato tocius linee *.a.g.* habentur 8, et radix de 40, que sunt binomium quartum; cum differentia, que est a 40 in 64, non sit ex quadratis numeris. Eodenque modo operaberis in radicibus binomii quinti sexti. Vt si uolueris in se multiplicare radicem compositi ex radice de 40, et ex 6, et radicem decompositi ex radice de 40, minus 6, quadratos sectionum in similis adde, erunt due radices de 40, hoc est una radix de 160; quam adde cum duplo multiplicationis unius quadrati in alium, ex qua multiplicatione proueniunt 16; quorum radix, scilicet 4, est id quod uoluisti; et sic habebis radicem 160 et 4. Item si uis in se multiplicare radicem compositi ex radice de 40 ex radice de 15, et radicem residui, quod est inter radicem de 40, et radicem de 15, multiplica unamquamque sentionum (*sic*) in se; et prouenient radix de 40 cum radice de 15. Et radix de 40, minus radice de

e *.d.f.*, scilicet .... Ex hoc (fol. 166 *recto*, lin. 36-38 pag. 367, lin. 24-27).

fol. 166 *verso*

15; que insimul adde, ueniet radix de 160; et multiplica radices de 40, et de 15 in radicem de 40, minus radice 15, proueniet 25, que sunt a 15 in 40; quorum radicem, que est 5, duplica, uenient 10; que adde cum radice de 160, proueniet radix de 160, et 10; que nomina faciunt binomium quintum.

« radicem de . . . . additione » (fol. 166 *verso*, lin. 28-34; pag. 368, lin. 9-18).

Rursus si uis multiplicare radicem compositi ex radice de 40, et ex 5, et radicem de compositi eorumdem nominum, scilicet de 40 minus 5, multiplica similiter unamquamque seccionem in se, ueniet radix de 40 et 5, et radix de 40 minus 5; quibus in unum cum iunctis faciunt radice (*sic*) de 160; et ex multiplicatione quadrati unius sectionis in alia, proueniunt 15; quorum radix duplicata faciet radicem de 60; et sic habebis nomina binomii sexti, que sunt radix de 160, et radix de 60. Similiter, si ponamus radicem compositi ex radice de 40, et ex radice de 18, et radicem de compositi ex radice de 40, minus radice de 18, prouenient ex eorum multiplicatione in se nomina binomii sexti, quorum maius nomen est radix quadrupli de 40, scilicet 160; et minus nomen est radix quadrupli residui, quod est inter 18, et 40, scilicet ex 88; et ita contingit ex omnibus radicibus quinti et sexti binomii. Et notandum, quod coniunctum ex radicibus primi binomii, et eius recisi est radix numeri tantum: ut si componamus radicem de 4, et radice de 7 cum radice de 4, minus radice de 7, prouenient quidem octo ex additione quadratorum sectionum; et ex duplo multiplicationis unius quadrati in alium proueniunt 6, scilicet radix quadrupli quadrati residui, quod est a quadratum (*sic*) de 4 in 7. Quare coniunctum ex radicibus predicti binomii, et sui recisi est radix de 14: que etiam ostendantur in figura: ut que de reliquis binomiis diximus, clarius innotescant, spacium quadrilateri equi anguli, et equialteri (*sic*) .*a.k.* sit 4; et radix de 7, et tetragonum .*z.t.* sit 4, minus radice de 7; et educatur recta | .*a.e.* in punctum .*b.*; et sit recta .*e.b.* equalis recte .*k.t.*: similiter et recta .*a.I.* producatur usque in .*d.*; et sit recta .*I.d.* equalis recte .*z.k.*; et copulentur .*b.t.*, et .*z.d.* : ergo tetragonum est quadrilaterum .*a.b.g.d.*; et est eius latus, scilicet radix ipsius, linea .*b.g.*, que est coniuncio linearum .*b.t.*, et .*t.g.* Sed .*b.t.* est radix tetragoni .*a.k.*, cum sit equalis linee .*e.k.* Et .*t.g.* est radix tetragoni .*z.t.*; et ex ductu .*k.t.*, hoc est .*g.t.* in .*t.b.*, prouenit superficiem (*sic*) .*b.k.*; et ex ductu .*k.z.* in .*k.i.*, hoc est .*g.t.* in .*t.b.*, prouenit superficies .*k.d.*; ergo ex quadratis linearum .*b.t.* et .*t.g.*, et ex duplo .*g.t.* in .*t.b.* prouenit tetragonum .*a.b.g.d.* : sunt enim spacia tetragonorum .*a.k.* et .*k.g.* 8, ex quolibet spatiorum .*b.k.* et .*k.d.* est 3. Quare spacium tetragoni .*b.d.* est 14; quorum radix est linea .*b.g.*, que est composita ex radice binomii primi, scilicet ex .*b.t.* et .*t.g.*, et ex radice recisi ipsius, que est .*t.g.*, quod oportebat ostendere. Similiter eodem modo ostendetur, coniunctum ex radicibus binomii secundi et tercii, et ex eorum recisis esse semper radicem radicis numeri: his itaque explicatis, ostendamus multiplicare composita ex numeris, et radicibus, et radicibus radicum in eisdem.

fol. 167 *recto*.

« et multiplica . . . . et radix » (fol. 167 *recto*, lin. 18-21; pag. 368, lin. 39 e 40 — pag. 369, lin. 2).

4	7
5	20

Si uis multiplicare 4, et radicem de 7 per 5, et radicem de 20, pone numerum sub numero, et radicis quadratum sub quadrato radicis, ut in margine cernitur; et multiplica 4 per 5, scilicet numerum per numerum, et radicem per radicem, scilicet 7 per 20, exibunt 20, et radix de 140; et multiplica ex aduerso 4 per radicem de 20, et 5 per radicem de 7, exibunt quatuor radices de 20, et quinque radices de 7, hoc est radix de 320, et radix de 175; et sic habentur pro quesita multiplicatione 20, et radix

Digitized by Google

de 320, et radix de 175, et radix de 140. Et quia non comunicantur quadrati radicum supra scriptarum in proporcione quadratorum, non possunt reddigi in paucioribus nominibus, sicuti faciemus in hac alia multiplicatione, in qua uolumus multiplicare 5, et radicem de 8 in 6, et radicem de 32; quia 8, et 32 sunt inter se sicut quadratus numerus ad quadratum numerum: id circo diuide 32 per 8, uenient 4, quorum radis est 2; et tot radices de 8 est una radix de 32. Ergo uis multiplicare 5, et unam radicem de 8 per 6, et duas radices de 8; multiplicabis ergo 5 per 6, et unam radicem per duas, erunt 30, et duo quadrati radicis de 8, scilicet 16; que eciam habebis, cum multiplicaueris 8 per 32, et ex summa acceperis radicem : adde ergo 30 cum 16, erunt 46; et multiplica 5 per duas radices de 8, et 6 per unam radicen de 8, egredientur ex his duabus multiplicationibus sexdecim radices de 8; quibus additis cum 46, erunt 46, et una radix de 2048 pro summa quesite multiplicationis.

• quadratum .... 5 per » (fol. 167 *recto*, lin. 25 e 26-30, pag. 369, lin. 5-10).

5	8
6	32

Item si uis multiplicare 7, et radicem radicis de 10 per 8, et radicem radicis de 12; multiplicatis siquidem 7 per 8, et radicem radicis de 10 per radicem radicis 12, et 7 per radicem radicis de 12, et 8 per radicem radicis de 10, uenient integra 56, et octo radices radicis de 10, et vij. radices de 12, et una radix radicis de 120: et non possunt dici in pautioribus nominibus, cum proportio de 10 ad 12 non sit sicut quadratus numerus ad quadratum numerum : nec eciam sint medie numerum conti|nentes. Vnde si uis multiplicare 8, et radicem radicis trium per 9, et radicem radicis de 27, multiplica 8 per 9, et per radicem radicis de 27, et multiplica per radicem radicis trium; et radicem radicis trium multiplica per radicem radicis de 27, uenient 72, et 8 radices radicis de 27, et nouem radices radicis de 3, et una radix radicis de 81, scilicet 3: quibus 3 additis cum 72, faciunt 75; que habentur cum radice radicis de 19683, cum radice radicis de 110592 pro summa quesite multiplicationis. Sunt enim nouem radices radicix (*sic*) trium una radix radicis de 19683. Et octo radices radicis de 27 sunt una radix radicis de 110592; que due radices radicis non possunt agregari, nisi in radice una binomii secundi. Quia ex addictione quadratorum ipsarum (*sic*) prouenit radix de 223587; et ex duplo multiplicationis unius in aliam proueniunt 432, cuius binomii radix est additio prescriptorum; et sic habentur pro quesita multiplicatione integra 75, et una radix ex radice de 223587, et de 432.

• et non .... continentes » (fol. 167 *recto*, lin. 38 e 39, e fol. 167 *verso*, lin. 1; pag. 369, lin. 16-18).

7	10
8	12

fol. 167 *verso*

• conti|nentes .... per 9 » (fol. 167 *recto*, lin. 39 e 167 *verso*, lin. 1; pag. 369, lin. 18 e 19).

8	3
9	27

Item si uis multiplicare radicem de 5, et radicem radicis de 10 per radicem de 6, et radicem radicis 12, multiplica species ordine suprascripto, et habebis radicem de 30, et radicem radicis de 360, et radicem radicis de 300, et radicem radicis de 120.

• Item .... de 30 et » (fol. 167 *verso*, lin. 14 e 15; pag. 369, lin. 31, 32 e 33).

5	10
6	12

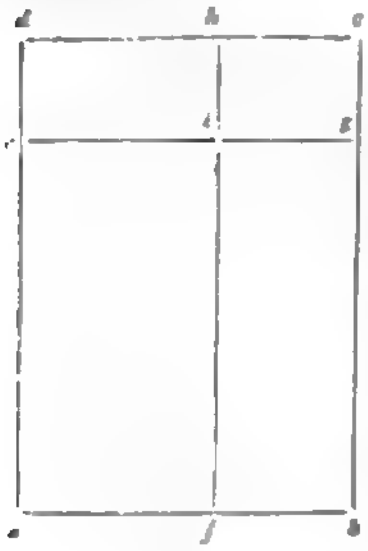
Rursus si uis multiplicare 3, minus radice 5, per 6 minus radice de 20, multiplica 3 per 6, erunt 18; de quibus tolle multiplicationem de 3 in radicem de 20, et de 6 in radicem de 5, remanebunt 18, minus duabus radicibus de 180 : super que adde multiplicationem radicis de 5, et radicem de 20, erunt 28, minus radice de 720, pro quesita multiplicatione. Et notandum, quia cum multiplicantur aliqua diminuta per diminuta, tunc illa multiplicatio cresit (*sic*); et cum multiplicatur addita inter se, tunc etiam et ipsa eorum multiplicatio est augmentanda; sed cum multiplicatur addita per diminuta, tunc eorum multiplicacio est minuenda, ut in sequentibus ostendetur. Et quia ex hac multiplicatione prouenit numerus tantum, minus radice, scitur, quod nomina suprascriptorum recisorum sunt ad inuicem proportionalia. Verbi gratia: sunt enim

• pro quesita .... et ipsa » (fol. 167 *verso*, lin. 21 e 22; pag. 369, lin. 37 e 38-40).

3	5
6	20

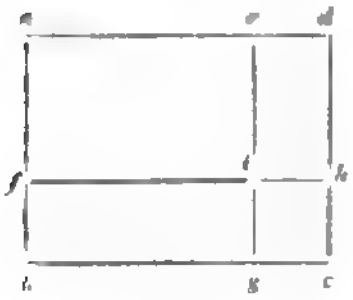
Digitized by Google

« ad radicem .... .e.d., hoc est » (fol. 167 verso, lin. 25 e 26-37; pag. 369, lin. 43 — pag. 370, lin. 12)



fol. 168 recto.

« 18 pro .... remanebunt » (fol. 168 recto, lin. 4-8; pag. 370, lin. 17-21).



« Item .... radicis » (fol. 168 recto, lin. 14 e 15; pag. 370, lin. 27).

« quatuor .... duorum » (fol. 168 recto, lin. 17, 18 e 19; pag. 370, lin. 29-31).

« Similiter .... modum » (fol. 168 recto, lin. 28 e 29; pag. 370, lin. 38 e 39).

6 dupla de 3. Eodem modo radix de 20 est dupla radice de 5. Vel sicut 3 sunt ad radicem de 5, ita 6 sunt ad radicem de 20; quorum proportio notificatur cum quadratis ipsorum nominum, hoc est sicut quadratus de 3 est ad 5, ita quadratus de 6 est ad 20. Et ut ostendatur quod multiplicatio rerum diminutarum cresenda (*sic*) sit, adiaceat quadrilaterum *.a.b.c.d.* recti angulum; et auferatur que uis pars ex *.a.d.*, et ex *.a.b.*; sintque *.d.e.* , et *.b.f.*; et per punctum *.e.* protrahatur linea *.e.g.* equi distans utrique linearum *.a.b.* et *.d.c.* Similiter per punctum *.f.* protrahatur linea *.f.h.* equi distans lineis *.a.d.*, et *.b.c.* Ex ductu quidem *.d.a.* in *.a.b.* prouenit superfities *.b.d.*, et ex ductu *.h.I.* in *.I.g.*, hoc est *.d.e.* in *.f.b.*, prouenit superficies *.g.h.* Ex quibus duabus superficibus si auferatur due superficies , que sunt *.b.h.* , et *.g.d.* , quarum una prouenit ex *.f.b.* in *.b.c.*, hoc est ex *.d.a.* in *.f.b.*, et alia prouenit ex *.a.g.* in *.e.d.*, hoc est ex *.a.b.* in *.e.d.*, remanebit superficies *.f.e.*, que prouenit ex *.e.a.* in *.a.f.*, quod opportebat ostendere. Et ut hec in numeris habeantur, sit linea *.a.d.* 6; de qua au|feratur *.d.e.*, que sit radix de 20, et *.a.b.* sit 3, et *.b.f.* sit radix de 5; et uolo multiplicare 6, minus radice de 20, per 3 minus radice de 5, hoc est *.e.a.* in *.a.f.*, de qua prouenit superficies *.f.e.* : multiplicabo itaque *.d.a.* in *.a.b.*, erunt 18 pro superficie *.a.b.c.d.* ; quibus addam multiplicationem radicis de 20 in radicem de 5, scilicet ex *.d.e.* diminuta in *.b.f.* diminutam, hoc est *.h.a.* in *.i.g.*; de qua prouenit superfities *.g.h.* , erunt 28 pro quantitate superficierum *.b.d.* et *.g.h.* ; de quibus auferam multiplicationem ex *.d.a.* in *.f.b.*, hoc est ex *.h.f.* in *.f.b.*, scilicet suprafitie (*sic*) *.b.h.*, que prouenit ex 6 ductis in radice de 5, remanebunt 28, minus sex radicibus 5, pro duabus superficiebus *.g.d.*, et *.f.e.*; de quibus si auferatur multiplicatio de 3 in radice 20, scilicet *.g.e.* in *.e.d.* ; de qua multiplicatione prouenit superficies *.g.d.*, remanebunt 28, minus quatuor radicibus de 5, et tribus radicibus de 20 pro superficie *.f.e.*, ut superius inuenimus. Nam sex radices de 5, et tres radices de 20 sunt una radix de 720.

Item si uis multiplicare 4, minus radice radicis duorum, per 5, minus radice radicis
4 de 8, multiplicabis siquidem 4 per 5, et radicem radicis binarii per radicem radicis
5 de 8, erunt 22 addita ; de quibus tolle ea, que proueniunt ex ductis 4 in radice radicis 8, et ex 5 in radicem radicis 2, remanebunt 22, minus quatuor radicibus radicis de 8, et quinque radicibus radicis 2 pro quesita multiplicatione.

Adhuc si uis multiplicare radicem de 8, minus radice radicis duorum, per radicem
9 de 18, minus radice radicis de 128. Ex ducta quidem radice de 8 in radicem de 18
18 proueniunt 12 addita; et ex ducta radice radicis duorum in radice radicis de 128 proueniunt .IIII.^or^ addita; et ex ducta radice de 8 in radicem radicis de 128 proueniunt una radix radicis diminuta de 819; et ex ducta radice de 18 addita in radicem radicis diminutam de 2 proueniunt una radix radicis diminuta de 648; et sic habentur pro quesita multiplicatione 16, minus radice radicis 819, et radice radicis de 648.

Similiter si uis multiplicare radicem radicis de 20, minus radice radicis de 10, per
20 radicem radicem (*sic*) radicis de 30, minus radice radicis de 15; secundum modum su-
30 prascriptum inuenies, summam ipsius multiplicationis esse radicem radicis de 600, et radicem radicis de 150 , diminutis duabus radicibus radicis de 300. Et quia radices radicum de 600, et de 150 sunt potentia tantum comunicantes; ideo possunt congregari

Digitized by Google

in radicem binomii tercii; et (*sic*) quarum congregatione prouenit radix ex radice de 1350, et ex radice de 1200: his omnibus explicatis, doceamus multiplicare binomiales numeros per recisos.

Cum uolueris multiplicare aliquod binomium per suum recisum, extrahe quadratum minoris nominis de quadrato maioris; et quod remanserit, erit summa quesite multiplicationis: ad cuius rei euidentia, adiaceat binomium *.a.b.g.*, cuius maius nomen sit *.a.b.*; a quo auferatur equale nominis *.b.g.*; sitque *.b.d.* Recisum ergo est *.d.a.*,| quod uolo multiplicare per binomium *.a.g.* Et quia linea *.d.g.* diuissa est in duo equalia super punctum *.b.*, et ei indirecto adiuncta est linea *.d.a.*, erit multiplicatio *.a.d.* in *.a.g.* cum quadrato linee *.d.b.* equalis quadrato linee *.a.b.* Quare si a quadrato nominis *.a.b.* auferatur quadratus nominis *.b.d.* , hoc est nominis *.b.g.* , remanebit summa multiplicationis ex *.a.d.* in *.a.g.*; quod opportebat ostendere. Et ut hec in numeris ostendantur, sit *.a.b.* 4, et *.b.g.* sit radix de 7; que uolo multiplicare per 4, minus radice de 7, hoc est per *.a.d*: auferam itaque quadratum linee *.d.b.*, silicet 7, ex quadrato linee *.a.b.*, silicet ex 16 , remanebunt 9 pro summa multiplicationis *.a.g.* in *.a.d.* Vel, si secundum numerum hoc facere uis, pone 4, et radicem de 7, et 4, minus radice de 7, ut in margine cernitur; et multiplica 4, que sunt in recisu per utrumque nomen binomii, scilicet per 4, et per radicem de 7, erunt 16; et quatuor radices de 7 addita; et multiplica radicem de 7 diminuta per eadem nomina binomii, prouenient 7 diminuta, et quatuor radices de 7 similiter diminutas: quibus extractis ex 16, et ex quattuor radicibus de 7, scilicet ex additis, remanebit 9 pro summa quesite multiplicationis.

Fol. 168 verso

• hoc est .... a g , quod • (fol. 168 verso, lin. 5, pag. 371 , lin. 11 e 12).

• aufe[ram .... et quatuor • (fol. 168 verso, lin. 7 e 8-12; pag. 371, lin. 14-20).

		plus
	4	7
minus		
7	4	

Item si uis multiplicare tercium binomium, uel sextum in suum recisum, similiter ex eorum multiplicatione prouenit numerus racionatus: ut si uolueris multiplicare radicem de 40, et radicem de 30 per radicem de 40, minus radice de 30, extrahes quadratum minoris nominis de quadratum (*sic*) maioris, scilicet 30 de 40, remanent 10 pro summa quesite multiplicationis; et sic operandum est in multiplicatione secundi, et quinti binomii in eodem recisis. Et notandum , quod quando ex multiplicacione alicuius recisi in aliquod binomium prouenit numerus tantum, tunc nomina recisi sunt proporcionalia cum nominibus binomii; et habent ad inuicem eundem ordinem: ut si uis multiplicare 6, et radicem de 10 per 18, minus radice de 90 ; quia nomina recisi sunt tripla ex nominibus binomii, accipe triplum differentie, que est inter quadratum maioris nominis binomii, et quadratum minoris; et quod prouenerit, esse quesitum: uerbi gratia: extractis 10 de 36, remanent 26; quibus triplicatis, reddunt 78 pro quesita multiplicationem (*sic*): quod etiam haberes, si operaberis secundum modum numeri; quia multiplicatis 18 in 6, et in radice de 10, proueniunt 108, et decem octo radices de 10; de quibus si auferatur multiplicatio radicis de 90 in 6 , et in radice de 10, remanebunt 78, ut prediximus : eodemque modo procedendum est in multiplicatione binomiorum, et recisorum diuersorum. Vt si uolueris multiplicare 5, et radicem de 10 per 7, minus radice de 30. Multiplicatis siquidem 7 per 5, et radicem de 10, ueniunt 35, et radix de 490; de quibus si auferatur multiplicatio radicis de 30 in 5, et in radicem de 10, remanebunt 35 , et radix de 490, diminuta radice de 750, et de 30 : et aliter non potest dici in surdis, cum radices predicte non inter se comunicantes. Et si uis multiplicare radicem

• que[situm .... auferatur • (fol. 168 verso, lin. 25 e 26-27 e 28, pag. 371, lin. 33 — pag. 372, lin. 2 e 3).

	6	10
90	18	
	5	10
30	7	
	40	5
	radix	
6	50	

Digitized by Google

de 40, additis 5, per radicem de 50, diminutis 6, multiplicata quidem radice de 50 in radice de 40, et in 5, prouenit radix de 2000, et radix de 1250 : de quibus si auferatur multiplicatio de 6 in radice de 40, et in 5, remanebit radix de 2000, et radix de 1250, minus 30, et radice de 1440. |

fol. 169 recto. Si uis multiplicare aliquem numerum, et radicem radicis per suum recisum, operaberis ut diximus in multiplicatione binomii in suum recisum. Vt si uis multiplicare 4, et radicem radicis 10 per 4, minus radice radicis de 10, extrahe quadratum nominis minoris, scilicet radicem de 10, de quadrato maioris, scilicet de 16, remanebunt 16, minus radice de 10, pro quesita multiplicatione. Et si multiplicarentur 4, et radix radicis de 10 in duplum sui recisi, scilicet in 8, minus radice radicis de 160, proueniet utique duplum suprascripte multiplicationis, scilicet 32, minus radice de 40.

Rursus si uis multiplicare radicem de 20, et radicem radicis de 10 per suum recisum, scilicet per radicem de 20, minus radice radicis de 10, extrahere (*sic*) similiter quadratum minoris nominis de quadrato maioris, remanebunt 20, minus radice de 10. Similiter si uis multiplicare radicem radicis de 60, et radicem radicis de 15 per suum recisum, scilicet per radicem radicis de 60 , minus radice radicis de 15, extrahe quadratum minoris nominis de quadrato maioris, scilicet radicem de 15 ex radice de 60, remanebit tantum radix de 15 pro quesita multiplicacione. Et si uis multiplicare 4, et radicem radicis de 10 in 5, minus radice radicis de 12, scribes ea ut hic cernutur (*sic*). Et multiplica ordine suprascripto maius nomen recisi per utrumque nomen binomii, scilicet 5 per 4, per (*sic*), et per radicem radicis de 10, erunt 20, et quinque radices radicis de 10; de quibus extrahe multiplicationem diminute radicis radicis de 12 in 4, et in radicem radicis radicis de 10, remanebunt 20, et quinque radices radicis de 10, diminutis quattuor radicibus radicis de 12, et una radice radicis de 120; et sic studeas facere in similibus: et cum occurerint nomina comunicantia in diminutis et additis, reddiges ea in pautioribus nominibus. Vt si uis multiplicare 4, et radicem radicis de 27 per 5, minus radice radicis de 3, prouenient siquidem ex eorum multiplicatione 20 , et quinque radices radicis de 27, diminutis quattuor radicibus radicis trium, et radice radicis de 81; que radix radicis est ratiocinata, et est 3; quibus diminutis a 20, remanent 17; et sic habentur pro quesita multiplicatione 17, et quinque radices radicis 27, diminutisquatuor radicibus radicis trium.

« radicis de 10 ... radix radicis » (fol. 169 recto, lin. 20-26 e 27, pag. 372, lin. 22-29).

	Radix radicis	
	4	10
12	5	
Radix radicis		
12	5	

Incipit pars quarta de diuisione bjnomiorum recisorum per numeros raciocinatos et inraciocinatos et econtra.

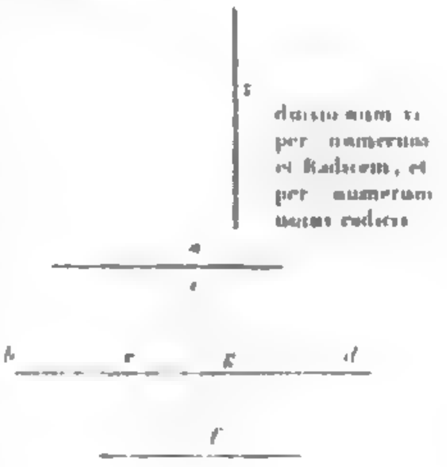
Cvm autem uolueris diuidere aliquod binomium, uel recisum , uel etiam aliquem numerum plurium nominum per aliquem datum numerum , uel per radicem radicis alicuius numeri ratiocinati, diuide unum quoque (*sic*) nomen per diuissorem; et nomina que prouenerint, siue addita fuerint, uel diminuta, erunt id quod ex diuisione prouenerit. Vt si uolueris diuidere 20, et radicem de 96 per 4, diuides primum 20 per 4, exibunt 5; diuide radicem de 96, per 4, hoc est diuides 96 per 16, exibit una radix de 6; et sic pro quesita diuissione habentur 5, et radix de 6. Similiter diuisis 20, minus radice de 96, per 4, exibunt eodem ordine 5, minus radice de 6. Item | diuidere fol. 169 verso.
20 et radicem de 96 per radicem de 8 , diuiso utroque nomine singulariter per radicem de 8, prouenit radix de 50, et radix de 12. Similiter diuisis 20, minus radice

Digitized by Google

de 96, per radicem de 8, prouenit radix de 50, minus radice de 12. Et si eadem nomina diuidere uolueris per radicem radicis de 10, multiplicabis 20 in se, prouenient 400; quibus in se multiplicatis, faciunt 160000; quibus diuisis per 10, faciunt 16000; quorum radix radicis est unum ex nominibus uenientibus ex diuisione. Quare si eodem modo diuiseris radicem de 96 per radicem radicis de 10, scilicet quadratum de 96 per 10, exibit radix radicis de $\frac{3}{5}$ 921 pro reliquo nomine ueniente ex diuisione: similiter diuisis 20, minus radice de 96, per radicem radicis de 10, prouenit radix de 16000, minus radice radicis $\frac{3}{5}$ 921. Item si uis diuidere radicem de 80, et radicem de 48 per 4, diuiso utroque nomine per 4, scilicet 80, et 48 per 16, prouenit radix de 5, et radix de 3: et si radix de 80, minus radice 48, diuidatur per 4, ueniet radix 5, minus radice trium. Rursus si radicem de 80, et radicem de 48 diuidere uis per radicem de 8, prouenit radix de 10, et radix de 6. Et sit (*sic*) radicem de 80, minus radice de 48, per radicem de 8 diuiseris, ueniet utique radix de 10, minus radice de 6. Similiter si a qua (*sic*) nomina diuidere uis per radicem radicis alicuius numeri, secundum ea que dicta sunt, studeas operari.

De diuisione numerorum, uel radicum, siue radicum radicis per binomia uel recisa.

Cvm uis diuidere aliquem numerum, uel radicem numeri, seu radicem radicis numeri per aliquod binomium, multiplica ipsum binomium in suum recisum; et quod prouenerit, erit numerus, ut ostensum est: in quo diuide multiplicacionem diuidendi numeri in recisum diuidentis binomii; et habebis quesitum. Verbi gratia: sit .*a*. numerus, uel radix numeri, seu radix radicis numeri, quod diuidere uis per binomium .*b.g.d.*; quorum nominum sit maius .*b.g.*, et proueniat ex ipsa diuisione quantitas .*z.*: et iaceat .*e.g.* equale nominis .*g.d.* Recisum ergo est .*b.e.*; quo multiplicato per binomium .*b.d.*, proueniat numerus .*f.*, qui est ratiocinatus (*sic*), cum ex .*b.e.* in .*b.d.* proueniat residuum, quod est inter quadratum nominis .*g.e.*, et quadratum nominis .*b.g.*, ut superius demonstratum est. Ergo siuidatur (*sic*) numerus .*f.* per binomium .*b.d.*, proueniet utique recisum .*b.e.* Quare si diuidatur quoduis multiplex, uel quelibet pars numeri .*f.* per binomium .*b.d.*, proueniet utique ex diuisione idem multiplex, uel eadem pars recisi .*b.e.*: si ergo equalis est numerus .*a.* numero .*f.*, equalis est quantitas .*z.* reciso .*b.e.*; si maior, maior, et si minor, minor: proportionaliter ergo est sicut .*f.* primus ad .*a.* secundum, ita .*b.e.* tercius ad .*z.* quartum. Quare multiplicatio secundi in tercium, scilicet .*a.* in .*b.e.*, equatur multiplicationi primi in quartum. Et sic diuisa multiplicatione ex .*a.* in .*b.e.* per numerum .*f.*, prouenit .*z.*, silicet illud quod prouenit ex .*a.* diuiso in binomium .*b.d.*, quod opportebat ostendere. Eodem modo si .*a.* diuidere uis per recisum .*b.e.*, inuenies, quod ex multiplicatione .*a.* in binomium .*b.d.*, diuisa per numerum .*f.*, prouenit quesitum; quia si diuidatur numerus .*f.* per recisum .*b.e.*| prouenit utique binomium .*b.d.*; et erit sicut .*f.* ad .*a.*, ita binomium .*b.d.* ad id, quod prouenit ex .*a.* diuisio (*sic*) in recisam .*b.e.* Et ut hoc in numeris habeatur, sit .*a.* 100, que diuidere uis per binomium .*b.d.*; cuius maius nomen, silicet .*b.g.*, sit 4; minus autem, silicet .*g.d.*, sit radix de 7. Quare recisum .*b.e.* est 4, minus radice de 7; quo multiplicato per 4, et per radicem 7, scilicet per binomium .*b.d.*, proueniunt 9 pro numero .*f.* Ergo si diuidatur 9 per 4, et radice (*sic*) de 7, prouenient ex i...



« proue [iacet] ... quod proue-| nit » (fol. 169 *verso*, lin. 27 e 28 — 36 e 37; pag. 373, lin. 24 e 25-34).

fol. 170 *recto*.

Digitized by Google

uisione 4, minus radice de 7, scilicet recisum *.b.e.*: est ergo sicut 9 ad 100, ita 4, minus radice de 7, ad quesitum. Quare multiplicanda sunt 100 per 4, minus radice de 7, et diuidenda per 9; ex qua enim multiplicatione proueniunt 400, minus centum radicibus de 7: quibus diuisis per 9, ueniunt $\frac{4}{9}$ 44, minus .XI.^{cim} radicibus, et nona de 7. Et si 100 diuiseris per 4, minus radice de 7, uenient, eisdem dispositis, $\frac{4}{9}$ 44, et insuper radices .XI., et nona de 7 pro quesita diuisione; et sunt nomina exeuntis summe proportionalia nominibus diuisoris : quia sicut 4 sunt ad unam radicem de 7, ita $\frac{4}{9}$ 44 sunt ad undecim radices, et nonam de 7.

Item si radicem de 80 diuidere uis per radicem de 8, et radicem de 6, multiplica radicem de 8, et radicem de 6 per suum recisum, scilicet per radicem de 8, minus radice de 6, exibunt 2. In quibus diuide multiplicationem radicis de 80 in radicem de 8, minus radice de 6; uel medietatem radicis de 80, scilicet radicem de 20, multiplica in radice de 8 , minus radice de 6 , exibit radix de 160, minus radice de 120. Et si radicem de 80 diuiseris per radicem de 8, minus radice de 6, prouenit utique radix de 160, et radix de 120.

Rursus si radicem radicis ducentorum uis diuidere per aliquod binomium, ut per 3, et radicem duorum, multiplica 3, et radicem de 2 per 3, minus radice de 2, proueniet 7. Quare si diuidantur 7 per 3, et radicende (*sic*) 2, prouenient utique 3, minus radice duorum; in quo reciso, supradictis dispositis, multiplica radicem radicis ducentorum, proueniet radix radicis de 16200, minus radice radicis octigentorum: quibus diuisis per 7, uenient radix radicis de $\frac{2\ 4\ 1\ 5}{7\ 7\ 7\ 7}$ 6, minus radice radicis $\frac{800}{2401}$. Et si diuidatur radix radicis ducentorum per 3, minus radice duorum , multiplicabitur tunc ipsa radis radicis per 3, et radicem de 2; et ea que prouenerit diuides per 7, exibit radix radicis de $\frac{2\ 4\ 1\ 5}{7\ 7\ 7\ 7}$ 6, et radix radicis de $\frac{800}{2401}$; et sic studeas facere in similibus.

De diuisione numerorum et radicum, uel radicum per Compositos
ex numero et radice radicis, uel ex radice et Radice Radicis,
seu ex duabus radicibus Radicibus Radicum diuersis.

Si uis diuidere 10 per 2, et radicem radicis trium, scias primum, quia cum multiplicatur numerus, et radix radicis in suum recisum, tunc prouenit ex ipsa multiplicatione id quod est inter quadratum minoris nominis, et quadratum maioris ; quod residuum est aut numerus minus radice, aut radix minus numero: quod idem prouenit ex multiplicatione radicis, et radicis radicis in suum residuum. Sed cum multiplicantur due radices | radicis diuerse per suum recisum, tunc radicem minus radice, uel radicem tantum prouenire demonstrabo. Sit itaque *.a.c.* compositum ex numero, et radice radicis; et sit maius nomen *.a.b.*; et iaceat *.b.d.* equale nomini *.b.c.*; et quia *.d.c.* linea diuisa est in duo equalia super punctum *.b.*, et ei adiuncta est linea *.a.d.*, erit multiplicatio *.a.d.* in *.a.c.* cum quadrato linee *.d.b.* equalis quadrato linee *.a.b.* : quare si auferatur quadratum linee *.b.d.* ex quadrato linee *.a.b.*, remanebit multiplicatio ex *.a.d.* in *.a.c.* Sit ergo primum *.a.b.* numerus, et *.b.c.*, hoc est *.b.d.* sit radix radicis numeri; remanebit ergo *.a.d.* decomposita ex numero *.a.b.*, minus radice radicis *.b.d.* Et quia multiplicato *.a.d.* in *.a.c.* prouenit quadratus numerus *.a.b.*, minus quadrato radicis radicis *.b.d.* ; et est quadratus numerj *.a. b.* numerus ; et quadratum radicis radicis *.b.d.* est radix numeri ; ergo ex ductu *.a.c.* in *.a.d.* prouenit numerus

fol. 170 recto.

* radicis, et [illegible] .d.c. linea [illegible] (fol. 170 verso, lin. 2 e 3, pag. 374, lin. 35 e 36)

Digitized by Google

de (*sic*) minus radice. Et si maius nomen *.a.b.* sit radix radicis numeri; et minus, silicet *.b.c.*, sit numerus, proueniet ex *.a.b.* in se radix numeri. Et ex *.b.d.* in se prouenit numerus: ergo ex *.a.c.* in *.a.d.* proue (*sic*) radix numeri, minus numero, ut predixi. Similiter ostendetur, idem prouenire, si unum ex nominibus *.a.b.*, et *.b.c.* sit radix numeri, et alterum sit radix radices (*sic*). Set si utrumque nomen fuerit radix radicis numeri, tunc ex *.a.b.* in se prouenit radix numeri, et ex *.d.b.* similiter. Quare id quod prouenit ex *.a.c.* in *.a.d.*, silicet ex duabus radicibus radicis diuersis in suum recisum, prouenit radix numeri, minus radice: que si fuerint comunicantes, possunt reddigi ad radicem unam, ut predixi. Et quia uis diuidere 10 in 2, et radicem radicis trium, multiplica ea in suum recisum, scilicet in 2, minus radice radicis trium, proueniet 4, minus radice trium: que si diuidantur per 2, et radicem radicis trium, reddibit utique suum recisum, scilicet 2, minus radice radicis trium: proportionaliter ergo sicut 4, minus radice trium, sunt ad 10, ita 2, minus radice radicis trium, sunt ad quesitum. Quare multiplicanda sunt 10 per 2, minus radice radicis trium, et diuidenda per 4, minus radice trium; uel diuidenda sunt 10 per 4, minus radice trium; et que prouenerit multiplicanda per 2, minus radice radicis trium. Nam qualiter 10 diuidantur per 4, minus radice trium, ostensum est superius: et sunt que proueniunt ex ipsa diuisione $\frac{40}{13}$, et radix de $\frac{300}{13}$; que multiplicata per 2, minus radice radice radicis trium, reddunt ea, que proueniunt ex 10 diuisis in 2, et radicem radicis trium. Et si 10 per 2, minus radice radicis trium diuidere uis, multiplicabis prescriptas $\frac{40}{13}$, et radicem de $\frac{300}{13}$ per 2, et radice radicis trium, et habebis quesitum. Item si uis diuidere 10 per radicem de 6, et radicem radicis duorum, multiplica radicem de 6, et radicem radicis duorum per radicem de 6, minus radice radicis duorum, 6 prouenient, minus radice duorum: in quibus diuide 10; et quod prouenerit multiplica per radicem de 6, minus radice radicis duorum, et habebis propositum. Et si uolueris diuidere 10 per radicem de 6, minus radice radicis duorum, id quod prouenit ex 10 diuisis in 6, minus radice duorum, multiplica per radicem de 6, et | per radicem radicis duorum, et habebis propositum. c. 171 recto.

Rursus si uis diuidere radicem de 120 per radicem radicis de 18, et radicem radicis 8 per radicem radicis de 18, minus radice radicis de 8; et proueniet rationale in potentia, quod est radix duorum; in qua diuide radicem de 120, proueniet radix de 60; quam multiplica per radicem radicis de 18, minus radice radicis de 8, et habebis propositum. Et si radicem de 120 per radicem radicis de 18, minus radice radicis de 8, diuidere uis, multiplicabis radicem de 160 superius inuenta per radicem radicis 18, et radicem radicem radicis de 8.

Adhuc si uis diuidere radicem radicis de 5000 in radicem radicis de 40, et radicem radicis de 20, multiplica hoc binomium in suum recisum, scilicet in radicem radicis de 40, minus radice radicis de 20, proueniet radix de 40, minus radice de 20; in qua diuide radicem radicis de 5000, hoc est, multiplica radicem de 40, minus radice de 20, in suum binomium, scilicet in radicem de 40, et in radicem de 20, proueniet 20. In quibus diuide radicem radicis de 5000, prouenient radix radicis de $\frac{1}{32}$; quam multiplica per radicem de 40, et per radicem de 20; et quod prouenerit multiplica per radicem radicis de 40, minus radice radicis de 20, et habebis propositum.

Digitized by Google

Et si uolueris diuidere aliquod simplex, uel binomium, siue recisum per aliquod trinomium, extrahe unum ex tribus nominibus ex reliquis duobus; et quod remanserit, per ipsum trinomium multiplica; et in id quod prouenerit, diuides multiplicationem diuidendorum nominum in residuum trinomium; et habebis quod queris. Nam cum extrahitur ex tribus nominibus unum nomen, et residuum multiplicatur in ipsum trinomium; quod ex ipsa prouenit multiplicatione, erit aut recisum, uel binomium, siue radix numeri rationati; quod demonstrabo in linea. Sit itaque linea *.a.d.* trinomium alicuius, nomina sint *.a.b. b.c. c.d.*; et auferatur ex *.a.c.* binomio recta *.c.e.* equalis recte *.c.d.* Et quoniam recta *.e.d.* diuisa est in duo equa super punctum *.c.*; et ei indirecto adiuncta est linea *.e.a.*, erit multiplicatio *.a.e.* in *.a.d.* cum quadrato linee *.e.c.* equalis quadrato linee *.a.c.* Quare cum uis multiplicare residuum *.a.e.* in trinomium *.a.d.*, multiplicandum est binomium *.a.c.* in se; et ex ipsa multiplicatione extrahendus est quadratus nominis *.e.c.*, hoc est nominis *.c.d.*, et remanebit id quod fit ex ductu *.a.d.* in *.a.e.* Scimus autem, quoniam ex ductu *.a.c.* binomio in se prouenit primum binomium, ut ostensum est. Ex omne enim binomium (*sic*), cum multiplicatur in se, prouenit primum binomium; primum autem binomium numerus est, et radix numeri. Scimus etiam, quos (*sic*) ex ductu *.e.c.* in se prouenit numerus. Minue igitur de primo binomio numerum, qui est numerus, et radix numeri. Si autem numerus, qui minuendus est minor numero, qui est in binomio primo, tunc id quod remanet, est numerus, et radix numeri, quod est binomium. Si uero numerus, qui est minuendus, fuerit maior numero, qui est in primo binomio, tunc id quod remanet, erit radix numeri, minus numero, quod est recisum. Si autem equalis fuerit, tunc remanebit radix numeri, ut predixi. Vnde, si uis diuidere 10 per 2, et per radicem de 3, et per fol. 171 recto ra|dicem de 5, multiplicandus (*sic*) 2, et radicem de 3 in se, prouenient 7, et radix de 48; de quibus extrahe 5, scilicet quadratum tercii nominis diuisoris, remanebunt 2, et radix de 48; in quo binomio diuide multiplicationem de 10 in 2, et in radice de 3, minus radice de 5, per modum superius demostratum: et si uis diuidere 10 per 2, et radice de 3, minus radice de 3, multiplica 10 per 2, et per radicem de 3, et per radicem de 5; et que prouenerint diuide per 2, et radicem de 48: similiter si uolueris diuidere radicem de 10 per radicem de 6, et radicem de 7, et radice 8, multiplicabis radicem de 6, et radicem de 7, et de 8, in radicem de 6, et radice de 7, minus radice de 8, et prouenient 5, et radix de 168, quod est binomium; in quo diuide multiplicationem radicis de 10 in radicem de 6, et in radicem de 7, minus radice de 8. Et si uis diuidere radicem radicis de 200 per radicem de 6, et radicem de 7, minus radice 8, multiplicabis radicem de 200 per radicem de 6, et per radicem de 7, et per radicem de 8; et que prouenerint diuide per 5, et radicem de 168; et sic studeas facere in similibus.

Incipit pars de inuentione radicum, binomiorum et recisorum.

Si uis inuenire radicem alicuius binomii, studeas diuidere maius nomen in duas partes, quarum una multiplicata per aliam faciat quartam partem quadrati minoris nomiminis; quarum duarum partium radices in similis (*sic*) iuncte, erunt radix quesiti binomii. Nam, qualiter ipse partes inueniri debeant, in linea ostendamus: adiaceat binomium quodlibet *.a.g.*, cuius maius nomen sit *.a.b.*, quod possit super numerum *.b.g.* equale numero *.d.*; et diuidatur *.a.b.* per medium super punctum *.e.*, et addatur radix quarte

Digitized by Google

partis numeri *.d.* linee *.a.e.*, sitque *.e.f.*; dico linea *.a.b.* diuisam esse in duas partes, que sunt *.a.f.*, et *.f.b.*; quarum una multiplicata in aliam, equatur quarte parti quadrati linee *.b.g.* Quoniam linea *.a.b.* potest numerum *.d.*, et quadratum nominis *.b.g.*: medietas ergo nominis *.a.b.*, silicet *.a.e.*, poterit quartam partem numeri *.d.*, et quadrati nominis *.b.g.* Et quoniam linea *.a.b.* diuisa est in duo equalia super *.e.*, et in duo inequalia super *.f.*, erit multiplicatio *.b.f.* in *.f.a.* cum quadrato linee *.e.f.* equalis quadrato linee *.a.e.*; ergo id quod fit ex ductu *.b.f.* in *.f.a.* cum quadrato linee *.e.f.* equatur quarte parti nomini (*sic*) *.d.*, et quadrati nominis *.b.g.*: sed quadratus linee *.e.f.* est quarta pars numeri *.d.*; quare id quod fit ex ductu *.b.f.* in *.f.a.* equatur quadrato, qui fit a dimidio linie (*sic*) *.b.g.*, hoc est quarte parti quadrati totius nominis *.b.g.*; et hoc uolebamus. Et notandum, quod si *.a.g.* fuerit binomium primum, tunc *.e.f.* erit numerus: quare tota *.a.f.* erit similiter numerus, cum *.a.e.* sit numerus; est enim tota *.a.b.* numerus, scilicet maius nomen binomii primi. Vnde *.f.b.* erit numerus; quia extracto numero *.a.f.* ex numero *.a.b.*, remanet *.f.b.* similiter numerus ratiocinatus. Et si binomium *.a.g.* fuerit secundum uel tercium, tunc linea *.a.e.* erit radix numeri comunicans linee *.e.f.* Quare linee *.a.f.* et *.f.b.* erunt radices duorum diuersorum numerorum. Et si binomium *.a.g.* fuerit aliquod ex tribus binomiis reliquis, erit linea *.a.f.* binomium, et linea *.f.b.* recisum, ut in decimo euclitis (*sic*) habentur. Restant itaque ostendende radices partium *.a.f.* | et *.f.b.* insimul coniuncte esse radicem totius binomii *.a.g.*: sit que radix porcionis *.a.f.* linea *.I.z.*, et portionis *.f.b.* sit *.z.t.*; dico quod *.i.t.* est radix binomii *.a.g.* Quoniam *.i.t.* diuisa est in duo super *.z.* , erunt duo quadrati portionum *.i.z. z.t.* cum duplo *.i.z.* in *.z.t.*, equales quadrato totius linee *.i.t.*: sunt enim quadrati portionum *.i.z. z.t.* numeri *.a.f. f.b.* , hoc est numerus *.a.b.*: sed ex ducta *.i.z.* in *.z.t.* prouenit radix eius, quod fit ex *.a.f.* in *.f.b.*; cum *.a.f.* et *.f.b.* sint quadrati portionum *.i.z. z.t.* Sed ex ductu *.a.f.* in *.f.b.* prouenit quadratus dimidii nominis *.b.g.* Quare ex *.a.I.z.* in *.z.t.* prouenit dimidium nominis *.b.g.* : ergo ex duplo *.i.z.* in *.z.t.* prouenit nomen *.g.b.*: ergo ex ductu *.i.t.* in se prouenit binomium *.a.g.* , oportebat ostendere : et ut hec habeantur in numeris , sit binomium *.a.g.* primum, cuius maius nomen *.a.b.* sit 23 ; et minus *.b.g.* sit radix de 448. Et extrahatur quadratus minoris nominis ex quadrato maioris, scilicet 448 de 529, remanent 81; et diuidatur *.a.b.* per medium, ueniet *.a.e.* $\frac{1}{2}$ 11; quibus addatur radis quarte partis de 81, scilicet $\frac{1}{2}$ 4, que sunt dimidium radicis de 81, erit *.a.f.* tota 16; quibus extractis de 23, remanent 7 pro numero *.f.b.* Nam multiplicatis 7 per 16, silicet *.b.f.* per *.f.a.*, nimirum 112, scilicet quarta pars quadrati nominis *.b.g.* prouenient, ut uolebamus . acceptis itaque radicibus numerorum **.a.f. f.b.*, ueniet 4 , et radix de 7 pro radice 23, et radicis de 448 insimul coniunctorum. Et si radix de 23, minus radice de 448, habere desideras, ipsam esse 4, minus radice de 7, eisdem demonstrationibus poteris inuenire.

Item sit binomium *.a.g.* secundum , cuius maius nomen sit radix de 448 ; minus uero sit 14. In quo binomio maius nomen potest 252 , plus minori ; quorum quarte partis radix, scilicet de 63, addatur quadrato medietatis maioris nominis, scilicet radici quarte partis de 448, erunt radix de 112, et radix de 63; quibus insimul iunctis, faciunt radice (*sic*) de 343 pro linea *.a.f.*: et extracta quidem radice de 63 ex radice de 112,

fol. 172 recto.

* radix [illegible] quarte [illegible] (fol. 172 recto, lin. 22 e 23, pag. 377, lin. 39 e 40.)

silicet .e.f. ex .e.b., remanet pro linea .f.b. radix de 7; et sic pro radice de 448, et de 14 insimul coniunctis habetur radix radicis de 343, et radix radicis de 7. Quare pro radice radicis de 448, minus 14, habetur radix radicis de 343, minus radice radicis de 7. Eodemque modo inuenies radicem tercii binomii, et eius recisi.

Nam si radicem quarti binomii inuenire uis, adiaceat iterum binomium .a.g., cuius maius nomen .a.b. sit 20; minus quoque .b.g. sit radix de 240; ex quibus nominibus maius nomen potest 160, plus minore. Radix quarte partis quorum, silicet de 40, si addatur dimidio maioris nominis, scilicet linee .a.e., habebuntur 10, et radix de 40 pro linea .a.f.: que cum agregari non possint, est tota linea .a.f. binomia. Quare residuum .f.b. est recisum constans ex 10, minus radice de 40: harum itaque duarum quantitatum .a.f., et .f.b. radices in unum coniuncte sunt radix de 20, et radices de 240. Nam radix residui, in quo .a.f. super habundat .f.b, est radix de 20, minus radice de 240. Et si secundum hunc | hunc (*sic*) modum in iuncione radicum quinti, et sexti binomium (*sic*), et eorum recisorum processeris, nullatenus poteris deuiare.

(est tota .... ex 10 (fol. 172 recto, lin. 36, pag. 378, lin. 9 e 10).

(fol. 172 verso)

Expricit tractatus de quadratis radicibus.

Incipit pars quinta de inuentione radicum cubicarum, et de addictione et multiplicatione, et extractione, seu diuisione earumdem.

Cvbus quidem numerus est, qui surgit ex multiplicatione trium equalium numerorum, uel ex aliquo quadrato numero in suam radicem ducto, ut 8, et 27: nam 8 surgunt ex multiplicatione de 2 in 2, ducta in 2, uel ex multiplicatione quaternarii in suam radicem, scilicet in 2; et 27 surgunt ex tribus ternariis, uel ex nouenario ducto in suam radicem, que est 3. Nam radix cubica octonarii est 2; et radix cubica de 27 est 3; et sic intelligas de reliquis cubis numeris, et eorum radicibus. Reliqui autem numeri, qui cubi non sunt, radices cubicas in numeris habere non possunt. Vnde radices ipsorum cubices (*sic*) dicuntur surde. Nam, qualiter secundum propinquitatem radix cubica cuius uis numeri reperiri ualeat demostrabo. Sed primum, unde modus reperiendi has radices procedat, uolo presentialiter demonstrare. Cum itaque linea diuisa in duas partes fuerit, erunt cubi ipsarum proportionum cum triplo multiplicationis quadrati uniuscuiusque sectionis in aliam, equales cubo totius linee. Verbi gratia: sit linea .a.b., ut libet diuisa super punctum .g.; dico cubos proporcionum .a.g., et .g.b. cum triplo quadrati portionis .a.g. in .g.b., et cum triplo quadrati portionis .b.g. in .g.a., quales (*sic*) esse cubo totius linee .a.b.; quod uideatur in numeris: sit tota .a.b. 5, et .a.g. sit 3, remanebit .g.b. 2; quorum porcionum cubi sunt 27, et 8; quibus insimilis (*sic*) iuuctis, faciunt 35; et ex triplo quadrati de 3 in 2, ueniunt 54; et ex triplo quadrati de 2 in 3, ueniunt 36; et sic habentur in summa 125, scilicet cubus quinarii, scilicet linee .a.b. Nam 5 est radix cubica de 125; quia ductis 5 in se, faciunt 25; quibus ductis in 5, faciunt 125. Et cum super hanc diffinitionem diucius cogitarem, inueni hunc modum reperiendi radices, secundum quod inferius explicabo: sed primum uolo demonstrare, quomodo secundum hanc diffinitionem debeat quilibet numerus cubicarj: ut si uis cubicare 12, accipe cubum de 10, et cubum de 2; in quibus portionibus sint 12 diuisa, erunt 1008; super que adde triplum quadrati de 10 ductum in 2, et triplum quadrati de 2 ductum in 10, scilicet 600, et 120, erunt in summa 1728, que sint cubus de 12; et sic potes operari

(sit tota .... 2 in 2 (fol. 172 verso, lin. 21 e 22; pag. 378, lin. 22, 23 e 24)

Digitized by Google

in cubicatione cuius uis numeri. Sed ut demonstremus modum, qualiter tres numeri equales uel diuersi in una multiplicatione multiplicandi sint; per quem modum etiam omnes numeri cubicantur; adiaceant tres numeri inequales, quorum primus sit 12, secundus 34, tercius 56; quos insimul multiplicari oporteat: describantur ipsi per ordinem, ut in margine cernuntur; et multiplicantur 2 per 4, erunt 8; que per 6, erunt unitates 48: ponantur 8 in loco unitatum, et retineantur 4; cum quibus addes multiplicationem eorumdem 8 in 5, erunt decene 44; et multiplicentur 2 per 3, et 4 per 1, erunt 10; que per 6, erunt decene 60; quas adde cum decenis 44, erunt decene 104: ponas 4 in loco decenarum, et retineas 10; | et 10, que multiplicata fuerunt per 6, multiplica per 5, et adde cum seruatis 10, erunt centene 60; et 1 per 3, erunt centenaria 3; que 3 multiplica per 6, erunt centenaria 18; que adde cum 60, erunt centenaria 78: pone 8 in loco centenariorum, et retineas 7; cum quibus adde multiplicationem de 1 in 3, ductam in 5, erunt millene 22: pone 2 in quarto gradu, et retineas 2, que pone in quinto gradu, et habebis pro quesita multiplicatione 22848; cuius multiplicationis probatio est, ut proba (*sic*) de 12 multiplices per probande (*sic*) 34; et proba que prouenerit, multiplica per probam de 56; et proba que prouenerit, erit proba de 22848: ad quam summam etiam peruenire poteris, si multiplicas 12 per 34; quod totum per 56.

fol. 173 recto.

« et 10 que.....que prouenerit » (fol. 173 recto, lin. 1-7; pag. 379, lin. 9-16).

22848
12
34
56

Item si uis multiplicare in una multiplicatione 123 per 456; quod totum per 789, describe numeros, ut in margine cernuntur; et multiplica figuras primi, et secundi numeri, secundum ordinem demonstratum in secundo capitulo; et multiplicationes, que prouenerint, duces per figuras tercii numeri, ut inferius ostendetur: primum quidem in multiplicatione de 123 in 456, multiplicantur 3 per 6, faciunt 18; que multiplica per primam figuram tercii numeri, scilicet per 9, erunt unitates 162. Quare ponas 2 in primo loco, et seruabis decenas 16; et multiplicabis eadem 18 per secundam figuram tercii numeri, scilicet per 8, erunt decene 144; et accipies multiplicationes positionis secunde figure duorum superiorum numerorum, scilicet 3 per 5, et 6 per 2, erunt 27; que multiplica per primam figuram tercii numeri, scilicet per 9, erunt decene 243; quibus additis cum decenis 16, et cum decenis 144 seruatis, scilicet cum decenis 160, erunt decene 403: pones 3 in secundo loco, et seruabis centenas 40; et accipies multiplicationes positionis tercie figure duorum superiorum numerorum, scilicet 3 per 4, et 6 per 1, et 2 per 5, erunt 28; et addes cum 40 seruatis multiplicationem positionis prime figure superiorum numerorum, scilicet de 18, in ultimam figuram tercii numeri, scilicet in 7, erunt centene 160; cum quibus adde multiplicationem inuentorum 27 in secundam figuram tercii numeri, scilicet in 8, erunt similiter centene 382; cum quibus adde multiplicationem inuentorum 28 in primam figuram tercii numeri, scilicet in 9, erunt similiter decene 634: pones 4 in tercio loco, et seruabis millenas 63. Cum quibus addes multiplicationem supradictorum 27 in 7 tercii numeri, et de 28 in 8 eiusdem numeri, erunt millene 476: et accipe multiplicationes positiones quarte figure in multiplicatione duorum superiorum, scilicet de 2 in 4, et de 5 in 1, erunt 13; que multiplica per 9 tercii numeri, erunt millene 117; quibus additis cum millenis 476, erunt millene 593: pones 3 in quarto loco, et retineas decem millenas 59; cum quibus addes multiplicationem supradictorum 28 in 7, et de 13 in 8, erunt decem millene 359; cum quibus adde multiplicationem de 1 in 4 ductam in 9, erunt decem millene 395: ponas 5 in quinto loco, et serua centum

« 18 per .... multiplicationem » (fol. 173 recto, lin. 16-21; pag. 379, lin. 24-31).

44253432
123
456
789

Digitized by Google

millenas 30; cum quibus adde multiplicationem predictorum 13 in 7, nec non et multiplicationem de 1 in 4 ductam in 8, erunt centum millene 162: pones 2 in sexto loco, et retineas 16, que sunt mille millene; cum quibus adde multiplicationem de 1 in 4 ductum in 7, scilicet 28, erunt mille millene 44: pones 4 in septimo loco, et 4 in octauo; et sic habebis pro quesita multiplicatione 44253432; et sic potes facere in similibus, nec non in cubicatione cuiusuis numeri trium figurarum. Vnde reuertamus ad inuentionem radicum cubicarum quorumlibet numerorum. Sed primum sciendum | est, qui sunt numeri cubi, qui fuerint a numeris primi gradus. Nam cubus unitatis est 1. Binarii 8, ternarii 27. Quaternarii 64. Quinarii 125. Sexnarii 216. Septenarii 343. Octonarii 512. Nouenarii 729. Et cubus itaque decenarii est 1000: quibus per ordinem cordetenus cognotis, sciatis, quod radix cubica numerorum unius et duarum, et trium figurarum est una figura. Quatuor uero figurarum, et quinque, et sex, radix cubica est numerus duarum figurarum; septem autem figurarum, et octo, et nouem, radix est numerus trium figurarum; et sic semper deinceps crescendo, unam, uel duas, uel tres figuras numero in eius radice crescet una figura tantum: his itaque intellectis, oportet docere, qualiter inueniatur differentia, que est inter aliquem cubum numerum, et suum sequentem: multiplicabis itaque radicem unius per radicem alterius; et quod prouenerit triplicabis; et summe addes 1, quod prouenit ex cubicatione unitatis, in qua radix maioris cubi super habundat radicem minoris. Verbi gratia: uolo scire quantum addit cubus, qui fit a 3 super cubum qui fit (*sic*) 2: multiplicationem itaque de 2 in 3 triplica, erunt 18; quibus adde 1, erunt 19 pro differencia quesita; que 19 si addantur super cubum, qui fit a binario, scilicet super 8, uenient 27, scilicet cubus, qui fit a ternario: his explicatis, inueniatur radix de 47 secundum propinquitatem: primum quidem accipe maiorem radicem, quam habent 47 in integris, et est 3; quorum cubum, scilicet 27, extrahe de 47, remanent 20: ergo radix cubica de 47 est 3, et remanent 20; que 3 sit linea *.a.b.*; et proportionabis 20 ad differentiam, que est inter cubum, qui fit a 3, et cubum, qui fit a 4: quam differentiam inuenies ex triplo multiplicationis de 3 in 4, uno addito, uel ex extracione 27 de 64; que differentia est 37, ex quibus 20 sunt plus medietate. Quare adde $\frac{1}{2}$ super lineam *.a.b.*; sitque *.b.g.*; et inueniatur cubus numeri *.a.g.*, qui sic inuenitur: cubicabo secciones *.a.b.*, et *.b.g.*, erunt $\frac{1}{8}27$; quibus super addam triplum quadrati numeri *.a.b.* in *.b.g.*, nec non et triplum quadrati numeri *.g.b.* in *.b.a.*, hoc est $\frac{1}{2}13$, et $\frac{1}{4}2$, erunt $\frac{7}{8}42$; a quibus usque in 47 desunt $\frac{1}{8}4$: ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{2}3$, et superhabundant $\frac{1}{8}4$; que etiam proportionabis ad numerum, qui uenit ex triplo *.a.g.* in 4, que sunt radix sequentis cubi; qui numerus est 42, hoc est ex triplo de $\frac{1}{2}3$ in 4; ex quibus predicta $\frac{1}{8}4$ sunt quasi decima pars: quare adde numero *.b.g.* $\frac{1}{10}$, que sit *.g.d.* Cuius cubus, qui est $\frac{1}{1000}$ cum triplo quadrati *.a.g.* ducto in *.g.d.*, silicet cum $\frac{2\ 6}{4\ 10}3$, nec non et cum triplo quadrati *.g.d.* ducto in *.g.a.*, scilicet cum $\frac{1\ 10}{2\ 100}$, extrahe de $\frac{1}{8}4$, remanebunt $\frac{216}{1000}$, que sunt $\frac{27}{125}$. Ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{10}\frac{1}{2}3$, scilicet $\frac{3}{5}3$, et remanet inde parum amplius de $\frac{1}{8}$ unius integri; quam terciam si proporcionaueris ad numerum, qui prouenit ex triplo *.a.d.* in 4, propius nimirum ad radicem de 47 deuenies.

fol. 173 recto.

47 in ... 27 ergo ... fol. 173 verso, lin. 19; pag. 380, lin. 24 e 25)

Item si uis inuenire radicem cubicam de 900. Iam scis, quia radix eorum, quam habent in integrum, cum sint numerus tercii gradus, est una figura tantum; quam accipe,

Digitized by Google

et est 9, quorum cubus est 729: quibus extractis ex 900, remanent 171; et inuenies differentiam, | que est a cubo nouenarii usque in cubum decenarii; que differentia est 271: proportiona ergo residua 171 cum 271, uenient parum minus de $\frac{2}{3}$. Quarum duarum terciarum cubum, scilicet $\frac{8}{27}$, extrahe de 171, remanebunt $\frac{19}{27}$ 170: deinde multiplica triplum quadrati 9, scilicet 243 per $\frac{2}{3}$, hoc est accipe $\frac{2}{3}$ de 243, erunt 162; que extrahe de $\frac{19}{27}$ 170, remanent $\frac{19}{27}$ 8: deinde accipere (*sic*) quadratum de $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{4}{9}$; quas triplica, ueniet $\frac{1}{3}$ 1; quem numerum multiplica per 9, uenient 12; que cum non possint extrahere de $\frac{19}{27}$ 8, extrahes $\frac{19}{27}$ 8 de 12, remanent $\frac{8}{27}$ 3 diminuta. Ergo radix de 900 est $\frac{2}{3}$ 9, et desunt inde $\frac{8}{27}$ 3, hoc est cubus de $\frac{2}{3}$ 9 est $\frac{8}{27}$ 903: quem inuenies, si de $\frac{2}{3}$ 9 facies tercias, scilicet 29; et cubicaueris 29, et eorum cubum per 27 diuiseris, scilicet per cubum ternarii. Et si propius ad radicen de 900 uenire uis, multiplica $\frac{2}{3}$ 9 per 10; et quod prouenerit triplica; uel triplum de $\frac{2}{3}$ 9 per 10 multiplica, exibunt 290. In quibus diuide $\frac{8}{27}$ 3; et quod prouenerit abice de $\frac{2}{3}$ 9, et habebis propositum. fol. 174 recto.

Rvrsus si uis inuenire radicem de 2345. Iam scis, quia radix eorum, quam habent in integrum, est numerus duarum figurarum. Quare ultima figura ipsius radicis ponenda est sub secundo gradu. Nam que figura ipsa esse debeat, indicabo. Relinque itaque ex 2345 tres figuras, que faciunt tercium, et secundum, et primum gradum, remanent 2; ex quibus accipe maiorem radicem, quam habent in integrum, que est 1, et remanet 1; quam radicem, scilicet 1, pones sub 4; et pro 1 quod remanet, pone 1 super 2; et copulabis ipsum cum 345, erunt 1345; et sic pro radice de 2345 habentur 10, scilicet 1 in secundo gradu, et remanent 1345; pro quibus ante positum 1 oportet ponere talem figuram sub 5, que multiplicata ipsa per triplum quadrati posite figure sub 4, nec non et multiplicata eadem posita figura per triplum quadrati ponende figure, etiam et cubitata ipsa ponenda figura; et hec omnia extracta cum fuerint de 1345, non remaneat inde ultra triplum multiplicationis tocius inuente radicis in numerum sequentem in ordine numerorum; quam figuram inuenire non poteris, nisi ex usitato arbitrio. Erit enim ipsa figura 3; qua posita sub 5, triplicabis quadratum posite figure, erunt 3, que pones sub tercio gradu; quia cum multiplicatur secundus gradus in se, tercium gradum facit; et multiplicabis posita 3 sub 5 per posita 3 sub 3, erunt 9; que extrahe ex copulatione de 1 posito super 2 cum sequentibus 3, scilicet de 13, remanent 4, que pone super 3 tercii gradus; et triplicabis quadratum positorum trium sub 5, erunt 27, que pones sub secundo, et primo gradu; quia cum primus gradus multiplicat se ipsum, primum gradum fatit (*sic*), uel terminantem in ipso: et multiplicabis ipsa 27 per 1 positum sub 4, et extrahes ipsam multiplicationem ex copulatione quaternarii positi super 3, et sequentis quaternarii, scilicet de 44, remanent 17 super ipsa 44; que copulabis cum 5 primi gradus, erunt 175; de quibus extrahe cubum ternarii positi sub 5, scilicet 27, remanebunt 148; que non excedunt triplum multiplicationis radicis inuente, scilicet de 13, in numerum sibi sequentem, scilicet in 14: ergo radix cubica de 2345 est 13, et remanent 148: accipe ergo | triplum multiplicationis de 13 in 14, et addе 1, erunt 547; ex quibus 148 sunt parum amplius quarte partis. Quare adde $\frac{1}{4}$ inuente raddici, erunt $\frac{1}{4}$ 13; et extrahe ergo cubicationem de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{64}$ ex 148, remanent $\frac{63}{64}$ 147. Et accipe triplum quadrati de 13, erunt 507; que multiplica per $\frac{1}{4}$, uenient $\frac{3}{4}$ 126; que extrahende (*sic*) $\frac{63}{64}$ 147, remanent $\frac{15}{64}$ 21. Item accipe triplum quadrati de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{16}$; fol. 174 verso.

« est sub ... inuente » (fol. 174 recto, lin. 16-25; pag. 381, lin. 16-25).

1	4	8	
1	4	7	
2	3	4	5
		1	3
	3	2	7

et multiplica eas per 13, uenient $\frac{7}{16}$ 2; que extrahe de $\frac{45}{64}$ 21, remanent $\frac{34}{64}$ 18; et sic pro radice de 2345 habentur $\frac{1}{4}$ 13; et superhabundat ex eis $\frac{34}{64}$ 18. Quare multiplica $\frac{1}{4}$ 13 per primum sequentem numerum, scilicet per 14, erunt $\frac{1}{2}$ 185; in quibus diuide $\frac{34}{64}$ 18, exibit circa $\frac{1}{30}$; qua addita cum $\frac{1}{4}$ 13, reddent $\frac{17}{60}$ 13 pro quarta radice; et sic studeas facere in similibus.

Ut si radicem cubicam de 56789 habere desideras. Iam sis (*sic*), quia radix eorum est numerus duarum figurarum. Quare dimisis tribus prim's figuris, radicem reliquarum, scilicet de 56, accipe, eritque 3, et remanent 29: pone igitur 3 sub secundo gradu, et 29 super 56; et triplica quadratum positi ternarii, erunt 27, que pone sub quarto, et tercio gradu; quia cum secunda figura multiplicatur in se, faciunt tercium gradum, uel terminantem in ipso: et studeas ante positum ternarium ponere talem figuram, que cum multiplicata fuerit per 27, que sunt in quarto, et tercio gradu; et ipsa multiplicatione extracta de 297, scilicet ex copulatione predictorum 29, et sequentium 7, remaneat inde numerus, qui copulatus cum fuerit cum sequenti figura, scilicet cum 8, possis ex ipsa copulatione extrahere multiplicationem tripli quadrati ponende figure in 3, scilicet in positam figuram, et remaneat inde numerus, qui cum copulatus fuerit cum 9 primi gradus, ualeas inde extrahere cubum ipsius ponende figure; et non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius radicis inuente in numerum sequentem: et hanc considerationem habeas in omni ponenda figura; eritque illa figura 8: qua posita sub primo gradu, multiplicabis eam per 27; hoc est primo per 2, et postea per 7. Nam ex ductis 8 in 2 ueniunt 16; quibus extractis de 29, remanent 13 super ipsis; et ex ductis 8 in 7, ueniunt 56; quibus extractis de 137, remanent 81 super ipsis: post hec multiplica 8 in se, erunt 64 terminantia in primo gradu; que triplica, erunt 192, similiter terminantia in primo gradu. Quare pones ea super suos gradus, scilicet sub tercio, et secundo, et primo; ex quibus multiplica ultimam figuram per 3 posita sub secundo gradu, facient 3 in quarto gradu. Quare extrahe eadem 8, scilicet ex ultima figura, de 81, remanent 5 super 8; et multiplica sequentem figuram de 192, scilicet 9, per eadem 3, erunt 27 terminantia in tertio gradu; quia cum secundus gradus multiplicat secundum, tercium gradum facit. Quare extrahe 27 de 51, que sunt in tercio gradu, remanent in eisdem gradibus 24; quibus copulatis cum 8 sequentibus, erunt 248; ex quibus extrahe multiplicationem figure primi gradus de 192 in 3 predicta, remanebunt 242; quibus copulatis cum 9 sequentibus, erunt 2429; et ex quibus extrahe cubum octonarii, scilicet 512, remanebunt 1917: uel aliter: multiplica 8 in se, erunt 64, que pone sub secundo, et primo gradu, multiplicans 6 per 8, extrahens de 242, remanent 194 super ipsis 242; quibus copulatis cum 9 sequen|tibus, faciunt 1949; ex quibus extrahe multiplicationem prime figure de 64 in 8, scilicet 32, remanebunt similiter 1917, que non super habundant triplum multiplicationis de 38 in 39. Ergo radix cubica de 56789 est 38, et remanent inde 1937. Quod residuum addit super predicte (*sic*) 38.

(* [illegible] posta sul c. fol. 134 verso, lin. 15-24; pag. 282, lin. 12-19.)

		1		
		2		
		5	9	
		8	9	
		3	1	
1		4	4	
2	9	1	2	7
5	6	7	8	9
			3	8
		2	7	
		1	9	2
			6	4

fol. 175 recto.

Rursus si uis inuenire radicem de 456789, diuisis tribus primis figuris, radice reliquarum trium, scilicet de 456, que est 7, pone sub secundo gradu; et residuum, quod est 113, pone super eis; et triplum quadrati de 7, scilicet 147, pone ita ut sint terminantia sub tercio gradu; et studeas inuenire figuram, que ponenda est sub primo gradu ante posita 7 per modum demonstratum; eritque 7, quam pone sub primo gradu;

et multiplica eam per 1 de 147, erunt 7; que extrahe ex 11, que sunt super 45, remanent 4 super quintum gradum; que copula cum 3 sequentibus, faciunt 43; de quibus tolle multiplicationem eorumdem 7 in 4 de 147, remanent 15 super 43; quibus copulatis cum 7, erunt 157; ex quibus tolle multiplicationem eorumdem 7 primi gradus in 7, que sunt in 40, remanebunt 108 super 157: deinde triple (*sic*) quadratum septenarii primi gradus, erunt 147 terminantia in tertio gradu; que ordinate per suas differentias per 7, que sunt posita sub secundo gradu, secundum quod in diuisione numerorum docuimus multiplica. Nam ex uno ducto in 7 ueniunt 7; quibus extractis de 10, remanent 3 super 0; et ex 4 ductis in 7 ueniunt 28; quibus extractis de 38, remanent 10 super 38; et ex ductis 7 in 7 ueniunt 49; quibus extractis de 108, remanent 59 super tercium, et secundum gradum; quibus copulatis cum 9 primi gradus, faciunt 599; ex quibus extrahe cubum septenarii, scilicet 343, remanent 256; et sic radix inuenta est 77, et remanent 256.

• quod est .... differentias per • (fol. 175 *recto*, lin. 7-15, pag. 382, lin. 40 e 41 — pag. 383, lin. 6)

1
3 2
1 0 5
4 5 0 5
1 1 3 8 9 6
4 5 6 .7 8 9
7 7
1 4 7
1 4 7
4 9

Adhuc si uis inuenire radicem de 9876543; diuisis siquidem tribus primis figuris, remanent 9876; quibus positis in aliam partem, eorum radicem inuenias ordine demonstrato, erit que 21; et remanebunt inde 615: pone ergo 21 sub tercio, et secundo gradu, cum radix septem figurarum sit numerus figurarum trium; et remanentia 615 pone super 876, vt hic ostenditur; et tripla quadratum de 21, erunt 1323; que ponenda sunt terminantia in tercio gradu, in quo terminatur multiplicatio unitatis in se, que posita est sub secundo gradu. Quibus ita positis, cadit ultima figura eorum sub sexto gradu: deinde pone 4 ante 21, que figura inuenitur ex magisterio superius demonstrato; et multiplicabis ipsa 4 per unam quamque figuram ordinate de 1323; et incipies extrahere a 6, que sunt super sextum gradum; quia cum primus gradus sextum multiplicat, sextum gradum facit: ergo multiplicabis 4 per 1, et extrahes de 6, remanebunt 2 super 6; et 4 per 3, et extrahes de 21, remanebunt 9 super 1; et 4 per 2, et extrahes de 95, remanebunt 87 super quintum, et quartum gradum; et 4 per 3, et extrahes de 875, remanebunt 863 super quintum, et quartum, et tertium gradum: deinde accipe triplum quadrati de 4, scilicet 48, et pone sub secundo, et primo gradu; et multiplicabis 4 ex ipsis 48 per 2 de 21 positis in radice, erunt 8, que extrahenda sunt de numero terminante in quarto gradu, scilicet de 86; quia cum secundus gradus multiplicat tercium, quartum gradum facit; remanebunt | 78 ex ipsis 86 super quintum, et quartum gradum; et eadem 4 multiplicabis per 1 de 21, erunt 4, que extrahenda sunt de numero terminante in tertio gradu, scilicet de 783; quia cum secundus gradus secundum multiplicat, tercium gradum facit; remanebunt 779 super quintum, et quartum, et tercium gradum: deinde multiplicanda sunt 8, que restant de 48 gradatim per eadem 21. Ergo multiplicabis 8 per 2, faciunt 16; que extrahes de numero terminate in tercio gradu; quia cum primus gradus multiplicat tercium, tercium gradum facit; remanebunt 763 super quintum, et quartum, et tercium gradum: et 8 per 1, faciunt 8; que extrahes de numero terminate in secundo gradu, scilicet de 7634; quia cum primus gradus multiplicat secundum, secundum gradum faciunt; remanebunt inde 7626 super quintum, et quartum, et tercium, et secundum gradum; que copula cum 3, que sunt in primo gradu, erunt 76263; de quibus extrahe cubum de 4, scilicet 64, remanebunt 76199 super radicem inuentam, que est 214: eodemque modo, si radice (*sic*) alicuius numeri octo, uel

• sub tercio .... [illegible] (fol. 175 *recto*, lin. 26-36 e 37, pag. 383, lin. 16-28).

6
7 7
7 8 2
8 6 3
2 9 7 9
6 1 5 3 6
9 8 7 6 5 4 3
2 1 4
1 3 2 3
4 8

fol. 175 verso

Digitized by Google

nouem figurarum reperire uis, relictis primis figuris, radicem reliquarum per demonstratum modum inuenire studeas: et deinde copulato residuo earum cum tribus dimissis figuris, facies secundum quod modo fecimus; et inuenies quesitum, si deus uoluerit: eademque uia et ordine poteris operari in reperiendis radicibus cubicis numerorum decem, uel plurium figurarum.

Explicit de inuentione radicum cubicarum.

Incipit de multiplicatione earumdem inter se.

Si uis multiplicare radicem cubicam de 40 per radicem cubicam de 60, multiplica 40 per 60, erunt 2400; quorum radix cubica est id quod queris: et si uis 5 multiplicare per radicem cubicam de 90, cubica 5, erunt 125. Ergo uis multiplicare radicem cubicam de 125 per radicem cubicam de 90. Quare multiplicabis 125 per 90; et eius quod prouenerit radix cubica est illud quod queris. Et si uis multiplicare duas cubicas radices de 20 per tres radices cubicas de 40, reddige eas ad radicem cubicam unius numeri sic: pro duabus radicibus de 20 cubica 2, erunt 8; que multiplica per 20, erunt 160; quorum radix cubica equatur duabus radicibus de 20. Similiter pro tribus radicibus de 40 cubica 3, erunt 27; que multiplica per 40, erunt 1080; quorum radix cubica habetur pro tribus radicibus de 40. Multiplica ergo 160 per 1080; et eius quod prouenerit radix cubica, erit illud quod queris. Item si uis multiplicare radicem cubicam de 20 pro aliquid (*sic*), unde proueniat aliquis numerus datus, ut dicamus 10; cubica 10, erunt 1000; que diuide per 20, exibunt 50; quorum radix cubica est id quod queris.

Et si uis inuenire duas radices cubicas numerorum non cuborum, que insimul multiplicato (*sic*) faciant numerum ratiocinatum. Cubica unum numerum qualem uis, et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant ipsum cubum numerum. Cubice autem radices ipsorum duorum numerorum erunt quesita. Verbi gratia: cubicentur 6, erunt 216; et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati, faciat 216; eruntque 9, et 24;
fol. 176 recto. quorum radices cubice sunt quesita. Aliter | adiaceant duo numeri quadrati quauis (*sic*) sintque 4, et 9; et multiplica unum quenque ipsorum per radicem alterius, exibunt 12, et 18; quorum radices insimilis (*sic*) multiplicate faciunt radicem cubi numeri, ut querebatur.

Si uis diuidere radicem cubicam de 100 per radicem cubicam de 5, diuide 100 per 5, prouenient 20; quorum radix cubica est id quod queris. Et si diuiseris 5 per 100, prouenit $\frac{1}{20}$, cuius radix cubica est id quod prouenit ex radece (*sic*) de 5 diuisa in radicem de 100. Et si uis diuidere 8 per radicem de 32, cubum de 8, scilicet 512, diuide per 32, ueniet 16, quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis diuidere radicem de 80 per 2, diuide 80 per cubum binarii, uenient 10; quorum radix cubica est id quod queris.

Item si uis diuidere octo radices cubicas de 10 per tres radices cubicas de 5; reddiges pluralitatem ipsarum radicum ad radicem unam, et habebis 5120 pro octo radicibus de 10; et pro tribus radicibus de 5 habebitur radix de 135.

Explicit de multiplicatione radicum cubicarum.

Incipit de diuisione earum inter se.

Scias in additione, et disgregatione radicum cubicarum euenire ea, que inter radices eueniunt quadratorum, uidelicet quod quedam ex eis possunt inter se agregari, et

Digitized by Google

disgregari, et quedam non. Cum itaque cubi radicum inter se proportionem habuerint, ut cubus numerus ad cubum numerum, tunc inter se agregari possunt, et disgregari. Vnde eas, quarum cubi habent proportionem, sicut cubus numerus ad cubum numerum, agregare uis, radices ipsorum cuborum insimul adde; et quod prouenerit cubica; et cubicatam summam multiplica per multiplicitatem, quam habent cubi ipsarum radicum ad cubos proportionis. Verbi gratia: uis addere radicem cubicam de 16 cum radice cubica de 54, quorum numerorum proportio est sicut cubus numerus 8 ad cubum numerum 27; et unus quisque ipsorum duplus sui cubi: adde ergo radicem de 8 cum radice de 27, scilicet 2 cum 3, erunt 5; que cubica, erunt 125; que multiplica per 2 propter 16, et 54, que sunt duppla de 8, et de 27, erunt 250; quorum radix cubica est additio quesita: et si ipsas radices disgregare uis, radicem de 8 ex radice de 27 extrahe, remanebit 1; cuius cubum, scilicet 1, multiplica per predictam multiplicitatem, scilicet per 2, et habebis radicem de 2 pro residuo quesite extractionis. Item si uis addere radicem cubicam de 4 cum radice cubica de 32, quorum numerorum proportior(*sic*) est sicut 1 ad 8; et est unus quisque eorum quadruplus sui cubi. Quare radicem cubicam de 1 adde cum radice de 8, erunt 3; quorum cubum, scilicet 27, quadruplica, erunt 108; quorum cubicum (*sic*), scilicet ; quorum radix cubica est additio quesita. Et si radicem de 4 extrahere uis ex radice de 32, radicem de 1 extrahe ex radice de 8, remanet 1; cuius cubum, scilicet 1, quadruplica, erunt 4; quorum radix cubica est residuum quesite extractionis. Aliter sit linea *.a.b.* radix cubica de 32, et *.b.c.* sit radix de 4; et uolo scire quantitatem totius *.a.c.* Quoniam linea *.a.c.* diuisa est in duo super punctum *.b.*|, erunt duo cubi portionum *.a.b.*, et *.b.c.* cum triplo quadrati *.a.b.* in *.b.c.*, nec non et cum triplo quadrati *.b.c.* in *.a.b.*, equales cubo totius linee *.a.c.* Quare addantur cubi portionum *.a.b.*, et *.b.c.*, silicet 32 cum 4, erunt 36; et multiplicetur *.a.b.* in se, scilicet radix cubica de 32, in radicem cubicam de 32, ueniet radix cubica de 1024; quam radicem triplica, scilicet multiplica 1024 per 27, ueniet radix cubica de 27648; quam radicem multiplica in *.b.c.*, scilicet in radicem cubicam de 4, ueniet radix cubica de 110592, que est 48: uel aliter: ex quadrato linee *.a.b.* in *.b.c.* proueniet semper cubus numerus in similibus. Quare multiplica 1024 per 4, erunt 4096; quorum radix est cubica 16; que multiplica per 3, erunt 48; que adde cum 36, erunt 84. Item quadratum linee *.b.c.*, silicet radix cubica de 16, multiplica per *.a.b.*, silicet per radicem de 32, ueniet radix cubica de 512, que est 8; que multiplica per 3, erunt 24; que adde cum 84, erunt 108 pro cubo totius linee *.a.c.*: ergo *.a.c.*, silicet coniunctum ex radice de 32, et ex radice de 4. est radix cubica de 108, ut per alium modum inuenimus. Et si radicem de 4 per alium modum ex radice de 32 extrahere uis, quandam diffinitionem linee diuise, quam huic operi necessariam inueni, oportet predicere. Videlicet ut cum aliqua linea ut libet diuisa in duo fuerit, cubus totius linee cum numero solido, qui fit a quadrato unius sectionis, et a tota linea, equalis duplo numeri solidi, qui fit a quadrato totius linee, et ab eadem sectione, et solido, qui fit a quadrato relique sectionis, et a tota linea. Verbi gratia: sit linea *.a.b.* 5 diuisa super *.g.*; et sit *.a.g.* 3; quare *.g.b.* est 2. Erit itaque cubus linee *.a.b.* 125; et solidus, qui fit a quadrato linee *.g.b.* in lineam *.a.b.*, erit 20; quibus additis cum 125, erunt 145; quibus equatur duplum solidi, qui fit a quadrato linee *.a.b.* in linea *.b.g.*

fol. 176 verso.

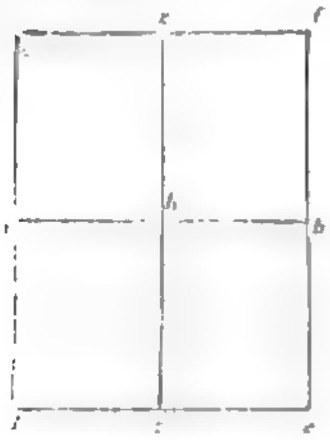
radix ... ueniet ... fol. 176 verso, lin. 5; pag. 385, lin. 25 26

... 125, et ... fol. 176 verso, lin. 21; pag. 385, lin. 41|

Digitized by Google

cum solido, qui fit a quadrato linee .$g.a$. in linea .$a.b$. Quia ex ductu .$a.b$. in se ueniunt 25; quibus ductis in .$g.b$., erunt 50, quorum duplum est 100; quibus additis cum multiplicatione quadrati linee .$g.a$. in .$a.b$., silicet cum 45, faciunt 145, ut oportet. Hac itaque diffinitione intellecta, pro radice cubica de 32 adiaceat linea .$d.e$.; et accipiatur ex ea portio .$e.z$., que sit radix cubica de 4, remanet .$z.d$. ignota, quam inuenire uolumus. Constituam igitur super lineam .$d.e$. quadrilaterum equilaterum, et equiangulum .$c.d.e.f$.; et signabo punctum .b. in lineam .$e.f$., ita ut .$e.b$. sit equalis linee .$e.z$.; et per punctum .b. protraham lineam .$b.a$.; et sit .$a.d$. equalis linee .$b.e$. Item per punctum .z. protraham lineam .$z.g$.; et sit .$g.f$. equalis .$z.e$.: quibus explicatis accipiam cubum linee .$d.e$., qui est 32; et multiplicabo .$z.e$. in se, prouenit radix cubica de 16 pro quadrato .$h.z$. $e.b$.; quam superficiem ductam in altum, secundum quantitatem linee .$d.e$., hoc est multiplicabo superficiem .$z.b$., que est in plano, per equalem linee .$d.e$.; quam intelligo eleuatam in altum, scilicet radicem de 16 per radicem de 32, proueniet radix cubica ipsius numeri, qui prouenit ex 16 in 32: sed ex 16 in 32 prouenit idem quod ex dimidio de 16 in duplo de 32, scilicet ex 8 in 64: sed ex ductis 8 in 64 prouenit numerus cubus cum 8,| et 64 sint cubi. Cuius radix est illud, quod prouenit ex radice de 8 in radice de 64, scilicet de 2 in 4; sic habentur 8 pro solido, qui fit a quadrato linee .$e.z$. in lineam .$e.d$.: quibus 8 additis cum 32, silicet cum cubo linee .$e.d$., erunt 40; de quibus si auferatur duplum solidi, qui fit a superficie .$a.d.e.b$., et linea .$e.d$., hoc est duo solidi, qui fiunt a superficie predicta, et a superficie .$z.e.f.g$. eleuatis in altum secundum lineam .$e.d$., remanebit solidus, qui fit eleuatus in altum, secundum quantitatem linee .$d.e$. super quadratum linee .$z.a$. inguote, scilicet super quadratum .$c.a.h.g$. Nam solidus, qui fit a superficie .$a.d.h$. eleuata in .$d.e$. habetur ex multiplicatione .$b.e$. in .$e.d$. ducta in .$e.d$., hoc est ex quadrato linee .$e.d$. in .$e.z$.: ergo multiplicabis radicem de 32 in se, ueniet radix de 1024; quam multiplicabis per .$b.e$., hoc est per .$e.z$., silicet per radicem de 4, ueniet radix illius, quod prouenit ex duplo de 4 in dimidium de 1024, scilicet ex 8 in 512: sed radix eius qui prouenit ex 8 in 512 est id, quod prouenit ex 2 in 8, silicet ex radice de 8 in radicem de 512: ergo solidus, qui fit ex .$d.e$. in .$e.z$. producta in .$d.e$., erunt 16; quorum duplum extrahe de 40, remanent 8 pro solido, qui fit ex quadrato linee .$z.d$. in lineam .$d.e$. Quare si duseris (*sic*) 8 per lineam .$d.e$., silicet per radicem cubicam de 32, ueniet radix cubica de 16 pro quadrato linee .$z.d$., hoc est pro superficie quadrata .$a.g$. Quare radix quadrata radicis cubice de 16, scilicet radix cubica de 4, est linea .$h.a$., hoc est linea .$z.d$.: ergo si ex radice cubica de 32 auferatur radix cubica de 4, remanet radix cubica de 4, ut per alium modum inuenimus. Et quia inuenta est linea .$z.d$. equalis linee .$z.e$., erit tota linea .$d.e$. duplum linee .$e.z$. Vnde ex hoc manifestum est, quod cum aliquis numerus fuerit octuplum alterius, tunc radix cubica maioris cubici erit duplum radix (*sic*) cubice minoris. Vnde radix cubica de 32 soluitur in duabus radicibus de 4. Quare cum uis addere radicem de 32 cum radice de 4, tunc uis addere duas radices de 4 cum una radice de 4; ex qua coniunctione proueniunt tres radices de 4, hoc est radix eius, quod prouenit ex ductis 27 in 4. Similiter, cum uis extrahere radicem de 4 ex radice de 32, tunc ex duabus radicibus de 4 extrahe unam radicem de 4, remanebit una radix de 4, ut modo inuenimus. Et

[illegible] fol. 176 verso, lin. 27 e 28-37, pag. 386, lin. 4-14.



fol. 177 recto.

Digitized by Google

ut hoc melius declarescat, addatur radix de 135 cum radice de 1715; quorum proportio est sicut cubus 27 ad cubum 343; et est unusquisque eorum quincuplus sui cubi. Quare accipe radices ipsorum cuborum, erunt 3 et 7. Dic ergo, te uelle addere tres radices de 5 cum septem radicibus de 5. Ex qua iunctione proueniunt decem radices cubice de 5, hoc est una radix de 5000. Et si uis extrahere radicem de 135 ex radice de 1715, extrahe tres radices de 5 ex septem radicibus de 5, remanebunt quattuor radices de 5, silicet una radix de 320. Et sic intelligas in omnibus radicibus cubicis inter se comunicantibus: relique uero radices, que proportionem non habent, addi nec disgregari possunt. Vnde si uis addere radicem cubicam de 5 cum radice cubica de 3, proueniet ex eorum ad-| dictione radix de 5, et radix de 3. Et si uis eas disgregare, habebis radicem de 5, minus radice de 3; et aliter dici non possunt pulcrius. Vnde huic capitulo finem imponimus.

fol. 177 verso

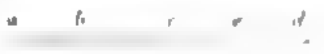
Incipit capitulum quintum decimum de regulis geometrie pertinentibus, et de questionibus aliebre et almuchabale.

Partes huius ultima (*sic*) capituli sunt tres; quarum prima erit de proportionibus trium, et quattuor quantitatum, ad quas multe questionum geometrie pertinentium solutiones reddiguntur: secunda erit de solutione quarumdam questionum geometricalium: tertia erit super modum algebre, et almuchabale.

Incipit pars prima.

Sint primum tres numeri proportionales .*a.b.*, *b.c.*, *c.d.* secundum proportionem continuam, scilicet vt .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; et sit coniunctum numerorum .*a.b.*, et .*b.c.* 10; et numerus .*c.d.* sit 9; et queratur disiunctio numerorum .*a.b.* *b.c.*: quoniam est sicut .*a.b* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; erit ergo sicut duo antecedentes ad unum ipsorum, ita et reliqui antecedentes ad suum consequentem; hoc est sicut .*a.c.* primus ad .*b.c.* secundum, ita .*b.d.* tercius est ad .*c.d.* quartum; et sunt noti primus, et quartus; et quia cum quattuor numeri sunt proportionales, multiplicatio primi in quartum equatur multiplicationi secundi in tercium: est enim primus .*a.c.* 10, et quartus .*c.d.* est 9; quorum multiplicatio, que est 90, equatur multiplicationi .*b.c.* secundi in .*b.d.* tercium: diuidatur itaque numerus .*c.d.*, silicet in duo equa super punctum .*e.*, erit una queque portio eorum $\frac{1}{2}$ 4. Et quia .*c.d.* numerus diuisus est in duo equa super .*e.*, et ei adiunctus est numerus .*b.c.*, erit multiplicatio adiuncti .*b.c.* in totum .*b.d.* cum quadrato numeri .*c.e.*, equalis quadrato numeri .*b.e.*: est enim multiplicatio ex .*b.c.* in .*b.d.* 90; et quadratus numeri .*c.e.* est $\frac{1}{4}$ 20; quibus in similibus (*sic*) iunctis, faciunt $\frac{1}{4}$ 110 pro quadrato numeri .*b.e.*; quorum radix, scilicet $\frac{1}{2}$ 10, est numerus .*b.e.*; de quibus auferatur numerus .*c.e.*, silicet $\frac{1}{2}$ 4, remanebit .*b.c.* numerus 6; quibus extractis ex numero .*a.c.*, silicet ex 10, remanebit numerus .*a.b.* 4. Item sit sicut numerus .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; et .*a.b.* sit 4, et coniunctum ex numeris .*b.c.*, et .*c.d.* sit 15; erit ergo sicut .*a.b.* primus ad .*a.c.* secundum, ita .*b.c.* tercius ad .*b.d.* quartum: multiplicabis siquidem primum eorum in quartum, scilicet 4 per 15, erunt 60; quibus equatur multiplicatio secundi .*a.c.* in tercium .*b.c.*: quare addatur super 60 multiplicatio medietatis numeri .*a.b.* in se, erunt 64; ex quorum radice auferatur medietas numeri .*a.b.*, remanebunt 6 pro numero .*b.c.*; quibus extractis ex numero .*b.d.*, remanebunt 9 pro numero .*c.d.* Rursus sit sicut .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; et .*b.c.* sit 6: coniunctum itaque ex nu-

* Sunt .... [illegible] (fol. 177 verso, lin. 9; pag. 387, lin. 15).



per 7am [illegible]

* remanebit .... .b.c., ita ... (fol. 177 verso, lin. 25; pag. 387, lin. 35 e 36).

Digitized by Google

« ad (sic) .... .c.e. est » (fol. 177 verso, lin. 37, pag. 388, lin. 3 e 4).

per 6^am secundi

fol. 178 recto.

meris .a.b., et .c.d. sit 13; quia multiplicatio primi in tercium equatur multiplicationi secundi in se in tribus numeris proportionalibus : ideo secundum numerum in se multiplica, erunt 36; quibus equatur multiplicatio ex .a.b. in .c.d.: adiaceat itaque numerus .d.e. equalis numero .a.b.; quare totus .c.e. est 13; qui diuidatur in duo equa super punctum .f., erit una queque portio earum $\frac{1}{2}$ 6 : et quoniam numerus .c.e. diuisus est in duo equalia super .f., et in duo inequalia super .d., erit | superficies recti angula in equalium portionum, scilicet multiplicatio .e.d. in .d.c. cum quadrato numeri .d.f., equalis quadrato numeri .e.f.: quare multiplicetur .e.f., silicet $\frac{1}{2}$ 6 in se, erunt $\frac{1}{4}$ 42; de quibus auferatur multiplicatio ex .a.b., hoc est ex .e.d. in .d.c.; que multiplicatio est 36, remanebunt $\frac{1}{4}$ 6 pro quadrato numeri .f.d.; quorum radix, scilicet $\frac{1}{2}$ 2, est numerus .f.d.: quibus additis super numerum .c.f., erit totus .c.d. 9; quibus extractis ex .c.e., scilicet ex 13, remanebunt 4 pro numero .d.e., hoc est pro numero .a.b. Item collectum ex numeris .a.b. b.c. c.d. sit 19; et queratur quantitas uniuscuiusque: hoc potest fieri infinitis modis; ex quibus ponam unum modum: summantur tres numeri continue proportionales; sintque 1, et 2, et 4; quos insimul iunge, erunt 7; in quibus diuide multiplicationes de 1, et 2, et 4 in 19.

« diuide .... remanebunt » (fol. 178 recto, lin. 11 20 e 21, pag. 388, lin. 16-26).

Rursus sit sicut .a. ad .b.g., ita .b.g. ad .e.d.; et sit 2 numerus .b.c., in quibus numerus .b.g. superhabundet numerum .a. ; nec non et numerus .e.d. sit 9: sumatur ex numero .e.d. numerus .e.f. equalis superfluo, in quo numerus .e.d. superhabundat numerum .b.g.; erit itaque sicut numerus .e.d. primus ad .b.g. secundum, ita .e.f. tercius ad .b.c. quartum : multiplicabis ergo .e.d. in .b.c., qui sunt noti, erunt 18; quibus equatur multiplicatio .b.g. in .e.f.; est enim .f.d. equalis numero .b.g.: ergo ex ducto .e.f. in .f.d. proueniunt 18; qui auferantur ex quadrato medietatis numeri .e.d.; que medietas sit .e.z., remanebunt $\frac{1}{4}$ 2; quorum radix est $\frac{1}{2}$ 1, que sunt quantitas numeri .f.z.; quibus extractis ex .z.e., remanebunt 3 pro .f.e.; quibus 3 extractis ex .e.d., remanebunt 6 pro .f.d., hoc est pro .b.g.; ex quibus extractis 2, silicet .b.c., remanebit .c.g., hoc est .a. 4. Sed sicut .a. ad .b.g., ita .b.c. sit ad .e.f.; et sit .a. 4, et .e.f. sit 3: multiplicabis ergo primum numerum .a. notum per quartum .e.f., erunt 12; quibus equatur multiplicatio secundi .b.g. in tercium .b.c.: et est notus .c.g., cum sit equalis .a. noti: quare dimidium .c.g., silicet 2, in se multiplica, erunt 4; que adde cum 12, que proueniunt ex .b.c. in .b.g., erunt 16; de quorum radice tolle 2, silicet dimidium .c.g., remanebunt 2 pro .c.b. numero; quibus additis cum .c.g., erunt 6 pro numero .b.g., hoc (*sic*) pro numero .f.d.; quibus addito numero .e.f., habebuntur 9 pro numero .e.d. Sit etiam numerus .b.g. notus, qui sit 6; et numeri .a., et .e.d. sint ignoti ; et sit .e.z. 5, in quibus numerus .e.d. superhabundat numerum .a.; quoniam est sicut .a. ad .b.g., ita .b.g. ad .e.d.: erit itaque multiplicatio ex .a. in .e.d., equalis quadrato numeri .b.g.; qui quadratus est 36 : ergo ex ductu .z.d., qui est equalis .a., in .d.e. prouenit 36; quibus si addatur quadratus medietatis numeri .z.e., silicet $\frac{1}{4}$ 6, erunt $\frac{1}{4}$ 42; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 6, tolle $\frac{1}{2}$ 2, scilicet dimidium .z.e., remanebunt 4 pro .z.d., hoc est pro numero .a.; quibus additis 5, erunt 9 pro toto numero .e.d. Et si proponeremus differentias predictas in quadratis, uel in cubis trium quorumlibet numerorum continue proportionalium, eueniret utique omnia, que diximus in eisdem; quia cum fuerit sicut primus numerus ad | secundum,

« quibus equatur .... tolle $\frac{1}{2}$ 2 » (fol. 178 recto, lin. 25-33; pag. 388, lin. 29 39)

« scilicet dimidium .... numerus ad » (fol. 178 recto, lin. 36-39; pag. 388, lin. 29 e 40 43).

per 6 secundi

fol. 178 verso.

Digitized by Google

ita secundus ad tercium; per equale erit sicut quadratus primi ad quadratum secundi, ita quadratum secundi ad quadratum tercii; nec non si coniungantur, erit proportio summe quadratorum primi, et secundi ad quadratum secundi, sicut proportio quadratorum secundi, et tercii ad quadratum tercii, et econuerso; eritque similiter sicut quadratus primi ad quadratum secundi, ita superfluum, quod addit quadratus secundi super quadratum primi, ad id, quod addit quadratus tercii super quadratum secundi; et hec omnia accident in cubis.

Modus alius proportionis inter tres numeros.

Sunt tres numeri, ex quibus primus, et tercius sunt noti; secundus autem est ingnotus: sed proportio superhabundantie maioris super medium ad superhabundantiam medii super minorem est sicut maior numerus ad minorem: pone numeros diuersos, quos uis pro maiori, et minori numero. Sintque 20, et 12; et auferatur 12 de 20, remanebunt 8, que sunt summa duarum suprascriptarum superhabundantiarum, que opportet diuidere in ea proportione, quam 20 habent ad 12: quare addes 20 cum 12, erunt 32: erit ergo sicut 32 ad 12, ita 8 ad superhabundantiam medii super minorem: quare multiplicabis 8 per 12, ueniunt 96; que diuide per 32, ueniunt 3 pro superhabundantiam (*sic*) medii super minorem: quare si addatur 3 super 12, erit medius numerus 15. Sint itaque omnia que diximus inter predictos tres numeros; sed maior numerus sit ingnotus, reliqui duo sunt noti. Et quia est sicut tercius ingnotus ad primum notum, ita superhabundantia tercii ignoti ad superabundantiam secundi noti: quare si permutauerimus proportionem, erit sicut tercius ad superhabundantiam eius super secundum, ita primus ad superhabundanciam secundi super primum: et quia primus, et secundus sunt noti, erit ipsa superhabundancia nota: pone igitur pro secundo, et primo numero numeros quales uis; sintque 15, et 12; et tercius numerus sit *.a.b.*; de quo aufferatur numerus *.a.g.*, qui sit 15, silicet equalis secundo numero: ergo *.g.b.* est superhabundantia numeri *.a.b.* super secundum numerum: demonstrata est proportio numeri *.a.b.* ad *.g.b.* esse ea, quam habet minor numerus 12 ad superhabundantiam secundi, scilicet ad 3; que proportio est in minimis, sicut 4 ad 1: ergo sicut 4 sunt ad 1, ita *.a.b.* ad *.g.b.*: quare proportio *.a.g.* ad *.g.b.* erit sicut 3 ad 1: ergo multiplicandus est numerus *.a.g.*, silicet 15 per 1; et summa diuidenda est per 3, uenient 5 pro numero *.g.b.*: quare totus *.a.b.*, silicet maior numerus, est 20. Sit siquidem ipsorum trium numerorum minor ingnotus; reliqui duo sint noti; quorum medius sit 15, maior 20; quare superhabundantia eius super secundum est 5; et quia est sicut 20 ad minorem numerum ingnotum, ita 5 ad superhabundantiam secundi super primum: quare permutatim erit sicut 20 ad 5, hoc est sicut 4 ad 1, ita primus ignotus ad superhabundantiam secundi: sit itaque secundus numerus *.d.e.*, de quo sumatur numerus *.d.z.*, qui sit equalis minori ignoto numero; et quia est sicut 4 ad 1, ita primus ingnotus ad superhabundantiam secundi: ergo sicut 4 est ad 1, ita *.d.z.* ad *.z.e.*: quare coniunctim erit sicut 5 ad 4, ita *.d.e.* ad *.z.e.*; et quia *.d.e.* est 15, multiplica ea per 4; et summa (*sic*) diuide per 5, uenient 12 pro numero *.d.z.*; qui cum sit equalis primo, primus erit 12.

« sunt noti ... numeros » (fol. 178 verso, lin. 20; pag. 389, lin. 23 e 24).

« reliqui ... eius super » (fol. 178 verso, lin. 29; pag. 389, lin. 32 e 33).

Modus alius proportionis inter tres numeros.

Sint iterum tres numeri inequales, quorum maior et minor sint noti, scilicet dati;

medius autem sit ignotus; et sit superhabundantia medii super minorem ad superhabundantia maioris super medium, sicut maior numerus est ad minorem: pone ergo pro minori et maiori numero numeros quoslibet datos; sintque 12, et 4; et extrahe 4 de 12, remanent 8 pro summa duorum residuorum suprascriptorum: et quia est sicut 12 ad 4, ita superhabundantia prima ad superhabundantiam secundam. Erit ergo sicut compositum ex 12, et 4 ad 4, ita summa utriusque superhabundantie, scilicet 8, ad superhabundantiam secundam: quare multiplicanda sunt 4, silicet minor numerus, per 8; et summa diuidenda per 16, exibunt 2 pro superhabundantia maioris numeri , in qua excedit secundum: quare extractis 2 de maiori numero , remanent 10 pro medio numero. Sed sit datus primus et secundus numerus, quorum primus sit 4, secundus 10, tercius autem sit ignotus; et quia est sicut tercius ad primum , ita superfluum primum ad superfluum secundum : erit igitur multiplicatio tercii in superfluum secundum equalis multiplicationi primi in superfluum, scilicet de 4 in sex; que multiplicatione (*sic*) est 24: sit itaque numerus *.a.b.*, de quo auferatur secundus numerus, qui sit *.a.g.*, remanebit *.g.b.* pro superfluo, in quo numerus *.a.b.* excedit secundum numerum : ergo ex ductu *.a.b.* in *.b.g.* prouenit 24; et est notus numerus *.a.g.*, cuius dimidium sit *.g.d.*, qui erit 5; quorum quadratum sic adderis (*sic*) super 24, erunt 49; quorum radix, scilicet 7, est numerus *.d.b.*; cui si addatur numerus *.a.*, erit totus *.a.b.* 12; de quibus si auferatur numerus *.a.g.*, remanebunt 2 pro numero *.d.g.* Sed sint dati secundus, et tercius numerus, quorum secundus sit 10, tertius 12; et sit primus numerus ignotus; et quia est sicut 12 ad primum numerum ignotum, ita superhabundantia secundi super primum, que est ignota, ad superhabundantiam tercii super secundum, que est 2: quare multiplicatio de 12 in 2 equatur multiplicationi primi numeri in superhabundantiam primam: adiaceat itaque numerus *.d.e.* , qui sit 10, scilicet quantitas secundi numeri; et auferatur ab eo minor numerus, qui sit *.d.z.*, remanebit ergo *.z.e.* pro superhabundantia, quam habet secundus super primum : ergo diuisa sunt 10 in duas partes, quarum una multiplicata per aliam, facit 24; que partes sunt *.d.z.*, et *.z.e.*: diuidatur ergo *.d.e.* in duo equalia super punctum *.i.*; et multiplicetur *.e.i.* in se, erunt 25; de quibus extrahe 24, remanet 1; cuius radix, que est 1, est numerus *.i.z.*: quare *.z.e.* est 6, et *.z.d.*, qui est equalis primo numero, est 4.

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Sit itaque proportio maioris ad minorem, que sit nota, sicut superfluum primum, et secundum ad secundum; et sit medius numerus ignotus: ponamus pro maiori, et minori numero 12, et 6, qui sint dati; et extrahantur 6 de 12, remanebunt 6, que sunt summa auborum superfluorum : et quia est sicut 12 ad 6, scilicet sicut maior numerus ad minorem, ita 6, scilicet summa utriusque superflui ad superfluum secundum ; idest multiplicabis 6 per 6, et diuides per 12, exibunt 3 pro secundo superfluo; quo extracto de maiori numero, remanent 9 pro mediato numero. Sit itaque tercius numerus ignotus; et secundus sit 9, et primus 6; et adiaceat numerus *.a.b.* ignotus pro maiori; et auferatur inde secundus numerus, qui sit *.a.g.*; ex quo etiam auferatur minor, qui sit *.a.d.*, remanebit *.d.b.* equalis duorum superfluorum; et *.g.b.* est superfluum secundum: et quia est sicut numerus *.a.b.* ad numerum *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.g.b.*; erit cum diuisserimus sicut *.b.d.* ad *.d.a.*, ita *.d.g.* ad *.g.b.*: quare multiplicatio *.b.d.* primi in *.g.b.* quartum est

fol. 179 recto

[illegible] superfluum [illegible] (fol. 179 recto, lin. 9 e 10; pag. 390, lin. 10 e 11).

a g b

[illegible] que est 2 [illegible] (fol. 179 recto, lin. 18; pag. 390, lin. 21 e 22 23

d z i e

equales [illegible] numerum .a.d. [illegible] fol. 179 recto, lin. 34; pag. 390, lin. 41 e 42).

a d g b

Digitized by Google

sicut multiplicatio *.a.d.* secundi in *.d.g.* tercium: est enim *.a.d.* 6, et *.a.g.* est 9: quare *.d.g.* est 3; quibus multiplicatis in *.d.a.*, faciunt 18, quibus equatur multiplicatio *.d.b.* in *.g.b.*: sed *.d.g.* est notus, cui additus est numerus *.g.b.*; ergo ex *.d.b.* in *.g.b.* cum quadrato dimidii *.d.g.* equatur quadrato coniuncti ex *.g.b.* ex dimidio *.g.d.*; quod dimidium est | $\frac{1}{2}$ 1; cuius quadratus, scilicet $\frac{1}{4}$ 2 si addatur super 18, erunt $\frac{1}{4}$ 20; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 4, si auferatur $\frac{1}{2}$ 1, scilicet dimidium ex *.g.d.*, remanebit *.g.d.* 3, in quibus maior *.b.a.* superhabundat numerum medium *.a.g.*, qui est 9; quibus additis cum 3, faciunt 12 pro maiori numero *.a.b.* Et si minor numerus *.a.d.* fuerit ignotus; reliqui uero *.a.g.*, et *.a.b.* sint noti; quia est sicut *.a.b.* primus ad *.a.d.* secundum, ita summa duorum superfluorum, scilicet *.d.b.*, est ad superfluum secundum, silicet ad *.g.b.* : erit itaque multiplicatio *.a.b.* primi in *.g.b.* quartum, equalis multiplicationi *.a.d.* in *.d.b.*: et quia ex *.a.b.* in *.g.b.* proueniunt 36, qui sunt quadratus medietatis totius *.a.b.* ; idcirco radix eorum, scilicet 6, est minor numerus *.a.d.* , qui erat ignotus.

fol. 179 verso.

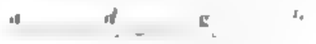
Modus alius proportionis.

Sit itaque *.a.b.* ad *.a.d.* sicut summa duorum superfluorum ad superfluum primum, scilicet *.b.d.* ad *.g.d.*; et sit ignotus numerus *.a.g.*; numeri uero *.a.d.*, et *.a.b.* sint noti; quorum *.a.b.* sit 25, et *..a* sit 10: quare *.d.b.* est 15 ; et quia est sicut *.b.a.* ad *.d.a.*, ita *.b.d.* ad *.g.d.* ; ergo si multiplicauerimus *.a.d.* secundum in *.d.b.* tercium, scilicet 10 per 15, et diuiserimus summam per *.a.b.* , silicet per 25, uenient 6 pro superfluo *.g.d.*; quibus si addatur numerus *.d.a.*, erit numerus *.a.g.* 16, qui erat ignotus. Et si minor numerus *.a.d.* fuerit ignotus, reliqui uero *.a.g.* , et *.a.b.* sint noti; quia est sicut *.a.b.* ad *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.g.d.*, erit cum diuiseris, sicut *.b.d.* ad *d.a,*. ita *.b.g.* ad *.g.d.*: quare cum permutaueris, erit *.b.d.* ad *.b.g.* sicut *.d.a.* ad *.d.g.* ; est enim *.d.a.* 10 , et *.g.a.* est 16 ex positione : quare si ex *.a.g.* auferatur *.a.d.*, remanebit *.d.g.* 6; ergo proportio *.a.d.* ad *.d.g.* est in minimis sicut 5 ad 3: ergo et proportio *.b.d.* ad *.g.b.* est sicut 5 ad 3: quare cum diuiseris, erit sicut 2 ad 3, ita *.d.g.*, scilicet 6, ad *.g.b.* ignotum : ergo multiplicatio de 3 in 6 diuidenda est per 2; et si habebuntur 9 pro numero *.g.b.*, cui si addatur numerus *.g.a.*, erit totus *.a.b.* 25, qui erat ignotus. Sed si (*sic*) ignotus numerus *.a.d.*; reliqui uero *.a.b.*, et *.a.g.* sint noti; et quia est sicut *.a.b.* ad *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.d.g.* Et cum permutaueris, sicut *.a.b.* ad *.d.b.*, ita *.d.b.* ad *.g.b.*: ergo numeri *.a.b.*, et *.d.b.* continui proportionales sunt: quare si ex ductu *.a.b.* in *.g.b.* radicem acciperis, proueniet utique numerus *.d.b.* notus: est enim numerus *.a.b.* 25, et *.g.b.* est 9, cum *.a.g.* sit 16; quibus insimul multiplicatis, faciunt 225; quorum radix , scilicet 15, est numerus *.b.d.*; qui si auferatur ex numero *.b.a.*, remanebunt (*sic*) pro numero *.d.a.*

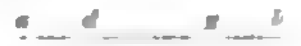
Incipit differentia tercia in proportione trium numerorum.

Et si proponatur, quod proporcio *.b.a.* ad *.g.a.* sit sicut superhabundantia maioris numeris (*sic*) super medium ad superhabundantia (*sic*) medii super minorem, hoc est sicut *.b.g.* ad *.g.d.*; et sit ignotus quilibet numerorum *.a.b.* *a.g.* *a.d.*; dico, quod numeri *.a.b.* ad *.a.g.d.* sit (*sic*) continue proportionales; quod probabitur ita: quoniam est sicut *.a.b.* ad *.a.g.*, ita *.b.g.* ad *.g.d.*; hoc est sicut totus ad totum, ita pars ad partem: quare erit sicut pars ad partem, ita residuum ad residuum, ut in quinto euclidis ostenditur:

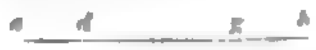
• ad superfluum . . . . numerus .a.g. » (fol. 179 verso , lin. 10, pag. 391, lin. 16 e 17.



• sicut .b.d. . . . . ad .b.g. » (fol. 179 verso, lin. 17 ; pag 391, lin. 23 e 24).



• ad .g.d. . . . . ad partem » (fol. 179 verso, lin. 35 e 36; pag 391, lin. 42 e 43).



Digitized by Google

ergo erit sicut .*b.g.* ad .*g.d.*, ita .*a.g.* ad .*a.d.*; sed sicut .*b.g.* ad .*g.d.*, ita .*a b.* ad .*a.g.*: quare est sicut .*a.b.* ad .*a.g.*, ita .*a.g.* ad .*a.d.*: ergo numeri .*a.b. a.g. a.d.* continui proportionales sunt : unde si aliquis illorum erit ignotus , poteris eum reperire | per modum superius demonstratum in numeris tribus continue proportionalibus.

(fol. 181 recto. [illegible] 2 ; et a (fol. 180 recto, lin. 2 e 3 ; pag. 392, lin. 6).

Sed sit sicut .*b.a.* ad .*g.a.*, ita .*d.g.* ad .*g.b.*; et sit primum ignotus numerus .*g.a.*; reliqui uero .*a.b.*, et .*a.d.* sint noti; ex quibus .*a.b.* sit 12, et .*a.d.* sit 2; et quia est sicut .*a.b.* ad .*a.g.*, ita .*d.g.* ad .*g.b.*, erit, cum permutaueris, sicut .*a.g.* ad .*a.b.*, ita .*b.g.* ad .*g.d.*; et cum composueris, erit coniunctus ex numeris .*a.g.*, et .*a.b.* primus ad .*a.b.* secundum , ita .*b.d.* tercius ad .*g.d.* quartum : multiplicacio ex .*a.b.* secundi in .*b.d.* tercium est nota, quia surgit ex 12 in 10, cuius multiplicationis summa est 120, cui equatur multiplicatio coniuncti ex .*a.g.*, et .*a.b.* in .*b.d.*: quare si numero .*a.b.* addatur numerus .*b.e.*, qui sit equalis numero .*a.g.*; et auferatur ex numero .*b.e.* numerus .*e.z.*, qui sit equalis numero .*g.d.*, remanebit numerus .*z.b.* equalis numero .*a.d.*, qui est 2; quare totus numerus .*a.z.* est 14, cui additus est numerus .*z.e.* : diuidatur ergo numerus .*a.z.* in duo equa super .*i.*, erit ergo multiplicatio .*a.e.* in .*e.z.*, que est 49, cum quadrato numeri .*z.i.*, qui est 49 , equalis quadrato numeri .*i.e.*: quare radix eorum, que est 13, est numerus .*i.e.*; de quibus si auferatur numerus .*z.i.*, qui est 7, remanebunt 6 pro numero .*z.e.*, hoc est pro .*g.d.*; cui si addatur numerus .*a.d.*, habebis 8 pro numero .*a.g.*

([illegible] de 8 ; (fol. 180 recto, lin. 17 ; pag. 392, lin. 20 e 21).

Et si .*a.b.* tantum fuerit ignotus; quia erit sicut .*a.b.* ignotus ad .*g.a.* notum , ita .*d.g.* notus ad .*g.b.* ignotum ; quia multiplicatio noti .*a.g.* in notum .*d.g.* , silicet de 8 in 6 , equatur multiplicationi .*a.b.* ignoti in .*g.b.* ignotum: diuidatur ergo .*a.g.* in duo equa super .*e.*; et quia numerus .*a.g.* diuisus est in duo equa; et ei additus est numerus .*g.b.* , erit multiplicatio .*a.b.* in .*g.b.* cum quadrato numeri .*e.g.*, equalis quadrato numeri .*e.b.*: est enim multiplicatio .*a.b.* in .*g.b.* 48, et quadratus numeri .*e.g.* est 16; quibus insimilis (*sic*) iunctis, reddunt 64; quorum radix, que est 8, est numerus .*e.b.*; quibus si addatur numerus .*e.a.*, erit totus numerus .*a.b.* 12.

([illegible] multiplicatio [illegible] .*d.g.* (fol. 180 recto, lin. 25 ; pag. 392, lin. 29 e 30).

Sit itaque numerus .*a.d.* ignotus, reliqui uero .*a.g.*, et .*a.b.* sint noti; et quia est sicut .*a.b.* ad .*a.g.*, ita numerus .*d.g.* ad .*g.b.* erit multiplicatio .*a.b.* in .*g.b.*, silicet 48, equalis multiplicationi .*a.g.* noti in .*d.g.* ignotum: quare diuide 48 per .*a.g.*, silicet per 8, exibunt 6 pro numero .*d.g.*; quibus extractis ex numero .*a.g.*, remanebunt pro numero .*a.d.*

Modus proportionis in tribus numeris.

(summa [illegible] ad .*a.g.* a (fol. 180 recto, lin. 30, pag. 392, lin. 35 e 36).

Et si fuerit sicut .*a.b.* ad .*a.g.*, ita summa superhabundantiarum eorum, scilicet .*d.b.* ad .*g.b.*; et sit ignotus numerus .*a.g.*, et .*a.b.* sit 15, et .*a.d.* sit 5; quare summa habundantiarum predictarum, scilicet numerus .*d.b.* est 10; et quia est sicut .*a.b.* ad .*a.g.* , ita .*d.g.* ad .*g.b.* ; erit cum permutabitur , sicut .*a.b.* ad .*d.b.* , ita .*a.g.* ad .*g.b.* : ergo cum iungetur, erit sicut .*a.b.* *d.b.*, ita .*a.g.* *g.b.* , hoc est .*a.b.* ad .*g.b.*: ergo est sicut 25 ad 10, ita 15, silicet .*a.b.* ad .*g.b.* ignotum; sed 25 ad 10 sunt sicut 5 ad 2 : quare multiplicabis 15 per 2, et diuides per 5; uel quintam de 15 multiplica per 2, uenient 6 pro numero .*g.b.*; quibus diminutis ex numero .*a.b.*, remanent 9 pro numero .*a.g.* Et si tantum numerus .*a.b.* fuerit ignotus , quia est sicut .*a.b.* ad .*a.g.*, ita .*d.b.* ad .*g.b.*; erit etiam cum conuerteretur, sicut .*a.g.* ad .*a.b.*, ita .*a.b.* ad .*g.d.*; nec non cum diuidetur, erit sicut primus .*a.g.* ad secundum

Digitized by Google

.*g*.*b*., ita secundus .*g*.*b*. ad tertium .*g*.*d*. ; quare numeri .*a*.*g*. , *g*.*b*. et .*g*.*d*. continui proportionales sunt; erit | ergo multiplicatio .*a*.*g*. primi in .*g*.*d*. tercium equalis multiplicationi .*g*.*b*. in se: est enim ac (*sic*) .*g*. 9, et .*g*.*d*. est 4, in quibus numerus .*a*.*g*. superhabundat numerum .*a*.*d*. Vnde si multiplicationis de 9 in 4 radicem acceperis, uenient 6 pro numero .*g*.*b*. ; quibus additis cum .*a*.*g*., uenient 15 pro numero .*a*.*b*. Et si numerus .*a*.*d*. fuerit ingnotus, reliqui uero .*a*.*g*. et .*a*.*b*. sint noti; et quoniam est sicut .*a*.*b*. notus ad .*a*.*g*. notum, ita .*d*.*b*. ingnotus ad .*g*.*b*. notum; quare si multiplicaueris .*a*.*b*. in .*g*.*b*., silicet 15 in 6; et diuiseris summa (*sic*) per .*a*.*g*., silicet per 9, uenient 10 pro numero .*d*.*b*.; quibus diminutis ex numero .*a*.*b*., remanebunt 5 pro numero .*a*.*d*.

« ad tercium .... erit » (fol. 180 recto, lin. 39; pag. 393, lin. 1 e 2).

fol. 180 verso

Modus alius proportionibus (sic) *in tribus numeris.*

Et si fuerit sicut .*a*.*b*. ad .*a*.*g*., ita .*d*.*b*. ad .*d*.*g*.; fueritque .*a*.*g*. ingnotus, reliqui .*a*.*b*. et .*a*.*d*. sint noti; in hac proportione demonstrabo, tercium numerum excedere non posse secundum, sic: quoniam est sicut .*a*.*b*. ad .*a*.*g*., ita .*b*.*d*. ad .*g*.*d*.; erit ergo, si diuiseris, sicut .*b*.*g*. ad .*g*.*a*., ita .*b*.*g*. ad .*g*.*d*.; sed que eidem eadem propositionem (*sic*) habent, sibi inuicem sunt equalia; ergo numeri .*g*.*d*. et .*a*.*g*. sibi inuicem sunt equales, minor maiori, quod est impossibile; maior est enim .*g*.*a*., quam .*g*.*d*. Vnde non potest saluari, nisi numerus .*b*.*g*. sit zephirum, hoc est nichil; et tunc erit sicut zephirum, et .*g*.*a*. ad .*g*.*a*., ita zephirum, et .*g*.*d*. ad .*g*.*d*., hoc est sicut .*g*.*a*. ad .*g*.*a*., ita .*g*.*d*. ad .*d*.*g*.: est enim .*g*.*d*. id, in quo numerus .*a*.*g*. excedit numerum .*a*.*d*.; quare numerus .*a*.*b*. est equalis numero .*a*.*g*., cum superhabundantia .*b*.*g*. super .*g*.*a*. sit nichil: ergo cum notus est numerus .*a*.*b*., notus est numerus .*a*.*b*., notus est numerus .*a*.*g*. Aliter, quia est sicut .*a*.*b*. ad .*a*.*g*., ita .*b*.*d*. ad .*g*., erit, cum conuertetur, sicut .*a*.*b*. ad .*d*.*b*., ita .*g*.*a*. ad .*g*.*d*. : ponamus .*a*.*b*. esse 8, et .*a*.*d*. esse 2; quare .*b*.*d*. est 6: quare est sicut 8 ad 6, ita .*a*.*g*. ad .*g*.*d*.; sed 8 ad 6, sicut 4 ad 3: ergo si extraxerimus 3 de 4, remanebit 1; quare est sicut 1 ad 3, ita .*a*.*d*. ad .*d*.*g*.: quare si multiplicatio de 2 in 3 diuiseris per 1, uenient 6 pro numero .*g*.*d*.; cui si addatur .*d*.*a*., silicet 2, erit numerus .*g*.*a*. qualis (*sic*) numero .*a*.*b*., ut predixi: nec est enim necessarium ponere ingnotum aliquem numerorum .*a*.*b*. et .*a*.*d*. ; quia si notus est numerus .*a*.*g*., notus et numerus .*a*.*b*., cum sit ei equalis; et si noti sunt numeri .*a*.*g*. et .*a*.*b*., notus erit et numerus .*a*.*d*., cum possit esse qualis uis numerum (*sic*) minor numero .*a*.*g*.

« et .a.g. .... est enim » (fol. 180 verso, lin. 14; pag. 393, lin. 15 e 16).

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Si uero proportio .*a*.*g*. *a*.*d*., sicut proportio .*b*.*g*. ad .*g*.*d*.; et sit ingnotus primus numerus .*a*.*g*. ; reliqui uero .*a*.*b*., et .*a*.*d*. sint noti: quoniam est sicut .*b*.*g*. ad .*g*.*d*., ita .*g*.*a*. ad .*d*.*a*., erit, cum permutaueris, sicut .*b*.*g*. ad .*g*.*a*., ita .*g*.*d*. ad .*d*.*a*.; et cum composueris, erit sicut .*b*.*g*. *g*.*a*. ad .*g*.*a*., hoc est sicut .*b*.*a*. ad *g*.*a*., ita .*g*.*d*. *d*.*a*. , hoc est .*g*.*a*. ad .*d*.*a*. ; quare numeri .*a*.*b*. *a*.*g*. *a*.*d*. continui proportionales sunt : ergo cum ingnotus sit numerus .*a*.*g*., multiplicabitur .*a*.*d*. in .*a*.*b*., cuius summe radix est numerus .*a*.*g*.: et si fuerit ingnotus numerus .*a*.*b*., diuides quadratum numeri .*a*.*g*. per .*a*.*d*.; et he contra (*sic*) si ingnotus fuerit numerus .*a*.*d*.; nec non et si duo illorum fuerint ingnoti, poteris per reliquum ipsos inuenire: uerbi gratia: sit numerus .*a*.*d*. 8: ponam .*a*.*g*. 12 ad libitum; et multiplicabo 12 in se, et summa (*sic*) diuidam per 8, prouenient 18 pro numero .*a*.*b*. Et si secundus fuerit 12, ponam ad libitum unum

« .g.a., ita .... .g.a., hoc est » (fol. 180 verso, lin. 32; pag. 393, lin. 34 e 35)

Digitized by Google

fol. 151 recto.

ex reliquis, in quo diuidam | quadratum numeri .*a*.*g*.; et si maior eorum fuerit notus, faciam ex eo sicut feci de minori.

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Ponam etiam, ut sit sicut .*a*.*g*. ad .*a*.*d*., ita .*b*.*d*. ad .*g*.*d*.; et sit notus uterque numerorum .*a*.*d* et .*a*.*b*.; reliquis (*sic*) uero .*a*.*g*. sit ingnotus; et quoniam est sicut .*a*.*g*. primus ad .*a*.*d*. secundum, ita .*b*.*d*. tercius ad .*g*.*d*. quartum; erit ergo multiplicatio .*a*.*d*. in .*d*.*b*. equalis multiplicationi .*a*.*g*. in .*g*.*d*.: sit ergo 6 numerus .*a*.*b*., et numerus .*a*.*d*. sit 2 ; quare .*d*.*b*. est 4; et sic ex .*a*.*d*. in .*d*.*b*. ueniunt 8 ; quibus multiplicatio .*g*.*a*. in .*g*.*d*. equalis: et quoniam est notus numerus .*a*.*d*., quadratum ipsius medietatis, scilicet 1, adde cum .*g*., erunt 9; de quorum radice, scilicet de 3, extrahe dimidium .*a*.*d*., remanebunt 2 pro numero .*g*.; de quibus si addatur numerus .*d*.*a*., habebis 4 pro numero .*a*.*g*. Et si fuerit ingnotus numerus .*a*.*b*., inueniutur (*sic*), cum multiplicationem .*a*.*g*. noti in .*g*.*d*. notum diuiseris per .*a*.*d*. notum; tunc procreabitur inde numerus .*g*.*d*., qui est 4; cui si addatur numerus .*a*.*d*. , erit 6 numerus .*a*.*b*. Et si numerus .*a*.*d*. fuerit ingnotus tantum; quia est sicut .*a*.*g*. ad .*a*.*d*., ita .*b*.*d*. ad .*g*.*d*. , erit, cum permutabitur, sicut .*a*.*g*. primus ad .*g*.*d*., ita .*d*.*b*. ad .*g*.*b*., qua in .*g*. notum ratum (*sic*): quare multiplicabis .*a*.*g*. notum, scilicet 4 per 2, erunt 8; quibus equatur multiplicatio .*g*.*d*. secundi in .*d*.*b*. tertium: quare si acciperis quadratum dimidii .*g*.*b*., qui est 1, et addes cum cum 8, erunt 9; siper (*sic*) radicem quorum si adderis 1, scilicet dimidium numeri .*g*.*b*., habebis 4 pro numero .*d*.*b*.; que si auferatur de numero .*a*.*b*., remanebunt 2 pro numero .*a*.*d*.: in hac autem proportione, si unus numerus fuerit notum tantum, poteris per ipsum reliquos inuenire. Verbi gratia : quia est sicut .*a*.*g*. ad .*a*.*d*., ita .*b*.*d*. ad .*g*.*d*. ; ergo erit sicut .*a*.*d*. ad .*a*.*g*., ita .*d*.*g*. ad .*d*.*b*.: sed cum diuiseris, erit sicut .*a*.*d*. ad .*d*.*g*., ita .*d*.*g*. ad .*g*.*b*. ; ergo numeri .*a*.*d*.*g*.*b*. continui proportionales sunt: primum quidem si numerus .*a*.*d*. fuerit notus, ponam .*d*.*g*. ad libitum, cuius quadratum diuidam per .*a*.*d*. notum; et sic perueniet numerus .*g*.*b*.: similiter si fuerit notus numerus .*g*.*b*., ponam ad libitum, et numerum .*g*.*d*.; et multiplicabo .*g*.*d*. in se, et quod prouenerit diuidam per .*g*.*b*. , et ueniet numerus .*a*.*d*. : et si fuerit notus numerus .*a*.*g*., accipiam ex eo ad libitum aliquem numerum, qui sit numerus .*g*.*d*.: similiter et pro numero .*a*.*d*. ponam numerum qualem uoluero, in quo diuidam quadratum numeri .*g*.*d*., et proueniet numerus .*g*.*b*.

« si fuerit . . . . .*g*.*d*. notum » (fol. 151 *recto*, lin. 11; pag. 394, lin. 12 e 13).

« ad .*d*.*g*. .... sunt, primum » (fol. 151 *recto*, lin. 22; pag. 394, lin. 24 e 25).

Modus alius proportionis in tribus numeris.

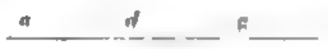
Ponam etiam, ut sit sicut .*a*.*g*. ad .*a*.*d*., ita .*d*.*g*. ad .*g*.*b*.; et sit ingnotus numerus .*a*.*g*., ex reliquis autem numerus .*a*.*d*. sit 4, et numerus .*a*.*b*. sit 10 : quoniam est sicut .*a*.*g*. ad .*a*.*d*., ita .*d*.*g*. a (*sic*) .*g*.*b*. ; erit ergo sicut compositus numerus ex .*a*.*g*. et .*a*.*d*. primus ad .*a*.*d*. secundum, ita compositus ex .*d*.*g*.*b*. tercius ad .*g*.*b*. quartum: quare id quod prouenit ex .*a*.*d*. in .*d*.*b*., quod est 24, equatur ei, quod prouenit ex .*a*.*g*. et .*a*.*d*. in .*g*.*b*.: producatur enim recta .*b*.*a*. in .*e*.; et sit .*a*.*e*. equalis numero .*a*.*d*., erit tota .*e*.*b*. 14, que est indiuisa in duo super .*g*., ita quod multiplicatio .*b*.*g*. in .*g*.*b*. est 24: diuidatur ergo linea .*e*.*b*. in duo equa super punctum .*f*.; erit .*b*.*f*. 7; de quorum quadrato, si auferatur multiplicatio .*b*.*g*. in .*g*.*e*., remanebunt 25 pro quadrato linee .*g*.*f*.; quare .*g*.*f*. est 5; qui auferantur ex .*f*.*b*., remanebunt 2 pro numero .*g*.*b*.; quibus extractis ex numero .*a*.*b*., habebuntur 8 pro numero .*a*.*g*. Et |

« est 10 .... numerus » (fol. 151 *recto*, lin. 31; pag. 394, lin. 34 e 35).

Digitized by Google

fol. 181 verso.

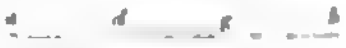
• Si numerus .... est sicut a (fol. 181 verso, lin. 1; pag. 395, lin. 1).



Si numerus *.a.b.* fuerit ignotus; reliqui uero *.a.d.*, et *.a.g.* sint noti; quia est sicut *.a.g.* notus ad *.a.d.* notum, ita *.d.g.* notus ad *.g.b.* ignotum: multiplicabis ergo *.a.d.* in *.d.g.*, silicet 4 per 4, et diuides per *.a .a.g.*, uenient 2 pro *.g.b.*; quibus additis cum *.a.g.*, erit totus *.a.b.* 10. Sed sit ignotus numerus *.a.d.* tantum; et quia est sicut *.a.g.* notus ad *.a.d.*, ita *.d.g.* ad *.g.b.* notum: multiplicatio ergo ex *.a.g.* in *.g.b.*, que est 16, equatur multiplicationi *.a.d.* secundi in tercium *.d.g.*; que multiplicatio, cum sit equalis quadrato medietatis numeri *.a.g.*, scimus, numerum *.a.d.* dimidium esse numeri *.a.g.*; ergo *.a.d.* est 4.

Modus ultimus proportionis in tribus numeris.

• numerus .... extrahes a (fol. 181 verso, lin. 13 e 14; pag. 395, lin. 13 e 14).



Sit itaque sicut *.a.g.* ad *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.g.b.*: in hanc autem propositionem inuenietur semper, quod numerus est equalis superfluo tercii numeri super secundum; quod demonstrabitur ita: *.d.b.* ad *.g.b.* erit, supermutabitur (*sic*) et diuidetur, sicut *.a.d.* *.d.g*, ita *.b.g.* ad *.d.g.*; que ergo eidem eamdem proportionem habent, sibi inuicem equalia sunt; equalis ergo est numerus *.a.d.* numero *.g.b.*, ut predixi. Vnde si ignotus fuerit numerus *.a.g.* tantum, extrahes numerum *.a.d.* ex numero *.b.a.*, et remanebit notus numerus *.a.g.*: et si fuerit numerus *.a.b.* ignotus, addes numerum *.a.d.* super numerum *.a.g.*, habebis numerum *.a.b.*: et si fuerit ignotus numerus *.a.d.*, extrahes numerum *.a.g.* ex numero *.a.b.*, residuum erit numerus *.a.d.* Et notandum, cum aliqua predictarum (*sic*) trium numerorum omnes tres numeri ponantur ignoti, et summa eorum ponatur nota, tunc inueniendi erunt tres numeri, qui sint in ipsa, quam uolueris, proportione, et eos insimul iunges; et si id, quod prouenerit, fuerit equale summe quesite, habebis utique propositum; sin autem cadet proportionaliter, uidelicet sicut inuenta fuerit ad quesitam, ita unusquisque trium inuentorum numerorum erit ad suum cumsimilem.

Incipit de proportione quatuor numerorum.

• numerus .... diuides a (fol. 181 verso, lin. 26-27; pag. 395, lin. 28-30).

• multiplicabis .... extractis ex a (fol. 181 verso, lin. 31-32; pag. 395, lin. 33-35).

Cum quattuor numeri *.a.b.g.d.* proportionales fuerint ut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.* ad *.d.*, erit permutatim sicut *.b.* ad *.a.*, ita *.d.* ad *.g.*; et sicut *.g.* ad *.a.*, ita *.d.* ad *.b.*; et multiplicatio *.a.* in *.d.* equatur multiplicationi *.b.* in *.g.*; quare si fuerit ignotus numerus *.d.*, diuides factum ex *.b.* in *.g.* per *.a.*; et si *.a.* fuerit ignotus, diuides per *.d.* factum ex *.b.* in *.g.*; et si fuerit ignotus numerus *.b.*, uel *.g.* per notum ipsorum, diuides factum ex *.a.* in *.d.* Sed si preponatur, quod summa numerorum *.a.b.* sit 14; et numerus *.g.* sit 22, et numerus *.d.* sit 6; et uis scire quantum sit numerus *.a.*, uel numerus *.b.*; quia est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.* ad *.d.*, erit ergo ut *.a.b.* ad *.b.*, ita *.g.d.* ad *.d.*: quare multiplicabis coniunctum ex *.a.*, et *.b.*, scilicet 14, per *.d.*, hoc est per 6, erunt 84; que diuide per iunctum ex *.g.d.*, hoc est per 28, uenient 3 pro numero *.b.*; quibus extractis ex 14, remanent 11 pro numero *.a.*: similiter procedes, si numeri *.a.* et *.b.*, nec non et summa ignotorum *.g.d.* fuerit nota. Item si fuerit ignotus unusquisque numerorum *.a.g.*; sed summa eorum sit nota, et sint etiam noti numeri *.b.d.*, erit sicut summa *.b.d.* nota ad notum *.d.*, ita *.a.g.* notum ad *.g.* ignotum: quare multiplicabis coniunctum ex *.a.g.* in *.d.*, et diuides per coniunctum ex numeris *.b.d.*; et quod prouenerit erit numerus *.g.*; quod (*sic*) extracto ex summa numerorum *.a.g.*, remanebit numerus *.a.* notus: similiter facies, cum ignoti fuerint numeri *.b.d.*, et eorum summa sit nota, nec non et unusquisque | numerorum *.a.g.* sit notus.

fol. 182 recto.

Digitized by Google

* 9; et summa .... sicut 6 » (fol. 182 *recto*, lin. 4-8; pag. 396, lin. 3-8).

Item sit sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.* ad *.d.*; et sit summa numerorum *.b.g.* nota; sed unusquisque eorum sit ignotus: et sint etiam noti numeri *.a.d.*; quorum *.a.* sit 6, et *.d.* sit 9; et summa numerorum *.b.g.* sit 21: quia factus ex *.a.* in *.d.*, silicet 54, equatur facto ex *.b.* in *.g.*; oportet ut diuidantur 21 in duas partes, quarum una multiplicata per aliam facient 54: ergo ex quadrato medietatis de 21, silicet de $\frac{1}{4}$ 110, extrahes 54; et radicem residui, que est $\frac{1}{2}$ 7, extrahende (*sic*) $\frac{1}{2}$ 10, remanent 3 pro uno ex numeris *.b.g.*; quibus extractis de 21, remanent 18 pro alio numero: erit enim sicut 6 ad 3, ita 18 ad 9; uel sicut 6 ad 18, ita 3 ad 9: eodemque modo procedes, cum summa numerorum *.a.d.* ignotorum fuerit nota cum numeris *.b.g.*: procedit enim ex hoc talis questio, quod quidam emit rotulos 6 nescio pro quot bizantiis; sed pro bizantiis * 9 habuit rotulos nescio quod eadem rationem (*sic*); sed summa rotulorum et bisantiorum fuerit 36; de quibus extrahendi sunt rotuli 6, et bisani (*sic*) 9, remanent 21 pro summa duorum ignotorum numerorum, qui adsimulantur (*sic*) numeris *.b.g.*

* numerus .... quare » (fol. 182 *recto*, lin. 18-21; pag. 396, lin. 16-20).

Sit item proportio numeri *.a.b.* ad numerum *.g.* sicut proportio *.d.e.* ad numerum *.z.*; et sint ignoti numeri *.a.b.*, et *.g.*; numeri autem *.d.e.z.* sint noti; et sit notum superfluum numeri *.a.b.* super *.g.*, quod sit numerus *.a.c.*; et quia maior est numerus *.a.b.*, quam *.g.*, maior erit numerus *.d.e.*, quam *.z.*: summantur itaque ex numero *.d.e.* numerus *.f.e.* equalis numero *.z.*; et quia est sicut *.a.b.* ad *.g.*, ita *.d.e.* ad *.z.*; erit itaque sicut *.a.b.* ad *.c.b.*, ita *.d.e.* ad *.f.e.*: quare si diuiseris, erit sicut *.a.c.* notus ad *.c.b.* ignotum, ita *.d.f.* notus ad *.f.e.* notum: quare multiplicabis *.a.b.* primum per *.e.f.* quartum, et diuides per *.d.f.* tercium, et proueniet *.c.b.*, silicet *.g.* notus; quo addito cum *.a.c.* notum, erit notus totus numerus *.a.b.* Similiter si fuerint noti numeri *.a.b.*, et *.g.*; et numeri *.d.e.* et *.z.* sint ignoti; sed sit notum id, in quo numerus *.d.e.* excedit numerum *.z.*, quod sit numerus *.d.f.*: adcipiam ergo ex numero *.a.b.* numerum *.c.b.* equalem numero *.g.*, remanebit *.a.c.* notus; erit proportio noti *.d.f.* ad ignotum *.f.e.*, sicut *.a.c.* noti *.a.c.b.* notum: quare multiplicabis *.d.f.* in *.b.*, et summa diuidetur per *.a.c.*, et quod exierit, erit numerus *.f.e.*, hoc est numerus *.z.*; super quem si additus fuerit numerus *.d.f.*, erit notus numerus *.d.e.* Set sint ignoti numeri *.a.b.* et *.d.e.*, et uterque numerorum *.g.z.* sit notus, nec non et superfluum *.a.b.* supra *.d.e.*, quod sit *.a.c.*; quoniam est sicut *.a.b.* ad *.g.*, ita *.d.e.* ad *.z.*: permutatim ergo erit sicut *.a.b.* ad *.e.*, ita *.g.* ad *.z.*: sit itaque numerus *.g.* 9, et numerus *.z.* sit 3, et superfluum *.a.b.* super *.d.e.*, hoc est *.a.c.*, sit 8: et quoniam est sicut *.g.* ad *.z.*, ita *.a.b.* ad *.d.e.*; erit ergo sicut superfluum *.g.* super *.z.*, scilicet 6, ad superfluum *.a.b.* super *.d.e.*, silicet ad 8, sicut *.z.* ad numerum *.d.e.*: quare multiplicabis numerum *.z.* per 8, erunt 24; que diuides per 6, ueniunt 4 pro numero *.d.e.*; cui addito numerus (*sic*) *.a.c.*, habebunt 12 pro numero *.a.b.*: aliter erit sicut 6 ad 8, ita numerus 8 ad numerum *.a.b.*; quare multiplicabis 8 per 9, et diuides per 6, uenient 12; de quibus si auferatur numerus *.a.c.*, remanebunt 4 pro numero *.d.*, | ut predixi. Sed sint numeri *.a.b.* et *.z.* ignoti, et unusquisque numerorum *.d.e.* et *.g.* sit notus, nec non et superfluum *.a.b.* super *.z.*, quod sit *.a.c.*; et quia est sicut *.a.b.* ad *.g.*, ita *.d.e.* ad *.z.*, erit multiplicatio *.a.b.* in *.z.*, hoc est ex *.a.b.* in *.c.b.* est nota, cum equalis multiplicationi notorum *.d.e.* in *.g.*; cui multiplicatione (*sic*) si addatur quadratus numeri *.i.c.*, silicet dimidii numeri *.a.b.*, prouenit notus quadratus numeri *.i.b.*; quare radix ipsius est *.i.b.*;

* notus numerus .... ita *.g.* » (fol. 182 *recto*, lin. 30-32; pag. 396, lin. 28-31).

fol. 182 *verso*.

* radix .... radicis » (fol. 182 *verso*, lin. 6-9 e 10; pag. 396, lin. 43 — pag. 397, lin. 4).

de qua si auferatur .*i.c.* notus, remanebit .*c.b.*, silicet .*z.*, notus : si addatur .*a.c.* notus, erit etiam notus numerus .*a.b.*; que etiam demonstrentur in numeris : ex .*g.* quidem in .*d.e.*, silicet ex .*g.* quidem in .*d.e.*, silicet ex 9 in 4; quibus si addatur quadratus medietatis numeri .*a.c.*, qui numerus .*a.c.* sit 9, erunt $\frac{1}{4}$ 56; quorum radix, que est $\frac{1}{2}$ 27, est numerus .*i.b.*; de quo si auferatur numerus .*i.c.*, remanebunt 3 pro numero .*c.b.*, hoc est pro numero .*z.*; cum quibus si addantur 9, idest numerus .*a.c.*, erunt 12 pro toto numero .*a.b.* •

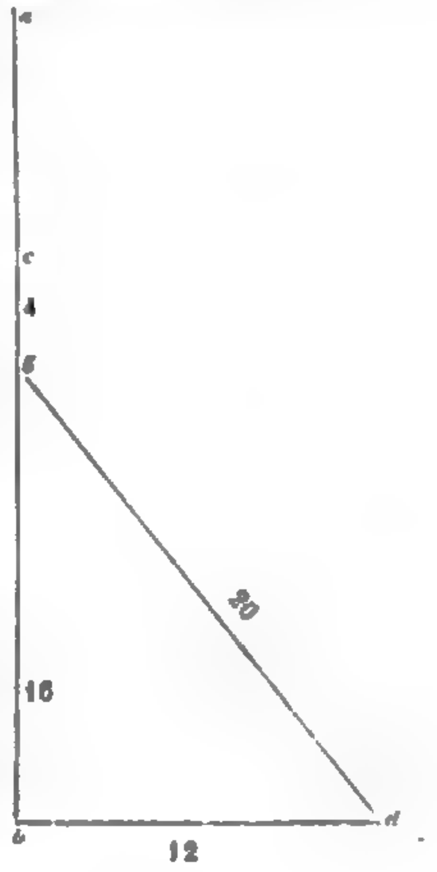
Item sit sicut .*a.* ad .*b.*, ita .*g.* ad .*d.* ; et sit summa quadratorum numerorum .*a.b.* 225, et numerus .*g.* sit 4 , et numerus .*d.* sit 3; addes quadratum de 4 cum quadrato de 3, scilicet 16 cum 9, erunt 25: proportio enim de 25 ad 9 est sicut proportio de 225 ad quadratum numeri .*b.*: quare multiplicabis 9 per 225 , et diuides per 25 , exibunt 81 pro quadrato numeri .*b.e.* ; quare numerus .*b.* est 9: ex his autem colliges, omnia euenire in quadratis quatuor numerorum proportionalium , que diximus in numeris simplicibus, etiam et eadem prouenient in cubis ipsorum.

• cum 9 .... .b. est 9 » (fol. 182 verso, lin. 14-15; pag. 397, lin. 10-12).

Explicit pars prima vltimi capituli. Incipit secunda de questionibus geometrie pertinentibus.

Est asta iuxta quandam turrim erecta, habens in longitudine pedes .xx.; queritur, si pes aste separetur a turri pedidus 12; quot pedibus caput aste descenderit : sit itaque turis linea .*a.b.*; ex qua accipiatur .*b.c.* equalis date aste ; et protrahatur linea .*b.d.* in plano, que sit pedum 12; et iaceat asta .*d.g.* equalis linee .*b.c.*; et sic fit trigoni recti angulum ab asta .*d.g*, et a plano .*d.b.*, et a muro .*b.*; et est angulus rectus ipsius, qui sub .*g.b.d.* ; et quoniam ut heuclides testatur in penultima sui primi libri, quod in trigonis recti angulis quadratus lateris subtendentis angulum rectum equatur quadratis duobus lateris reliquorum duorum laterum angulum rectum continentium; quare quadratus aste .*d.g.*, silicet 400, equatur duobus quadratis linearum .*d.b.*, et .*b.g.*: sed quadratus linee .*d.b.* est notus, cum ipsa sit nota; quare si auferatur quadratus ipsius, scilicet 144, ex 400, remanebunt pro quadrato linee .*b.g.* 256; quorum radix, scilicet 16, est linea .*b.g.* ; qua extracta ex linea .*c.* , remanebunt 4 pro descensu capitis aste .*g.c.* Et si protrahatur pes aste donec caput eius descenderit pedibus 4; et queratur quantum pes elongabitur a turri; in hac ponitur notum latus .*b.g.*; quia extractis 4 ex linea .*e.b.*, que est longitudo aste, remanent 16 linea .*g.b.* ; quorum quadratus si auferatur ex quadrato aste .*d.g.*, silicet 256 ex 400, remanebunt 144 pro quadrato linee .*b.d.*, que est separatio pedis aste a turri; et si fuerit nota altitudo .*g.b.*, et planum .*b.d.*, et ignoraueris .*b.d.*, et ingnoraueris longitudinem aste .*d.g.*, addes quadratos linearum .*b.g.* et .*b.* in unum, scilicet 256 et 144, erunt 400, quorum radix, scilicet 20, est asta .*d.g.*; et hec memorie commenda, cum sint multum utilia.

• equalis .... scilicet 20 » (fol. 182 recto, lin. 21 e 22-37; pag. 397, lin. 19-36).

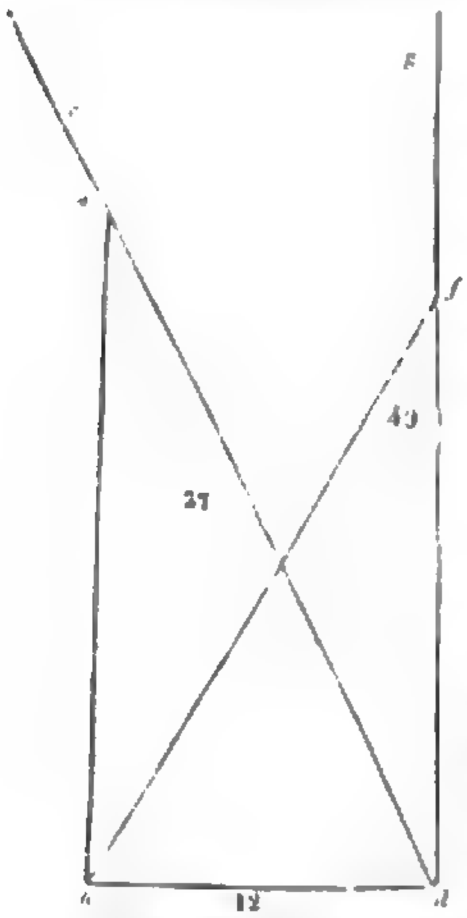


In quodam plano sunt erecte due aste, que distant in solo pedibus 12; et minor asta | est alta pedibus 35, maior quoque pedibus 40; queritur, si maior asta ceciderit super minorem , in qua parte ipsius erit cumtactus eorum: sit itaque minor asta linea .*a.b.*, maior uero .*g.d.*, et copuletur recta .*d.a.*; et quia quadratus maioris aste est plus duobus quadratis linearum .*a.b.* et .*b.d.*, scitur, quod linea .*d.a.* est minor, quam linea .*d.g.*: quare protrahatur linea .*d.a.* in punctum .*e.*, et sit equalis recta .*d.e.* recte .*d.g.*; ergo si asta .*d.g.* ceciderit super punctum .*a.*, faciet lineam .*d.e.* : erit ergo

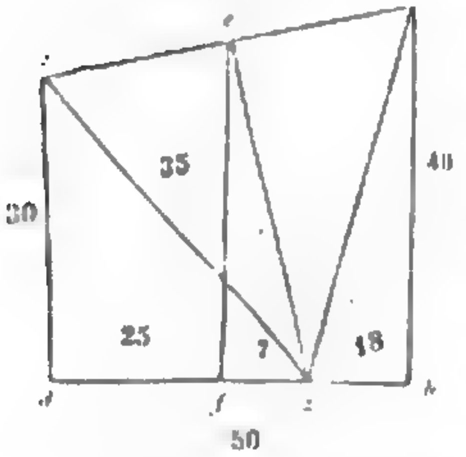
fol. 183 recto

Digitized by Google

« est alta .... iuncte » (fol. 183 recto, lin. 1-14; pag. 397, lin. 38 — pag. 398, lin. 5).

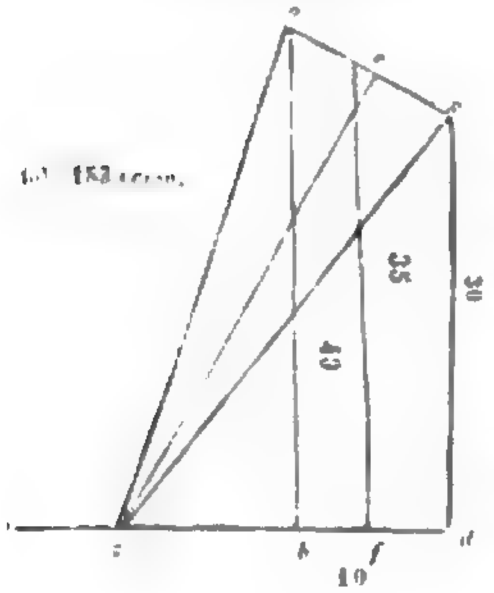


« descendentes .... ostendam » (fol. 183 recto, lin. 18-24 e 25; pag. 398, lin. 13-15).



« pro linea .... centrum erit » (fol. 183 recto, lin. 24-29; pag. 398, lin. 29 e 30-36).

Fol. 183 verso.



trigonum *.a.b.d.* recti angulum; quare quadratus linee *.a.d.* equatur duobus quadratis linearum *.a.b.* et *.b.d.* : adde ergo insimul quadratos earum, scilicet 1225 et 144, erunt 1369; quorum radix, scilicet 37, est linea *.d.a.*; quibus extractis ex linea *.d.e.*, scilicet ex asta *.d.g.*, remanebunt 3 pro linea *.a.e.* Et si minor asta ceciderit super maiorem, extrahe 144 de 1225, remanent 1081; quorum radicem accipe in ista *.d.g.*, sitque *.d.f.*; in puncto ergo *.f.* erit cumtactus aste minoris: et ut hec apertius uideas, protrahe lineam *.b.f.*, ipsa erit subtendens angulum rectum, qui est ad *.d.*; quare quadratus linee *.b.f.* equatur duobus quadratis in earum (*sic*) *.f.d.* et *.d.b.*; qui quadrati, scilicet 1081 et 144, insimul iuncti, faciunt 1225; quorum radix, scilicet 35, est linea *.b.f.*, que est equalis aste *.b.a.*, ut oportet.

In quodam plano sunt due turres, quarum una est alta passibus 30, altera 40, et distant in solo passibus 50; infra quas est fons, ad cuius centrum uolitant due aues pari uolatu, descendentes pariter ex altitudine ipsarum; queritur distantia centri ab utraque turri : sit itaque maior turris linearum *.a.b.*, minor sit *.g.d.*; spatium, quod erit inter eas, est linea *.b.d.*; et copulentur sumitates earum cum linea *.a.g.*, que diuidatur in duo equa super punctum *.e.*; a quo protrahatur linea *.e.f.* equidistans linee *.a.b.* et *.g.d.*; et a puncto *.e.* protrahatur linea *.e.z.* faciens duos angulos rectos super linea *.a.g.*, idest circa *.e.*: dico quod punctus *.z.* est centrum fontis; quod probabitur ita: protrantur (*sic*) a puncto *.z.* due recte, que sint *.z.a.* et *.z.g.*, que sunt uolatus auium, quos ostendam esse equales: quia linea *.z.a.* est subtendens angulum rectum in triangulo *.z.a.e.*, ideo quadratus ipsius equatur duobus quadratis linearum *.z.e.e.a.*: similiter quadratus linee *.z.g.* est equalis duobus quadratis linearum *.g.e.* et *.z.e.*; sed *.g.e.* est equalis *.e.a.*, et quadratus linee *.e.z.* est comunis in predictis duobus trigonis; quare *.g.z.* et *.a.z.* sunt equales, et hoc uolumus: sed si secundum numerum procedere ͠uis, adde passus utriusque turris, scilicet 40 cum 30, erunt 70; quorum dimidium, scilicet 35, est linea *.e.f.*: nam et dimidium spatii *.b.d.* est 25, quod est quelibet linearum *.d.f.* et *.f.b.*; et accipe differentiam, que est a minori turri usque in 35, que est 5; in quibus multiplica 35, erunt 175; que diuide per dimidium spatii, scilicet per 25, exibunt 7 pro linea *.f.z.*; cum quibus si addantur 25, silicet linea *.d.f.*, erit linea *.d.z.* 32: et si auferatur 7 ex linea *.f.b.*, remanebunt 18 pro linea *.z.b.*; quorum quadratus si addatur cum quadrato turris *.b.a.*, scilicet 324 cum 1600, erunt 1924 pro quadrato linee *.z.a.*, cui etiam equatur quadratus linee *.z.g.*, cum proueniat ex additione quadratorum linearum *.z.d.* et *.d.g.*, silicet de 1024 et de 900; et hoc uolumus. Et notandum, quod si quadratus maioris turris esset equalis duobus quadratis, qui fiunt a spatio *.b.d.*, et a minori turri, tunc centrum fontis esset punctus *.b.*, qui est pex maioris turris: et si quadratus ipsius maioris turris superhabundaret super summam predictorum quadratorum, tunc centrum erit | extra minorem turrim; quod inuenies eodem modo. Verbi gratia: sit spatium *.b.d.*, quod est differentiam (*sic*) turrium, 10; et turres sint eedem, ut hac alia cernitur formula; et protrahatur linea *.d.b.* in infinitum super punctum *.b.*; et a puncto *.e.* protrahatur linea *.e.f.*, nec non et linea *.e.z.* faciens angulos rectos super linea *.a.g.*; quare ostendentur ex his que diximus, linee *.z.a.* et *.z.g.* sibi inuicem esse equales: nam si prescripta 175 diuiseris per spatium *.d.f.*, quod est 5, nimirum 35 uenient pro spatio *.f.z.*: quare centrum *.z.* distat a pede minoris turris, scilicet a puncto *.d.*, passibus 40; ex quibus si extrahatur spatium *.d.b.*, silicet 10, rema-

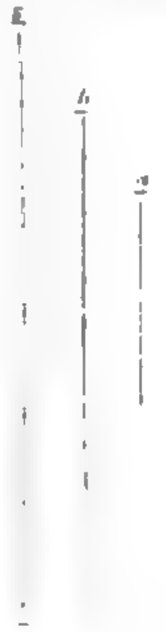
Digitized by Google

nebunt 30 pro spatio *.b.z.*, quod est extra maiorem turrim: et nota quia est super linea *.d.i.* protrahetur in plano linea ab utraque parte in infinitum per punctum *.z.*, secans ipsam ad rectos angulos; tunc in quacumque parte ipsius linee uelles, posset esse centrum predicte fontis. Et si a centro fontis due aues insimul discesserint, et pari uolatu super altitudines duarum turrium ab utrumque (*sic*) parte fontis existentium uno et eodem momento deuenerint; et uis scire utriusque turris altitudinem; et sit centrum predictum longe a minori turri passibus 32, a maiori passibus 18; sic facies: quadratum minoris spatii de quadrato maioris extrahe, scilicet 324 de 1024, remanebunt 700, que serua; et pone altitudinem minoris turris ad libitum, sicque (*sic*) 30; super quorum quadratum adde 700 seruata, erunt 1600; quorum radix, scilicet 40, erit altitudo maioris turris. Et si proponatur, quod maior turris alterior minore passibus 8, dimidium de 8 serua, et adde insimul distancias centri a turribus, scilicet 18 et 32, erunt 50; quorum dimidium, scilicet 25, extrahere (*sic*) de 32, remanent 7; que multiplica per eadem 25, erunt 175; que diuide per 4 seruata, exibunt $\frac{3}{4}$ 43 pro linea *.e.f.*; super que adde 4, erunt $\frac{3}{4}$ 47 pro altitudine maioris turris; de quibus extractis 8, in quibus ipsa excedit minorem, remanebunt $\frac{3}{4}$ 39 pro minori turri.

Quidam habuit libras 100, de quibus lucratus est in quodam foro aliquid; ex quibus omnibus lucratus est in alio foro proportionaliter, secundum quod lucratus fuerat in primo foro, et habuit libras 200: pone *.a.* pro libris 100, et *.b.* pro eo, quod habuit inter capitale et lucrum in primo foro; et *.g.* sit 200; quia est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.b.* ad *.g.*, erit multiplicatio *.a.* in *.g.* equalis quadrato numeri *.b.*: ergo multiplicabis 100 per 200, erunt 20000; quorum radix, que est circa libre 141, et soldi 8, et denarii $\frac{4}{5}$ 5, est numerus *.b.*; de quibus auferantur libre 100 capitalis, remanebunt libre 41.

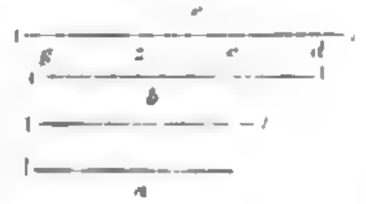
Rursus quidam habuit libras 100, cum quibus fecit unum uiadium, et lucratus est nescio quot; et tunc accepit alias libras 100 in societate; et cum his omnibus lucratus est eadem ratione, qua lucratus fuerat in primo uiagio; et sic habuit libras 299; queritur, quot lucratus fuit: sit *.a.* 100; de quibus facit numerum *.b.* in primo uiagio; super quem addantur libre 100 societatis, et proueniat quantitas *.g.c.d.*; de qua *.g.c.* sit 100; et ex quantitate *.g.c.d.* facit in secundo uiagio libras 299, que sint numerus *.e.*; et diuidatur *.g.c.* in duo equa super *.z.*; et quia est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.d.* ad *.e.*, erit multiplicatio ex *.b.* in *.g.d.* equalis multiplicationi *.a.* in *.e.*: sed multiplicatio *.a.* in *.e.*, silicet de 100 in 299, est 29900; | quibus equatur multiplicatio ex *.b.* in *.g.d.*: sed *.c.d.* est equalis *.b.*; erit ergo multiplicatio *.g.d.* in *.c.d.* 29900; quibus si addatur quadratus numeri *.z.c.*, scilicet 2500, erunt 32400; quorum radix, scilicet 180, est numerus *.z.d.*; ex quibus si auferatur 50, scilicet *.z.c.*, remanebunt 130 pro numero *c.d.*: sed *.c.d.* est equalis *.b.*; ergo *.b.* est 130, qui fuit capitale et lucrum primi uiagii: de quibus aufferantur libre 100 capitalis, remanent libre 30 pro lucro: ergo ex libris 100 lucratus fuit 30; centesima pars quarum, scilicet soldos 6, lucratus fuit per libram in uno quoque uiagio. Item quidam habuit libras 100; de quibus, et de eorum proficuo lucratus est semper equaliter in tribus foris, et in fine habuit libras 200; queritur, quot in uno quoque habuit foro: hic intelliguntur quatuor numeri continui proportionales; ex quibus primus, et quartus sunt noti, scilicet libre 100 et libre 200; reliquos oportet nos inuenire. Et quoniam ut euclides

« remanebunt .... libre 41 » (fol. 183 verso, lin. 24-31; pag. 399, lin. 15 e 16-23)



« et proueniat .... est 29900 » (fol. 183 verso, lin. 36-39; pag. 399, lin. 28-32).

fol. 183 verso, margine inferiore esterno.



fol. 184 recto

« pro lucro .... lucratus » (fol. 184 recto, lin. 6; pag. 399 lin. 38 e 39).

290

dicit, inter duos cubos numeros duo medi intercidunt numeri continuati cum ipsis in proportione continua; ideo cubicetur 100, erunt 1000000, quorum proportio est ad cubum denariorum primi fori, sicut primus numerus ad quartum, ut euclides ostendit. Et quia quartus numerus, scilicet 200, est duplum primi, duplica 1000000, erunt 2000000 pro cubo denariorum primi fori; quibus etiam duplicatis faciunt 4000000 pro cubo denariorum secundi fori; quibus duplicatis faciunt 8000000, scilicet cubum ducentarum librarum, quas ipse habuit in ultimo foro: ergo reperias radicem cubicam numerorum primi et secundi fori, et habebis quesita secundum propinquitatem, cum ipsi numeri radicem cubicam non habeant: sed si primus numerus eorum, et ultimus essent cubi, uel habentes proportionem inter se sicut cubus numerus ad cubum numerum; tunc intercidérent inter eos duo numeri ratiocinati. Verbi gratia: si primus numerus 24, quartus uero sit 81; quorum proportio est sicut cubus 8 ad cubum 27: unde si uis inuenire numeros intercedentes, accipe radices cuborum, eruntque 2 et 3, in quorum proportione cadunt numeri intercidentes: quare triplum primi numeri diuides per 2; uel dimidium eius, quod est 12, triplica, uenient 36 pro secundo numero; quorum dimidio iterum triplicato, uenient pro tercio numero 54; quorum etiam dimidio iterum triplicato, prouenit est (*sic*) quartus numerus 81, ut uolebamus: et notandum, quod quando in similibus inter primum numerum, et ultimum, scilicet inter capitale, et id quod habuit in fine suorum uiagiorum, unus intercidit numerus, ut in duobus foris, tunc proportio ipsorum trium numerorum dicitur esse duplicata in ea, quam habet ultimus numerus ad primum numerum; hoc est sicut ultimus numerus est ad primum, ita quadratus secundi numeri est ad quadratum primi, et quadratus ultimi ad quadratum secundi: et dicitur duplicata, quia quadratus numerus surgit ex duobus numeris equalibus: et cum duo intercidunt numeri, tunc ipsorum quattuor numerorum proportio dicitur esse triplicata, hoc est, sicut ultimus est ad primum, ita cubus secundi ad cubum primi, et cubus tertii ad cubum secundi, et cubus ultimi ad cubum tertii: et dicitur triplicata, quia omnis cubus numerus surgit ex tribus equalibus numeris, ut 8, qui surgit ex tribus binariis: et cum tres intercidérent numeri, ut in questione quattuor uiagiorum, tunc proportio ipsorum quinque numerorum erit quadruplicata; hoc est, sicut proportio quinti ad primum, ita quadratus quadrati uniuscuiusque sequentis erit ad quadratum quadrati sui antecedentis: et dicitur quadruplicata; |

fol. 184 verso.

quia omnis quadratus quadrati surgit ex quatuor numerus equalibet (*sic*), ut 81, qui surgit ex quattuor ternariis; et sic per ordinem ascendit proportio ex aditione intercidentium numerorum: nam quincuplata proporcio est in cubis quadratorum, uel in quadratis cuborum; ex quibus est 32, qui surgit ex 5 binariis, uel ex multiplicatione cubi binarii in quadratum eius: sexcuplata uero proportio est in cubis cuborum, qui numeri oriuntur ex sex numeris equalibus; ex quibus si acceperis radicem quadratam, proueniet numerus, cuius radix cubica est latus ipsorum numerorum; uerbi gratia: ut in 729, quorum radix quadrata est 27, qui numerus est latus de 729, secundum has multiplicitates. Ex his autem habetur, quod quando extremi numeri, scilicet capitale, et id quod habetur in fine duorum uiagiorum non habeant proportionem inter se sicut quadratus numerus ad quadratum numerum, tunc numerus intercidens inter eos erit radix numeri non quadrati. Et cum tres fuerint uiagii; et extremi non habuerint proportionem sicut cubus

Digitized by Google

numerus ad cubum numerum; tunc unus quisque duorum intercidentium numerorum erit radix cubica numeri non cubi: et si .IIII.^{or} fuerint uiadii; et extremi non habuerint proportionem inter se, sicut quadratus numerus quadrati ad quadratum quadrati, tunc unus quisque trium intercedentium numerorum erit radix radicis numeri non quadrati; et sic intelligas in reliquis.

Quidam habens bizantios, cum quibus lucratus est in quodam foro, ita quod inter capitale et proficuum habuit bizantios 80; de quibus lucratus est in alio foro eadem ratione, quod lucratus fuerat prius, et habuit aliquid; et fuerit proportio capitalis ad ultimum numerum, sicut est proportio quadrati de 5 ad quadratum de 9, hoc est sicut 25 est ad 81: multiplicabis itaque 5 per 9, erunt 45; quorum proportio ad 80 est sicut 25 ad quesitum capitale; et sicut 81 ad ultimum numerum: quare multiplicanda sunt 25, et 81 per 80; et diuidenda utraque multiplicatio per 45, exibunt pro capitali bizantii $\frac{4}{9}$ 44, et pro ultimo numero bizantii 144. Eadem regula retinet, cum dicitur: inueniantur duo numeri, ex quibus $\frac{1}{5}$ unius sit $\frac{1}{9}$ alterius; et simul multiplicati faciant 80; erit primus numerus $\frac{2}{3}$ 6, scilicet radix de $\frac{4}{9}$ 44 predictis; et alius numerus erit 12, scilicet radix de 144; et inueniuntur ita: quia $\frac{1}{5}$ primi numeri est $\frac{1}{9}$ secundi; inueniendi sunt duo numeri, quorum $\frac{1}{5}$ unius est $\frac{1}{9}$ altius (*sic*); erunt que 5, et 9: multiplica ergo 5 per 80, et diuide per 9; et 9 per 80 diuide per 5, exibunt $\frac{400}{9}$, et 144 integra, quorum radices, scilicet $\frac{20}{3}$, et 12 sunt quesiti numeri. Et si uis inuenire duos numeros, ex quibus $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{1}{9}$ alterius, et insimul multiplicati facient 60: inuenies ergo duos numeros, ex quibus $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{1}{9}$ alterius; eruntque in minoribus numeris 9 et 10: multiplica ergo secundum regulam suprascriptam 10 per 60, et diuide per 9, exibunt $\frac{2}{3}$ 66; quorum radix est primus numerus. Item multiplicationem de 9 in 60 diuide per 10, erunt 54; quorum radix est secundus numerus.

Si uis inuenire duas radices in integris, quarum quadrati in insimul coniuncti faciant quadratum numerum, scilicet habentem radicem, accipe duos numeros quadratos, uel habentes inter se proportionem quadratorum; et sint hambo (*sic*) pares, uel impares; et multiplica unum in alium, et uenientis numeri radicem accipe, que erit una ex radicibus quesitis: deinde agrega numeros prescriptos, et egredietur numerus par; et cum ambo sint pares, uel impares, cuius numeri dimidium accipe; et ex ipsa medietate minorem numerum extrahe, residuumque erit alia radix; uerbi gratia: sint duo quadrati numeri 1, et 9; quibus coniunc|tis faciunt 10; et ex multiplicatione unius in alium surgit 9, cuius radix est 3, quam habeas pro radice: et extrahe minorem numerum, scilicet 1, ex medietate decenarii, remanebunt 4 pro alia radice. fol. 185 recto.

Inueniuntur hec per unam ex suprascriptis diffinitionibus, scilicet cum numerus diuiditur in duas equales partes, et in duas inequales, erit multiplicatio minoris partis per maiorem cum quadrato numeri, qui est a minori parte usque ad medietatem totius numeri diuisi, equalis quadrato dicte medietatis. Quare ponamus iterum pares numeros habentes proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et sint 8 et 18, quorum proportio est sicut 4 ad 9, qui sunt numeri quadrati; qui insimul iuncti faciunt 26, cuius dimidium est 13: ergo 26 diuisus est in duas partes inequales, scilicet in 8 et in 18; et in duas equales, scilicet in 3 et 13: esto ergo multiplicatio de 8 in 18 cum quadrato quinarii, qui est ab 8 in 13, equalis multiplicationi de 13

¹ 13 ergo ... scilicet in ... (cod. fol. 185 recto, lin. 9; pag. 401, lin. 41 e 42).

in se. Sed ex multiplicatione 8 in 18 surgit 144, qui est quadratus, cuius radix est 12; et ex multiplicatione quinarii in se, qui est alia radix, surgit 25; et sic habentur 169, cuius radix est 13. Aliter est quidem manifestum, quod omnes quadrati numeri componuntur aggregatione imparium numerorum per ordinem. Vt si super 1, qui est quadratus, et est primus inpar, addatur 3, qui est secundus impar, habebitur 4, qui est secundus quadratus; super quem si addatur tercius impar numerus, scilicet 5, tertius quadratus, scilicet 9, procreatur; et sic infinitum (*sic*) ex continua collectione inparium quadrati per ordinem orientur. Quare si acceperimus aliquem quadratrum (*sic*) numerum imparem, uel ortum ex duobus, uel pluribus inparibus numeris continuis; et summam relinquorum imparium ab unitate acceperimus, nimirum duos quadratos habebimus, qui coniuncti aliquem quadratum numerum reddent. Verbi gratia: accipimus 49 pro uno quadrato; et colligamus omnes impares, qui sunt hab (*sic*) uno usque in 47, scilicet multiplicemus 24 in se, et habebitur 576 pro secundo quadrato, cuius radix est 24; et radix de 49 est 7, et summa horum quadratorum est 625, quorum radix est 25: similiter si posueris duos, uel plures numeros continuos impares, quorum coniunctio faciat quadratum numerum; radix quidem ipsius erit una ex quisitis (*sic*) radicibus; summe uero reliquorum imparium radix, qui sunt ab ipsis usque ad unitatem, erit alia.

De inuentione duarum radicum, quarum multipricationes faciant 25.

Si dicatur: ter tria faciunt 9, et quater quatuor faciunt 16; quibus insimul additis faciunt 25: uolo ut inuenias alias duas radices, quarum quadrati iterum faciant 25: quia 25 est numerus habens radicem, scilicet 5, reperiende sunt alie due radices, quorum quadrati insimul iuncti faciant alium quemlibet numerum habentem radicem, eruntque 5, et 12: nam 5 multiplicata in se faciunt 25, et 12 in se faciunt 144; quibus insimul iunctis faciunt numerum habentem radicem, uidelicet 169, cuius radix est 13: deinde multiplica radicem de 25, uidelicet 5, per 12 modo inuenta, erunt 60; que diuide per 13, exibunt $\frac{8}{13}$ 4 pro una ex duabus radicibus: deinde multiplica eadem 5 per alia inuenta 5, erunt 25; que similiter diuide per 13, exibit $\frac{12}{13}$ 1, que sunt alia radix. Verbi gratia: multiplicatio de $\frac{8}{13}$ 4 in se facit $\frac{12}{13}\frac{3}{13}$ 21; et multiplicatio de $\frac{12}{13}$ 1 in se facit $\frac{1}{13}\frac{9}{13}$ 3; quibus insimul iunctis faciunt 25, ut quesitum est; et sic potes multimode alias duas radices inuenire, quarum multiplicationes iuncte faciant 25, ex quibus sunt ex quibus sunt (*sic*) $\frac{4}{5}$ 4, et $\frac{3}{5}$ 2, uel hec $\frac{27}{37}$ 4 et $\frac{23}{37}$ 1, et etiam $\frac{56}{61}$ 4 et $\frac{55}{61}$. |

fol. 183 verso.

De inuentione duarum radicum, quarum multiplicationes faciant 41.

Item 4 uices 4 faciunt 16, et 5 uices 5 faciunt 25, que insimul faciunt ; et queritur, ut inuenias alias duas radices, quarum quadrati faciant simul 41. Inueniantur quidem duo quilibet numeri, quorum multiplicationes iuncte faciunt quemlibet numerum habentem radicem; sitque 3 et 4, quorum multiplicationes iuncte faciunt habentem radicem, silicet 25; cuius radix, uidelicet 5, multiplicetur per utrasque radices propositas, scilicet per 4, et per 5, exibunt 20, et 25: deinde multiplica 20 per 20, erit 400, et 25 per 25, erunt 625; qui insimul iuncti faciunt 1025: uel multiplica 25 per 41, et erunt similiter 1025. In quibus alias duas radices poteris reperire in sanis preter 20, et 25, que faciunt 1025; quas inuenies sic: pone radices, que fecerunt 25, unam sub alia; ante quas pones eas, que fecerunt 41, ut hic ostenditur; et multiplicabis 3 per 4, que sunt ante ipsa 3, et que fuit una ex radicibus de 25; et 4 per 5, que

« e ipsis ... quesitis » (fol. 183 verso, lin. 9 e 10 15; pag. 402, lin. 40 — pag. 403, lin. 3)

3	4
4	5

Digitized by Google

sunt ante ipsa, et habebis 12, et 20, que seruabis ex parte. Rursus multiplicabis radices ex opposito, scilicet 3 per 5, et 4 per 4, erunt 15, et 16; que adde insimul, erunt 31; et extrahe 12 de 20, remanent 8; et sic habes pro quesitis duabus radicibus 31, et 8; quorum multiplicationes insimul iuncte, scilicet 961, et 64, faciunt 1025: quare diuidendum est uterque numerus, uidelicet 31, et 8 per 5, que multiplicasti superius, per positas radices, uidelicet per 4, et per 5, exibunt 6, et $\frac{1}{5}$, et $\frac{3}{5}$ 1; quorum multiplicationes, si insimul adderis, faciunt 41. Sunt enim 1025 alie due radices, quarum multiplicationes insimul iuncte faciunt iterum 1025, que reperiuntur ex predictis .iiii.^{or} inuentis numeris sic: adde 12 cum 20, et extrahe 15 de 16; et egredientur pro ipsis radicibus 32, et 1; quibus per 5 diuisis, reddent $\frac{2}{5}$ 6, et $\frac{1}{5}$; quorum quadrati faciunt iterum 41: possumus enim cum multiplicatione duorum aliorum numerorum multimode ad eadem 41 peruenire, uidelicet si acceperimus alios duos numeros preter 3, et 4; quorum multiplicationes iuncte insimul faciunt alium numerum habentem radicem, ut 5, et 12, qui faciunt alium numerum habentem radicem, uidelicet 169; de cuius radice, uidelicet de 13, facias sicut fecisti de 5, reperies $\frac{1}{13}$ 3, et $\frac{8}{13}$ 5; quorum multiplicationes insimul iuncte faciunt similiter 41. Nam unde hee inuentiones precedunt (*sic*), geometrice demonstrata sunt in libello, quem de quadratis composui.

De petia panni, ex qua quidam uoluit facere linteamina.

Quidam habet petiam unam panni, que est longa hulnis 100, et ampla ulnis 30; ex qua uult facere lintheamina, quorum unum quodque habeat in longitudine ulnas 12, et in latitudine ulnas 5. Queritur, quot lintheamina inde facere potest. Multiplicabis itaque latitudinem petie per ipsius longitinem (*sic*), uidelicet 30 per 100, erunt 300; que diuide per longitudinem, et latitudinem lintheaminum, uidelicet per 5, et per 12, hoc est per $\frac{1\ 8}{6\ 10}$, exibunt lintheamina 50.

De archa prestita plena frumento.

Quidam recepit mutuo quandam archam plenam frumento, que habuit in singulis lateribus, uidelicet in latitudine, logitudinem (*sic*), et altitudine palmos 16: accidit nempe, quod ipsa archa fuerit igne cobusta (*sic*); sic quod non posset | frumentum cum ipsa fol. 186 r.
archa reddere; qui, cum cumueniretur, ut rederet frumentum suo prestatori, ait: habeo archam, que habet in singulis lateribus palmos 4, tolle cum ea tuum frumentum; queritur, quot archas frumenti ei reddere debeat: multiplicabis itaque latitudinem maioris arche per longitudinem ipsius, uidelicet et (*sic*) 16 per 16, erunt 256; que multiplica per altitudinem, uidelicet per 16, erunt 4096; que diuide per 64, que exiit ex multiplicatione laterum minoris arce, uidelicet de 4 in 4; que in 4, exibunt arce 64: uel aliter: diuide latus maioris arce per latus minoris, uidelicet 16 per 4, exibunt 4; que cubica, erunt similiter arce 64, ut prediximus. Si autem aliqua prescriptarum archarum inequalia haberet latera priori regule non obstaret; quia semper multiplicanda est latitudo per longitudinem, et altitudinem maioris arce; et debes diuidere ipsam summam per latitudinem, et longitudinem, et altitudinem minoris.

De cisterna plena aqua, in qua eicitur lapis tetragonis (sic).

Est cisterna plena aqua, que tenet bariles 1000; et habet in latitudinem pedes 20, et in longitudinem pedes 24, et in altitudinem pedes 20. Queritur, si eiciatur in eam lapis quadratus, habens in singulis lateribus pedes 6, quanta aqua inde exierit: mul-

Digitized by Google

tiplicabis itaque cisterne latitudinem per longitudinem, scilicet 20 per 24, erunt 480; que multiplica per altitudinem, uidelicet per 30, erunt pro area totius cisterne pedes quadrati 14400, quos serua; et multiplica in unum latitudinem, et longitudinem, et altitudinem lapidis, scilicet 6 per 6; que per 6, erunt 216 quadrati pro archa (*sic*) ipsius lapidis. Quare proportionaliter est sicut 216 ad 14400, ita bariles euacuationis ad bariles 1000. Quare multiplica 216 per 1000, erunt 216000; que diuide per 14400, exibunt 15; et tot bariles aque exibunt de cisterna pro ipso lapide.

De cisterna, in qua eicitur columpna.

Item si in cisterna suprascripta eiciatur collumpna, que sit longa pedibus 10; et habeat in circuitu pedes 22, sic facies. Inuenies suprascripta 14400, que est summa pedum totius cisterne; deinde inuenies diametrum collumpne, que per geometriam sic inuenitur: uidelicet quod diuides circulum columpne, uidelicet 22 per $\frac{1}{7}$ 3, exibunt pro diametro pedes 7; quorum dimidium, quod est $\frac{1}{2}$ 3, multiplica per dimidium circuli, uidelicet per 11, erunt $\frac{1}{2}$ 38, que sunt area circuli columpne; quam multiplica per longitudinem columpne, uidelicet per 10, erunt pro area collumpne pedes quadrati 385; quos multiplica per bariles 1000, erunt 385000; quos diuide per 14400, exibunt $\frac{56}{60}$ 26; et tot bariles aque exierunt de cisterna pro columpna illa.

Rursus si in eadem cisterna eiciatur lapis, qui habeat formam piramidis circularis, hoc est, quod in basi sit ut pes columpne rotunde; et uadat ipsius rotunditas semper minuendo uersus altitudinem, donec ad nichilum redigatur; et sit circulus basis pedum 22; et in ipsius altitudinem habeat pedes 18. Inuenies siquidem diametrum ipsius basis; hoc est, quod diuides 22 per $\frac{1}{7}$ 3, et habebis 7 pro diametro ipsius; cuius dimidium, uidelicet $\frac{1}{2}$ 3, multiplicabis per dimidium circuli, scilicet per 11, erunt $\frac{1}{2}$ 38, que sunt area basis: deinde inuenies diametrum altitudinis piramidis; quod sic inuenitur. Multiplicabis 18 per 18, erunt 324; de quibus extrahe multiplicationem | dimidii diametri circuli, uidelicet $\frac{1}{2}$ 3, in se, que multiplicatio est $\frac{1}{4}$ 12, remanebunt $\frac{3}{4}$ 311; quorum radix, que est parum amplius de $\frac{12}{17}$ 17, erit perpendicularis, uidelicet diametrum altitudinis ipsius. Cuius terciam partem, que est $\frac{13}{17}$ 5, multiplica per $\frac{1}{2}$ 38, erunt pedes $\frac{9}{17}$ 226; et tanta erit archa totius piramitis (*sic*); que multiplica per bariles 1000, et diuide per archam (*sic*) cisterne, uidelicet per 14400, exibunt bariles $\frac{0\ 2\ 8\ 12}{2\ 8\ 9\ 17}$ 15.

fol. 186 verso.

De cisterna, in qua eicitur lapis ex utraque parte piramidatus.

Iterum si in eadem cisterna eiciatur lapis, qui habeat formam fusi, cum quo filant mulieres, in duo reddit piramides similes suprascripto piramidi; et quod ponatur in uentre, scilicet in sectione piramidorum circumdetur pedibus 44; et in longitudine habeat exterius pedes 26: inuenis itaque aream piramidis per suprascriptam regulam; et addes eas in unum, erunt pedes $\frac{2}{3}$ 1124; quos multiplicabis per bariles 1000, et diuides per 14400, exibunt bariles $\frac{1\ 5\ 0}{2\ 6\ 9}$ 78.

De cisterna, in qua eiciatur spera rotunda.

Adhuc si in suprascripta cisterna eiciatur forma rotunda, in cuius circuitu sint pedes 44, iuenies (*sic*) diametrum ipsius; scilicet quod diuides 44 per $\frac{1}{7}$ 3, exibunt pro diametro ipsius pedes 14; que multiplica per sextam partem ipsius, uidelicet per $\frac{1}{3}$ 2, erunt $\frac{2}{3}$ 32; que multiplica per 44, erunt 1437; et tot pedes quadrati continetur in suprascripta forma; quos multiplica per bariles 1000, et diuide per 14400, exibunt $\frac{17}{18}$ 99;

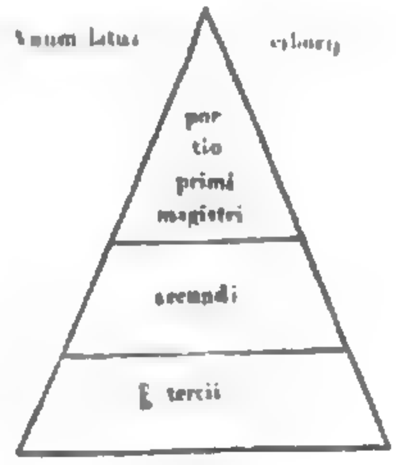
Digitized by Google

et tot bariles exierunt de cisterna pro eiectione illius forme: possumus est (*sic*) in suprascriptam cisterna (*sic*) uarias lapidis formas eicere, ut pote triangulatas, quadratas, pentagulatas, etiam plurium laterum habentes, seu obliquas; quas relinquimus demostrare his, qui geomatriam ignorant.

De trigonali ciborio picto a tribus magistris.

Quidam costruxit palatium; et pro tecto sui talami ciborium ex .IIII.^{or} trigonis constituit. Quorum unum quodque latus habebat in altitudine palmos 36; et in eorum base palmos 30; quod ciborium tribus magistris dedit ad pingendum. Quorum primus pincxit suam portionem, uidelicet terciam partem, incipiendo ad puncta illius ciborii, finiendo ad equi distantem lineam circiter cum base trigonorum; secunda (*sic*) suam terciam partem post primum circiter pingere studuit; tertius uero pinxit residuum. Queritur quantum unusquisque ex ascendentibus lineis trigonorum pingerit, cum unusquisque ipsorum tantum terciam partem ciborii pinxisse proponatur. Mensuram quidem basis in hac questione nil facere scias. Mensuram uero linearum ascendentium a base usque ad puncta ciborii, uidelicet 36 in se ipsa multiplicata, erunt 1296; et radicem tercie partis ipsi, uidelicet de 432 subtiliter inuenire studeas. Nam ipsa erit portio, quam primus ex ipsis lineis a puncti inferius descendendo depinxit. Similiter si de $\frac{2}{3}$ de 1296, scilicet de 864, radicem subtiliter acceperis, terminum secundi magistri ab eadem puncta inferius descendendo reperies. Residuum uero pincxit tercius, ut in subiecta figura ostenditur. Vnde manifestum est, quod ex quacumque parte de suprascriptis 1296 radicem acceperis, dabit puctum (*sic*), seu terminum tibi eiusdem partis suprascripti ciborii a puncta incipiendo, et inferius uidendo (*sic*), ut superius demonstrauimus.

« illius ciborii .... ab eadem » (fol. 185 verso, lin. 26-34; pag. 405, lin. 9-18)



Sunt tres numeri; ex quibus medietas primi est tertia pars secundi; et quarta pars secundi est quinta | pars tercii numeri; et multiplicatis ipsis tribus numeris in unum, scilicet primum per secundum; quorum summa multiplicata per tercium faciunt additionem eorumdem. Inuenias primum tres numeros, quorum medietas primi sit tercia pars secundi, et quarta secundi sit quinta tercii, eruntque 8, et 12, et 15: pone ergo ut primus numerus sit 8, secundus 12, tercius 15; et multiplica eos in unum, et etiam addes eos, erit eorum multiplicatio 1440; et eorum additio est 35. Vide ergo que pars sit additio dicta ex multiplicatione predicta; quia eadem pars erit tetragonis uniuscuiusque quesitorum numerorum ex tetragono sui positi numeri in se. Itaque 35 de 1440 sunt $\frac{7}{288}$; quia tetragonus primi numeri quesiti est $\frac{7}{288}$ ex tetragono de 8, scilicet de 64. Similiter tetragonus secundi quesiti numeri est $\frac{7}{288}$ ex tetragono de 12, scilicet ex 144. Item et tetragonus tercii quesiti numeri est $\frac{7}{288}$ ex tretragono de 15, scilicet de 225: unde multiplicanda sunt 7, que sunt 7 super 288, per 64, et per 144, et per 225; et diuidenda una queque multiplicatio per 288; et habebis pro tetragono primi numeri $\frac{5}{9}$ 1, cuius radix est primus quesitus numerus; et pro tetragono secundi numeri habebis $\frac{1}{2}$ 3, cuius radix est secundus numerus; et pro tetragono tercii numeri habebis $\frac{15}{32}$ 5. Et notandum, quia cum numeri fuerint duo tantum, erit proportio uniuscuiusque positorum numerorum ad suum consimilem quesitorum, sicut proportio multiplicationis positorum ad additionem eorumdem; que proportio dicitur simplex. Et cum numeri fuerint tres, erit sicut multiplicatio trium positorum numerorum ad summam addictionis eorum, ita quadratus unius cuiusque positorum ad quadratum sui consimilis

fol. 187 recto.

Digitized by Google

quesitorum. Vt in hac, in qua fuerit proportio quadratorum de 8, et 12, et 15, scilicet positorum numerorum ad quadrato (*sic*) quesitorum numerorum, sicut 1440 ad 35, scilicet sicut summa multiplicationis ipsorum ad summam addictionis eorumdem: que proportio dicitur duplicata, cum quadrati surgant ex multiplicatione duorum equalium numerorum. Et cum numeri fuerint quatuor, erit sicut factus ex multiplicatione positorum ad factum ex additione eorumdem, ita cubus uniuscuiusque positorum ad cubum sui consimilis quesitorum; que proportio dicitur triplicata, cum cubi surgant ex multiplicatione trium equalium numerorum. Et cum numeri fuerint quinque, erit siquidem proportio positorum ad eorum consimiles quesitorum quadruplicata in his que diximus superius. Et in sex numeris cadet proportio quincuplata, et cetera.

Nam si cognoscere uis, utrum radices inuentorum tetragonorum, scilicet de $\frac{5}{9}$ 1, et de $\frac{1}{2}$ 3, et de $\frac{23}{48}$ 5 sint ad inuicem in quesitis proportionibus, scilicet sicut 2 sunt ad 3, ita radix de $\frac{5}{9}$ 1 sint ad radicem de $\frac{1}{2}$ 3; et sicut 4 sunt ad 5, ita radix de $\frac{1}{2}$ 3 sint ad radicem de $\frac{23}{48}$ 5 : multiplicabis ergo $\frac{5}{9}$ 1, et $\frac{1}{2}$ 3 per 18, in quibus reperiuntur $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{2}$; et habebis 28, et 63: et quoniam 28 sunt ad 63, sicut tetragonum binarii ad tetragonum ternarii, hoc est sicut 4 ad 9; cognoscitur quod radix de $\frac{5}{9}$ 1 est ad radicem de $\frac{1}{2}$ 3, sicut 2 ad 3: similiter inuenies, radicem de $\frac{1}{2}$ 3 esse ad radicem de $\frac{23}{48}$ 5, sicut 4 sunt ad 5; cum $\frac{1}{2}$ 3 sint ad $\frac{23}{48}$ 5, sicut tetragonus quaternarii ad tetragonum quinarii. Item si uis cognoscere, utrum multiplicatio radicum trium inuentorum tetragonorum surgat in ascensione aditionum ipsarum, multiplica $\frac{5}{9}$ 1 per $\frac{1}{2}$ 3; quam multiplicationem
c. 187 recto multiplica per $\frac{23}{48}$ 5 | erunt $\frac{376}{489}$ 29, cuius numeri radix est summa multiplicationis radicum trium tetragonorum dictorum. Item ut habeas iunctionem ipsarum, iunge tres numeros inuentos superius in quesitis proportionibus, scilicet 8, et 12, et 15, erunt 35; et accipe tetragonum primi numeri, scilicet 64, et tetragonum de 35, scilicet 1225; quia in qua proportione est tetragonus primi positi numeri ad tetragonum iunctionis trium positorum numerorum, ita primus inuentus tetragonus est ad tetragonum iunctionis radicum trium inuentorum tetragonorum; hoc est, sicut 64 sunt ad 1225, ita $\frac{5}{9}$ 1 est ad tetragonum summe iunctionis trium radicum suprascriptarum. Quare multiplicanda sunt 1225 per $\frac{5}{9}$ 1, et diuidenda multiplicatio eorum per 64; et inuenies similiter $\frac{376}{489}$ 29 pro tetragono iunctionis trium predictarum radicum: possumus multas uarias questiones de similibus in tribus numeris, uel in pluribus proponere, secundum quod in duorum numerorum questionibus superius fecimus, quarum omnium solutiones per ea, que dicta sunt, satis aperte inuenire possunt.

Incipit pars tertia de solutione quarumdam questionum secundum Modum algebre et almuchabale, scilicet ad proportionem et restaurationem.

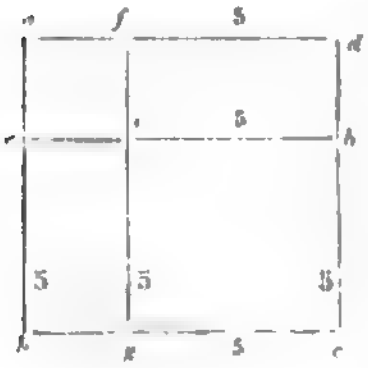
Maumeht AD compositionem quidem elgebre (*sic*), et elmulchabale tres proprietates, que sunt in quolibet numero, considerantur, que sunt radix, quadratus, et numerus simples. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se, et prouenit aliquid. Tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati; et multiplicatus sui quadrati est radix. Vt cum multiplicatur 3 in se, ueniunt 9. Sunt enim 3 radix de 9; et 9 sunt quadratus ternarii. Et cum numerus non habet respectum ad quadratum uel radicem, tunc sinpliciter numerus appellatur: he autem in solutionibus questionum inter se equantur sex modis, ex quibus tres sunt simplices, et tres compositi. Primus quidem modus est,

Digitized by Google

quando quadratus, qui census dicitur, equatur radicibus. Secundus quando census equatur numero; tertius quando radix equatur numero. Vnde cum in aliqua questione inueniantur census, uel partes unius census equari radicibus, uel numero, debent reddigi ad equationem. Vnius (*sic*) census per diuisionem ipsarum in numerum censuum. Verbi gratia: cum duo census equantur .x. radicibus, diuides radices per numerum census, scilicet 10 per 2, exibunt radices 5, que equantur uni censui, hoc est radix census est 5, et census est 25; quia quot radices equantur censui, tot unitates sunt in radicem census. Item si tres census equantur radicibus 12, tunc tercia pars trium censium (*sic*) equatur tercie parti de radicibus 12, hoc est unus census equatur quattuor radicibus. Quare radix census est 4, et census est 16. Similiter cum census $\frac{1}{2}$ 3 equantur radicibus 21, diuides 21 per $\frac{1}{2}$ 3; et inuenies, quod unus census equatur radicibus 6. Et si $\frac{1}{2}$ unius census equatur 5 radicibus, diuides 5 per $\frac{1}{2}$, hoc est multiplicabis 5 per 2, que sunt sub uirga; et diuides per 1, quod est super uirga, exibunt 10. Ergo unus census equatur 10 radicibus. Et si $\frac{2}{3}$ unius census equantur 8 radicibus, tunc census equaliter (*sic*) radicibus 12; quia diuisis 8 per $\frac{2}{3}$ ueniunt 12: hec omnia intelligantur cum census augmentatus, uel diminutus equabitur alicui numero. Sed ut hec apertius habeantur, ponantur 5 census equari denariis 45: diuides ergo 45 per 5, uenient denarii 9, qui equantur censui, hoc est census, est 9, et radix eius est 3. | Similiter cum census $\frac{1}{3}$ 4 equatur denariis 26, Col 184
diuides 26 per $\frac{1}{3}$ 4, scilicet 78 per 13, exibunt 6; quibus equatur unus census. Quare radix eius est surda, cum sit radix numeri non quadrati. Et cum $\frac{3}{4}$ unius census equantur denariis 12, tunc census equabitur denariis 16; quia diuisis 12 per $\frac{3}{4}$, scilicet 48 per 3, uenient 16. Quare radix census est 4. Similiter facies, cum radices, uel partes unius radicis equatur numero: his autem ostensis, reliquos tres modos compositos demonstremus. Primus enim modus est, quando census et radices equantur numero. Secundus, quando radices et numerus equantur censui; tercius modus est, quando census et numerus equantur radicibus. Vnde, cum in aliqua questione inuenietur census augmentatus, uel diminutus cum compositione radicum et numeri, tunc omnia reducenda sunt ad censum unum. Verbi gratia: duo census, et decem radices equantur denariis 30. Ergo unus census, et 5 radices equantur denariis 15: simili quoque modo, si tres census et 12 radices equantur denariis 39, diuides hec omnia per numerum censuum, scilicet per 3, proueniet unus census, et quatuor radices, que equantur denariis 13. Item si inueniantur radices 15 et denarii 60, que equentur censibus 5, diuides hec omnia per numerum censuum, scilicet per 5; et inuenies, quod unus census equatur tribus radicibus, et denariis 12. Item si $\frac{4}{5}$ unius census et radices 10 equantur denariis 20, diuides hec omnia per $\frac{4}{5}$, scilicet multiplicabis radices 10, et denarios 20 per 5, exibunt radices 50, et denarii 100; que diuides per 4; et sic inuenies, quod unus census, et radices $\frac{1}{2}$ 12 equentur denariis 25; et sic intelligas in similibus. Et cum hec omnia operari si uolueris (*sic*), et uolueris inuenire quantitatem census, qui cum datis radicibus equetur numero dato, sic facias: accipe quadratum medietatis radicum, et adde eum super numerum datum; et eius, quod prouenerit, radicem accipe; de qua numerum medietatis radicum tolle; et quod remanserit erit radix quesiti census. Verbi gratia: census et decem radices equentur 39. Dimidium itaque ex radicibus est 5; quibus in se multiplicatis faciunt 25; quibus additis cum 39 faciunt

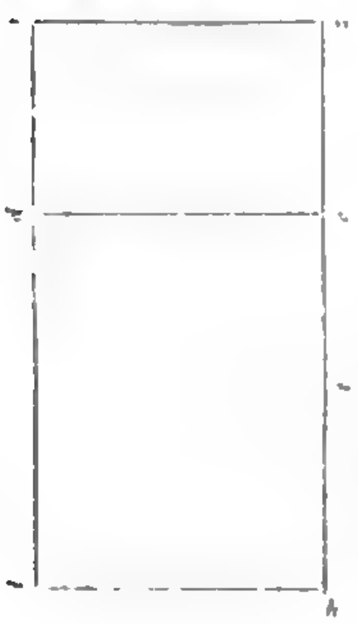
Digitized by Google

« sit una quaque .... recta .i.h. » (fol. 188 *recto*, lin. 32-39; pag. 408, lin. 7-14).



fol. 188 *verso*

« cum decem .... ceciderit » (fol. 188 *verso*, lin. 13-23 e 24; pag. 408, lin. 26-36).



64; de quorum radice, que est 8, si auferatur medietas radicum, scilicet 5, remanebunt 3 pro radice quesiti census. Quare census est 9, et ipsius decem radices sunt 30; et sic census, et decem radices equantur 39. Nam unde hec regula procedat, per duplicem figuram ostendere procurabo: adiaceat siquidem tetragonum *.a.b.c.d.* habens in singulis lateribus amplius quam ulnas 5; et accipiatur super latus *.a.b.* punctus *.e.*, et super latus *.a.d.* punctus *.f.*, et super latus *.b.c.* punctus *.g.*, et super latus *.c.d.* punctus *.h.*; et sit una quaque (*sic*) rectarum *.b.e.*, *c.g.*, et *.c.h.* et *.d.f.* ulnarum 5; et compulentur (*sic*) recte *.e.h.* et *.f.g.*; et quia tetragonum est quadrilaterum *.a.c.*, erit latus *.d.a.* equalis lateri *.b.a.*; et cum de equalibus equalia auferantur, que remanent erunt equalia; quare si ex *.d.a.* auferatur *.d.f.*, et ex *.b.a.* auferatur *.b.e.*, quarum unaqueque est 5, remanebit siquidem *.e.a.* equalis recte *.f.a.*: sed recte *.a.e.* equalis est recta *.f.i.*, cum equalis sit recta *.f.g.* recte *.a.b.*; est enim recta *.i.g.* equalis recte *.e.b.*: propter eadem ergo et recta *.e.i.* equalis est recte *.a.f.*, cum recta *.e.h.* sit equalis recte *.a.d.*, et recta *.i.h.* | recte *.f.d.*: tetragona ergo sunt quadrilatera *.e.f.* et *.g.h.*: ponam itaque pro censsu (*sic*) quesito quadrilaterum *.e.f.*, quod est ignotorum laterum, cuius radix est unaqueque rectarum *.e.i.* et *.i.f.*; sed recte *.e.i.* adplicata est superficies rectiangula *.b.i.*, que est quinque radices census *.e.f.*, cum ipsa superficies adplicata sit super radicem eius, et sit 5 unaqueque rectarum *.e.b.i.g.*: similiter et superficies *.i.d.* constat ex 5 radicibus census *.e.f.*, cum sit applicata super radicem ipsius, scilicet super latus *.i.f.*; et sit 5 una queque rectarum *.f.d.* et *i.h.*; sed quia census et 10 radices equantur denariis 39; erunt ergo 39 predicte tres superficies, que sunt *.e.f.*, *b.i.*, *i.d.*; quibus si addantur 25, scilicet tetragonum *.g.h.*, cuius unum quodque latus est 5, habebuntur 64 pro toto tetragono *.a.b.c.d.*; quorum radix, scilicet 8, est longitudo uniuscuiusque lateris eius: quare si auferatur ex *.b.a.* recta *.b.e.*, silicet 5 de 8, remanebunt 3 pro linea *.e.a.*: ergo radix quesiti census est 3, et census est 9; quo addito cum decem suis radicibus, faciunt 39, ut opportet. Aliter, sit census quesitus tetrogonum (*sic*) *.e.i.*, et super latus *.d.e.* applicentur decem radices eius, scilicet superficies recti angula *.d.h.*, cuius hunumquodque latterum (*sic*) *.h.e.*, et *.l.d.* sit 10; et diuidatur recta *.h.e.* in duo equa super *.t.*; et quoniam census *.z.d.*, et eius 10 radices *.d.h.* equantur denariis 39, ergo tota superficies recti angula *.z.l.* est 39; que superficies cumstat ex *.i.z.* in *.h.z.*; recta quidem *.z.i.* equalis est recta (*sic*) *.z.e.*, cum sit tetragonum quadrilaterum *.e.i.*: ergo ex ductu *.z.e.* in *.z.h.* proueniunt 39; quibus si addatur tetragonum linee *.e.t.*, quod est 25, habebuntur 64 pro tetragono linee *.i.t.*: quare radix de 64, scilicet 8, est recta *.t.z.*; de qua si auferatur recta *.t.e.*, que est 5, remanebunt 3 pro linea *.e.z.*: ergo radix census *.e.i.* est 3, et census est 9, ut per alium modum inuenimus. Et cum ceciderit in solutione alicuius questionis, quod census equetur radicibus et numero, tunc quadradtum (*sic*) medietatis radicum addes super numerum; et super radicem eius, quod prouenerit, addes numerum medicetatis (*sic*) radicum, et habebis radicem quesiti census. Verbi gratia: census equetur decem radicibus, et denariis 39; addam siquidem quadratum medietatis radicum, scilicet 25 super 39, erunt 64; quorum radici, scilicet 8, superadde 5, silicet medietatem radicum, prouenient 13 pro radice quesiti census; quare census est 169. Nam, si unde hec regula procedit, scire uis, adiaceat tetragonum *.a.b.c.d.*

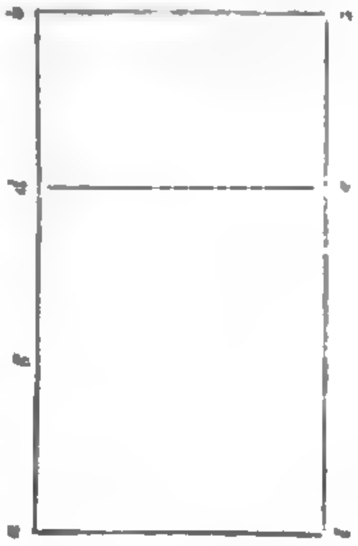
Digitized by Google

cuius unum quodque latus sit plus quam 10; et protrahatur in ipso linea .e.f.; et sit 10 una queque rectarum .e.c. et .f.d.; et diuidatur .e.c. in duo equa super .g.; et sit census quesitus tetragonum .b.d.; quare decem radices erit superficies .e.d., cum sit aplicata super latus .e.f., quod est equale radici ipsius census, hoc est linee .a.b.; et est 10 unaqueque linearum .e.c., et .f.d. : remanebit ergo superficies .f.b. 39, que proueniunt ex ductu .f.e. in .e.b.; sed .f.e. est equalis recte .b.c., ergo ex .b.e. in .b.c., proueniunt 39; quibus si addatur quadratus linee .e.g., ueniunt 64 pro quadrato linee .b.g.: cuius radici addatur linea .g.c., silicet 5, uenient 13 pro linea .b.c., que est radix quesiti census; quare census est 169. Et cum | occurerit, quod census, et numerus equentur radicibus, scias hoc fieri non posse, nisi numerus fiat equalis, uel minor quadrato medietatis radicum: qui si equalis fuerit, habebitur pro radice census numerus medietatis radicum: et si numerus, qui cum censu equatur radicibus, fuerit minus quadrato medietatis radicum, extrahe ipsum numerum ex ipso quadrato; et eius quod remanserit radicem extrahe ex numero medietatis radicum; et si id quod remanserit non erit radix quesiti census, tunc addes id quod extraxisti super numerum, de quo extraxisti, et habebis radicem quesiti census. Verbi gratia: census et 40 equantur 14 radicibus; dimidiatis siquidem radicibus, ueniunt 7; de quorum quadrato, scilicet de 49, extrahe 40, remanent 9; quorum radicem, que est 3, extrahe de medietate radicum, scilicet de 7, remanebunt 4 pro radice quesiti census, census est 16; quibus additis cum 40, faciunt 56, que sunt radices 14 eiusdem census, cum ex ducta radice de 16 in 14 uenient 56; uel radicem de 9 addes super 7, erunt 10 pro radice quesiti census; et sic census erit 100; quo addicto cum 40, faciunt 140, que sunt radices 14 de 100, cum ex multiplicatione radicis de 100 in 14 prouenient 140; et sic cum non soluetur questio cum diminutione, soluetur sine dubio cum additatione. Et si unde hec regula procedat nosse uis, adiaceat linea .a.b., que sit 14; et diuidam eam in duo equalia super .g., et in duo et equalia (*sic*) super .d.; et constituam super unam ex inqualibus (*sic*) proportionibus tetragonum: constituatur primum super minorem portionem, que est .d.b., tetragonum .d.z.; et protrahatur .z.e. in directo in punctum .i.; et sit recta .z.i. equalis recte .a.b.; et copuletur recta .i.a. Et quia recta .z.b. est radix census .d.z., et recta .a.b. est 14, erit tota superficies .a.z. radices 14 ex censu .d.z.: et quia census, et 40 equantur radicibus 14, erit superficies .a.e. 40, que prouenit ex .e.d. in .d.a., hoc est ex .b.d. in .d.a.: quibus 40 si addatur quadratus sectionis .d.g., habebuntur 49, scilicet quadratum linee .g.b.: quare quadratum linee .d.g. est 9; quorum radix, scilicet 3, est linea .g.d.; cui si addatur linea .g.a., erit 10 tota linea .a.d.: et si auferatur .g.d. ex .g.b., remanebunt 4 pro linea .d.b., que est radix census .d.z. Et si super lineam .a.d. constituatur census .a.l., ut in hac alia figura, remanebit superficies .l.b. 40, que prouenit ex .l.d. in .d.b., hoc est ex .a.d. in .d.b.; que 40 si extrahantur ex quadrato linee .a.g., remanebunt 9; quorum radix, scilicet 3, est linea .g.d.: quare .a.d. est 10; ergo radix census .a.l. est 10, et census est 100, ut prediximus. Cum his autem sex regulis possunt solutiones infinitarum questionum reperiri; sed oportet, eos qui per earum modum procedere uolunt, scire ea que diximus in multiplicatione, et diuissione, et extractione, seu additione radicum, et binomiorum atque recisorum; quibus perfecte cognitis, quedam questiones super hec proponantur.

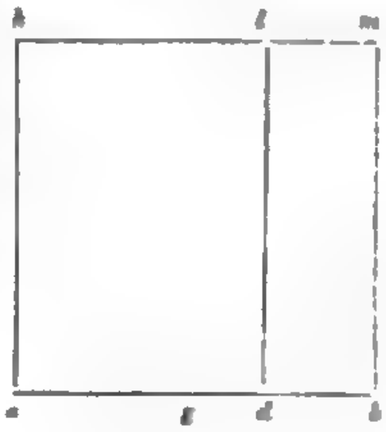
« Nam si .... ueniunt 64 » (fol. 188 verso, lin. 30-37; pag. 408, lin. 43 — pag. 409, lin. 7).

fol. 189 *recto*.

« et copuletur .... census est » (fol. 189 *recto*, lin. 21-31; pag. 409, lin. 29-39).



« 100, ut .... in 14, uenient » (fol. 189 *recto*, lin. 32-39; pag. 409, lin. 39 — pag. 410, lin. 4).



Digitized by Google

Expliciunt introdutiones algebre et almuchabale. Incipiunt questiones eiusdem.

Si uis diuidere 10 in duas partes, que insimul multiplicate faciant quartam multiplicationis maioris partis in se; pone pro maiori parte radicem, quam appellabis rem,
(c. 189 r.) remanebunt pro minori parte 10, minus re; que multiplicata in re, uenient | 10 res, minus censu; et ex multiplicata re in se prouenit census; quia com (*sic*) multiplicatur radix in se, prouenit quadratus ipsius radicis: ergo decem rex (*sic*), minus censu, equantur quarte parti census. Quare quadruplum ipsarum equabitur censui uni: ergo multiplica 10 res minus censu, per 4, uenient 40 radices, minus 4 censibus, que equantur censui. Restaura ergo 4 census ab utraque parte, erunt 5 census, qui equantur 40 radicibus. Quare diuide radices 40 per 5, exibunt radices 8, quibus equatur census: ergo portio, per quam possuisti rem, est 8; quibus extractis de 10, remanent 2, que sunt
Prima s. alia portio; et sic perduximus hanc questionem ad unam ex sex regulis, ad eam uidelicet, in qua census equatur radicibus; ad quam etiam reducemus hanc, in qua diuisi 10 in duas partes, ex quibus multiplicaui unam in aliam; et in id, quod prouenit, diuisi quadratum unius portionis, et prouenit $\frac{1}{2}$ 1: pone iterum rem pro una portione, remanebunt 10, minus re; et multiplica rem in 10, minus re, uenient 10 res, minus censu. Et multiplica rem in se, ueniet census; quem diuide per 10 res, minus censu; quod sic fit: tu scis, quia ex ipsa diuisione prouenit $\frac{1}{2}$ 1; ergo si multiplicas exeuntem per diuisorem, proueniet utique diuisus numerus, scilicet census: multiplica ergo 10 res, minus censu, per $\frac{1}{2}$ 1, exibunt 15 res, minus censu et dimidio, que equantur censui. Restaura ergo censum $\frac{1}{2}$ 1 ab utraque parte, et erunt census $\frac{1}{2}$ 2, qui equantur radicibus 15. Quare diuide 15 radices per $\frac{1}{2}$ 2, exibunt 6 radices, que equantur censui: quare census est 36; quorum radix, scilicet 6, est una ex duabus portionibus. Reliqua
Secundus s. autem erit 4. Item diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum in se, et quod prouenit multiplicaui per $\frac{7}{9}$ 2; et id quod prouenit, fuit 100, scilicet quadratus de 10; sic facies: pone pro ipsa positam rem, quam multiplica in se, ueniet census; que multiplica per $\frac{7}{9}$ 2, uenient census $\frac{7}{9}$ 2, qui equantur 100: diuide ergo 100 per $\frac{7}{9}$ 2, uenient 36; quibus equatur census: quare radix eorum, que est 6, est una ex duabus portionibus; et sic perducta est hec questio ad secundam regulam, in qua census equatur
Tertius s. numero. Item diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem earum per minorem; et id quod prouenit fuit $\frac{1}{3}$ 2; sic facies: pone rem pro una ex suprascriptis portionibus. Quare alia erit 10, minus re; et diuide 10, minus re in rem, quia ex ipsa diuisione ueniunt $\frac{1}{3}$ 2: multiplica diuisorem per $\frac{1}{3}$ 2, uenient res $\frac{1}{3}$ 2, que equantur 10, minus re: adde ergo rem utrique parti, et erunt res $\frac{1}{3}$ 3, que equantur 10: diuide ergo 10 per numerum rerum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 3, ueniet quod una res equabitur tribus denariis. Quare una ex suprascriptis portionibus est 3; a quibus usque in 10 sunt 7 pro alia portione; et sic reducta est hec questio ad terciam regulam, ubi radices equantur numero.

Diuisi in duas partes 12, et multiplicaui unam earum per 27; et quod prouenit fuit equale quadrato alterius partis; sic facies: pone rem pro una partium, remanebunt 12, minus re, pro alia; quibus multiplicatis per 27, faciunt 324, minus 27 rebus: et multiplica rem in re, scilicet primam partem in se, proueniet census, qui equatur denariis 324, minus 27 rebus: quibus rebus additis utrique parti, ueniet census et 27 res, que equantur denariis 324; et sic reducta est hec questio ad unam ex tribus compositis

Digitized by Google

regulis, ad eam uidelicet, in qua census, et radices equantur numero. Vnde, ut procedas secundum ipsam regulam, multiplica $\frac{1}{2}$ 13, scilicet dimidium radicum in se, erunt $\frac{1}{4}$ 182; que adde cum 324, erunt $\frac{1}{4}$ 506; quibus radicem inuenias sic: fac quartas ex eis, erunt 2025; cui numero radicem inuenias, eritque 45; que diuide | per radicem de 4, que sunt fol. 190 recto
sub uirga, scilicet per 2, exibunt $\frac{1}{2}$ 22; de quibus extrahe medietatem radicum, remanebunt 9 per radicem census, que sunt una pars: a quibus usque in 12 desunt 3 pro secunda parte. Multiplicaui 1 plus de $\frac{2}{3}$ unius numeri per unum plus de $\frac{3}{4}$ eiusdem; et prouenerunt 73 pro ipso numero rem (*sic*): ergo uis multiplicare $\frac{2}{3}$ rei, uno addito, per $\frac{3}{4}$ rei, plus uno; multiplica ergo $\frac{2}{3}$ rei per $\frac{3}{4}$ rei, proueniet medietas census; et multiplica unum per unum, faciet 1; et unum in $\frac{2}{3}$ rei, et unum in $\frac{3}{4}$ rei, ueniet res, et $\frac{5}{12}$ rei; et sic ex eorum multiplicatione habebitur medietas census, et res $\frac{5}{12}$ 1, et denarius unus, que equantur denariis 73: abice ergo denarium unum ab utrumque (*sic*) parte, remanebit medietas census, et res $\frac{5}{12}$ 1, que equantur denariis 72: re integra itaque censum tuum, et habebis censum, et res $\frac{5}{6}$ 2, que equantur 144: quare dimidia radices, exibunt $\frac{17}{12}$; quas multiplica in se, uenient $\frac{1}{144}$ 2; que adde cum 144, erunt $\frac{1}{144}$ 146; quibus radicem inuenies ordine demonstrato, scilicet multiplica 146 per 144, et adde unum, erunt centesime quadragesime quarte 21025; cuius numeri radicem diuide per 12, scilicet per radicem de 144, que sunt sub uirga; et habebis $\frac{1}{12}$ 12 pro radice quesita; de qua extrahe medietatem radicum, scilicet $\frac{5}{12}$ 1, remanebunt $\frac{2}{3}$ 10 pro numero quesito; super $\frac{2}{3}$ quorum si addatur 1, uenient $\frac{1}{9}$ 8, etiam et addito uno super $\frac{3}{4}$ ipsorum, uenient 9; et ex $\frac{1}{9}$ 8 multiplicatis in 9, surgunt 73, ut propositum fuit. Diuisi decem in duas partes, et addidi insimul quadratos ipsorum, et prouenerunt $\frac{1}{2}$ 62: pone itaque rem pro prima parte, et multiplica eam in se, ueniet census. Similiter multiplica secundam partem in se, que est 10, minus re; quam multiplicationem facies sic: ex 10 in 10 ueniunt 100; et ex re diminuta in rem diminutam prouenit census additus; et ex 10 multiplicatis bis in rem diminutam proueniunt 20 res diminute; et sic pro multiplicatione de 10, minus re, in se habentur 100, et census, 20 rebus diminutis: que si addantur cum quadrato prime partis, scilicet cum censu, erunt 100, et duo census, minus uiginti rebus, que equantur denariis $\frac{1}{2}$ 62: adde ergo uiginti res utrique parti, erunt 100, et duo census, que equantur 20 rebus, et denarijs $\frac{1}{2}$ 62: abice igitur $\frac{1}{2}$ 62 ab utraque parte, remanebunt duo census, et denarii $\frac{1}{2}$ 37, que equantur 20 radicibus; et sic perducta hec questio ad terciam regulam compositarum, ubi census et numerus radicibus equantur: quare ut ipsa (*sic*) inmiteris regulam, diuide numerum, et radices per numerum censuum, scilicet per 2, hoc est dimidia ea; et ueniet, quod census, et denarii $\frac{3}{4}$ 18 equantur radicibus 10: dimidia ergo radices, uenient 5; que multiplica in se, erunt 25; de quibus extrahe $\frac{3}{4}$ 18, remanent $\frac{1}{4}$ 6; quorum radicem, scilicet $\frac{1}{2}$ 2, extrahe de medietate radicum, scilicet de 5, remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, que sunt una predictarum parcium; a quibus usque in 10 desunt $\frac{1}{2}$ 7, que sunt secunda pars. Et si extracto quadrato minoris partis de quadrato maioris, remaneant 40, sic facies: quadratum unius partis, scilicet censum, de quadrato alterius extrahe, scilicet de 100 et censu, uiginti rebus diminutis, remanebunt 100, diminutis 20 rebus; que equantur 50: quare adde utrique parti 20 res; et tolle de unaquaque 50, et remanebunt uiginti res, que equantur 50: quare diuide 50 per 20, ueniunt $\frac{1}{2}$ 2 pro minori portione. Multiplicaui siquidem terciam unius numeri

Digitized by Google

per quartam eius, et prouenit ex multiplicatione idem numerus, et denarii 24: pone pro ipso numero rem; et multiplica $\frac{1}{3}$ rei per quartam eius, ueniet $\frac{1}{12}$ census; que etquatur (*sic*) rei, et denariis 24. Reintegra ergo censum, scilicet multiplica hec omnia per 12, et ueniet census; qui equatur duodecim | rebus, et denariis 288: multiplica ergo 6, que sunt dimidium radicum in se, erunt 36; que adde cum 288, erunt 324: super quorum radicem adde dimidium radicum, erunt 24; que sunt radix census: ergo quesitus numerus est 24; et sic reducta est hec questio ad secundam ex tribus regulis compositis, ubi census equatur radicibus ex (*sic*) numero. Diuisi 10 in duas partes; et diuisi illam per istam, et istam per illam, et prouenerunt $\frac{1}{3}$ 3. In hac questione opportet quedam predicere, etiam et demostrationibus demonstrare: sit itaque prima illarum partium .*a*., et secunda .*b*.; et diuidatur .*b*. in .*a*., et proueniat .*d*.; et .*a*. in .*b*., et proueniat .*g*.: coniuctum (*sic*) ergo ex .*g*.*d*. est $\frac{1}{3}$ 3; et quia cum diuiditur *a*. in .*b*., prouenit ergo si multiplicatur .*g*. in .*b*., prouenit .*a*.; quod si multiplicetur in .*a*., uenit quadratus numeri .*a*.; et cum diuidetur .*b*. in .*a*., prouenit .*d*.: ergo si multiplicetur .*d*. in .*a*., prouenit .*b*.; quod si multiplicetur in .*b*., prouenit quadratus numeri .*b*.: ergo ex .*a*. in .*d*. ducta in .*b*., et ex .*b*. in .*g*. ducta in .*a*., hoc est ex .*a*. in .*b*. ducto in coniunctum ex numeris .*g*.*d*., silicet in $\frac{1}{3}$ 3, prouenit summa quadratorum ex numeris .*a*.*b*.: quibus demostratis, sic (*sic*) prima pars .*a*. res, remanebit pro .*b*. 10, minus re; et multiplicetur .*a*. in se, prouenit census; et .*b*. in se, prouenient 100 et census, diminutis uiginti radicibus: quibus ōmnibus in unum iunctis, erunt 100, et duo census, minus 20 radicibus, pro duobus quadratis numerorum .*a*.*b*., que equantur multiplicationi ex .*a*. in .*b*. ducta in $\frac{1}{3}$ 3: quare multiplicetur .*a*. in .*b*., silicet res in 10, minus re, erunt 10 res, minus censu; que multiplica per $\frac{1}{3}$ 3, erunt res $\frac{1}{3}$ 33, minus censibus $\frac{1}{3}$ 3, que equantur 100 denariis, et duobus censibus, uiginti rebus diminutis: adde ergo utrique parti 20 res, et census $\frac{1}{3}$ 3; et habebis 100, et census $\frac{1}{3}$ 5, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 53: que omnia diuide per numerum censuum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 5; et ueniet census, et denarii $\frac{3}{4}$ 18, que equantur radicibus 10: dimidia ergo radices; et multiplica eas in se, erunt 25; ex quibus extrahe $\frac{3}{4}$ 18, remanebunt $\frac{1}{4}$ 6; quorum radicem adde super medietatem radicum, et habebis $\frac{1}{2}$ 7 pro maiori portione; quare minor portio erit $\frac{1}{2}$ 2.

Rursus diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum per 6; et quod prouenit diuisi per aliam partem; et terciam eius, quod prouenit, addidi super summam multiplicationis prime partis in 6; et totum id, quod concretum est, fuit 39: pone siquidem pro prima parte rem; et ipsam multiplica per 6, et prouenient 6 res; quas debes diuidere per secundam partem, scilicet per 10, minus re; et eius quod prouenit terciam partem debes addere super 6 res, ut habueras (*sic*) 39: quare accipe terciam 6 rerum, erit (*sic*) due res; que diuise per 10, minus re, ueniet illud, quod debet addi super 6 res, ut ueniant 39: ergo id, quod prouenit ex diuissione duarum rerum in 10, minus re, est 39, exceptis 6 rebus: quare si multiplicas diuissorem per exeuntem, proueniet utique diuisus numerus, scilicet due res: multiplica ergo 10, minus rem (*sic*), in 39, minus 6 rebus; et prouenient denarii 390, et 6 census, diminutis 99 rebus, que equantur duabus rebus: adde ergo 99 res utrique parti, erunt sex census, et denarii 390, que equantur rebus 101: diuide hec omnia per numerum censuum, scilicet per 6, ueniet, quod census denarii 65 equantur rebus $\frac{5}{6}$ 16: quare de quadrato medietatis radicum

fol. 190 verso.

* diuisi .... In hac » (fol. 190 verso, lin. 4; pag. 412; lin. 8 e 9).

res | 10 minus re
a | b

* proueniat .... ergo si » (fol. 190 verso, lin. 6 e 7; pag. 412, lin. 11-12 e 13).

g | d

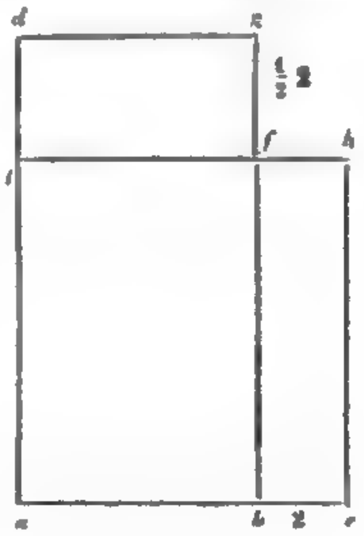
Digitized by Google

abiee 63; et eius, quod remanserit, radicem accipe, que erit $\frac{5}{12}$ 2; quam abice de numero medietatis radicum, scilicet de $\frac{5}{12}$ 8, remanebunt 6, que sunt radix census: quare radix ipsius census, scilicet 6, est una ex duabus portionibus: que si per 6 multiplicata fuerit, uenient 36; quibus diuisis per secundam partem, uenient 9; quorum tercia si addatur super 36, nimirum 39 prouenient, ut propositum fuit.

Divisi 60 in homines, et prouenit unicuique aliquid; et addi duos homines super illos; et per omnes ipsos diuisi 60; et prouenit unicuique denarii $\frac{1}{2}$ 2, minus ex eo, quod prouenerat prius: sit numerus | primorum hominum linea *.a.b.*; et erigatur super ipsam secundum rectum angulum linea *.b.g.*, que sit illud, quod contingit unicuique illorum de prescriptis denariis 60; et protrahe lineam *.g.d.* equalem, et equidistantem linee *.b.a.*; et copuletur recta *.d.a.*; erit ergo spatium quadrilateri *.a.b.g.d.* 60, cum colligatur ex *.a.b.* in *.b.g.* : deinde lineam *.a.b.* protrahe in punctum *.e.*; et sit *.b.e.* 2, silicet numerus hominem (*sic*) additorum: et signetur in lineam *.b.g.* punctus *.f.*; et sit *.g.f.* $\frac{1}{2}$ 2, scilicet illud, quod diminutum fuit unicuique per additionem duorum hominum; et per punctum *.f.* protrahatur linea *.h.i.* equalis, et equidistans linee *.e.a.*; et copuletur (*sic*) recta *.e.h.*; eritque quadrilaterum *.h.e.a.i.* 60, cum colligatur ex *.a.e.* in *.e.h.*, silicet ex *.a.e.* in *.b.f.*; que *.b.f.* est id, quod prouenit unicuique ex denariis 60 in homines *.a.e.*: ergo superficies *.e.i.* equatur superficiei *.b.d.*: ergo multiplicatio *.g.b.* in *.b.a.* equatur multiplicationi *.e.a.* in *.f.b.*: quare ipse quatuor linee proportionales sunt: est ergo sicut *.g.b.* prima ad *.f.b.* secundam, ita *.e.a.* tercia ad *.b.a.* quartam: quare si diuidatur, erit sicut *.g.f.* ad *.f.b.*, ita *.e.b.* ad *.b.a.*; et cum permutaueris, erit sicut *.g.f.* ad *.e.b.*, ita *.f.b.* ad *.b.a.*: sed proportio *.g.f.* ad *.e.b.* est sicut 5 ad 4; ergo et *.f.b.* ad *.b.a.* est sicut 5 ad 4: ergo *.f.b.* continet semel, et quartam numerum *.b.a.* Pone igitur pro numero *.a.b.* rem, erit ergo *.b.f.* res $\frac{1}{4}$ 1; et multiplica *.a.b.* in *.b.f.*, et prouenict census $\frac{1}{4}$ 1 pro superficie *.b.i.*; et multiplica *.a.b.* in *.f.g.*, silicet *.i.f.* in *.f.g.*, prouenient res $\frac{1}{2}$ 2 pro superficie *.f.d.* : ergo tota superficies *.b.d.* est census $\frac{1}{4}$ 1, et res $\frac{1}{2}$ 2; sed ipsa est 60: ergo census $\frac{1}{4}$ 1, et res $\frac{1}{2}$ 2 equantur denariis 60 : diuide ergo hec omnia per numerum censuum, scilicet per $\frac{1}{4}$ 1, ueniet census, et radices 2, que equantur denariis 48: adde ergo quadratum medietatis radicum, scilicet 1, super 48, erunt 49; de quorum radice abice medietatum (*sic*) radicum, remanebunt 6 pro numero *.a.b.*: quare *.b.g.* est 10, et *.a.e.* est 8. Aliter quia superficies *.g.a.*, et *.a.h.* sibi inuicem equantur, cum quelibet ipsarum sit 60; si comuniter auferatur recti angula superficies *.a.f.*, remanebit superficies *.d.f.* equalis superficiei *.e.f.*; equales ergo superficies, et equiangule circa equales augulos super mutue proportionis. Vnde est sicut *.g.f.* ad *.f.h.*, ita *.f.b.* ad *.f.i.*, hoc est ad *.b.a.*: sed *.g.f.* ad *.f.h.* est sicut 5 ad 4, ergo et *.f.b.* ad *.b.a.* est sicut 5 ad 4, ut superius inuentum est. Item diuisi 20 in homines, et prouenit aliquid; et additi (*sic*) tres homines; et inter omnes diuisi 30; et accidet unicuique 4, minus eo, quod euenerat prius: sit itaque linea *.a.b.* numerus primorum hominum, et *.b.g.* sit id quod accidit unicuique ex 20; quare superficies *.b.d.* recti angula est 20; et protrahatur *.a.b.* in *.e.*, et sit *.b.e.* 3; nec non et ex linea *.b.g.* extrahatur *.g.f.*, que sit 4; et per punctum *.f.* protrahatur linea *.i.h.* equidistans et equalis linee *.a.e.*; et copuletur *.h.e.*, et erit 30 superficies *.e.i.* : quare superficies *.i.e.* addit 10 super superficiei (*sic*) *.b.d.*: quare aplicetur linee *.i.d.* superficies

fol. 191 recto.

« 2, silicet . . . silicet *.d.f.* » (fol. 191 *recto*, lin. 5-16; pag. 413, lin. 12 e 13-26).

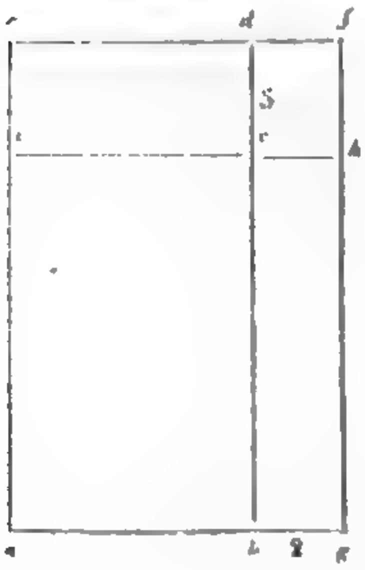


« accidit . . . . *.h.e.* in *.e.a.* » (fol. 191 *recto*, lin. 29-39; pag. 413, lin. 39 — pag. 414, lin. 7).

Digitized by Google

.d.k., que sit 10; et protrahatur linea *.e.a.* in *.z.*; et sit *.a.z.* equalis *.i.k*; et compellatur (*sic*) linea *.l.z.*; et quoniam superficies *.b.d.* est 20, et super (*sic*) *.i.l.* est 10, erunt utique ambe superficies *.b.d.*, et *.i.l.* equales superficiei *.i.e.*: comuniter addatur superficies *.a.k.*, erit tota superficies *.e.k.* equalis toti superficiei *.b.l.*: et quia superficies *.d.k.* est 10, et est applicata linee *.d.i.*, que est 4, cum sit equalis linee *.g.f.*; si diuidatur 10 per 4, uenient $\frac{1}{2}$ 2 pro linea *.i.k.*, hoc est pro linea *.a.z.*: et quia superficies *.b.l.* prouenit ex *.g.b.* in *.b.z.*; et superficies *.e.k.* prouenit ex *.h.e.* in *.e.z.*; | (fol. 191 recto.) ergo equalis est multiplicatio *.g.b.* in *.b.z.* multiplicationi *.h.e.*, hoc est *.f.b.* in *.e.z.*: erit ergo sicut *.g.b.* ad *.f.b.*, ita *.e.z.* ad *.b.e.*; et cum diuiseris, erit sicut *.g.f.* ad *.f.b.*, ita *.e.b.* ad *.b.z.*; et cum permutaueris, erit sicut *.g.f.* ad *.e.b.*, hoc est sicut 4 ad 3, ita *.f.b.* ad *.b.z.*: his itaque intellectis, pone numerum primorum hominum, scilicet *.b.a.*, esse rem; quare tota *.b.z.* erit res, et denarii $\frac{1}{2}$ 2: et quia est sicut 3 ad 4, ita *.z.b.* ad *.b.f.*: multiplica ergo *.b.z.* per 4, et diuides per 3, exibunt pro linea *.b.f.* res $\frac{1}{3}$ 1, et denarii $\frac{1}{3}$ 3: quibus si addatur *.f.g.*, que est 4, erit tota linea *.b.g.* res $\frac{1}{3}$ 1, et denarii $\frac{1}{3}$ 7: et quia ex *.a.b.* in *.b.g.* proueniunt 20, et ex *.a.b.* in *.b.g.* prouenit census $\frac{1}{3}$ 1, et res $\frac{1}{3}$ 7; ergo census $\frac{1}{3}$ 1, et res $\frac{1}{3}$ 7 equantur denariis 20: diuide igitur hec omnia per numerum censuum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 1; et inuenies, quod census, et radices $\frac{1}{2}$ 5 equantur denariis 15: procede ergo secundam (*sic*) regulam eius, et inuenies, radicem census, scilicet *.a.b.*, esse 2: quare *.b.g.* est 10: potest etiam proportio *.f.b.* ad *.a.b.* promptius inueniri: ponam iterum lineam *.a.b.* rem, cui est equalis linea *.i.f.*; ergo *.i.f.* est res: multiplicabo siquidem *.i.f.* in *.f.g.*, silicet rem, in 4, et uenient 4 res pro superficie *.f.d.*; cui addam superficie (*sic*) *.e.i.*, que 30, erunt itaque due superficies *.i.e.*, et *.f.d.* 30, et 4 res; de quibus auferam superficiem *.a.d.*, que est 20. Ergo pro superficie *.e.f.* remanebunt 10, et 4 res; que superficies fit ex *.e.b.* in *.b.f.*: quare si diuidatur 10, et 4 res per *.e.b.*, silicet per 3, uenient $\frac{1}{3}$ 3, et res $\frac{1}{3}$ 1 pro linea *.b.f.*, ut per alium modum inuenimus.

Item diuisi 20 in homines, et accidit unicuique aliquid; et addi duos homines, et in omnes diuisi 60; et accidit unicuique denarii 5, plus eo, quod acciderat antea: ponam itaque *.a.b.* numerum primorum hominum; et *.b.c.* sit id quod contingit unicuique eorum ex denariis 20; et superaddam ei lineam *.c.d.*, que sit 5; et linee *.a.b.* addam lineam *.b.g.*, que 2; et explebo quadrilaterum equiangulum *.e.g.*, que constat sub rectis *.f.g.* *g.a.*; et est *.a.g.* numerus omnium hominum; et *.f.g.* est id quod contingit unicuique ex 60, cum sint equales linee *.d.b.*: ergo superficies *.g.e.* est 60, et superficies *.b.i.* est 20: ponam ergo pro *.a.b.* rem; erit ergo et *.i.c.* res: et multiplicabo *.i.c.* per *.c.d.*, ueniunt 5 res; que addam super superficiem *.b.i.**, que est 20, ueniunt in summa 20, et 5 res pro superficie *.b.e.*; que extraam ex superficie *.g.e.*, silicet de 60, remanebunt 40, minus 5 rebus, pro superficie *.g.d.*: de qua etiam auferam superficiem *.h.d.*, que est 10, cum proueniant ex *.h.c.* in *.c.d.*, silicet ex 2 in 5, remanebunt 30, minus 5 rebus, pro superficie *.g.c.*: si diuidatur per *.g.b.*, silicet per 2, uenient 15, minus rebus $\frac{1}{2}$ 2 pro linea *.b.c.*; et est id quod prouenit unicuique primorum hominum: quare multiplica eos in *.b.a.*, silicet rem in 5, minus rebus $\frac{1}{2}$ 2, uenient 15 res, diminutis censibus $\frac{1}{2}$ 2, que equantur 20: restaura ergo census $\frac{1}{2}$ 2, erunt census $\frac{1}{2}$ 2, et 20, que equantur 15 rebus: diuide ergo hec omnia per numerum censuum, scilicet



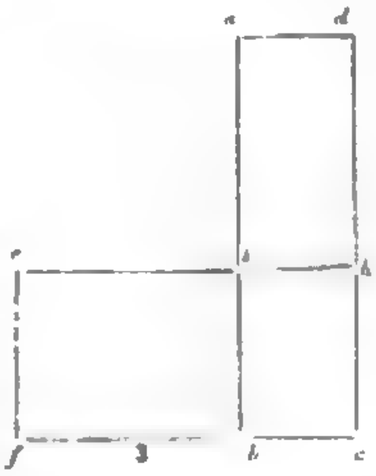
* equales linee . . . . scilicet 4, extrahe e (fol. 191 verso, lin. 25-35; pag. 414, lin. 38 — pag. 415, lin. 2)

per $\frac{1}{2}$ 2, ueniet, quod census, et denarii 8 equantur 6 rebus: quare ex quadrato medietatis radicum, scilicet ex 9, extrahe 8, remanebit 1; cuius radicem, scilicet 1, extrahe de 3, scilicet medietatem radicum; uel adde eam super 3, et habebis pro numero priorum hominum 2 uel 4.

Item diuisi 60 in homines, et unicuique prouenit aliquid; et addidi tres homines; inter omnes diuisi 20; et accidet unicuique 26, minus quam acciderat prius: sit itaque 60 superficies *.a.b.c.d.* recti angula; et superficies *.e.f.c.h.* sit 20; et *.a.i.* sit 26; et *.b.f.* sit numerus additorum hominum, scilicet 3; et *.b.c.* sit numerus primorum: quare *.b.a.* erit id quod prouenit unicuique eorum ex 60; et *.b.i.*, silicet *.e.f.*, est id quod prouenit unicuique hominum *.f.c.* ex 20; et sit *.c.b.*, silicet *.h.i.* res; et multiplicabo *.h.i.* in *.i.a.*, prouenient res 26 pro superficie *.i.d.*: cui addam 20, scilicet superficiem *.f.h.*; et erunt due superficies *.f.h.*, et *.i.d.* 26 res, et denarii 20; quibus duabus superficiebus equantur superficies due, que sunt *.f.i.*, et *.b.d.*: ergo superficies *.f.i.*, et *.b.d.* sunt res 26, et denarii 20; de quibus si auferatur superficies *.d.b.*, que est 60, remanebunt res 26, minus denariis 40, pro superficie *.f.i.* : que si diuidantur per *.f.b.*, silicet per 3, uenient res $\frac{2}{3}$ 8, minus denariis $\frac{1}{3}$ 13, pro linea *.b.i.*: quibus si addatur linea *.i.a.*, silicet 26, erit tota linea *.b.a.* res $\frac{2}{3}$ 8, et denarii $\frac{2}{3}$ 12: multiplicabo ergo *.c.b.* in *.b.a.*, hoc est rem in res $\frac{2}{3}$ 8, et in denarios $\frac{2}{3}$ 12, prouenient census $\frac{2}{3}$ 8, et res $\frac{2}{3}$ 12 pro superficie *.b.d.*; que superficies est 60: ergo census $\frac{2}{3}$ 8, et res $\frac{2}{3}$ 12 equantur denariis 60: redige ergo hec omnia ad censum unum, scilicet diuide ea per numerum censuum, scilicet per $\frac{2}{3}$ 8, et uenient unus census, et res una, et $\frac{6}{13}$ rei, que equantur denariis $\frac{12}{13}$ 6: accipe ergo dimidium de re $\frac{6}{13}$ 1, quod est $\frac{19}{26}$; et multiplica illud in se, uenient $\frac{361}{676}$; quas adde cum $\frac{12}{13}$ 6, erunt $\frac{5041}{676}$; quibus inuenies radicem sic: accipe radicem de 5041, que est 71, et diuide eam per radicem de 676, scilicet per 26, exibunt $\frac{19}{26}$ 2; de quibus abice medietatem radicem, scilicet $\frac{19}{26}$, remanebunt 2, que equantur rei: ergo homines *.c.b.* fuerunt 2.

fol. 192 recto.

"26 res . . . accipe radicem de" (fol. 192 recto, lin. 5-14; pag. 415, lin. 12-24).



Item diuisi 10 in homines, et prouenit unicuique aliquid; et addidi 6 homines, et diuisi in omnes 40; et prouenit unicuique illud idem, quod euenerat prius: extrahe 10 de 40, remanent 30, que sunt portio 6 hominum additorum: quare diuide 30 per 6, uenient 5 unicuique; in quibus etiam 5 diuidit 10, scilicet portionem primorum hominum, uenient 2; et tot homines fuerunt priores.

Diuisi decem in duas partes, et multiplicaui unam earum in se, et prouenit triguplum duplum alterius partis: ergo quadratus unius partis equatur multiplicationi secunde partis in 32. Vnde non opportet super hanc questionem aliquid dicere, cum superius super regulam huic consimilem demonstraui: est enim prima 8, secunda 2.

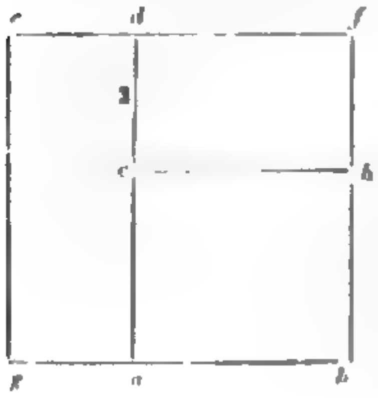
Emi nescio quot res pro denariis 36; emi cariores sibi inuicem equalis precii, uidelicet denariorum 36. Et fuit pretium unius cuiusque carioris denarii 3, plus precio aliarum; et inter omnes res fuerunt 10: sit itaque linea *.a.b.* numerus primarum rerum, et *.a.g.* sit secundarum; est ergo tota *.g.b.* 10; super quam, secundum rectum angulum, erigatur linea *.a.c.*, que sit equalis precio unius cuiusque uilium rerum; et addatur super lineam *.a.c.* linea *.c.d.*, que sit 3; erit ergo tota *.a.d.* equalis pretio uniuscuiusque cariorum rerum: et protrahatur per punctum *.d.* linea *.e.f.*, que sit equalis, et equi distans linee *.g.b.*; et copuletur recte *.e.g.* *f.b.*; et per punctum *.c.* protrahatur linea

Digitized by Google

.c.h. ; et quia linea *.a.c.* est precium uniuscuiusque rei uilioris, erit multiplicatio *.c.a.* in numerum multitudinis ipsarum rerum, scilicet in *.a.b.*, 36: sed ex *.c.a.* in *.a.b.*, prouenit superficies *.a.h.*; ergo superficies *.a.h.* est 36: similiter et superficies *.d.g.* est 36, que prouenit ex *.d.a.* in *.a.g.*, silicet ex pretio unius cuiusque carioris rei in numerum multitudinis ipsarum: ergo superficies *.d.g.*, et *.a.h.* sunt 72, scilicet duplum de 36 ; ergo tota superficies *.g.f* est 72 ; et superhabundet ex ea superficies *.c.f.* : quibus omnibus intellectis, ponam lineam *.a.b.* rem; et multiplicetur *.h.c.* in *.c.d.*, scilicet res, in 3, prouenient 3 res pro superficie *.c.f.*: ergo tota superficies *.g.f.* est 72 additi (*sic*) tribus rebus: et quia ipsa superficies prouenit ex *.b.g.* in *.g.e.*, hoc est ex *.b.g.* in *.a.d.*; et est | *.b.g.* 10. In quibus ergo si diuidantur 72, et 3 res, prouenient $\frac{1}{5}$ 7, et $\frac{3}{10}$ rei pro linea *.a.d.*; de qua si auferatur linea *.d.c.*, que est 3, remanebunt pro linea *.a.c.* $\frac{1}{5}$ 4, et $\frac{3}{10}$ rei: et quia ex *.b.a.* in *.a.c.* prouenit 36, multiplica *.b.a.* in *.a.c.*, silicet rem, in $\frac{1}{5}$ 4, et in $\frac{3}{10}$ rei, prouenient ex multiplicatione res $\frac{1}{5}$ 4, et $\frac{3}{10}$ census, que equatur denariis 36. Reintegra ergo censum tuum, scilicet multiplica omnia suprascripta per 10, et diuide ipsas multiplicationes per 3, que sunt super 10, et proueniet census, et radices 14, que equantur 120; super que adde quadratum medietatis radicum, silicet 49, erunt 169; de quorum radice, que est 13, abice 7, remanebunt 6 pro radice tui census; que radix est linea *.b.a.* : ergo *.b.a.* est 6; in qua si diuiseris 36, uenient 6 pro linea *.a.c.*; quibus si addatur *.c.d.*, erit tota *.a.d.* 9; et si extrahatur *.a.b.* ex 10, remanebunt 4 pro numero cariorum rerum, qui numerus est linea *.a.g.*

fol. 192 verso

* .b.g. 10. quibus si addatur (fol. 192 verso, lin. 1-8 e 9; pag. 416, lin. 10-19).



Diuis (*sic*) 12 in duas partes, et multiplicaui unam per aliam; et quod prouenit diuisi per differentiam ipsarum partium, et prouenit $\frac{1}{2}$ 4 : pone pro minori parte rem ; et multiplica eam per aliam, scilicet per 12, minus re, prouenient 12 res, censo diminuto; que diuide per differentiam, que est inter portiones, scilicet inter rem, et 12, minus re, que est 12, duabus rebus diminutis: et quia scis, ex ipsa diuissione euenire $\frac{1}{2}$ 4, multiplica $\frac{1}{2}$ 4 in 12, minus duabus rebus, uenient 54, diminutis 9 rebus, que equantur 12 rebus, minus censu. Restaura ergo in utrumque (*sic*) parte censum, et 9 res, et ueniet census, et 54, que equantur radicibus 21: quare ex quadrato medietatis radicum, scilicet ex $\frac{1}{4}$ 110, extrahe 54, remanet $\frac{1}{4}$ 56; quorum radix, que est $\frac{1}{2}$ 7, extrahenda est ex medietate radicum, scilicet de $\frac{1}{2}$ 10, remanent 3 pro posita re, scilicet pro minori parte: quare maior pars est 9.

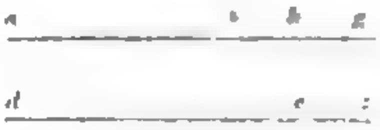
Rursus diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem partem per minorem; et quod prouenit addidi super 10; et multiplicaui hoc totum per 10, et prouenit 115: ex multiplicatione quidem de 10 in 10 proueniunt 100; quibus extractis de 115, remanet 15; que diuide per 10, euenit $\frac{1}{2}$ 1, quod est id quod prouenit ex diuisione maioris partis per minorem: quo intellecto, pone pro minori parte rem; et diuide per eam reliquam partem, scilicet 10, minus re; hoc est multiplica rem per $\frac{1}{2}$ 1, et ueniet res $\frac{1}{2}$ 1, que equantur 10, minus re: restaura ergo rem, et hebebis (*sic*) res $\frac{1}{2}$ 2, que equatur 10: diuide ergo 10 per $\frac{1}{2}$ 2, exibunt 4 pro minori parte; quare maior est 6.

Item diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem per minorem; et quod prouenit addidi super 10; et postea diuisi minorem per maiorem; et quod prouenit addidi iterum super 10; et multiplicaui factum ex prima iunctione per factum ex secunda, et prouenit $\frac{2}{3}$ 122: sit itaque *.a.b.* 10; quibus addatur *.b.g.*, silicet id quod prouenit ex diuissione maioris

Digitized by Google

partis per minorem; et sit iterum *.d.e.* 10, cui addatur *.e.z.*, scilicet id quod prouenit ex diuisione minoris partis per maiorem: et quia ex *.a.g.* in *.d.z.* proueniunt $\frac{2}{3}$ 122; si auferatur ex his 100, que proueniunt ex *.a.b.* in *.d.e.*, remanebunt $\frac{2}{3}$ 22 pro tribus multiplicationibus, que sunt *.b.g.* in *.d.e.*, et *.b.g.* in *.e.z.*, et *.e.z.* in *.a.b.*: de quibus si auferatur multiplicatio *.b.g.* in *.e.z.*, quod est 1, remanebunt $\frac{2}{3}$ 21 pro duabus multiplicationibus, que sunt *.b.g.* in *.d.e.*, et *.e.z.* in *.a.b.*, que equantur multiplicationi summe numerorum *.b.g.*, *e.z.* in 10: quare diuide $\frac{2}{3}$ 21 per 10, exibunt $\frac{1}{6}$ 2, que sunt summa numerorum *.b.g.*, et *.e.z.*; et sic reducta est hec questio ad unam ex antecedentibus questionibus, in qua dicitur: diuisi 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et que prouenerunt ex diuisionibus aggregaui; et illud fuit $\frac{1}{6}$ 2: operare ergo secundum illam regulam, et inuenies, illas partes esse 4 et 6: et scias, quia quoti|ens habueris duos numeros, et diuiseris maiores (*sic*) per minorem, et minorem per maiorem; et multiplicaueris id, quod prouenit ex una diuisione, in id quod prouenit ex alia, semper ex eorum multiplicatione procreabitur 1: et ideo dixi, 1 euenire ex *.b.g.* in *.d.e.* Item addatur diuisio maioris partis per minorem super 10; et diuisio minoris partis per maiorem tollatur de 10; et que prouenerit multiplicentur; et ex ipsa multiplicatione proueniat $\frac{1}{3}$ 107: sit itaque numerus *.a.b.* id quod prouenit ex diuissione maioris portionis super minorem; et *.b.d.* sit id quod prouenit ex diuisione minoris per maiorem; et multiplica 10 per 10, proueniunt 100; et multiplica *.a.b.* additum in *.d.b.* diminutum, proueniet 1 diminutum; quo extracto de 100, remanent 99; quibus extractis de $\frac{1}{3}$ 107, remanent $\frac{1}{3}$ 8, que proueniunt ex multiplicacione *.a.b.* in 10: extracta inde multiplicatione *.d.b.* diminuta in 10; ergo $\frac{1}{3}$ 8 proueniunt ex 10 multiplicatis in superfluum, quod est inter *.b.d.*, et numerum *.a.b.*; quod superfluum est *.a.d.*: diuidantur ergo $\frac{1}{3}$ 8 per 10, prouenient $\frac{5}{6}$ unius pro numero *.a.d.*: diuidatur ergo *.a.d.* in duo equa super *.e.*; erit ergo multiplicatio *.d.b.* in *.a.b.* cum quadrato numeri *.e.d.*, equalis quadrato numeri *.e.b.*: prouenit enim 1 ex *.b.d.* in *.a.b.*; cui si addatur quadratus numeri *.e.d.*, scilicet de $\frac{5}{12}$, erunt $\frac{169}{144}$; quorum radix, scilicet $\frac{13}{12}$, est numerus *.b.e.*; cui si addatur *.e.a.*, habebitur $\frac{1}{2}$ 1 pro numero *.a.b.*; et si auferatur *.e.d.* ex *.e.b.*, silicet $\frac{5}{12}$, de $\frac{13}{12}$, remanent $\frac{2}{3}$ pro numero *.b.d.*: deinde pone rem pro maiori parte, et diuide eam per reliquem (*sic*) partem, scilicet per 10, minus re, proueniet $\frac{1}{2}$ 1. Quare si multiplicas $\frac{1}{2}$ 1 per 10, minus re, habebis 5, et rem $\frac{1}{2}$ 1 diminutam, que equantur rei: quare res $\frac{1}{2}$ 2 equantur 15: diuide ergo 15 per $\frac{1}{2}$ 2, prouenient 6, que sunt maior pars: aliter, quia ex diuisione maioris partis in minorem prouenit $\frac{1}{2}$ 1; ergo minor pars est in maiori semel et semis, et est etiam illa minor pars in se semel; ergo est in 10 bis, et semis: quare si diuiseris 10 per $\frac{1}{2}$ 2, prouenient 4 pro minori parte.

« sit iterum *.d.e.* 10 .... et *.b.g.* in *.e.z.* » (fol. 192 *verso*, lin. 31 33 e 34, pag. 417, lin. 1-4)



fol. 193 *recto*

« extractis .... multiplicatione » (fol. 193 *recto*, lin. 8 e 9; pag. 417, lin. 21 e 22).

Et si proponatur, quod super maiorem portionem ponatur predictus numerus *.a.b.*; et super minorem ponatur predictus numerus *.d.b.*; et multiplicentur insimul, et ueniunt 35: multiplicetur quidem *.a.b.* in *.b.d.*, prouenit 1; quo extracto de 35, remanent 34; et multiplicetur *.a.b.* in minorem partem, et proueniet maior pars; et multiplicetur *.b.d.* in maiorem partem, et ueniet pars minor: ergo ex his duabus multiplicationibus proueniunt 10; quibus extractis de 34, remanet 24 pro multiplicatione huius partis earum in aliam; que extrahes ex quadrato medietatis de 10, remanet 1; cuius radix, scilicet 1, tolle de 5, et adde super 5, et habebis 4 et 6 pro quesitis partibus.

Digitized by Google

Rursus diuisi 10 in duas partes; et diuisi illam per istam, et istam per illam; et que ex diuisione prouenerunt addidi super 10 ; et in id quod prouenit multiplicaui alteram partium, et prouenerunt 114: sit itaque .*a*. una ex predictis partibus, quam pone rem; et .*b.g*. sit 10; super que addantur numeri .*g.d*., et .*d.e*. , qui proueniant ex diuisione partium inter se; et quia ex .*a*. in .*b.e*., proueniunt 114 ; ergo ex .*a*. in .*b.g*., et in .*g.d*., et in .*d.e*. prouenient in summa similiter 114 : quare si auferatur inde id quod prouenit ex .*a*. in .*b.g*., silicet multiplicatio rei in 10, remanebunt 114, minus 10 rebus, pro multiplicatione numeri .*a*. in .*g.e*.: de qua si extraxeris multiplicationem ex .*a*. in .*g.d*. , silicet in id quod prouenit ex diuisione alterius partis per .*a*.; ex qua multiplicatione surgit pars diuisa, que est 10, minus re, remanebunt 104, minus 9 rebus, pro multiplicatione .*a*. in .*d.e*. : sed est .*d.e*. id quod prouenit ex portione .*a*. diuisa per aliam partem: et quia manifestum est, cum unus numerus diuidatur per alium; et in hoc quod prouenit ex diuisione, multiplicatur numerus diuisus, id quod ex ipsa multiplicatione prouenit est equale ei, quod proueniret, si quadratus diuisi diuideretur per diuisorem: ergo multiplicatio .*a*. diuisi in .*d.e*. equatur diuisioni quadrati numeri .*a*. in secundam partem, scilicet in 10, minus re. Quare multiplicetur .*a*. in se, | prouenict census; qui cum diuiditur per 10, minus re, proueniunt 104, minus 9 rebus: quare si multiplicaueris 10 , minus re , in 104, minus 9 rebus , uenient 1040, et 9 census, diminutis 194 rebus, que equantur censui: restaura ergo res diminutas, et extrahe unum censum ab utraque parte, remanebunt 8 census, et denarii 1040, que equantur rebus 194: diuide ergo hec omnia per numerum censuum ; et ueniet census, et denarii 130 , qui equantur rebus $\frac{1}{4}$ 24 : procede ergo secundum suam regulam, et inuenies, partes esse 2, et 8.

« remanebunt .... est equale » (fol. 193 recto, lin. 34 e 35-37; pag. 418, lin. 10-14).

fol. 193 verso.

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem per minorem; et quod prouenit multiplicaui in hoc, quod est inter utramque partem, et fuit 24: ponam siquidem pro maiori parte linea(*sic*) .*a.b*., que sit res; de qua auferantur .*b.g*., que sit equalis minori parti; erit ergo .*g.a*. residuum, quod est inter utramque partem; et diuidatur .*a.b*. in .*g.b*., et proueniat .*e*.: ex multiplicatione ergo .*e*. in .*a.g*. prouenient 24; et ex .*e*. in .*g.b*. prouenit diuisus, scilicet .*a.b*.: ergo ex .*e*. in .*a.b*. proueniunt 24, et res una; sed id quod prouenit ex .*e*. in .*a.b*. equatur ei, quod prouenit ex quadrato numeri .*a.b*. diuiso in .*g.b*.; ergo si diuidatur quadratus numeri .*a.b*. per numerum .*g.b*., prouenient 24, et res una: ergo si multiplicauerimus .*g.b*., scilicet 10, minus re, in 24, et rem unam, proueniet quadratus numeri .*a.b*., silicet census: nam multiplicatio de 24 addita rei in 10, re diminuta, sic fit: ex 10 in 24 ueniunt denarii 240; et ex 10 in re addita ueniunt decem res addite; et ex 24 in re diminuta ueniunt 24 res diminute; a quibus si auferantur 10 res addite , remanebunt 14 res diminute; et ex re addita in rem diminutam prouenit census diminutis (*sic*); et sic habentur pro dicta multiplicatione denarii 240, censo diminutis et rebus 14, que equantur censui: quare addantur utrique parti census, et res 14, uenient duo census, et res 14, que equantur denariis 240: quare unus census, et radices 7 equantur denariis 120; uel aliter: quia ex .*e*. in .*a.b*. proueniunt 24, et res una; et ex .*e*. in .*g.b*. prouenit res una. Ergo ex .*e*. in 10 proueniunt 24 , et due res. Quare si diuidantur 24, et due res per 10, uenient denarii $\frac{2}{5}$ 2, et rei (*sic*) $\frac{1}{5}$ pro numero .*e*.; que si multiplicata fuerint per numerum .*b.g*., silicet per 10, minus re, prouenient denarii

« 24 addita .... res diminute » (fol. 193 verso, lin. 15-17 e 18; pag. 418, lin. 33-35).

Digitized by Google

24, minus $\frac{1}{5}$ census, et $\frac{2}{5}$ rei, que equantur rei, scilicet numero *.a.b.*, cum proueniat ex *.e.* in *.g.b.*: adde ergo utrique parti $\frac{1}{5}$ census, et $\frac{2}{5}$ rei, ueniet $\frac{1}{5}$ census, et res una, et $\frac{2}{5}$, que equantur denariis 24. Quincupla ergo hec omnia, et erit similiter census, et septem res, que equantur denariis 120: dimidia ergo radices, et cetera; et inuenies, 10 diuisa fuisse in 8, et 2.

Diuisa (*sic*) 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et quod prouenit, multiplicaui in unam partium, et fuit 34: sit maior pars *.a.*, et minor sit *.b.*; et diuidatur *.a.* per *.b.*, et ueniet *.d.*; et *.b.* per *.a.*, et ueniet *.g.*: multiplicaui ergo coniunctum ex *.g.d.* in *.a.*, et prouenit 34: pone ergo *.a.* rem, remanebit *.b.* 10, minus re: et multiplicatur *.g.* per *.a.*, et ueniet *.b.*, silicet 10, minus re; que extrahatur de 34, remanent 24, addita re, pro multiplicatione numeri *.d.* in *.a.*; que multiplicatio equatur diuisioni quadrati ex numero *.a.* in *.b.*: quare si multiplicetur *.b.*, scilicet 10, minus re, per 24, re addita, uenient omnia, que dicta sunt in antecedenti questione.

« partes .... ergo .a. » (fol. 193 *verso*, lin. 27 e 28-30; pag. 419, lin. 6-9).

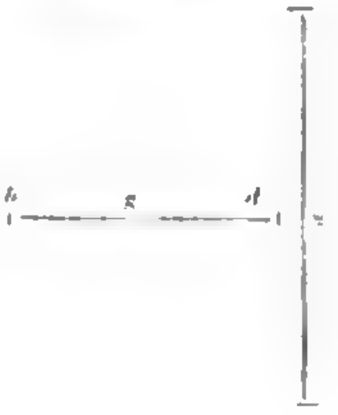
Diuisi 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et differentiam, que prouenit inter exeuntes numeros ex diuisione, multiplicaui per unam partem, et fuerunt 5: sit iterum maior pars *.a.*, minor quoque sit *.b.*; et ex diuisione *.a.* in *.b.* proueniat *.g.d.*; et ex *.b.* in *.a.* proueniat *.e.d.*: quare *.g.e.* est id, in quo multiplicatur *.a.*, et proueniunt 5: pone itaque pro *.a.*, scilicet pro maiori parte, rem; erit ergo *.b.* 10, minus re; et multiplicetur *.g.e.* in *.a.*, uenient 5; et *.e.d.* multiplicetur iterum in *.a.*, | ueniet *.b.*; quo addito cum 5, faciunt 15, minus re: ergo ex multiplicatione *.g.d.* in *.a.* proueniunt 15, minus re; et est *.g.d.* id quod prouenit ex *.a.* diuiso in *.b.*; que multiplicatio equatur diuissioni quadrati numeri *.a.* in *.b.*: ergo si diuidatur quadratus numeri *.a.* per *.b.*, proueniunt 15, minus re. Quare si multiplicabitur numerus *.b.*, scilicet 10, minus re, per 15, minus re, reddibit utique quadratus numeri *.a.*, qui est census: ex ductis quidem 10, minus rem (*sic*), in 15, minus re, ueniunt denarii 150, et census, diminutis inde 25 radicibus, que equantur censui. Quare si addantur 25 radices utrique parti; et auferatur census ab eis, remanebunt denarii 150, que equantur 25 radicibus: diuide ergo 150 per 25, uenient 6 pro una quaque radice, scilicet pro numero *.a.* Quare *.b.* est 4.

« quoque sit .... in .a. » (fol. 193 *verso*, lin. 37-39; pag. 419, lin. 16-19 e 20).

fol. 194 *recto*

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi unam per aliam; et quod prouenit addidi parti, per quam diuisi; et fuit $\frac{1}{2}$ 5: pone pro prima parte rem, que sit *.a.*, et pro secunda 10, minus re, que sit *.b.g.*; et diuidatur *.a.* per *.b.g.*, et proueniat *.g.d.*: ergo *.b.d.* est $\frac{1}{2}$ 5; de qua si auferatur *.b.g.*, scilicet 10 minus re, manebit res, minus denariis $\frac{1}{2}$ 4, pro numero *.g.d.*: et quia numerus *.a.* diuisus est per *.b.g.*, et prouenit *.g.d.*; si multiplicaueris *.b.g.* in *.g.d.*, nimirum *.a.* prouenit: ergo multiplica 10, minus re, per rem, minus denariis $\frac{1}{2}$ 4; que multiplicatio sic fit: ex 10 in rem additam ueniunt decem res; et ex re diminuta in $\frac{1}{2}$ 4 diminuta ueniunt res $\frac{1}{2}$ 4 addite; et sic habentur res $\frac{1}{2}$ 14 addite; et ex 10 additis in $\frac{1}{2}$ 4 diminuta ueniunt 45 dragme diminute; et ex et ex (*sic*) re addita in rem diminutam prouenit census diminutus; et sic pro quesita multiplicatione habentur res $\frac{1}{2}$ 14, et censo (*sic*) diminuti denariis 45, que equantur rei. Restaura ergo utrique parti diminuta, et etiam de utraque tolle rem, et ueniet census, et denarii 45, qui equantur rebus $\frac{1}{2}$ 13: extrahe ergo 45 ex quadrato medietatis radicum, scilicet de $\frac{9}{16}$ 45, remanebunt $\frac{9}{16}$; quorum radix, que est $\frac{3}{4}$, si de medietate radicum, scilicet de $\frac{3}{4}$ 6, auferatur $\frac{3}{4}$, remanebunt 6, que equantur rei; quare reliqua portio, scilicet *.b.g.*, est 4.

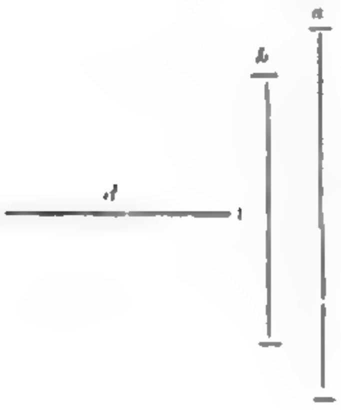
« Diuisi .... 45 dragme » (fol. 194 *recto*, lin. 9-16; pag. 419, lin. 29-37).



Digitized by Google

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi unam per aliam; et quod prouenit addidi parti diuise; et hoc totum multiplicaui per aliam partem, et fuit 30: ponam siquidem rem pro parte diuisa, que sit *.a.b.*; et pro alia parte ponam 10, minus re, que sit *.g.*; et diuidatur *.a.b.* in *.g.*, et proueniat *.b.d.*: ergo ex *.a.d.* in *.g.* proueniunt 30; sed ex *.a.b.* in *.g.* proueniunt 10 res, minus censu; et ex *.b.d.* in *.g.* reddiit res diuisa; et sic pro *.a.d.* in *.g.* ueniunt res 11, minus censu, que equantur 30: adde ergo censum utrique parti, et habebis censum, et denarios 30, qui equantur 11 rebus: operare ergo per illud; et inuenies, primam partem fuisse 6, secundam 4.

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi unam partem per aliam; et hoc quod exiit, multiplicaui per diuisam partem, et fuerunt 9: sit itaque prima pars *.a.*, que sit res; secunda sit *.b.*, que est 10, minus re; et diuidatur *.a.* per *.b.*, et ueniet *.d.*: ergo ex *.d.* in *.a.* ueniunt 9; quod idem est, si diuidatur quadratus numeri *.a.* per *.b.*; ergo si multiplicabis *.b.*, scilicet 10, minus re, in 9, prouenict quadratus numeri *.a.*, scilicet census; ergo denarii 90, minus 9 rebus, que proueniunt ex 9 in 10, minus re, equantur censui. Restauratis itaque 9 rebus, ueniet quod census, et 9 res equantur denariis 90, et cetera; eritque prima pars 6, secunda 4.



Est census, de quo si auferantur 72, remanebit radix eius: ex hac quidem positione cognoscitur, quod res, et denarii 72 equantur censui; quare quadratum medietatis unius, scilicet $\frac{1}{4}$, adde super 72, erunt $\frac{1}{4}$ 72; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 8, adde $\frac{1}{2}$, erunt 9, que sunt radix census; et census quesitus est 81.

Sunt duo numeri, quorum maior excedit minorem in 6; et diuisi minorem per maiorem, | et prouenit $\frac{1}{3}$: pone pro minori rem; quare maior erit res, et denarii 6: et quia ex diuisione minoris per maiorem prouenit $\frac{1}{3}$; ergo si multiplicabitur $\frac{1}{3}$ per minorem numerum, prouenit numerus diuisus, scilicet minor: ex multiplicatione quidem maioris numeri per $\frac{1}{3}$ prouenit tercia rei, et denarii 2, que equantur rei: abice ergo $\frac{1}{3}$ rei ab utraque parte, remanebunt $\frac{2}{3}$ rei, que equantur denariis 2. Reintegra ergo rem tuam, et ueniet rex (*sic*), que equatur 3; ergo minor numerus est 3: super quem adde 6, erunt 9 pro maiori numero: aliter sit maior numerus *.a.b.*, et *.a.c.* sit minor; ergo *.c.b.* est 6: et quia diuiso *.a.c.* in *.a.b.* prouenit $\frac{1}{3}$; ergo proportio *.a.b.* ad *.a.c.* est sicut 3 ad 1; et cum diuiseris, erit sicut 2 ad 1, ita *.b.c.* ad *.c.a.*: ergo *.a.c.* est dimidium ex *.c.b.*: uel quia diuisa *.a.c.* per *.a.b.* prouenit $\frac{1}{3}$ unius integri, erit *.a.c.* tercia ex *.a.b.*; quare si duplicetur *.a.c.* erunt tres res, que equantur rei, et tribus dragmis, et cetera.

Est numerus, de quo iececi terciam eius, et denarios 4; et eius quod remansit, proieci quartam; et quod remansit fuit radix primi numeri: pone pro ipso numero censum; de quo abice terciam, remanebunt due tercie census; de quo etiam abice 4, remanebunt $\frac{2}{3}$ census, minus denariis 4; de quibus abice quartam, remanebunt $\frac{3}{4}$ duarum tertiarum census, minus $\frac{3}{4}$ de denariis 4, hoc est medietas census, minus denariis 3, que equatur radici positi census: restaura ergo 3 denarios, remanebit medietas census, que equatur rei, et denariis 3: quare census equatur duabus radicibus, et denariis 6: adde ergo super 6 quadratum medietatis radicum, scilicet 1, erunt 7; super quorum radicem, que est surda, adde 1, scilicet medietatem numeri radicum, proueniet utique binomium pro radice quesiti census; quod binomium est radix de 7, et denarius 1; quod cum in se multiplicaueris, prouenient 8, et radix de 28 pro quesito censu.

« *.a.b.*; et pro .... ueniunt » (fol. 194 *recto*, lin. 25-27; pag. 420, lin. 3-6).

« qui equantur .... cognoscitur » (fol. 194 *recto*, lin. 29-36; pag. 420, lin. 7-18).

fol. 194 *verso*.

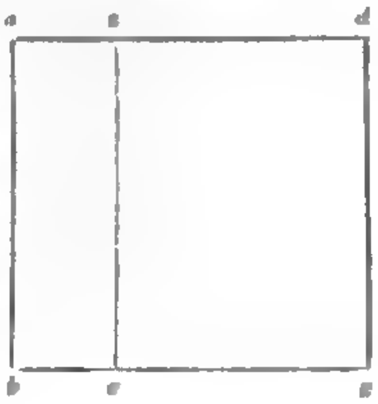
« Reintegra .... erunt 9 » (fol. 194 *verso*, lin. 5; pag. 420, lin. 26 e 27).

Digitized by Google

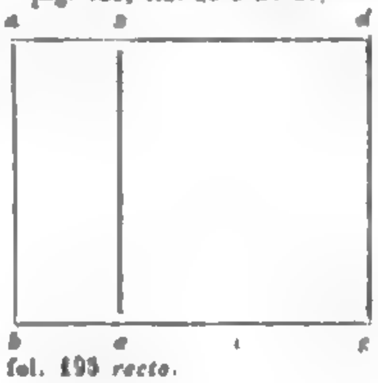
Est census, de quo proieci terciam; et quod remansit multiplicaui per tres radices ipsius, et prouenit idem census: tu scis, quia cum multiplicatur tercia radicis per tres radices, tunc prouenit inde unus census: quare $\frac{2}{3}$ quesiti census est una $\frac{1}{3}$ radicis; quare radix quesiti census est $\frac{1}{2}$; quo in se multiplicato fecit $\frac{1}{4}$ pro quantitate census.

Item est census, de quo extraxi 3 radices ipsius, et addidi eas cum 4 radicibus residui, et fuerunt 20: pone pro ipso censu tetrogonum (*sic*) *.a.b.g.d.*, cuius radix est *.b.g.*; et auferatur ex linea *.b.g.* recta *.g.e.*, que sit 3, cui equalis sit recta *.d.z.*; et copuletur *.e.z.*: ergo superficies *.e.d.* equatur tribus radicibus census *.b.d.*; que extracta ex superficie *.b.d.*, remanet superficies *.b.z.*, cuius 4 radices cum superficie *.e.d.* sunt 20: ergo si ex 20 auferantur tres radices census *.b.d.*, remanebunt 20, minus tribus radicibus, que equantur 4 radicibus superficiei *.b.z.*; quare quarta pars ex 20, minus tribus radicibus, scilicet 5, minus $\frac{3}{4}$ unius radicis, equatur uni radici superficiei *.b.z.*: quare multiplicetur 5, minus $\frac{3}{4}$ radicis, in se, erunt denarii 25, et $\frac{9}{16}$ census, minus radicibus $\frac{1}{2}$ 7, que equantur superficiei *.b.z.*, hoc est censui *.b.d.*, minus tribus radicibus suis, que sunt superficies *.e.d.*: quare si comuniter addantur res $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{9}{16}$ census, et denarii 25, que equantur censui, et rebus $\frac{1}{2}$ 4. Vnde si comuniter auferantur $\frac{9}{16}$ census, remanebunt $\frac{7}{16}$ census, et res $\frac{1}{2}$ 4, que equantur denariis 25: reddige ergo hec omnia ad censum unum, scilicet multiplica ea per 16, et diuide per 7; et erit census unus, et res $\frac{2}{7}$ 10, que equantur denariis $\frac{1}{7}$ 57; super quos adde quadratum medietatis radicum, et cetera; et inuenies, radicem *.b.g.* esse 4, et censum *.b.d.* 16.

« *.e.d.* equatur .... denariis 25 » (fol. 194 *verso*, lin. 26-33; pag. 421, lin. 8-17).



« $\frac{2}{7}$ 10, que .... tribus suis » (fol. 194 *verso*, lin. 35-39; pag. 421, lin. 19 e 24-25).



fol. 195 *recto*.

Et si proponatur, quod tres radices census *.b.d.* cum quattuor radicibus residui, scilicet superficiei *.b.z.*, equantur censui *.b.d.*, et denariis 4; extrahe ergo ex censu, et denariis 4 radices 3, remanebit census, et denarii 4, minus tribus radicibus, que equantur 4 radicibus superficiei *.b.z.*; sed superficies *.b.z.* equatur censui *.b.d.*, minus tribus suis | radicibus, ergo superficies *.b.z.* cum denariis 4 equatur 4 radicibus ipsius: pone ergo pro superficie *.b.z.* censum, quia cum denariis 4 equatur 4 radicibus: extrahe ergo 4 ex quadrato medietatis radicum, scilicet de 4, remanet zephyrum; quo addito, uel diminuto a medietate radicum, redderit 2 pro radice positi census: quibus 2 in se multiplicatis, reddunt 4 pro ipso censu, scilicet pro superficie *.b.z.*; que etiam fit ex *.b.e.* in *.e.z.*, hoc est ex *.b.e.* in *.b.g.*; ergo ex ductu *.b.e.* in *.b.g.* ueniunt 4: diuidatur ergo *.e.g.* in duo equa super *i*, erit una queque portio *.e.i.*, et *.i.g.* $\frac{1}{2}$ 1; et quia ex *.b.e.* in *.b.g.* proueniunt 4; si eis addatur quadratus linee *.i.*, scilicet $\frac{1}{4}$ 2, habebuntur pro quadrato linee *.b.i.* $\frac{1}{4}$ 6: quare si super eorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 2, addatur linea *.i.g.*, scilicet $\frac{1}{2}$ 1, habebuntur 4 pro linea *.b.g.*; quare census *.b.g.* est 16, cuius 3 radices, scilicet superficies *.e.d.* sunt 12; remanet ergo 4 pro superficie *.b.z.*, cuius quattuor radices sunt 8; quibus additis cum 12, reddunt denarios 4 super censum *.b.d.*, ut querebatur.

Et si dicatur: est census, de quo extraxi 8 radices; et addidi eas cum 10 radicibus residui, et prouenit census, et denarii 21: eodemque modo inuenies censum, qui cum 21 equetur decem suis radicibus; eritque 9, uel 49, unus quorum habeatur pro superficie *.b.z.*: quam si ponimus esse 9, erit tetragonum *.b.d.* rationatum; quod sic probatur: quia ex ductu *.b.e.* in *.b.g.* prouenient 9; si addatur quadratus numeri *.e.i.*, scilicet 16, erunt 25; quorum radix, scilicet 5, est linea *.b.i.*; quibus si addatur

Digitized by Google

.i.g., silicet 4, erit tota *.b.g.* racionata, que erit 9; quare census *.b.d.* est 81: et si ex *.i.b.* auferatur *.i.e.*, remanebit *.i.b.* unum: et si ponam superficiem *.b.z.* 49, erit radix eius 7; et est media in proportione inter *.b.e.*, et *.e.z.*: quare ex *.b.e.* in *.e.z.*, hoc est ex *.b.e.* in *.g.b.*, ueniunt 49; quibus si addantur 16, scilicet quadratus numeri *.e.i.*, prouenient 65; super quorum radicem si addatur *.i.g.*, erit tota *.a.g.* binomia quinta, scilicet radix de 65, et denarii 4; et si auferatur *.i.e.* ex *.i.b.*, remabit (*sic*) *.e.b.* recisum, quod est radix de 65, minus 4; quia multiplicata per *.e.z.*, scilicet per radicem de 65, et per 4, prouenient 49 pro superficie *.b.z.*

Adhuc si dictum fuerit: est census, cuius 4 radices multiplicaui per 5 radices eius; et quod prouenit fuit quattuor census, et denarii 48 : ex ductis quidem 4 radicibus in 5 radices proueniunt 20 census , qui equantur quattuor censibus, et denariis 48: quare si communiter auferantur 4 census, remanebunt 16 census, qui equantur denariis 48: quare diuide 48 per 16, uenient 3 pro quantitate quesiti census.

Item est census, cuius $\frac{1}{13}$ equatur $\frac{1}{7}$ radices (*sic*) eius. Reduc ergo hec omnia ad censum unum, et erit quod census equatur radici $\frac{6}{7}$ 1; ergo radix census est $\frac{6}{7}$ 1; qua radice in se multiplicata reddit $\frac{169}{49}$.

Item census, quem si multiplicas in quadruplum ipsius, ueniunt 20; erit eius regula, quod cum multiplicas ipsum in se, proueniunt 5. Ipse namque est radix de 5.

Item est census, quem in terciam sui multiplicaui, et prouenit 10: erit eius consideratio, quoniam cum multiplicas ipsum in se, proueniunt 30. Dic ergo, quod census est radix de 30.

Item est census, quo multiplicato per quadruplum ipsius, prouenit tercia dragme: ergo si multiplicabitur ille census in duodecuplum ipsius, prouenit unum ; ergo ille census est $\frac{1}{12}$.

Item est census, quo multiplicato in radicem ipsius, prouenit triplum census primi: erit eius consideratio, quoniam cum multiplicas radicem census in terciam ipsius, prouenit census; dico, quod istius census tercia pars est radix eius, et ipse est 9.

Item multiplicaui terciam census, et denarium 1 in quartam eius, et duos denarios, et prouenit census, et augmentum 13 denariorum: pone pro ipso censu rem; et multiplica terciam ei (*sic*) in quarta eius, et prouenit duodecima pars census, et terciam rei duos denarios, et quartam rei in denarium, et denarium in duos denarios; et sic habebis duodecimam census, et $\frac{11}{12}$ rei, et denarios 2, que equentur rei, et denariis 3: tolle ergo ab utraque parte $\frac{11}{12}$ rei, et duos denarios, remanebit itaque duodecima census; que
fol. 195 *verso.* equatur duo-| decime rei, et denariis 11: multiplica ergo hec omnia per 12, et ueniet census, qui equatur uni rei, et denariis 132, et cetera.

Est numerus, de quo si auferatur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, et denarii 4, remanebit siquidem radix eius : pone pro ipso numero rem, et extrahe ex eo $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, et denarios 4, remanebunt itaque $\frac{5}{12}$ rei, minus denariis 4, que sunt radix posite rei: quare multiplica ea in se, et quod prouenerit, equabitur rei; nam multiplicatis $\frac{5}{12}$ rei in se, proueniunt $\frac{25}{144}$ census; et ex duplo de $\frac{5}{12}$ rei in denariis 4 diminutis, ueniunt res $\frac{1}{3}$ 3 diminute ; et ex denariis 4 in denarios 4 diminutos, ueniunt denarii 16 additi, omnia que equantur rei: adde ergo utrique parti res $\frac{1}{3}$ 3, uenient res $\frac{1}{3}$ 4, que equantur $\frac{25}{144}$ census, et denariis 16 : reddite ergo hec omnia ad censum unum, scilicet multiplica unum quemque ipsorum numerorum

Digitized by Google

per 144; et diuide unam quamque multiplicationem per 25, et uenient radices $\frac{24}{25}$ 24, que equantur censui, et denariis $\frac{4}{25}$ 92, et cetera: et inuenies, censum esse binomium, scilicet $\frac{12}{25}$ 12, et radicem de $\frac{169}{625}$ 63. Et si dictum fuerit, quod multiplicato predicto residuo, scilicet $\frac{5}{12}$ rei, minus denariis 4, in se, faciat 12 ultra primum numerum; tunc eodem ordine erunt $\frac{25}{144}$ census, et denarii 4, qui equantur radicibus $\frac{1}{3}$ 4: et cum redigeris ea ad censum unum, erit census, et denarii $\frac{1}{25}$ 23, qui equantur radicibus $\frac{24}{25}$ 24: operare ergo per ea, et inuenies, quesitum numerum esse 24.

Mvltiplicaui numerum per 4 radices ipsius, et prouenit septuplum ipsius; nunquam multiplicabitur numerus aliquid (*sic*) per aliquid, ex qua multiplicatione proueniet septuplum multiplicati, nisi multiplicetur ipse numerus per 7: ergo cum multiplicatur quesitus numerus per 4 radices eius, tunc ipse multiplicatur per 7. Vnde manifestum est, quod radices 4 predicti numeri equentur denariis 7: ergo radix eius est $\frac{3}{4}$ 1, quod prouenit ex 7 diuisis in 4; quia radice in se multiplicata proueniunt $\frac{1}{16}$ 3 pro quesito numero.

Item est numerus, de quo proieci quartam ipsius; residuumque multiplicaui 4 (*sic*) radices eius, et prouenit septuplum illius: et quia ex multiplicatione de $\frac{3}{4}$ quesiti numeri in 4 radices eius prouenit septuplum eius; si multiplicatur pars extracta, scilicet $\frac{1}{4}$, per 4 radices predictas, prouenit duplum eiusdem numeri: ergo si multiplicabitur numerus quesitus per 4 radices eius, nimirum proueniet ottuplum eiusdem numeri: ergo 4 radices equantur denariis 8; ergo radix quesiti numeri est 2; et ipse numerus est 4.

Item numerus est, de quo proieci 4 radices ipsius; et de residuo accipi (*sic*) $\frac{1}{4}$; et fuit equale radicibus 4: ergo cum $\frac{1}{4}$ pars residui equatur 4 radicibus, totum ergo residuum equabitur radicibus 16; quibus si addantur radices 4, que fuerunt proiecte, totus numerus quesitus equabitur 20 radicibus: quare radix eius est 20, et ipse numerus est 400.

Item est numerus, de quo proiecci 3 radices ipsius; et quod remansit, fuit radix quadrupli ipsius numeri: pro quadruplo predicto accipe radicem de 4, que est 2; et adde eam cum 3, propter tres radices, erunt 5, que sunt radix numeri quesiti; et ipse numerus est 25.

Rursus est numerus, quo multiplicato per $\frac{2}{3}$ ipsius, proueniunt 5: dic ergo; cum ex multiplicatione predicta uenient 5; si multiplicabitur idem numerus per terciam ipsius, prouenient $\frac{1}{2}$ 2: ergo si numerus multiplicabitur in se, faciet $\frac{1}{2}$ 7; ergo ipse numerus est radix de $\frac{1}{2}$ 7: nam si uis scire, qualiter ipse multiplicetur per $\frac{2}{3}$ ipsius, multiplica ipsum in se, erunt $\frac{1}{2}$ 7; et multiplica $\frac{2}{3}$ ipsius in se, erunt $\frac{4}{9}$: quas partes accipe de $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{1}{3}$ 3; que multiplica per $\frac{1}{2}$ 7, uenient 25; quorum radix, scilicet 5, est summa quesite multiplicationis, ut oportet.

Item est numerus, de quo extracta tercia ipsius, et denariis 6, residuum, si in se multiplicabitur, reddet dupplum ipsius numeri: quamuis hec ad unam ex 6 regulis algebre produci ualeat, tamen qualiter proportionaliter fieri debeat, indicabo (1): sit itaque numerus quesitus linea *.a.b.*; de quo auferatur linea *.b.g.*, que sit tercia numeri *.a.b.*, remanebit numerus *.a.g.* $\frac{2}{3}$ numeri *.a.b.*; de quo etiam | auferatur linea *.g.d.*, que sit 6, remanebit

« proportionaliter . . . auferatur » (fol. 195 *verso*, lin. 38; pag. 423, lin. 36 e 37).

fol. 196 *recto*.

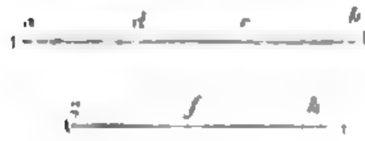
(1) Nel margine inferiore della carta 195 *verso* del Codice Magliabechiano C. I. 2616 si trova scritto ciò che segue: « Ad regulam algebre reducitur sic: pone pro numero rem; de qua abice tertia rei, et denarios 6, remanent $\frac{2}{3}$ rei, minus denariis 6; que multiplica in se, uenient $\frac{4}{9}$ census, et denarii 36, minus rebus 8, que equantur duabus rebus, scilicet duplo ipsius numeri: redige hec omnia ad unum censum; et habebis, quod unus census, et denarii 81 equantur rebus $\frac{1}{2}$ 22: procede ergo per 5am regulam, hoc est multiplica hec omnia per quartam nouenari, quod est super uirgam, hoc est per $\frac{1}{4}$ 2; et inuenies pro toto numero 18, idest pro linea *a.b.* »

Digitized by Google

ergo numerus .*a.d.*, qui est radix ex duplo numeri .*a.b.*: quare reperiendus est numerus, qui cum multiplicatus fuerit per numerum .*a.g.*, hoc est per $\frac{2}{3}$ totius linee, faciat duplum numeri .*a.b.*, eritque 3: ergo multiplicatio numeri .*a.g.* in 3 equatur multiplicationi numeri .*a.d.* in se: ergo est sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*a.d.* ad 3, maior est .*a.g.* quam .*a.d.*; maior ergo .*a.d.* quam 3: auferantur itaque 3 ex numero .*a.d.*; sitque .*a.e.*; et quoniam est sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*a.d.* ad .*a.e.*; erit ergo cum diuiseris sicut notus .*g.d.* ad .*d.a.*, ita .*d.e.* ad .*e.a.* notum: multiplicabis ergo .*g.d.* notum in .*a.e.* notum, scilicet 6 per 3, erunt 18; quibus equatur multiplicatio .*e.d.* in .*a.d.*: quare si superaddatur quadratus medietatis numeri .*a.e.*, silicet $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{1}{4}$ 20; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 4, adde medietatem numeri .*a.e.*, que est $\frac{1}{2}$ 1, ueniunt 6 pro numero .*a.d.*: cui addantur 6, scilicet numerus .*d.g.*, erit numerus .*a.g.* 12, que sunt $\frac{2}{3}$ numeri .*a.b.*: multiplicentur ergo 12 per 3, et diuidantur per 2; uel super 12 addatur medietas eorum, uenient 18 pro toto numero .*a.b.* Et si proponatur, quod ex ductu .*a.d.* in se proueniat numerus .*a.b.* cum augmento denariorum 18; inuenies numerum, quo multiplicato per numerum .*a.g.*, faciat equale numeri .*a.b.*; eritque $\frac{1}{2}$ 1, qui sit linea .*a.e.*: ergo ex .*a.e.* in .*a.g.* prouenit numerus .*a.b.*; ergo si ex ipsa multiplicatione auferatur multiplicatio ex .*a.e.* in .*d.g.*, silicet ex $\frac{1}{2}$ 1 in 6, remanebit multiplicatio .*a.e.* in .*a.d.* equalis numero .*a.b.*, diminutis inde 9: sed ex .*a.d.* in se prouenit 18 ultra numerum .*a.b.*; ergo multiplicatio .*a.d.* in se superat multiplicationem ex .*a.e.* in .*a.d.* in 27: sed multiplicatio .*a.d.* in se equatur duabus multiplicationibus, que sunt ex .*a.e.* in .*a.d.*, et ex .*e.d.* in .*a.d.*; ergo multiplicatio .*e.d.* in .*a.d.* est 27; cui addatur quadratus medietatis numeri, scilicet $\frac{9}{16}$, erunt $\frac{9}{16}$ 27; super quorum radicem, que est $\frac{1}{4}$ 5, si addideris $\frac{3}{4}$, scilicet dimidium numeri .*a.e.*, uenient 6 pro numero .*a.d.*; super quem si addideris numerum .*d.g.*, erunt 12 pro numero .*a.g.*; super quem si addideris dimidium eius, erit totus numerus .*a.b.* 18.

Adhuc est numerus, de quo proieieci (*sic*) terciam eius, et denarios 6; et quod remansit multiplicaui per 5; et rediit idem numerus (1): sit itaque linea .*a.b.* numerus quesitus, cuius tercia sit .*b.c.*; et .*c.d.* sit 6; et linea .*g.h.* sit 5; et auferatur ex .*g.h.* numerus .*g.f.*, qui sit $\frac{1}{2}$ 1, in quo multiplicatur numerus .*a.c.*, hoc est $\frac{2}{3}$, facit numerum .*a.b.*; et .*a.d.* in .*g.h.* facit similiter numerum .*a.b.*, hoc est unum, idest totam lineam: quare est sicut .*c.a.* ad .*d.a.*, ita .*h.g.* ad .*f.g.*: erit ergo cum diuidetur, sicut .*c.d.* primus ad .*d.a.* secundum, ita .*h.f.* tercius ad .*f.g.* quartum: ergo multiplicatio .*c.d.* in .*f.g.*, silicet de 6 in $\frac{1}{2}$ 1; que multiplicatio est 9, equatur multiplicationi .*d.a.* ingnoti in .*h.f.* notum: quare si diuidantur 9 per .*h.f.*, silicet per $\frac{1}{2}$ 3, uenient $\frac{4}{7}$ 2 pro numero .*a.d.*; cui si addatur numerus .*d.c.*, erit .*a.c.* $\frac{4}{7}$ 8; super que si addatur dimidium eorum, silicet .*c.b.*, que est $\frac{1}{3}$ pars, cum tertia unius numeri sit medietas residui, uenient $\frac{6}{7}$ 12 pro toto numero .*a.b.*

« primus ad ... .a.d.» cum » (fol. 196 recto, lin. 29-31; pag. 424, lin. 32-35).



(1) Nel margine inferiore della carta 196 *recto* del Codice Magliabechiano C. I. 2616 trovasi scritto ciò che segue: « ·|. Nota, quod ad regulam algebre sic reducitur: pone pro quesito numero rem; de qua abice tertiam rei, et » denarios 6, remanet $\frac{2}{3}$ rei, minus denariis 6; que multiplica per 5, et uenient res $\frac{1}{3}$ 3, minus denariis 30, » que equatur quesitum numerum, uidelicet rem: quare da unicuique parti denarios 30. Et habebis, quod rex » (*sic*) 3, et tertiam rei equatur unam rem, et denarios 30: de quibus undique abice res (*sic*) unam. Et remanebit, quod 2 res, et tertiam rei equatur denariis 30: ergo rem (*sic*) ualet denarios $\frac{6}{7}$ 12 pro quesito. »

Fra le linee 27 e 28 del medesimo *recto* trovasi: « .| hoc est unum, idest tota linea ».

Digitized by Google

Ex (*sic*) si ex .*a.d.* in 5, scilicet in .*g.h.*, proueniant 24 ultra numerum .*a.b.*; erit tunc multiplicatio .*g.f.* in .*a.d.* nouem, minus multiplicatione .*g.f.* in .*a.c.*; que 9 proueniunt ex .*g.f.* in .*d.c.*, hoc est ex $\frac{1}{2}$ 1 in 6 : ergo ex .*g.f.* in .*a.d.* proueniunt 9 diminuta de numero .*a.b.*; que si addantur super 24, erunt 33, que proueniunt ex .*f.h.* in .*a.d.* : quare si diuidantur 33 per $\frac{1}{2}$ 3, scilicet per .*f.h.*, uenient $\frac{5}{7}$ 9 pro numero .*a.d.*; quare numerus .*a.c.* est $\frac{5}{7}$ 15: quibus si addatur dimidium eorum, scilicet $\frac{5}{7}$ 7, erunt $\frac{4}{7}$ 23 pro toto numero .*a.b.*|

In quadam negotiatione quidam habuit libras 12 capitalis, cum quibus lucratus est aliquid in mensibus tribus, super quod totum, scilicet super capitale et lucrum, quidam alius addidit libras 11; et cum his omnibus lucratus est proportionaliter, secundum quod lucratus fuerat primum (*sic*), et in capite duodecim mensium lucratus est aliquid aliud; et fuit totum lucrum duodecim mensium, et trium libre 9; queritur, quot ex ipso lucro cadat unicuique ipsorum, uel quot lucrabatur in unoquoque mense per libram. Ponam pro libris 12 lineam .*a.b.*, ex (*sic*) pro lucro earum trium mensium lineam .*b.c.*; et iaceat linea .*e.g.* equalis linee .*a.c.*; et auferam ab ea lineam .*f.g.* equalem linee .*b.c.*, remanebit .*e.f.* equalis linee .*a.b.*; et addam linee .*e.g.* lineam .*d.e.*, que sit 11; erit ergo tota .*d.f.* 23; et sit .*g.h.* lucrum numeri .*d.g.* in uno anno; erit ergo coniunctum ex .*g.h.*, et .*b.c.* 9 : et quia annus quadruplus est trium mensium, accipiam ex .*g.h.* quartam eius, que sit .*g.i.*; erit ergo .*g.i.* lucrum in tribus mensibus totius numeri .*d.g.* : quare proportionaliter est sic .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*d.g.* ad .*g.i.*; et quia numerus .*g.h.* quadruplus est numeri .*g.i.*; erit sicut .*a.b.* ad .*b.c*, ita quadruplum ex .*d.g.* ad .*g.h.* fol. 196 verso.

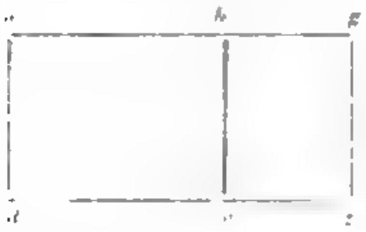
Permutatim ergo sicut quadruplum ex .*d.g.* ad .*a.b.*, ita .*g.h.* ad .*b.c.* Cumiunctim ergo sicut quadruplum ex .*d.g.* cum .*a.b.* ad .*a.b.*, ita cumiunctum ex .*g.h.*, et .*b.c.* ad .*b.c.* Cum enim .IIII.^{or} quantitates proportionales sunt, erit multiplicatio prime in quartam, sicut multiplicacio secunde in terciam. Quare quod fit ex coniuncto quadrupli .*d.g.* cum .*a.b.* in .*b.c.*, est sicut illud, quod fit ex .*a.b.* in cumiunctum ex .*g.h.* cum .*b.c.* Est enim .*a.b.* 12, et .*g.h.* cum .*b.c.* sunt 9; quorum multiplicatio surgit in 108. Ergo multiplicatio cumiuncti ex quadruplo .*d.g.*, cum .*a.b* in .*b.c.* surgit similiter in 108: deinde ut reducatur hec questio ad unam ex questionibus algebre, ponam lucrum .*b.c.* rem; quare et .*f.g.* erit similiter res : ergo quadruplum totius .*d.g.* est 92, et .IIII.^{or} res; cum quibus si addatur numerus .*a.b.*, qui est 12, erit cumiunctio quadrupli .*d.g.* cum .*a.b* 104, et quatuor res. Que omnia multiplicata in .*b.c.*, scilicet in rem, faciunt .IIII.^{or} census, et 104 radices, que equantur libris 108. Quare quarta pars eorum, scilicet census, et radices 26 equantur quarte de 108, scilicet 27. Vnde si dimidium radicum in se multiplicabitur, surget in 169; cum quibus additis 27, faciunt 196; de quorum radice, scilicet de 14, si auferatur dimidium radicum suprascriptarum, remanebit 1 pro quantitate rei: ergo .*b.c.* cum sit res, est libra 1; qua diuisa per menses 3, ueniet pro lucro duodecim librarum in uno mense denarii 80; quibus diuisis per libras 12, uenient denarii $\frac{2}{3}$ 6; et tot lucrabatur per libram in uno quoque mense: deinde ut habeatur contingentis (*sic*) unicuique, addam .*b.c.* super .*a.b.*, prouenient libre 13; super quas addam lucrum ipsarum duodecim mensium, quod est librarum 4, et soldorum 6, et denariorum 8, uenient in summa libre $\frac{1}{3}$ 17 pro portione

Digitized by Google

capitalis, et lucri primi hominis; de quibus si auferatur capitale ipsius, scilicet libre 12, remanebunt pro lucro ipsius libre $\frac{1}{3}$ 5; reliquum, scilicet libre $\frac{2}{3}$ 3, remanet pro lucro unius anni contigente ei, qui miserat 11. |

fol. 197 recto.

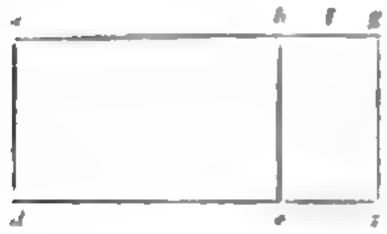
• rectarum .... superficies » (fol. 197 recto, lin. 5-8 e 9; pag. 426, lin. 7-10).



Ixueniat quis numerum, quo multiplicato in se, et in radicem de 10, faciat nonuplum ipsius numeri: ponam pro ipso numero rem, que sit linea .a.b.; et addam ei lineam .b.g., que sit radix de 10; et ordinabo super rectam .a.b. quadratum .d.b., et per punctum .g. protraham lineam .g.z. equidistantem utrique rectarum .b.e., et .a.d.; et ducam rectam .d.e. in punctum .z.; et erit tota superficies .d.g. recti angula nonuplum numeri .b.a. hoc modo: ex ductu quidem .b.a. in se prouenit tetragonum .b.d.; et ex ductu .e.b. in .b.g., hoc est .b.a. in .b.g., prouenit superficies .e.g.: ergo ex ductu .b.a. in se, et in radicem de 10 prouenit superficies .d.g., que est nonuplum numeri .b.a., hoc est numeri .d.a.: et quia .b. posumus (*sic*) rem esse; erit ergo et .d.a. res, scilicet radix; et tota superficies .d.g., cum sit nonuplum numeri .d.a., equabitur 9 radicibus; quare tota .g.a. est 9: de quibus si auferatur recta .g.b., que est radix de 10, remanebit pro quesito numero .b.a. 9, minus radice de 10.

Et si dicatur, quod ex ductu .a.b., scilicet numeri duti in se, et in radicem de 10, proueniat nonuplum quadrati, quod fit a numero .b.a.; ponam iterum .b.a. rem; et ex ductu eius in se prouenit census .b.d.; et ex ductu .b.a., hoc est .b.e. in .b.g., que est radix 10, prouenit radix 10 censuum; quia multiplica (*sic*) radix in se, fecit censum; et radix 10 in se, facit 10: multiplica ergo 10 in censum, et prouenient 10 census; quorum accipe radicem, et erit radix 10 censuum, que est superficies .e.b.g.: ergo census, et radix decupli ipsius est nonuplum ipsius census, hoc est quod equantur 9 censibus: communiter si auferatur census, remanebit radix 10 censuum, equalis 8 censibus, hoc est superficies .e.g. est octuplum tetragoni .b.d.: ergo est sicut 8 ad 1, ita superficies .e.g. ad quadratum .d.b.: sed sicut superficies .g.e. ad quadratum .b.d., ita numerus .g.b. ad numerum .b.a.: ergo est sicut 8 ad 1, ita .g.b. ad .b.a.: sed .b.g. est nota, cum sit radix de 10; ergo si multiplicauerimus radicem de 10 in 1, et diuiserimus per 8, uenient utique radix de $\frac{10}{64}$ unius dragme pro numero .b.a.: quare quadratum .b.d. est $\frac{10}{64}$ unius dragme. Nam ex ductu .e.b. in .b.g., scilicet ex radice de $\frac{10}{64}$ in radicem de 10, ueniunt radix $\frac{100}{64}$; que radix est $\frac{10}{8}$, hoc est dragme $\frac{1}{4}$ 1; qui denarius $\frac{1}{4}$ 1 procul dubio occuplum est de $\frac{10}{64}$, hoc est quadrati .b.d.

• sunt, inuenimus ... superficies .d.g. » (fol. 197 recto, lin. 29-32, pag. 426, lin. 33-37).



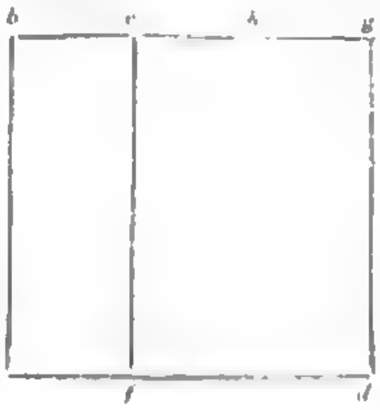
Item est numerus, quo multiplicato in se, et in radicem de 10, proueniunt 20: ergo per ea, que dicta sunt, inuenimus, si pro ipso numero ponimus rem; quare census, et radix 10 censuum equatur 20: et tunc si ponamus suprascriptam lineam, inuenies, quod census, et tot radices eius, quot unitates sunt in radicibus de 10, equantur 20: quare diuidam rectam .g.b. in duo equa super punctum .I.; et erit recta .I.b. radix quarte partis de 10, scilicet de $\frac{1}{2}$ 2; et tota superficies .d.g. est 20, que prouenit ex .d.a. in .a.g., hoc est ex .b.a. in .g.a.: quibus 20 si addatur quadratus linee .I.b., scilicet $\frac{1}{2}$ 2, uenient $\frac{1}{2}$ 22 pro quadrato linee .I.a.: quare si ex $\frac{1}{2}$ 22 auferatur radix de $\frac{1}{2}$ 2, scilicet ex .I.a. tollatur .I.b., remanebit radix de 10 pro numero .b.a.: ergo tota .g.a. est radix de 40, que duabus radicum (*sic*) de 10 equatur. Nam si ducatur .b.a. in se, proueniunt 10; et ex ductu .b.a. in .b.g. proueniunt alia 10; cum una queque ipsarum sit radix de 10.

Digitized by Google

Multiplicaui occuplum radicis cuiusdam numeri per triplum radicis ipsius, et prouenienti | summe addidi denarios 20; et fuit totum illud equale quadrato ipsius: pone siquidem pro ipso numero rem; quare pro occuplo radicis ipsius habebuntur octo radices ipsius; et pro triplo radicis eius habebuntur radices 3; et ex multiplicatione octo radicum ipsius in tres eius ueniet uiguplum quadruplum ipsius numeri. Et quia possumus (*sic*) ipsum numerum esse rem, ueniet ex dicta multiplicatione radices 24; quibus si addatur 20, erunt 24 res, et denarii 20, que equantur censui, scilicet quadrato quesiti numeri: quare dimidia radices, erunt 12; quibus in se ductas (*sic*), erunt 144; quibus adde 20, erunt 164; super quorum radice adde medietatem radicum, et habebis radicem de 164, et denarios 12 pro quesito numero; qui numerus est binomium quintum. Quod binomium, si multiplicauerimus per 24, et addiderimus 20, equabitur multiplicationis (*sic*) ipsius binomii in se. fol. 197 verso

Et si dicatur: multiplicaui radicem occupli cuiusdam numeri in radicem tripli eius; et prouenienti summe addidi 20, et ex hoc toto prouenit quadratum ipsius numeri; ponam pro ipso numero lineam *.b.g.*, et describam super ipsam tetrogonum (*sic*) *.b.d.*; et auferam ab eo superficiem *.b.f.*, que sit 20, remanebit superficies *.f.g.* equalis multiplicacioni radicis occupli numeri *.b.g.* in radicem tripli eius; que multiplicatio est radix uigupli quadrupli quadrati *.b.d.*: ergo ex ductu *.f.e.*, hoc est *.b.g.* in *.e.g.*, prouenit numerus multiplicationis radicis occupli numeri *.b.g.* in radicem tripli eius. Sed ex multiplicatione occupli numeri *.b.g.* in triplum eius prouenit uiguplum quadruplum quadrati *.b.d.*; quod etiam prouenit ex quadrato *.b.d.* ducto in 24. Quare si multiplicauerimus radicem de 24 pro radicem (*sic*) quadrati *.b.d.*, scilicet pro numerum (*sic*) *.b.g.*, proueniet radix uigupli quadrupli quadrati *.b.d.*; quod idem prouenit ex *.e.g.* in *.b.g.*: ergo *.e.g.* est radix de 24; que si diuidatur in duo equa supra punctum *.h.*, erit utique *.e.h.* radix quarte partis de 24, scilicet de 6. Et quia ex ductu *.b.e.* in *.e.f.*, hoc est ex *.b.e.* in *.b.g.*, proueniunt 20; quibus si addiderimus quadratum numeri *.e.h.*, quod est 6, habebietur 26 (*sic*) pro quadrato linee *.b.h.*: ergo numerus *.b.h.* est radix de 26. Cui si addatur numerus *.h.g.*, habebitur pro quesito numero *.b.g.* radix de 26, et radix de 6; que nomina faciunt binomium sextum; quod binomium in se multiplicatum faciunt 32, et radicem de 624 pro quantitate numeri *.b.d.* : de quibus si auferatur superficies *.b.f.*, que est 20, remanebunt pro superficie *.f.g.* 12, et radicem de 624; que etiam habebuntur ex ductu radicis de 24 in radices de 26, et de 6. Nam ex ductu radicis de 24 in radicem de 6 ueniunt 12; et ex radice de 24 in radicem de 26 prouenit radix de 624, ut opportet.

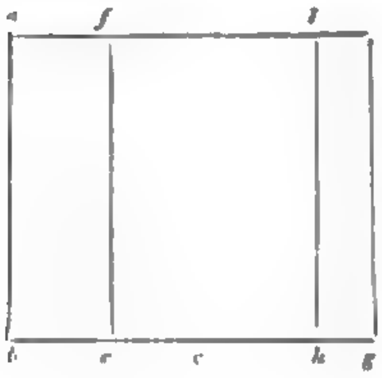
* superficiem .... in b.g. * (fol. 197 verso, lin. 14-21; pag. 427, lin. 16-24).



Rursus multiplicaui radicem sexupli cuiusdam aueris in radicem quincupli eius, et addidi decuplum ipsius aueris, et denarios 20; et fuerunt hec omnia sicut multiplicatio ipsius aueris in se: ponam pro ipso auere rem; et multiplicabo radicem sexupli eius in radicem quincupli eius, hoc est radicem 6 rerum in radicem 5 rerum, proueniet radix 30 censuum; quia cum multiplicatur res in rem facit census: ergo cum multiplicatur radix rei in radicem rei prouenit radix census: deinde addam super radicem 30 censuum decuplum unius rei, et denarios 20; et habebo 10 res, et radicem 30 censium, et denarios 20, que equatur multiplicationi rei in se, | hoc est census. fol. 198 recto
In hac cadit regula radicum, et numeri, que equantur censui. Ad hoc itaque demon-

Digitized by Google

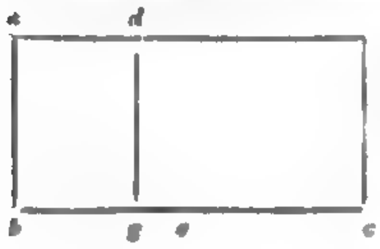
* latus est .... ergo .b. a (fol. 196 *recto*, lin. 3-10; pag. 428, lin. 1-10).



strandum, adiaceat quadratum equilaterum, et equiangulum .*a.g.*, cuius latus est .*b.g.*; et ponam .*b.g.* rem; ergo quadratum .*a.g.* est equale radici 30 censuum, et 10 radicibus, et 20 dragmis: quare absidamus a quadrato .*a.g.* superficiem rectianregulam (*sic*) .*a.e.*, que sit radix 30 censium; et extra (*sic*) superficie .*f.g.* auferatur superficies .*f.h.*, que sit equa 10 radicibus census .*a.g.*; quare .*e.h.* est 10, remanebit ex toto quadrato .*a.g.* superficies .*i.g.*, que erit 20. Et quoniam superficies .*a.e.* est radix 30 censium; et prouenit ex multiplicatione .*a.b.* in .*b.e.*; et .*a.b.* est res, necessario sequitur, .*b.e.* radicem esse de 30; quia ex multiplicatione rei in radicem numeri prouenit radix census: ergo ex multiplicatione rei in radicem de 30 prouenit radix 30 censuum: addamus ergo .*b.e.* cum .*e.h.*; et erit tota .*b.h.* 10, et radix de 30, que est binomialis quarta; et diuidamus eam in duo equa ad punctum .*c.*; et erit una queque linearum .*b.c.*, et .*c.h.* 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 7. Et quia superficies .*i.g.* est 20, que prouenit ex ductu .*i.h.* in .*h.g.*, hoc est ex .*b.g.* in .*h.g.*; si super 20 addamus multiplicationem ex .*c.h.* in se, que est $\frac{1}{2}$ 32, et radix de 750, habebitur pro quadrato linee .*c.g.* $\frac{1}{2}$ 52, et radix de 750: ergo .*c.g.* est radix de $\frac{1}{2}$ 52, et radicis de 750; cui si addamus lineam .*c.b.*, habebitur pro tota .*b.g.*, scilicet pro quesito auere, radix de $\frac{1}{2}$ 52, et radicis de 750, et denarii 5, et radix denariorum $\frac{1}{2}$ 7; que omnia sunt secundum propinquitatem circa $\frac{3}{5}$ 16.

Diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam in aliam; et quod prouenit diuisi per differentiam, que est inter utramque partem; et prouenit radix 6: pone pro una illarum duarum partium rem, et pro alia 10, diminuta re; et multiplica unam in aliam, et uenient 10 res, diminuto censu; que diuide per differentiam, que est inter utramque partem, scilicet per 10, diminutis duabus rebus, prouenit utique radix 6. Sed quando multiplicatur id, quod prouenit ex aliqua diuisione, in diuidentem numerum, prouenit numerus diuisus semper: ergo si multiplicauerimus radicem de 6 in 10, minus duabus rebus, prouenit 10 res, diminuto censu. Sed ex multiplicatione radicis de 6 in 10, minus duabus rebus, prouenit radix de 600, diminuta radice 24 censuum, que equantur 10 rebus, diminuto censu: adde ergo utrique parti censum, et radicem 24 censium, et ueniet census, et radix 600, que equantur 10 rebus, et radici 24 censuum: in hoc equantur radices censui, et numero; quod ostendam in figura: ponam rectam .*a.b.* rem, et aplicabo ei superficiem recti angulam .*a.c.* continentem censum predictum, et radicem 600 denariorum; et quia inuenimus, hec equari 10 rebus, et radici 24 censuum, erit linea .*b.c.* 10, et radix 24; quia cum multiplicatur res in 10, et radice de 24, proueniunt 10 res, et radix 24 censuum, que equantur superficiei .*a.c.*, scilicet censui, et radici sexcentorum: quare si absidamus de superficie .*a.c.* quadratum equilaterum, et equiangulum .*a.g.*, qui erit census, remanebit superficies .*d.c.* radix sexcentorum; que radix prouenit ex .*d.g.* in .*g.c.*, hoc est ex .*b.g.* in .*g.c.* Vnde si diuiserimus lineam .*b.c.* in duo equa ad punctum .*e.*, erit multiplicatio .*b.g.* in .*g.c.* cum quadrato linee .*e.g.*, sicut quadratus linee .*b.e.* Vnde si a quadrato linee .*b.e.* auferatur superficies, que fit ex .*b.g.* in .*g.c.*, remanebit | quadratus linee .*g.e.*: est enim .*b.e.* 5, et radix 6, scilicet medietas 10, et radicis 24: quare ex .*b.e.* in se prouenerit 31, et radix $\frac{\text{ram}}{600}$; de quibus si auferatur id quod prouenit ex .*b.g.* in .*g.c.*, quod est radix 600, remanebunt 31 pro quadrato linee .*g.e.*: ergo linea .*g.e.* est radix

* ostendam in . . . . censuum, que a (fol. 196 *recto*, lin. 29 e 30-33; pag. 428, lin. 30-34).



fol. 196 *verso*.

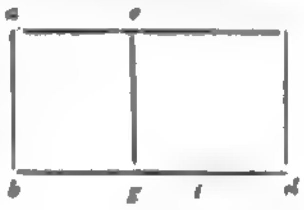
Digitized by Google

31; que si auferatur ex *.b.e.*, remanebit *.b.g.* 5, et radix 6, minus radice 31, que sunt res, scilicet una partium de 10; que si auferatur ex 10, remanebunt pro alia parte 5, et radix 31, minus radice de 6 : quibus duabus partibus insimul multiplicatis faciunt radicem 744, minus denariis 12; quia ex ductis 5 in 5 ueniunt 25; et ex ductu radicis 6 in radicem 31 additis prouenit una radix de 186 addita ; et ex ductu radicis 6 diminute in radicem 31 diminutam prouenit alia radix addita de 186 ; et sic habemus 25, et duas radices de 186, hoc est 25, et unam radicem de 744: de quibus si auferamus multiplicationem radicis 6 adite in radicem 6 diminutam, et multiplicationem radicis 31 addite in radicem 31 diminutam, que faciunt 37 integra , remanebit radix de 744, minus integris 12; multiplicationis (*sic*) uero radicis 6 addite in 5, et radices 31 addite in 5 relinquimus, opponentes eas multiplicationibus de 5 in radicem 31 diminutam, et radices 6 diminute in 5: deinde, si ex (*sic*) acceperimus differentiam, que est inter utramque partem, que est 2 radices de 31 , minus duabus radicibus de 6 ; et multiplicauerimus eam in radicem de 6, nimirum reddibit radix de 744, diminutis 12 dragmis; que ex multiplicatione radicis de 6 in duabus radicibus de 6 diminutis proueniunt 12 diminuta.

• insimul .... radices de 6 (fol. 198 *verso*, lin. 6 e 7-10; pag. 429, lin. 3-7).

Item diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum in radice 8 , et aliam in se; et proieciit quod prouenit ex multiplicatione unius partis in radicem de 8 ex eo quod prouenit ex multiplicatione alterius partis in se ; et remanserunt denarii 40. Pone pro una parcium rem, et pro alia 10, diminuta re; et multiplica rem in radicem 8, et prouenit radix 8 censium. Et multiplica 10, minus re, in se, erunt 100, et census, diminutis 20 rebus: abice ergo ex hiis radicem 8 censium, remanebunt 40; ergo radix 8 censium, et 40 equantur censui, et 100, diminutis 20 rebus: adde ergo 20 res utrique parti , et tolle ab utraque parte denarios 40, remanet census, et denarii 60 equales 20 radicibus, et redici (*sic*) 8 censuum: dimidia ergo radices, erunt 10, et radix de 2; que multiplica in se, erunt 102, et radix 800; de quibus abice 60, que sunt cum censu, remanebunt 42 radice (*sic*) de 800; quorum radix (*sic*) abice de medietate radicum, remanebunt 10, et radix de 2, diminuta radice de 42, et radicis de 800 pro quantitate rei: residium (*sic*) quod est usque in 10, silicet radix de 42, radicis 800, diminuta radice de 2, est alia pars, que multiplicata fuit in se. Et est hec operatio, que antecedentem figuram (*sic*): uel aliter, pone pro prima parte rem, et pro alia 10, diminuta re; et multiplica rem in se, et prouenit census, et 10 diminuta; rem multiplica per radicem 8, et uenict radix de 800, diminuta radice, et 8 censuum; super que adde 40, in quibus superat hec, et erit radix 800, et 40, diminuta radice 3 censuum, que equentur censui: adde ergo radicem 8 censuum utrique parti, et erit census, et radix 8 censuum, que equantur denariis 40, et radici de, et 2 sic 80 (*sic*). In hac census, et radices equantur numero; quod per figuram | geometricam demonstrare curaui. Ponam superficiem *.a.d.* equalem censui, et radici 8 censuum; et auferatur ab ea census *.a.g.*, remanebunt superficies *.e.d.* radix 8 censuum, et prouenit ex ductu *.g.e.* in *.g.d.*, et est *.g.e.* res; quare *.g.d.* est radix 8 denariorum: et quia census, et radix 8 censuum, scilicet superficies *.a.d.*, equantur 40 dragmis, et radici 800; ergo superficies *.a.d.* est 40, et radix de 800; et prouenit ex *.a.b.* in *.b.d.*, hoc est ex *.b.g.* in *.b.d.*: diuidatur ergo recta *.g.d.* in duo equa ad punctum *.i.*, cui iacet in directo recta *.b.g.*; quare superficies

fol. 199 *recto*.
• geometricam .... quare *.g.d.* • (fol. 199 *recto*, lin. 1-3; pag. 429, lin. 37-40).



Digitized by Google

.b.g. in *.b.d.*, scilicet 40, et radix de 800, cum quadrato linee *.i.g.*, quod est 2, equantur quadrato linee *.b.i.*: ergo quadratum *.b.i.* est 42, et radix 800: quare *.b.i.* est radix de 42, et radicis 800; de qua si auferatur recta *.g.i.*, que est radix de 2, remanebunt pro recta *.b.g.*, scilicet pro re, radix de 42, et radicis 800, minus radice de 2, ut per alium modum inuenimus.

Item diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum in radicem de 10, et aliam in se; et que prouenerunt, fuerunt equalia: ponam unam duarum partium rem, et aliam 10, minus re; et multiplicabo rem in radicem de 10, et prouenit radix 10 censuum; et ex 10, minus re in se prouenit census, et denarii 100, minus 20 rebus, que equantur radici 10 censuum: quare adde utrique parti 20 res, erunt 20 res, et radix 10 censuum equales censui, et denariis 100: dimidia ergo radices, et erunt 10, et radix de $\frac{1}{2}$ 2; que multiplica in se, erunt $\frac{1}{2}$ 102, et radix 1000 denariorum; de quibus abice 100, remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, et radix 1000 denariorum; quorum radicem abice ex 10, et ex radice $\frac{1}{2}$ 2, remanebunt pro prima parte 10, et radix de $\frac{1}{2}$ 2, minus radice de $\frac{1}{2}$ 2, et radix radicis 1000 denariorum: quare secunda pars erit radix de $\frac{1}{2}$ 2, et radicis 1000 denariorum, diminuta radice denariorum $\frac{1}{2}$ 2: quam partem inueniemus aliter: uidelicet multiplicabo rem in se, et ueniet census; et ex 10, minus re, in radicem de 10, ueniet radix de 1000, diminuta radice 10 censuum. Et sic census equatur radici 1000 denariorum, diminuta radice 10 censuum: abice utrique parti radicem 10 censuum, erit census, et radix 10 censuum, equales radici 1000 denariorum: dimidia ergo radicem 10 denariorum, et ueniet radix de $\frac{1}{2}$ 2; quam multiplica in se, et uenient denarii $\frac{1}{2}$ 2; quos adde cum radice de 1000, et abice ex eorum radice radicem de $\frac{1}{2}$ 2, remanebit radis de $\frac{1}{2}$ 2, et radix radicis 1000 denariorum, diminuta radice de $\frac{1}{2}$ 2, pro secunda parte, ut per alium modum inuenimus.

Super quoddam auere addidi denarios 10; et quod prouenit, multiplicaui in radicem de 5; quorum accepit radicem; et fuit sicut auere predictum: ponam pro ipso auere rem, cui addidi 10; et fuit quod prouenit res, et denarii 10; que multiplicata in radicem de 5, faciunt radicem 5 censuum, et radicem 500 denariorum; quorum radix equatur res: multiplica ergo rem in se, et prouenit census; et multiplica radicem radicis 5 censuum, et radicis 500 denariorum, que equantur censui; et sic census equatur radicibus, et numerorum (*sic*): dimidia ergo radices, ueniet radix de $\frac{1}{4}$ 1; quam multiplica in se, et ueniet denarios (*sic*) $\frac{1}{4}$ 1; que adde cum radice de 500, erunt $\frac{1}{4}$ 1, et radix de 500; super quorum radice adde radicem de $\frac{1}{4}$ 1, et habebis pro quantitate rei, scilicet pro quantitate quesiti aueris, radicem radicis de 500, et de denario $\frac{1}{4}$ 1, et radicem de denario $\frac{1}{4}$ 1.

Inter duas quantitates, quarum vna est maior, altera est 5; et multiplicaui maiorem quantitatem in decuplum eius; et eius quod prouenit, accepi radicem; et fuit
f. 199 verso. sicut multiplicatio minoris quantitatis in se: | pone pro maiori quantitate rem, et minor quantitas erit res, diminutis 5 dragmis; et multiplica rem in decuplum eius, et uenient 10 census; de quibus accipe radicem, et erit radix 10 censuum; et multiplica rem, diminutis 5, in se, prouenerunt census, et dragme 25, diminutis 10 rebus, que equantur radici 10 censuum: adde ergo res utrique parti, et erunt census, et 25 dragme equales 10 radicibus, et radici 10 censuum; et sic census, et numerus equantur radicibus: dimidia ergo radices, et erunt 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 2; que multiplica in se, et erunt $\frac{1}{2}$ 9,

Digitized by Google

et radix de 250; de quibus abice 25, que sunt cum sensu (*sic*), remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, et radix de 250; super quorum radice adde medietatem radicum 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 2, erunt 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 2, et radix radicis de 250, et dragmarum $\frac{1}{2}$ 2 pro quantitate rei, scilicet maioris quantitatis; de quibus si auferantur 5, habebitur minor quantitas.

Item sunt duo numeri, quorum unus excedit alterum in 5; et multiplicaui maiorem eorum in radicem de 8, et minorem in radicem de 10; et que prouenerunt, fuerunt equalia: pone pro minori numero rem, et maior erit res, et denarii 5: duc ergo rem in radicem de 10, prouenit radix 10 censuum: et multiplica rem, et denarios 5 in radicem de 8, ueniet radix 8 censuum, et radix denariorum 200, que equantur radici 10 censuum. Abice ergo ab utroque (*sic*) parte radicem 8 censuum; et erit radix 10 censuum, diminuta radice 8 censuum, equalis radici 200 denariorum. Multiplica ergo radicem 200 in se, uenient denarii 200; et multiplica radicem 10 censuum, diminuta radice 8 censuum, in se, erunt 18 census, diminuta radice 320 censuum census. Verbi gratia: sit quantitas *.a.b.* radix 10 censuum; et auferatur ab ea quantitas *.c.b.*, que sit radix 8 censuum, remanebit quantitas *.a.c.*, quam uolumus multiplicare in se: et quoniam quantitas *.a.b.* diuisa est ut libet in duo ad punctum *.c.*, erunt quadrata quantitatum *.a.b.*, et *.c.b.* equalia duplo superficiei *.c.b.* in *.a.b.*, et quadrato quantitatis *.a.c.*: quare si ex quadratis quantitatum *.a.b.* et *.c.b.* auferatur duplem superficiei ex *.c.b.* in *.a.b.*, remanebit quadratum quantitatis *.a.c.*; proueniunt enim 10 census ex *.a.b.* in se, et ex *.c.b.* in se proueniunt 8 census; et sic pro quadratis quantitatum *.a.b.*, et *.c.b.* habentur 18 census; de quibus si auferamus duplum superficiei ex *.c.b.* in *.a.b.*, quod est radix 320 censuum census, remanebunt pro quadrato quantitatis *.a.c.* 18 census, diminuta radice 320 censuum census, ut dictum est. Nam ex *.b.c.* in *.a.b.*, hoc est ex radice 8 censuum in radicem 10 censuum, prouenit radix 80 censuum census; cuius duplum sunt due radices 80 censuum census. Ex (*sic*) due radices 80 censuum census sunt una radix de 320 censuum census: et quia radix 10 censuum, diminuta radice 8 censuum, equatur radici 200 denariorum; et eorum quadrata similiter sibi inuicem equabuntur; quare 18 census, et radix 320 censuum census equantur 200 denariis. Reduc ergo hec omnia ad censum unum; et illud est, vt multiplices ea per $\frac{1}{2}$ 4, et per radicem de 20. Nam ex multiplicatione de $\frac{1}{2}$ 4, et radicis de 20 in 18 census, diminuta radice 320 censuum census, prouenit census, ut inferius demonstrabo. Et ex multiplicatione $\frac{1}{2}$ 4, et ra|dicis 20 in denarios 200 proueniunt 900, et radix 800000; ergo census equatur denariis 900, et radici 800000; quorum radix, que est 20, et radix de 500 erit res, hoc est minor numerus; cui si addantur 5, habebunt pro maiori numero 25, et radix 500 denariorum. fol. 200 recto.

Modus autem inueniendi radice (*sic*) de 900, et radicis 800000 est ut de quadrato medietatis 900, quod est 2020500, auferas quartam de 800000, remanebunt 2500; quorum radicem, que est 50, adde super 450, scilicet super medietate de 900, erunt 500; et de 4500 abice 400; et accipe radicem de 500, et de 400, et uenient 20, et radix de 500, ut pro primo numero inuentum est. Et si uis scire modum redicendi (*sic*) 18 census, et radicem 320 censuum census ad unum censum; considera quod quando aliquod

« Verbi gratia . . . . quantitas » (fol. 199 *verso*, lin. 21; pag. 431, lin. 13 e 14).

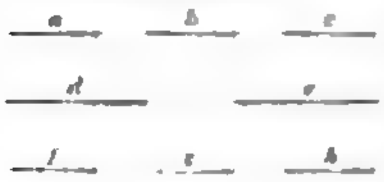
Presso la figura contenuta nel margine laterale esterno della presente carta 199 *verso* del Codice Magliabechiano C. I. 2616, a sinistra della linea *a c b*, si legge: « $\frac{18}{3}$ secundi ».

Digitized by Google

recisum multiplicatur in suum binomium, uel quando multiplicatur binomium aliquod in suum recisum, egreditur inde numerus ratiocinatus: dicimus enim, recisum 18, minus radice 320, cuius binomium est 18, et radix 320; quibus insimul multiplicatis faciunt 4; quia ex ductu 18 in se ueniunt 324 addita; et ex ducta radice 320 addita in radicem 320 diminutam ueniunt 320 diminuta; quibus extractis de 324 remanent 4 addita, vt diximus. Eodemque modo, si multiplicauimus 18 census, minus radice 320 censuum census, in suum binomium, scilicet in 18 census, et radicem 320 censium (*sic*) census, egredientur inde 4 censuum census. Vnde si diuiserimus 18 census, et radicem 320 censuum census per 4; et quod prouenerit multiplicauerimus in 18 census, minus radice 320, proueniet unus census; et quod prouenerit. scilicet 18, et radicem 320 multiplicauerimus in 18 census, diminuta radice 320 censuum census, egredientur inde 4 census tantum· quare si multiplicauerimus 18 census, minus radice 320 censuum census, in quartam de 18, et radicis 320, scilicet in $\frac{1}{2}$ 4, et in radicem de 20, nimirum unus census proueniet; et hoc quod uolui demonstrare.

Possumus aliter ad solutionem huius questionis uenire. Sed sunt quedam plus demonstranda, uidelicet cum fuerint tres quantitates continue proportionales in ea, quam habet aliqua alia data quantitas ad aliam quantitatem; erit multiplicatio minoris quantitatis illarum duarum quantitatum in coniunctum medie, et maioris illarum trium quantitatum, sicut multiplicatio maioris, erunt earumdem duarum quantitatum in coniunctum eiusdem medie, et minoris illarum trium quantitatum. Verbi gratia: sint tres quantitates .*a*.*b*.*c*. continue proportionales in ea quam habet quantitas .*d*. ad quantitatem .*e*.; et sit .*d*. minor quam .*e*.; et sit sicut .*d*. ad .*e*., ita .*a*. ad .*b*., et .*b*. ad .*c*.: dico, quod factum ex .*d*. in quantitates .*b*.*c*. est sicut factum ex .*e*. in quantitates .*a*.*b*.; quod sic probatur: quoniam est sicut .*a*. ad .*b*., ita .*b*. ad .*c*.; erit coniunctum sicut .*a*. et .*b*. ad .*b*., ita .*b*. et .*c*. ad .*c*.: permutatim ergo erit sicut quantitates .*a*.*b*. ad quantitates .*b*.*c*., Ita .*b*. ad .*c*.; sed sicut .*b*. ad .*c*., ita .*d*. ad .*e*.: ergo sicut .*d*. ad .*e*., ita quantitates .*a*.*b*. ad quantitates .*b*.*c*.: quare multiplicatio .*d*. coniunctim ex quantitatibus .*b*.*c*. equatur multiplicationi quantitatis .*e*. in coniunctum quantitatum .*a*.*b*., ut predixi: quibus intellectis, rediam ad questionem suprascriptam; et ponam .*d*. radix de 8, et .*e*. radix de 10; et .*f*. sit 8, et .*h*. sit 10; et esto sicut .*f*. ad .*h*., ita .*a*. ad .*c*.; et sit .*c*. quinque plusquam .*a*.; et ponam inter numeros .*f*.*h*. numerum .*g*. medium in proportione, et numerum .*b*. inter numeros .*a*.*c*.: dico pro primum (*sic*), numeros .*a*.*b*.*c*. proportionales esse in ipsa, | quam habet quantitas .*d*. ad quantitatem .*e*.; quoniam .*d*. se ipsam multiplicans, numerum .*f*. fecit, et .*e*. se ipsam multiplicans, numerum .*h*. fecit: et posita est .*g*. quantitas inter numeros .*f*.*h*. in proportione media; quare est sicut .*d*. ad .*e*., ita .*f*. ad .*g*., et .*g*. ad .*h*.; et est sicut .*f*. ad .*h*., ita .*h*.*a*. ad .*c*.: sed sicut .*f*. ad .*h*., ita quadratum, quod est a numero .*f*., ad quadratum, quod est a numero .*g*., sicuti in geometria patet: est enim similiter sicut .*a*. ad .*c*., hoc est sicut prima ad terciam, ita quadratum, quod est a prima .*a*., ad quadratum, quod est a secunda .*b*.: ergo quia est sicut .*f*. ad .*h*., ita .*a*. ad .*c*. erit sicut quadratum, quod est ab .*f*., ad quadratum, quod est a numero .*g*., ita quadratum, quod est ab .*a*., ad quadratum, quod est a numero .*b*.: quare erit sicut .*f*. ad .*g*., ita .*a*. ad .*b*.; sed .*f*. ad .*g*. est sicut .*d*. ad .*e*.; ergo est sicut .*d*. ad .*e*., ita .*a*. ad .*b*.; sed est sicut .*a*.

* miuoris .... ergo erit a (fol. 200 *recto*, lin. 27 e 28-32; pag. 432, lin. 20-25).



fol. 200 *verso*.

ad *.b.*, ita *.b.* ad *.c.*; ergo est sicut *.d.* ad *.e.*, ita *.a.* ad *.b.*, et *.b.* ad *.c.*: numeri ergo *.a.b.c.* cumtinui sunt in proportione, quam habet quantitas *.d.* ad quantitatem *.e.*: quare multiplicatio ex *.d.* in numeros *.b.c.* et (*sic*) sicut multiplicatio *.e.* in numeros *.a.b.*, ut superius demonstratum est. Sed qualiter inueniantur numeri *.a.b.*, demonstrare uolo: quoniam est sicut *.f.* ad *.h.*, ita *.a.* ad *.c.*; et *.h.* superat numerum *.f.* in 2; et numerus *.c.* numerum *.a.* in 5: est sicut 2 ad 5, ita *.f.* ad *.a.*, et ita *.h.* ad *.c.*: quare si multiplicaueris numeros *.f.h.* per 5, scilicet 8, et 10; et summas, que sunt 40 et 50, diuiseris per 2, habebis 20 pro numero *.a.*, et 25 pro numero *.c.*: et quia numeri *.a.b.c.* continue proportionales sunt, erunt multiplicatio numeri *.a.* in numerum *.c.*, que est 500, sicut multiplicatio numeri *.b.* in se: quare numerus *.b.* est radix de 500; et sic inuenimus, primum numerum esse 20, et radix de 500; et secundus numerus addit 5 super ipsum, et est 25, et radix de 500, ut per alium modum inuenimus: et notandum, quod si radices *.d.e.* sibi inuicem commensurabiles essent, ita quod proportio quadrati radicis *.d.* ad quadratum radices (*sic*) *.e.* esset sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum; essent itaque numeri *.a.b.* sibi inuicem commensurabiles; et coniunctum ex eis faceret numerum rationatum. Verbi gratia: sic (*sic*) *.d.* radix de 2, et *.e.* radix de 8, qui sunt quadrati radicum de *.d.e.*: est enim proportio de 2 ad 8 sicut proportio quadrati numeri 4 ad quadratum numerum 16.

• inuicem .... Verbi (fol. 200 *verso*, lin. 24; pag. 433, lin. 16 e 17).

d   e

Et quia uolumus inuenire duos numeros, quorum unus excedat alterum in 5; et sit multiplicatio maioris eorum in radice de 2, sicut multiplicatio minoris in radicem de 8; multiplicabimus 2, et 8, que sunt quadrati radicum *.d.e.*, per 5 predicta; et diuidemus que prouenerint per 6, que sunt differentiam (*sic*), que est inter 8 et 2, et habebimus pro numero *.a.* $\frac{2}{3}$ 1, et pro numero *.c.* habebimus $\frac{2}{3}$ 6: quare numerus *.b.*, qui est medius inter utrumque, est duplum de $\frac{2}{3}$ 1, scilicet $\frac{1}{3}$ 3; cuius etiam tercius numerus, scilicet $\frac{2}{3}$ 6, duplus existit. Vnde addamus numeros *.a.b.* in unum, habebimus 5 pro minori numero; et si addamus numerus *.b.c.* simul, scilicet $\frac{1}{3}$ 3, et $\frac{2}{3}$ 6, facient 10 pro maiori numero. Et est proportio coniunctorum *.a.b.* ad cumiunctos *.b.c.*, hoc est ad 10, sicut proportio *.d.* ad *.e.*: est enim radix de 2 medietas radicis de 8; et 5 similiter sunt medietas de 10; et sic in similibus studeas operari.

• que sunt ... $\frac{2}{3}$ 6 (fol. 200 *verso*, lin. 29 e 30; pag. 433, lin. 22 e 24).

a   b   c

$\frac{2}{3}$ 1 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{2}{3}$ 6

Mvltiplicaui quodam auere in duplum eius, et radici uenientis summe addidit 2; et illud totum multiplicaui per auere predictum, et prouenerunt inde denarii 20: pone pro ipso auere rem; et multiplica eam in duplum eius, et uenient duo census; quorum raddici adde 2, et habebis radicem duorum censuum, et denarios 2; que multiplica per rem, et proueniet radix duorum censuum census, | et due res, que equantur denariis 30: redige ergo radicem duorum censuum census ad censum vnum; et hoc est, ut multiplices illud per radicem de $\frac{1}{2}$. Quia cum multiplicatur radix duorum censuum census per radicem duorum censuum census, proueniunt duo census censuum. Vnde si diuiserimus radicem duorum censuum census per censum, ueniet utique radix de 2: in qua si multiplicauerimus radicem dictorum censuum census, egredientur inde duo census tantum: quare si multiplicauerimus radicem duorum censuum census per medietatem radicis de 2, hoc est per radicem de $\frac{1}{2}$, ueniet inde unus census, ut diximus; et propter (*sic*) multiplica similiter duas res per radicem de $\frac{1}{2}$, veniet radix duorum cen- fol. 201 *recto*

Digitized by Google

suum; et sic habebis censum, et radicem duorum censuum, que equantur multiplicationi de 30 in radicem de $\frac{1}{2}$; que multiplicatio est radix de 450; et sic in hac questione census, et radices equantur numero: dimidia ergo radices, ueniet radix medietatis denarii; quam multiplica in se, ueniet $\frac{1}{2}$; quam adde cum radice de 450, et habebis pro quesito auere radicem de 450, et medietatem unius denariorum: de quorum radice extrahe radicem de $\frac{1}{2}$, remanebit radix radicis 450, et medietatis denarii, diminuta inde radice $\frac{1}{2}$ unius integri. Et notandum, quia quando diuiditur radix aliquot censuum census per censum, non est aliud nisi diuidere numerum per numerum; et cum diuiditur radix numeri per numerum, tunc diuidendus est numerus, cuius radix diuiditur per quadratum numeri, in quo radix diuidetur. Verbi gratia: uolumus diuidere radicem de 32 per 4; hic diuidenda sunt 32 per quadratum de 4; et radix eius quod prouenit, scilicet de 2, est id quod prouenit ex diuisione: eodemque modo et cum diuidimus radicem duorum censuum census per censum, tunc diuidimus duos census census per censum census; et radix eius, quod prouenerit, scilicet de 2, est illud quod prouenit ex diuissione, ut diximus. Item cum multiplicatur radix alicuius numeri per rem, aut per res, est sicut multiplicare radicem numeri per numerum: sed cum multiplicatur radix numeri per numerum, cum multiplicatur quadratum radicis per quadratum numeri, et radix eius quod prouenit, est id quod queratur. Verbi gratia: cum uolumus multiplicare radicem 8 per 4, multiplicamus 8 per 16; et radix uenientis summe, scilicet de 128, est summa quesite multiplicationis: similiter cum multiplicamus res per radicem numeri, debemus ipsas res multiplicare in se, et illud quod prouenit multiplicare per numerum radicis, et prouenientis summe radicem accipere; et ideo cum multiplicauimus superius duas res in radicem de $\frac{1}{2}$, intelleximus multiplicationem duarum rerum in se, de qua proueniunt 4 census: quibus ductis in $\frac{1}{2}$, ueniunt duo census; radicem quorum diximus prouenire ex ipsa multiplicatione.

* partium .a. . . . ut multiplicetur a (fol. 201 recto, lin. 33-35, pag. 434, lin. 28-33)

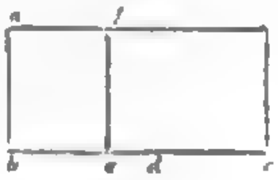
Diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem per minorem, et minorem per maiorem; et agregaui ea, que prouenerunt ex diuisione, et fuerunt radix 5 denariorum: sit una ipsarum partium .a., reliqua sit .b.; et diuidatur .b. per .a., et proueniet .g.d.; et .a. per .b., et prouenit .d.e.: dico primum, quod multiplicatio .a. in .b. producta in .g.e. est equalis duobus quadratis numerorum .a.b.; exemplumque: cum diuiditur .b. per .a., prouenit .g.d.; si multiplicatur .g.d. in .a., prouenit .b.; ergo si multiplicatio .g.d. in .a. ducatur in .b., erit sicut .b. in se. Rursus, quia cum diuiditur .a. per .b., prouenit .d.e.; ergo si multiplicatur .d.e. in .b., prouenit .a.: quare si multiplicatio .d.e. in .b. ducatur in .a., proueniet sicut .a. ducta in se: propterea si ducitur .a. in .b., et illud quod prouenit, duccatur in .g.e., erit sicut cumiunctum quadratorum | numerorum .a.b.: et quia ita est; pro .a. pone rem, remanebunt pro .b. 10, minus re: et duc .a. in se, uenit census; et 10, minus re, in se, uenit 100, et census, diminutis 20 rebus; que adde cum censu, erunt 2 census, et denarii 100, diminutis 20 rebus: deinde multiplica .a. in .b., scilicet rem in 10, minus re, exibunt 10 res, diminuto censu; quod totum multiplica per .g.e.; quam quantitatem possuimus radicem esse 5 denariorum, que ueniet radix 500 censuum, diminuta radice 5 censuum census, que equantur 2 censibus, et 100 denariis, diminutis 20 rebus. Restaura ergo 20 res, et radicem 5 censuum census utrique parti, erunt radix 5 censuum

fol. 201 verso.

Digitized by Google

census, et 2 census, et denarii 100 equales 20 rebus, et radici 500 censuum: redige hec omnia ad censum unum, hoc est ut multiplices hec omnia per radicem de 5, diminutis 2 denariis: nam ex multiplicatione radicis 5 censuum census, et duorum censuum in radicem 5, diminutis 2, prouenit census; quia cum multiplicatur radix 5, et denarii 2 in radicem de 5, minus 2, et prouenit 1; et ex multiplicatione 100 in radicem de 5, minus 2, prouenit radix 50000, diminutis 200 denariis: et ex multiplicatione 20 rerum, et radicis 500 censuum in radicem 5, minus denariis 2, ueniunt 10 res tantum; quia et ex multiplicatione radicis 5 in radicem 500 censuum prouenit radix 2500 censuum, scilicet 50 res; et ex multiplicatione 2 diminutorum in 20 res proueniunt 40 res diminute; quibus extractis de 50 rebus modo inuentis, remanet 10 res. Multiplicatio quidem 20 rerum in radicem de 5, que est addita, relinquimus, cum sit equalis multiplicationi radicis 500 censuum in 2 diminuta: et sic ex multiplicatione 20 rerum, et radicis 500 censuum in radicem 5, minus 2, proueniunt 10 res tantum, que equantur uni censui, et radici 50000, minus 200; et sic radices equantur censui, et numero: et nos ponamus hec in figura; ut que dicere uolumus clarius uideantur, sit superficiei recti angule latus *.a.b.* equale rei; et *.b.c.* sit 10; et sic superficies *.a.c.* continebit 10 res: et quia 10 res equantur uni censui, et radici 50000, minus 200; auferamus a superficie *.a.c.* quadratum *.a.e.*, quod sit census, remanebit ex superficie *.a.c.* superficies *.f.c.*, que est radix 50000, minus 2000, que prouenit ex *.f.e.* in *.e.c.*, idest ex *.b.e.* in *.e.c.*: et diuidatur linea *.b.c.* in duo equa ad punctum *.d.*, et erit linea *.b.c.*, que est diuisa in duo equalia in punctum *.d.*, et in duo inequalia ad punctum *.e.*: quare si ex quadrato numeri *.b.d.*, quod est 25, auferamus multiplicationem ex *.b.e.* in *.e.c.*, que est radix 50000, minus 200, remanebunt 225, diminuta radice 50000, pro quadrato numeri *.d.e.*: quare si radix eius auferatur, que est numerus *.d.e.*, ex *.b.d.*, hoc est ex 5, remanebunt pro numero *.b.e.* 5, minus radice differentie, que est inter 225, et radicem 50000; et hec sunt una res, scilicet una duarum partium de 10: reliqua uero est numerus *.e.c.*, qui est 5, et radix differentie, que est inter radicem de 50000, et radicem de 225.

e sit superficiei .... ex superficie e (fol. 201 verso, lin. 23-25; pag. 435, lin. 15 18).



Et si uis inuenire radicem de 225, minus radice de 50000; multiplica 225 in se, erunt 50625; de quibus abice 50000, remanet 625; quorum radix, que est 25, dimidia, uenient $\frac{1}{2}$ 12; que abice ex medietate de 225, que est $\frac{1}{2}$ 112, remanebunt 100: et adde $\frac{1}{2}$ 12 super $\frac{1}{2}$ 112, erunt 125; de quibus duabus (*sic*) numeris radices accipe, et minorem de maiori extrahe, remanebit radix de 125, minus 10, pro radice de 225, diminuta radice | 50000, que est numerus *.e.d.*: cui si addamus *.d.c.*, scilicet 5, habebitur pro tota *.e.c.* radix de 125, minus 5, que sunt maior pars: et si extraxerimus *.e.d.* ex *.b.d.*, scilicet radix de 125, minus 10 de 5, remanebunt pro minori parte, scilicet pro numero *.b.c.*, 15, minus radice de 125.

fol. 202 recto.

Possumus enim aliter solutionem eiusdem questionis inuenire; et est ut ponas unam duarum partium rem, aliam uero 10, minus re; et ex diuissione 10, minus re in rem, ueniat denarius; quare ex diuissione rei in 10, minus re, uenit radix 5, diminuto denario: et quia cum diuiditur 10 minus re per rem, prouenit denarius; si multiplicabitur denarius in rem, uenient utique 10 minus re; quia senper cum multiplicatur numerus diuidens per exeuntem, prouenit diuisus: similiter, quia cum diuiditur res per 10, minus

Digitized by Google

re, prouenit radix 5, diminuto denario; si multiplicaueris radicem 5, minus denario, in 10 minus re, prouenit inde res: sed ex multiplicatione radicis 5, minus denario, in 10 minus re, proueniunt 10, et radix 500, diminuta radice 5 censuum, et re 10; que multiplicatio sic fit: multiplicatur primum radix 5 per 10, et prouenit radix 500 addita; et radix 5 in re diminuta prouenit radix 5 censuum diminuta; et denarius diminutus in 10 addita proueniunt 10 denarii diminuti; et ex multiplicatione denarii diminuti in rem diminutam proueniunt 10 addita, diminuta re: et sic pro multiplicatione radicis 5, diminuto denario, in 10 minus re, prouenit radix 500, et denarii 10 minus re, et radicis 5 censuum, et denarii 10, que equantur rei: adde ergo utrique parti 10 denarios, et tolle ab utraque parte rem, et erunt 10, et radix 500, diminutis duabus rebus, et radice 5 censuum, que equatur 10, et denario: diuidamus per 10, et ueniet 1, et radix 5 censuum, diminuto $\frac{1}{5}$ rei, et diminuta radice $\frac{1}{20}$ census, que equantur uni denario: et quia ex ducto denario in rem prouenit 10 minus re; si id quod est equale uni denario, scilicet radix 5, et 1, minus quinta rei, et minus radice $\frac{\ }{20}$ (*sic*) census multiplicetur in rem, ueniet similiter ex ipsa multiplicatione 10 minus re: quare multiplicemus rem in radicem 5 et in 1, diminuta quinta rei, et radicem $\frac{1}{2}$ census, et uenient radix 5 censuum, et res, diminuta $\frac{1}{5}$ census, et radice $\frac{1}{5}$ census census, que equantur 10 minus re: adde ergo utrique parti rem, et [illegible] census, et radicem $\frac{1}{2}$ census census; et erunt radix $\frac{1}{2}$ census census, et $\frac{1}{5}$ census, et denarii 10 equales radici 5 censuum, et 2 rebus. Reduc ergo radicem $\frac{1}{5}$ census census, et quintam census ad censum unum; et est ut multiplices illud per radicem de 500, minus 20 denariis, et proueniet census: deinde ut reducas denarios 10, qui sunt cum censu, et radicem 5 censuum, et duas res, que opponuntur censui, multiplica eam per radicem 500, diminutis 20, et uenient 10 res, que equantur censui, et radici 50000, minus denariis 200, ut superius inuenimus: deinde operaberis ut supra, et habebis propositum.

Est enim alius modus in soluendo similes questiones, quem demonstrare nequeo, donec quedam huic operi necessaria demonstrentur: si duo numeri qualescumque fuerint; et diuidatur secundus per primum, et primus per secundum; et que ex utrumque (*sic*) diuissione peruenerint, si insimul multiplicata fuerint, nimirum ueniet inde .1.: ad cuius rei euidentiam, sint duo numeri .*a*.*b*.; et diuidatur .*b*. per .*a*., et ueniat .*g*.*d*.; et .*a*. per .*b*., ueniat .*d*.*e*.: dico, quod si .*g*.*d*. multiplicetur in .*d*.*e*., egredietur ex ipsa
fol. 202 *verso*. multiplicatione .1.; quod sic probatur: quia cum diuiditur | .*b*. per .*a*., prouenit .*g*.*d*.; ergo si multiplicetur .*g*.*d*. per .*a*., prouenit .*b*.; quod etiam prouenit, si multiplicetur .*i*. in .*b*.: quare est sicut .*b*. ad .*a*., ita .*g*.*d*. ad unitatem. Rursus quia cum diuiditur .*a*. per .*b*., prouenit .*d*.*e*.; si multiplicetur .*d*.*e*. in .*b*., prouenit .*a*.: sed si .*a*. ducatur in .*i*., prouenit similiter .*a*.; quare est sicut unitas ad .*d*.*e*., ita .*b*. ad .*a*.; sed sicut .*b*. ad .*a*., ita fuerit .*g*.*d*. ad unitatem; ergo est sicut .*g*.*d*. ad .1., ita unum est ad .*d*.*e*. Vnitas ergo media est inter .*g*.*d*. et .*d*.*e*.: quare multiplicatio .*g*.*d*. in .*d*.*e*. est sicut multiplicatio unitatis in se; sed ex ducto .*i*. in se prouenit .1.: ergo ex ducto .*g*.*d*. in .*d*.*e*. prouenit .*i*.; et hoc uoluit (*sic*) demonstrare. Nunc reuertamur ad questionem; et diuidatur 10 in duas partes; et diuisi istam per illam, et illam per istam; et agregaui insimul que ex ipsis diuisionibus prouenerunt; et fuit totum hoc radix 5: diuidenda est ergo radix 5 in duas partes, quarum una multiplicata per aliam,

* Est enim .... multiplicata (fol. 202 *recto*, lin. 34, 35 e 36; pag. 436, lin. 26-29).

* diuidenda. ... diuidatur .g.(e.) (fol. 202 *verso*, lin. 10, 11, 12 e 13; pag. 436, lin. 43 — pag. 437, lin. 1).

Digitized by Google

faciat 1; sintque predicte partes *.g.d.*, et *.d.e.*; et tota *.g.e.* sit radix 5; et diuidatur *.g.e.* in duo equa ad punctum *.c.*; et erit una queque pars *.g.c.*, et *.c.e.* radix de $\frac{1}{4}$ 1: et multiplicetur *.g.d.* in se, proueniet $\frac{1}{4}$ 1; et auferantur (*sic*) inde multiplicatio ex *.g.d.* in *.d.e.*, que est 1, remanebit $\frac{1}{4}$ pro quadrato numeri *.d.c.*; cuius radix, que est $\frac{1}{2}$, est numerus *.d.c.*; quo ablato ex *.g.c.*, remanebit pro *.g.d.* radix $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate denarii; et addita *.d.c.* super *.c.e.*, erit totus *.d.e.* radix de $\frac{1}{4}$ 1, et medietas denarii: ergo cum diuiditur maior pars de 10 per minorem, prouenit radix $\frac{1}{4}$ 1, et denarii $\frac{1}{2}$; et cum diuidetur minor pars per minorem, prouenit radix $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ denarii. Possumus enim has partes aliter inuenire: pone pro una duarum partium rem; alia erit radix 5, minus re: et multiplicetur res in radicem 5, minus re, uenit radix 5 censuum, diminuto censu, que equantur uni denario: adde ergo censum utrique parti, et erit census, et denarius 1, que equantur radici 5 censuum: dimidia ergo radicem 5 censuum; et erit radix $\frac{1}{4}$ 1; de qua abice 1, qui est cum censu, remanebit $\frac{1}{4}$. Cuius radicem, que est $\frac{1}{2}$, abice ex radice de $\frac{1}{4}$ 1, remanebit radix $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$, pro una duarum partium; reliqua uero erit radix $\frac{1}{4}$ 1 medietas denarii. Inuentis itaque his partibus, pone per (*sic*) maiori parte de 10 rem; minor uero erit 10, minus re; et diuide 10 minus re per rem, uenit radix $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$; quod multiplica per rem, uenit radix unius census, et $\frac{1}{4}$ census, minus medietate rei, que equantur 10, minus re. Adde ergo utrique parti medietatem rei, erunt 10, minus medietate rei, que et equantur radicem de censum (*sic*) $\frac{1}{4}$ 1: quare multiplica 10, minus medietate rei, in se, erunt 100, et $\frac{1}{4}$ census, diminutis 10 rebus; et multiplica radicem census $\frac{1}{4}$ 1 in se, et prouenit census $\frac{1}{4}$ 1: adde ergo utrique parti 10 res, et tolle ab utraque parte $\frac{1}{4}$ census, ueniet census, et 10 res, que equantur 100 denariis: operare deinceps in hoc secundum alzebra; et inuenies, maiorem partem, scilicet rem, esse radicem de 125, diminutis 5 denariis. Reliqua uero pars erit 15, diminuta radice de 125, ut superius inuenimus. Et nota: cum habuistis superius radicem unius census $\frac{1}{4}$, diminuta medietate unius rei, equari 10 denariis, et addidimus utrique parti dimidiam rem; tunc potuimus addere utrique parti rem; et essent radix census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas rei, equales 10 denariis: et si secundum hanc processionem uis procedere, multiplica 10 in se, erunt 100; et multiplica radicem census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatem rei | in se, et prouenient census $\frac{1}{2}$ 1, et radix census census fol. 203 recto.
$\frac{1}{4}$ 1; et hec equantur denariis 100. Vnde, ut reducamus hec ad unum censum, multiplicabis ea per $\frac{1}{2}$ 1, minus radice de $\frac{1}{4}$ 1; et erit census equalis denariis 150, minus radice de 12500; quorum radix, que est radix de 125, minus 5, erit res, hoc est maior pars.

Et si uolumus procedere per inuentionem minoris partis, pone eam rem; minor uero partis, erit 10, minus re; et quia ex diuissione 10, minus re, in rem, prouenit radix de $\frac{1}{4}$ 1, et medietas denarii, multiplica hec in rem, et uenit 10, minus re: sed ex multiplicatione radicis de $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis denarii in rem, prouenit radix census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas rei; ergo hec equantur 10, minus rei. Vnde si ab utraque parte abstuleris medietatem rei, remanebit radix census $\frac{1}{4}$ 1 equalis 100, diminuta re $\frac{1}{2}$ 1: quare si multiplicabitur (*sic*) utramque partem in se, erit census $\frac{1}{4}$ 1, equalis denariis 100, et censibus $\frac{1}{4}$ 2, diminutis 30 rebus. Adde ergo utrique parti 30 res; et tolle ab utrumque (*sic*) parte censum $\frac{1}{4}$ 1; et ueniet census, et denarii 10, que equantur 30 rebus. Age in hoc

Digitized by Google

secundum alzebra; et inuenies rem, scilicet minorem partem, esse 15, minus radice de 125, ut superius inuenimus. Et nota iterum: quando habuisti radicem census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatem rei equalem denariis 10, minus re; et extraxisti ab utrumque (*sic*) parte medietatem rei; tunc potuisti addere utrique parti rem, et esset radix census $\frac{1}{4}$ 1, et res $\frac{1}{2}$ 1, equales 10 denariis. Vnde, si multiplicaueris hec omnia in se, habebimus census $\frac{1}{2}$ 3, et radicem census census $\frac{1}{4}$ 11, equales denariis 100. Vnde, ut redigamus hec omnia ad proportionem huius census, multiplica ea per $\frac{1}{2}$ 3, minus radice $\frac{1}{4}$ 11, et uenit census equalis denariis 350, minus radice 112500; quorum radix, que est 15, diminuta radice 125, erit res, hoc est minor pars: maior uero pars est radix 125, minus 5. Possemus etiam in his aliis aliis (*sic*) modis procedere; sed ista que diximus, sufficiant: et scis, secundum hanc diuissionem, 10 diuisa esse media et extrema proportione; quia est sicut 10 ad maiorem partem, ita maior pars ad minorem: quare multiplicatis 10 in minorem partem, scilicet in 15, minus radice 125, faciunt equale multiplicationi maioris partis in se.

In qua proportione, si 10 diuidere uis, pone maiorem partem rem, minorem uero 10, diminuta re; in qua multiplica 10, erunt 100, diminutis 10 rebus; et multiplica rem in se, uenit census, qui equatur 100, diminutis 10 rebus. Adde ergo utrique parti 10 res, et erit census, et 10 res equales denariis 100. Age ergo in hiis secundum alzebra, et cetera.

Diuisi 12 in duas partes, et diuisi qualibet (*sic*) illarum partium per aliam; et multiplicaui quodlibet exeuntium in se, et sunt 4 dragme. Pone pro maiori parte rem, pro minori 12, minus re; et diuidatur 12, minus re, in rem, et ueniat numerus *.a.b.*; et ex re diuisa in 12, minus re, ueniat *.b.c.*; et aggrega multiplicationes ex *.a.b.* in se, et ex *.b.c.* in se, erunt 4: et quia numerus *.a.c.* diuisus est in duo, scilicet in *.a.b.* et in *.b.c.*, erit multiplicatio dupli *.a.b.* in *.b.c.* cum quadratis numerorum *.a.b.* et *.b.c.*, equalis quadrato numeri *.a.c.*; sed ex quadratis numerorum *.a.b.* et *.b.c.* proueniunt 4; et ex duplo *.a.b.* in *.b.c.* ueniunt 2; quibus additis cum 4, faciunt 6 pro quadrato numeri *.a.c.*; ergo *.a.c.* est radix de 6: diuide ergo eam in duas partes per modum superius demonstratum. Vt ex minore ducta in maiorem ueniat 1; et erit minor pars radix $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{2}$; et maior erit radix $\frac{1}{2}$ 1, | et radix $\frac{1}{2}$: ergo cum diuideret 12, minus re, scilicet minor pars in rem, prouenit radix $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{2}$: multiplica radicem $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{2}$, in rem, et uenit radix census $\frac{1}{2}$ 1, minus radice medietatis census, que equatur denariis 12, minus re: deinde multiplica radicem unius census, et dimidii, minus radice medietatis census, in se, uenient duo census, minus radice trium censium census, que equantur multiplicationi 12, minus re in se, hoc est denariis 144, et uni censui, diminutis 24 radicibus: adde ergo utrique parti 24 res, et tolle ab utraque parte censum, et uenit census 24 res, diminuta radice trium censium census, que equantur denariis 144: multiplica ergo censum, minus radice trium censuum census in suum binomium, hoc est inde 1 radicem trium, et uenient duo census diminuti: quare multiplica unum censuum, diminuta radice trium censuum census, in medietate sui binomium (*sic*), hoc est in $\frac{1}{2}$ in radicem de $\frac{3}{4}$, ueniet unus census diminutus: et multiplica 24 res similiter in $\frac{1}{2}$, et in radice de $\frac{3}{4}$, uenient 12, et res, et radix 432 cen-

« minus re .... erunt 4 » (fol. 203 *recto*, lin. 33, pag. 438, lin. 22 e 23).

a b c

fol. 203 *verso*.

Nel margine laterale esterno della carta 203 *recto* del Codice Magliabechiano C. I. 2616, a destra della figura a b c, si legge: « per 4 secundi ».

Digitized by Google

. sic habetur ab una parte 12 res, et radix 432 censuum, diminuto censu, que ur multiplicationi re (*sic*) 144 in $\frac{1}{2}$, et in radicem de $\frac{3}{4}$, hoc est denariis 72, et radici 2: adde ergo censum utrique parti, et erunt res 2412, et radix 432 censuum, que equantur censui, et denariis 72, et radici de 15552; que radix est 12 radices de 108: dimidia ergo radices 12, et radicem 432, erunt 6 res, et radix de 108; que multiplica in se, uenient 144, et 12 radices de 108; de quibus abice numeros, qui sunt censu (*sic*), scilicet 72, et 12 radices de 108, remanebunt 72; quorum radicem abice ex medietate radicum, remanebunt 6, et radix de 108, diminuta radice 72 et pro quantitate rei, scilicet pro maiori parte: reliqua uero pars est 6 radix de 72; quam etiam partem inuenies, si ponas minorem partem rem; maior uero 12, minus re; et diuidas 12, minus re, per rem, ueniet radix $\frac{1}{2}$ 1 radix medietatis dragme; que multiplicata in rem, ueniunt radix census $\frac{1}{2}$ 1, et radix medietatis census, que equamtur (*sic*) 12, minus re: multiplica hec omnia in se, erunt duo census, et radix trium censuum, equales 144, et censui, diminutis 24 rebus: adde ergo utrique parti 24 res, et tolle censum ab utraque parte, remanebit radix trium censuum, et census 24 res, que equantur 144 dragmis: redige hec omnia ad censum unum; et est ut multiplices ea per radicem $\frac{3}{4}$, diminuta medietate dragme; et erit census, et radix 432 censuum, diminutis 12 radicibus, equales 12 radicibus de 108, minus 72 dragmis: multiplica ergo medietatem radicum, que sunt censu (*sic*), scilicet radix de 108, diminutis 6 radicibus in se, erunt 144, diminutis 12 radicibus de 108: super que adde 12 radices de 108, diminutis 72 dragmis, remanebunt 72; de quorum radice abice radicem de 108, minus 6, et habebis minorem partem radicem de 72, et dragmas 6, diminuta radice de 108. Vt superius inuenimus.

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi quamlibet illarum per aliam; et multiplicaui quodlibet exeuntium in se ipsum, et minui minus ex maiori, et remanet 2 dragme. | Pone minorem partem rem, et maiorem 10, diminuta re; et diuidem (*sic*) 10, minus re, in rem, et uenit .*a*.; et ex re diuisa in 10, minus re, uenjet (*sic*) .*b*.: iam scis quia ex .*a*. ducta in .*b*. prouenit 1; quare si multiplicetur quadratus numeri .*a*. in quadratum numeri .*b*., uenit quadratus unitatis, scilicet 1: quare ponamus pro numero .*b*. radicem unius census; et pro numero .*a*. radicem unius census, et duarum dragmarum; et multiplica .*b*. in se, ueniet census; et .*a*. in se, ueniet census, et 2 dragme: diminuto ergo censu, scilicet quadrato numeri .*b*. ex censu, et duabus dragmis, hoc est ex quadrato numeri .*a*., remanebunt itaque 2 dragme: multiplica ergo quadratum numeri .*b*. per quadratum numeri .*a*., scilicet censum per censum, et duas dragmas, uenient census census, et duo census, qui equantur uni dragme: deinde ponamus quadratum .*c*.*e*., qui sit equalis censui census; quare unum quodque latus ipsius erit census: et addamus linee .*d*.*e*., que est census, linea (*sic*) .*e*.*h*., que sit 2; et iaceat .*e*.*h*. in directo linee .*d*.*e*.; et compleatur figura recti angula .*g*.*h*., que prouenit ex .*g*.*e*. in .*e*.*h*., hoc est ex censu in 2: quare superficies .*g*.*h*. est 2 census; ergo tota superficies .*c*.*h*. est census census, et duo census, et equantur uni dragme; quia ex .*e*.*d*. in .*d*.*h*., prouenit dragma, scilicet ex censu in censum, et duas dragmas: diuidamus .*e*.*h*. in duo equalia in .*f*., et erit .*e*.*f*. 1; et quia ex .*c*.*d*. in .*d*.*h*. prouenit 1; et .*d*.*e*. equalis est etiam ex .*c*.*d*.; ergo ex .*d*.*e*. in .*d*.*h*. prouenit 1: cui si addamus quadratum unitatis .*e*.*f*., habebitur pro quadrato numeri .*d*.*f*. 2: super quorum radicem,

fol. 204 *recto*.

minus re .... .b.: iam e (fol. 204 *recto*, lin. 2; pag. 439, lin. 25 e 26).

uenient .... et .g.e. in e (fol. 204 *recto*, lin. 9-12; pag. 439, lin. 34-37 e 38).

Digitized by Google

si addideris unitatem *.h.f.*, scilicet (*sic*) erit totus *.d.h.* radix 2, et una dragma, quadratus numeri *.a.*; cuius radix, que est numerus *.a.*, ducatur in *.b.*, ueniun minus re: quare si multiplicauerimus quadratum eius, scilicet census, in quadratu numeri *.a.*, scilicet in radicem 2 dragmarum, et in dragmam, ueniet quadratus 10, minus re, hoc est 100 dragme, et census, diminutis 20 rebus: sed ex multiplicatione census in radicem 21, prouenit duorum (*sic*) censuum census, et unus census, que equantur dragmis 100, et censui, diminutis 20 rebus: adde ergo 20 res utrique parti, et tolle ab utraque parte censum, remanebunt radix duorum censuum census 20 res, que equantur 100 dragmis: sed ut redigamus hec omnia ad censum unum, multiplica ea per radicem $\frac{1}{2}$ dragme; quia cum multiplicamus radicem 2 censuum census in radicem $\frac{1}{2}$ dragme, prouenit census; et cum multiplicamus 20 res in radicem $\frac{1}{2}$, prouenit radix 200 censium; et cum multiplicatur 100 in radicem $\frac{1}{2}$, prouenit radix 5000 dragmarum; ergo census, et radix 200 censsuum (*sic*) equatur radici de 5000 dragmarum. Vtere, si uis, in hoc suprascripta figura; et pone quadratum *.c.e.* censum, et superficiem *.g.h.* radicem 200 censuum; quare *.e.h.* erit radix 200 dragmarum; qua diuisa in duo equa in *.f.*, erit una queque quantitatum *.e.f. f.h.* radix 50: quare ex ductu quantitatis *.d.e.* in *.d.h.* cum quadrato quantitatis *.e.f.* est sicut *.d.f.* in se; sed ex *.d.e.* in *.d.h.*, hoc est ex *.c.d.* in *.d.h.*, prouenit radix 5000 dragmarum; et ex ductu *.e.f.* in se proueniunt 50; ergo ex ductu *.d.f.* in se proueniunt radix 5000, et 50 dragme: quare numerus *.d.f.* est radix radicis 5000 dragmarum de 50; de qua si auferatur *.d.f.*, scilicet radix de 50, remanebit pro quantitate *.d.e.*, que est res, radix radicis 5000 dragmarum, et
fol. 204 recto. de 50, di|diminuta (*sic*) radice 50 dragmarum, que sunt minor pars: residuum, quod est usque in 10, scilicet 10, et radix 50, diminuta radice radicis quinque milium 50 dragmarum, est maior pars; quam habebis si pulsaueris eam rem, et minorem 10, diminuta re: quia cum diuiseris 10, minus re in rem, ueniet radix radicis duarum dragmarum, et minus dragma; quam si multiplicauerimus in se, ueniet radix duarum dragmarum, minus dragma; quam etiam si multiplicaueris in censum, scilicet in quadratum rei, ueniet radix duarum (*sic*) censuum census, diminuto censu, que equatur 100, et censui, diminutis 20 rebus: adde ergo utrique parti 20 res, et tolle ab utrumque (*sic*) parte censum, ueniet 20 rex (*sic*), et radix duorum censuum census, diminutis duobus censibus. Radice (*sic*) hec ad censuum unum; et est ut multiplices ea per 1, et radicem $\frac{1}{2}$ dragme; que cum multiplicatur radix duorum censuum census, minus 2 censibus, in suum binomium, ueniunt inde duo census diminuti: ergo cum multiplicaueris radicem duorum censuum census, diminutis duobus censibus, in medietatem sui binomii, scilicet in 1, et in radicem $\frac{1}{2}$ dragme, ueniet unus census diminutus: et cum multiplicantur 20 res in 1, et in radicem $\frac{1}{2}$, ueniunt 20 res, et radix, et 200 censuum; et cum multiplicantur 100 in 1, et in radicem $\frac{1}{2}$, uenient 100, et radix quinque milium. Et sic 20 res, et radix 200 censuum, diminuto censu, equantur 100, et radici 5000 dragmarum: adde ergo censum utrique parti, et erunt 20 res, et radix 200 censuum, equales censui, et 100 dragmis, et radici 5000 dragmarum: dimidia ergo radices, et age eis secundum alzebra, et inuenies rem, scilicet maiorem partem esse 10, et radix 50, diminuta radice radicis 5000, et dragmarum 50, ut superius diximus.

Diuisi 10 in duas partes, et per unamquamque ipsarum diuisi 10; et que ex diui-

Digitized by Google

sione exierunt, fuerunt 5 dragme. Notandum est primum, quod quando aliquis numerus diuiditur in duas partes, et per unamquaque (*sic*) ipsarum diuiditur ipse numerus, quod id, quod aggregatur ex duabus diuisionibus, est 2 plus eo quod aggregatur ex duabus diuisionibus uniuscuiusque partis in aliam: exemplum: diuidatur numerus *.a.* in partes; et diuidatur *.c.* per *.b.*, et proueniat *.d.e.*; et *.b.* per *.c.*, et proueniat *.e.f.*; dico quod, si diuidatur *.a.* per *.b.* et per *.c.*, egredientur inde 2, plus numero *.d.f.*; quod sic probatur: quia *.b.c.* sunt equales numeri *.a.*; est, cum diuiditur *.a.* per *.b.*, sicut cum diuiduntur numeri *.b.c.* per *.b.*; sed cum diuiditur *.b.* per *.d.*, prouenit 1; et cum diuiditur *.c.* per *.b.*, prouenit *.d.e.*; ergo cum diuidantur numeri *.b.c.*, hoc est numerus *.a.*, per *.b.*, prouenit unus, plus eo quod prouenit ex *.c.* diuiso per *.b.* Item, cum diuiditur *.a.* per *.c.*, est sicut cum diuiduntur numeri *.c.b.* per *.c.*; sed cum diuiditur *.c.* per *.c.* (*sic*), prouenit 1; et cum diuidetur *.b.* per *.c.*, prouenit *.e.f.*; ergo cum diuiduntur numeri *.c.b.* per *.c.*, prouenit 1, plus eo quod prouenit ex diuissione ex *.b.* in *.c.*: quare cum diuiditur *.a.* per numeros *.b.c.*, ueniunt 2, plus eo quod prouenit ex duabus diuisionibus, que fiunt ex *.c.* per *.b.*, et ex *.b.* per *.c.*: ergo quia preponitur, 10 diuidere in duas partes; et per unam quamque earum diuidere 10; et ipsius diuisionibus ueniunt 5; tolle 2 de 5, remanent 3.

« duabus diuisionibus .... sunt equales » (fol. 204 *verso*, lin. 25-28; pag. 441, lin. 4-7).

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et prouenerunt 3 dragme: operare secundum | quod dicta sunt superius, et habebis quesitum: fol. 205 *recto*.
utere in hoc uia alia, que est ut diuidas 10 in duas partes, et ponas minorem partem 5, minus re, aliam uero 5, et rem; et multiplica unam in aliam, uenient 25, diminuto censu; que duc in 3, ueniunt 75, diminutis tribus censibus; et multiplica unamquamque partium in se, et prouenient 50, et duo census, que equantur dragmis 75, diminutis tribus censibus: adde ergo utrique parti 3 census, et tolle ab utramque (*sic*) parte 50, uenient 5 census equales 25 dragmis: diuiditur (*sic*) ergo 25 dragmas per 5, uenient 5 dragme pro quantitate census; quare radix earum est res: ergo minor pars erit 5, diminuta radice 5 dragmarum; et maior erit 5, et radix de 5.

Vel aliter: diuide 3 predicta in duas partes, quarum una multiplica per aliam faciat 1; erit minor pars $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{4}$ 1; et maior erit $\frac{1}{2}$ 1, et radix de $\frac{1}{4}$ 1: et ex hoc manifestum est, quod cum diuiduntur 10 in duas partes, et diuiditur maior earum per minorem, tunc prouenit $\frac{1}{2}$ 1, et radix $\frac{1}{4}$ 1 dragme: quare multiplica exeuntem per diuidentem, et ueniet inde diuisus numerus: ergo si multiplicaueris $\frac{1}{2}$ 1, et radicem de $\frac{1}{4}$ 1 per 5, minus re, proueniet numerus diuisus: sed ex ductu $\frac{1}{2}$ 1, et radix $\frac{1}{4}$ 1 in 5, minus re, ueniunt $\frac{1}{2}$ 7, et radix de $\frac{1}{4}$ 31, diminuta re $\frac{1}{2}$ 1, et radice census $\frac{1}{4}$ 1, que equantur dragmis 5 et rei: quare adde utrique parti rem $\frac{1}{2}$ 1, et radicem unius census, et $\frac{1}{4}$ census; et tolle ab utraque parte 5, remanebunt res $\frac{1}{2}$ 2, et radix census $\frac{1}{4}$ 1, que equantur dragmis $\frac{1}{2}$ 2, et radici $\frac{1}{4}$ 21: multiplica ergo unam quamque istarum duarum partium in se, et erunt census $\frac{1}{2}$ 7, et radis $\frac{1}{4}$ 11 census census, que equantur dragmis $\frac{1}{2}$ 37, et 5 radicibus de $\frac{1}{4}$ 31, que sunt una radix de $\frac{1}{4}$ 781: reduc ergo omnia hec ad unum censum; et est ut multiplices omnia que habes per $\frac{2}{10}$ dragme, diminuta radice $\frac{1}{20}$, ueniet census equalis dragmis 5: ergo res est radix 5 dragmarum; qua addita, et diminuta ad 5, uenient pro minori parte 5, minus radice 5 dragmarum; et alia erit 5, et radix 5 dragmarum, ut superius diximus. Et si uis scire,

Digitized by Google

quomodo multiplicatis $\frac{1}{2}$ 37, et radix $\frac{1}{4}$ 781 per $\frac{3}{10}$ dragme, diminuta radice $\frac{1}{20}$ dragme; multiplica primum $\frac{1}{2}$ 37 per $\frac{3}{10}$, uenient $\frac{1}{4}$ 11 addita; et multiplica radicem de $\frac{1}{4}$ 781 pro (*sic*) radicem $\frac{1}{20}$, hoc est accipe $\frac{1}{20}$ de $\frac{1}{4}$ 781, ueniet radix de $\frac{1}{16}$ 39 diminuta; que radix est $\frac{1}{4}$ 6: quibus extractis de $\frac{1}{4}$ 11, remanent 5 pro summa dicte multiplicationis. Nam multiplicatio de $\frac{3}{10}$ in radicem de $\frac{1}{4}$ 781 addita equatur multiplicationi radicis $\frac{1}{20}$, diminute $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{37}$.

Possumus etiam in hiis, et in similibus uti uia alia; et est ut diuidas 10 in duas partes, et ponas minorem partem 5, minus re, maiorem uero quinque, et re; et diuidantur 10 per utranque partem, et uenient 5, ut dictum est: multiplica secundum hunc modum 5, minus re, in 5 et rem, uenient 25, diminuto censu; que multiplica per 5, que uenient ex duabus diuisionibus predictis 125, diminutis 5 censibus, que equantur 100, scilicet multiplicationi de 10 in se, ut inferius demonstrabo: sed adde primum utrique parti 5 census, et tolle ab utraque parte 100, remanebunt 5, et census equales 25 dragmis; quare census est 5 dragme, ut dictum est. Age deinceps ut supra, et inuenies propositum.

« diuidatur .... adiaceat » (fol. 205 recto, lin. 35 e 36-38 e 39; pag. 442, lin. 15-19).

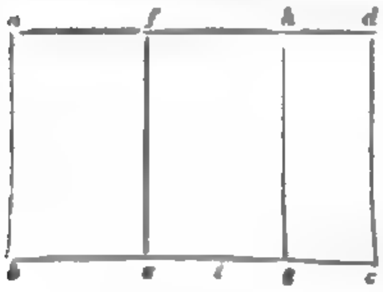
Adiaceant duo numeri .*a.b.*, et .*b.c.*; et diuidatur .*a.c.* per .*a.b.*, et proueniat .*d.e.*; et diuidatur etiam .*a.c.* per .*b.c.*, et ueniet .*e.f.*: dico quod multiplicatio .*a.b.* in .*b.c.* ducta in .*d.f.* est sicut multiplicatio .*a.c.* in se; quod sic probatur: quoniam cum diuidatur .*a.c.* per .*a.b.*, prouenit .*d.e.*; si multiplicetur .*d.e.* per .*a.b.*, prouenit numerus .*a.c.*: comunis adiaceat numerus .*b.c.*, erit multiplicatio .*d.e.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.* sicut multiplicatio | *a.c.* in numerum .*b.c.*: rursus, cum diuiditur numerus .*a.c.* per numerum .*b.c.*, prouenit numerus .*e.f.*; ergo cum multiplicatur .*e.f.* in numerum .*b.c.*, prouenit numerus .*a.c.*: comunis adiaceat numerus .*a.b.*, et erit multiplicatio .*e.f.* in .*b.c.* ducta in .*a.b.*, sicut multiplicatio .*a.c.* in .*a.b.*: ergo multiplicatio .*d.e.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.* multiplicatione .*e.f.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.*, hoc est in .*b.c.* ducta in .*a.b.* est sicut multiplicatio .*a.c.* in .*b.c.* cum multiplicatione .*a.c.* in .*a.b.*. Sed multiplicationes .*a.c.* in .*b.c.*, et ex .*a.c.* in .*a.b.* sunt sicut multiplicatio .*a.c.* in se; ergo et multiplicationes .*d.e.* et .*e.f.* in .*a.b.* ducte in .*b.c.* sunt sicut .*d.f.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.*: sed multiplicatio .*d.f.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.* est sicut multiplicatio .*a.b.* in .*b.c.* ducta in .*d.f.*; ergo multiplicacio numeri .*a.b.* in .*b.c.* ducta in .*d.f.* est sicut multiplicatio .*a.c.* in se; et hoc est quod uolui demonstrare. Vnde si .*a.c.* sit 10, et ipsa 10 sint diuisa in partes .*a.b.* et .*b.c.*; et ex diuisione 10 in .*a.b.*, et in .*b.c.* proueniunt 5: quesiui (*sic*) numerus .*e.f.* multiplicatio .*a.b.*, scilicet 5, minus re in .*b.c.*, hoc ergo est in 5, et rem ducta in 5, scilicet in .*d.f.*, sicut multiplicatio .*a.c.*, hoc est ex 10 in se, sicut superius operati fuimus.

fol. 205 *verso*.

» .*a.c.* in .... multiplicatio .*d.e.* » (fol. 205 *verso*, lin. 1-3; pag. 442, lin. 20-22 e 23).

De quodam auere minui duas radices eius, et 4 dragmas; et multiplicaui residuum in se ipsum, et prouenit occuplum ipsis (*sic*) aueris. Pone pro ipso auere censum, qui sit quadratum .*a.c.*, cuius unum quodque latus sit radix illius census; et auferatur ab ipso superficies .*a.e.*, que sit 4 dragme; et ex superficie .*f.c.* auferatur superficies .*f.g.*, que sit 2 radices census .*a.c.*, remanebit superficies .*h.c.* pro residuo, quod remanet ex predicto censu, hoc (*sic*) ex predicto auere, ablatis ab ipsa 2 radices eius, et 4 dragmas, scilicet superficies .*a.g.*: ergo cum proponitur, quod ex multiplicatione residui .*h.c.* in se proueniat occuplum census, erit superficies .*h.c.*, que est residuum

« in se ipsum .... census, erit » (fol. 205 *verso*, lin. 15-20; pag. 442, lin. 37-42).



Digitized by Google

predictum, radix de 8 censuum. Sed superficies *.h.c.* prouenit ex *.h.g.* in *.g.c.* ; et *.h.g.* est res, cum sit equalis lateri *.a.b.*; quare numerus *.g.c.* est radix 8 dragmarum; quia ex ducta re in radicem 8 prouenit radix 8 censuum, scilicet superficies *.h.c.* : et quia superficies *.f.g.* est 2 radices census *.a.c.*, et prouenit ex *.e.f* in *.e.g.*; et *.e.f.* est res, necessario sequitur, numerum *.e.g.* esse 2: quare totus *.e.c.* est 2, et radix 8 dragmarum. Item quia superficies *.a.e.* est 4, et prouenit ex *.b.e.* in *.b.a.*, hoc est ex *.b.e.* in *.b.c.*; si diuidatur *.e.c.* in duo equa ad punctum *.i.*, erit multiplicatio *.b.e.* in *.b.c.* cum quadrato numeri *.e.i.*, sicut multiplicatio *.b.i.* in se: est enim *.e.i.* medietas de 2, et de radicis (*sic*) 8, hoc est 1, et radix dramarum (*sic*) 2: quo binomio in se multiplica (*sic*), ueniunt 3, et radix 8; quibus additis cum 4, que proueniunt ex *.b.e.* in *.b.c.*, faciunt 7, et radicem 8 pro quadrato numeri *.b.i.*: quare *.b.i.* est radix 7, et radicis 8 dragmarum: cui si addatur numerus *.i.c.*, qui est 1, et radix 2 dragmarum, erit tota *.b.c.*, que est radix census *.a.c.*, radix 7 dragmarum, et radicis 8, et una dragma, et radix duarum dragmarum. Vnde ut habeamus quadratum *.a.c.*, multiplica numerum *.b.c.* in se, cum sit radix census *.a.c.*: multiplicatio quidem *.b.c.* in se sic fit: quia numerus *.b.c.* diuisus est in duo, scilicet in *.b.i.* et in *.i.c.*, erunt quadrati numerorum *.b.i.* et *.i.c.* cum duplo multiplicationis *.i.c.* in *.b.i.*, sicut *.b.c.* in se: sed quadratus numeri *.b.i.* est 7, et radix 8 dragmarum; quibus insimul iunctis, faciunt 10, et duas radices 8, que sunt una radis de 32; et ex multiplicatione *.i.c.* in *.b.i.*, hoc est ex radice trium, et (*sic*) radices 8 in radicem 7, et radicis 8 prouenit radix 29, et radix radicis 10 radicum 8; cuius radicis duplum est radix quadrupli, scilicet ex 116, et radicis 40 radicum de 8. | Nam 40 radices 8 sunt una radix 12800 fol. 206 recto
dragmarum; et sic processum (*sic*) *.a.c.*, hoc est pro quesito auere, habentur 10, et una radix 32, et una radix de 116, et radicis 1212800; que omnia reducta ad numerum sunt inter $\frac{2}{3}$ 4 , $\frac{3}{4}$ 40.

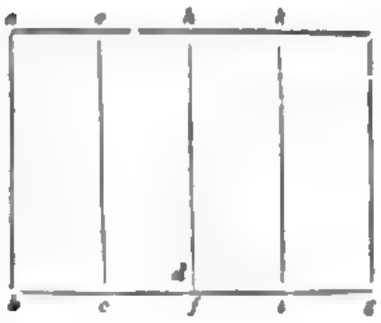
Est quoddam auere, cuius radices, et radix medietatis eius, et radix tercie eius sunt equales censui. Pone pro ipso auere censum ; et quia due res , et radix medietatis census , et radix tercie census equantur censui , fac quadratum suprascriptum *.a.c.* censum, et due radices ipsius census, fuit superficies *.d.g.*; et radix medietatis census esto superficies *.e.h.*; et radix tercie census sit superficies *.b.f.*; quare *.c.g.* erit 2, et *.e.g.* erit radix $\frac{1}{2}$ dragme, et *.b.e.* erit radix $\frac{1}{3}$ dragme; et sic tota *.b.c.*, que est res, erit 2, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$: multiplica ergo hec in se, et uenient $\frac{5}{6}$ 4, et radix 8, et radix $\frac{1}{3}$ 5, et radix $\frac{2}{3}$ unius dragme pro quantitate census, hoc est quesiti aueris: et si uis scire quomodo multiplicantur 2, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$ in se, multiplica primum 2 in se, et radicem medietatis dragme, et radicem tercie dragme in se , et uenient $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ 4, hoc est $\frac{5}{6}$ 4 : deinde multiplica duplum de 2 in radicem $\frac{1}{2}$, et ueniet radix 8; et multiplica iterum duplum de 2 in radicem $\frac{1}{3}$, et ueniet radix de $\frac{1}{3}$ 5: post hec multiplica radicem $\frac{1}{2}$ in radicem $\frac{1}{3}$, et ueniet radix $\frac{1}{6}$ dragme; quam radicem duplica, et ueniet radix $\frac{2}{3}$ dragme.

Est quoddam auere, cuius 2 radices, et radix medietatis eius, et radix tercie eius sunt 20 dragme. Pone pro ipso auere censum; et dic, quod 2 radices census, et radix $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{3}$ census equantur 20 dragmis; et tolle ab utraque parte duas res, et erunt 20 dragme, minus duabus rebus, equales radici medietatis census, et radici

Digitized by Google

tercie census: multiplica quidem 20, diminutis 2 rebus, in se, erunt 400, et 4 census, diminutis 80 rebus, que equantur multiplicationi radicum medietatis census, et tercie census; que multiplicatio surgit in $\frac{5}{6}$ census, et in radicem $\frac{2}{3}$ census census: adde ergo utrique parte (*sic*) 80 res, et tolle utraque parte $\frac{5}{6}$ census, et radicem $\frac{2}{3}$ census census: et erunt 400 dragme, et census $\frac{1}{6}$ 3, minus radice $\frac{2}{3}$ census census, que equantur 80 rebus: duo (*sic*) ergo hec omnia ad unum censum; et est ut multiplices ea per $\frac{144}{847}$ dragme, et per radicem $\frac{196}{807}\frac{2}{121}$. In quibus multiplicatis 80 rebus Veniunt (*sic*).

« eius, et .... in .i.g. » (fol. 206 *recto*, lin. 27-32; pag. 444, lin. 8-14 e 15).

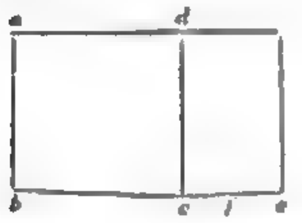


Et si dixeris: de quodam auere minui duas radices eius, et radicem medietatis eius, et radicem tercie eius, et remanserunt 20 dragme. Pone pro ipso auere censum, qui sit quadratum *.a.g.*; et minue ab ipso duas radices eius, et radicem medietatis eius, et radicem tercie eius, que sunt superficies *.a.c.*, et *.e.f.*, et *.h.i.*, remanebit ex toto quadrato superficies *.k.g.*, que est 20: manifestum est enim, quod numerus *.b.c.* est 2, et *.c.f.e.* radix $\frac{1}{2}$, et *.f.i.* est radix $\frac{1}{3}$ dragme; quare totus numerus *.b.i.* est 2, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$, et numerus *.i.g.* est ignotus: sed ex *.k.i.*, qui est res, in *.i.g.* proueniunt 20: sed *.b.g.* equalis est numero *.i.k.*; ergo ex *.b.g.* in *.i.g.* ueniunt 20: diuidamus itaque numerum *.b.i.* in duo equalia, que sint *.b.d.*, et *.d.i.*; erit ergo multiplicatio *.b.g.* in *.i.g.* cum quadrato numeri *.i.d.*, equalis quadrato numeri *.g.d.*; ergo numerus *.g.d.* erit notus. Cui si addatur numerus *.b.d.*, qui est notus, cum sit medietas de 2, et radicis $\frac{1}{2}$, et radicis $\frac{1}{3}$, erit totus numerus *.g.b.*, qui est res, notus; quem si multiplicauerimus in se, erit quadratum *.a.g.* notum, scilicet auere quesitum.

fol. 206 *verso*.

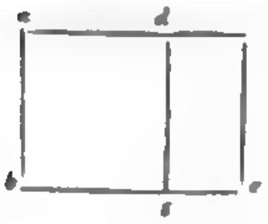
Et si dicemus tibi: adde super quodam auere 4 radices eius, et radicem medietatis | eius, et radicem $\frac{2}{3}$ eius, et erunt 10 dragme, quantus est census: pone pro ipso auere censum, qui sit quadratum *.a.c.*; et aiungantur 4 radices eius, et radix medietatis eius, que sint superficies *.d.e.*; quare numerus *.c.e.* erit 4, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$, secundum ea que premissa sunt: et quia tota superficies *.a.e.* ponitur esse 10, et proueniant ex *.a.b.* in *.b.c.*, hoc est ex *.b.c.* in *.b.e.*, si addamus ad 10 quadratum.

« eius .... in .b.e. » (fol. 206 *verso*, lin. 1-4; pag. 444, lin. 22-26).



Medietatis (*sic*) numeri *.c.e.*, erit totus numerus *.b.f.* notus; de quo si auferamus numerum *.f.c.*, remanebit numerus *.b.c.* notus: et quia *.b.c.* est res, si ducamus eam in se, uenit quadratum *.a.c.*, hoc est quesitum auere notum.

« totum .... prouenit » (fol. 206 *verso*, lin. 11-15; pag. 444, lin. 31-35).



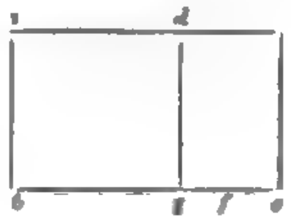
Et si dicemus tibi: super quodam auere addidi radicem eius, et radicem medietatis eius; et hoc totum multiplicaui in se, et prouenit quicuplum ipsius aueris: pone pro ipso auere censum *.a.g.*; et aiungatur ei superficies recti anguli *.d.e.*, que sit una radix ex quadrato *.a.g.*, et radix medietatis eius; et erit numerus *.g.e.* 1, et radix medietatis dragme numerus *.g.d.* sit res; nam ex multiplicatione rei in 1, et in radicem medietatis dragme, prouenit vna radix census, et radix medietatis.

eius (*sic*): et quia proponitur, quod ex multiplicato numero *.a.e.* in se prouenit quincuplum quadrati *.a.g.*, erit numerus *.a.e.* radix quinque censuum; et prouenit ex ducto *.a.b.* in *.b.e.*; et *.a.b.* est res; quare *.b.e.* est radix 5 dragmarum; quia cum multiplicatur res in radicem 5 dragmarum, prouenit radix 5 censuum, hoc est numerus *.a.e.* Vnde si ex *.b.e.* auferatur numerus *.g.e.*, qui est 1, et radix medietatis dragme, remanebit pro quantitate rei, hoc est pro numero *.b.g.*, radix 5 dragmarum, diminuta dragma, et radice medietatis dragme: que si multiplicauerimus in se, uenient dragme $\frac{1}{2}$ 6, et radix duarum dragmarum, diminuta radice 20, et radicem 10 dragmarum pro quantitate census *.a.g.*, hoc est pro quesito auere.

Digitized by Google

Item super quodam auere addidi radicem eius, et radicem medietatis eius, et hoc totum multiplicaui in se, et prouenit 20 dragme. Intellige utrum ista figura quadratum *.a.g.* esse censum, et superficies *.d.e.* radicem census, et radicem medietatis eius: et quia proponitur, quod ex cumiuncto predictorum multiplicato in se proueniunt 20, erit superficies *.a.e.* radix 20 dragmarum; et prouenit ex re *.a.b.* ducta in numerum *.g.b.e.*; sed ex *.a.b.* in *.b.e.* prouenit census *.a.g.*, et superficies *.d.e.*, que est radix census, et radix medietatis eius; et sit (*sic*) census, et res, et radix medietatis census equantur radici 20 dragmarum; et est, per ea que diximus, numerus *.g.e.* 1, et radix medietatis dragme: quare medietas ipsorum, que sit *.g.f.*, erit $\frac{1}{2}$; et radix $\frac{1}{8}$ dragme: et quia ex *.a.b.* in *.b.e.*, hoc est ex *.b.g.* in *.b.e.*, prouenit radix 20; si addatur ei multiplicatio ex *.g.f.* in se, que est $\frac{3}{8}$, et radix $\frac{1}{4}$ dragme, uenient radix 20, et radix $\frac{1}{8}$ dragme, et insuper $\frac{3}{8}$ unius dragme pro quadrato numeri *.b.f.*: quot (*sic*) si ex radice ipsorum auferatur numerus *.b.f.*, qui est medietas dragme, et radix $\frac{1}{8}$ dragme, remanebit pro numero *.b.g.*, scilicet pro re, radix radicis 20, et radicis $\frac{1}{8}$ dragme; et ex $\frac{3}{8}$ dragme, diminuta medietate dragme, et radice $\frac{1}{8}$ dragme pro quantitate rei *.b.g.* Qve est radix numeri quesiti aueris. |

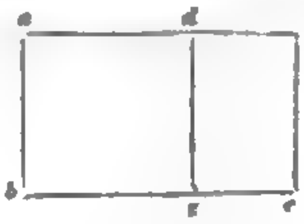
« predictorum . . . . , et radix » (fol. 206 *verso*, lin. 28-31; pag. 445, lin. 4-7).



Item super quodam auere addidi radicem medietatis eius; et multiplicaui agregatum in se, et prouenit quadruplum eius: sit suprascripta figura quadratum *.a.g.* census, et superficies *.d.e.* radix $\frac{1}{2}$ census: et quia proponitur, quod hec in se multiplicata faciunt quadruplum census, erit superficies *.a.e.* radix 4 censuum; et prouenit ex re *.a.b.* in numerum *.b.e.*; ergo numerus *.b.e.* est radix 4 dragmarum; et sic *.b.e.* est 2; de quibus si tollatur *.g.e.*, qui est radix $\frac{1}{2}$ dragme, remanebit pro re *.b.g.* 2, minus radice $\frac{1}{2}$ dragme; quibus in se multiplicatis, reddunt $\frac{1}{2}$ 4, minus radice 8 dragmarum pro quesito auere.

fol. 207 *recto*.

« et prouenit .... dragmarum » (fol. 207 *recto*, lin. 2-4; pag. 445, lin. 18-21).



Multiplicaui quoddam auere, et radicem 3 per idem auere, et radicem 2 dragmarum, et prouenerunt 20 dragme: pone pro ipso auere rem; et multiplicata (*sic*) rem, et radicem 3 per rem, et radicem 2, ueniet census 6 dragme, et radix 12 censuum, et radix 8 censuum, que equantur 20 dragmis: tolle ab utraque parte sex, remanebit census, et radix 12 censuum, et radix 8 censuum, que equantur 14 dragmis: multiplica ergo medietatem radicum in se, hoc est radicem 3, et radicem 2 dragmarum, uenient 5 dragme, et radix 24 dragmarum; que adde cum 14, erunt 19, et radix 24: de quorum radice abice medietatem radicum, scilicet radicem 3, et radicem de 2, remanebit radix de 19, et radicis 24, diminuta radice 3, et radice 2 dragmarum pro quantitate rei, hoc est quesiti aueris.

Cuidam aueri addidi 7 dragmas; et multiplicaui aggregatum in radicem tripli ipsius aueris, prouenit decuplum ipsius: pone pro ipso auere rem, et adde ei 7; et multiplica aggregatum per radicem trium rerum, et uenient 10 res, hoc est decuplum rei. Multiplica ergo 10 res in se, uenient 100 census; et multiplica radicem 3 rerum in se, uenient 3 res; et multiplica rem 7, et dragmas in se, uenient 1 census, et 14 res, et dragme 49; cum que multiplica per 3 res, uenient 3 cubi, et 42, et census, et res 147, que equantur censibus 100: abice ab utraque parte 42, et census, remanebunt 3 cubi, et 147, et res, que equantur censibus 58: diuide hec omnia per rem, et uenient 3 census, et dragme 147, que equantur 58 rebus: reduc ergo hec omnia ad censum

Digitized by Google

unum; hoc est diuide ea per 3, exibit census, et dragme 49 equales rebus $\frac{1}{3}$ 19: dimidia ergo radixes (*sic*), erunt $\frac{2}{3}$ 9; que multiplica in se, erunt $\frac{4}{9}$ 93; de quibus abice 49, remanent $\frac{4}{9}$ 44; quorum radicem, que est $\frac{2}{3}$ 6, abice de medietate radicum, remanebunt 3 pro quantitate rei, scilicet pro auere quesito.

Super una quaque duarum inequalium quantitatum, quarum una est triplum alterius, addidi radicem eius, et multiplicaui unum ex aggregatis in aliud, et prouenit decuplum maioris quamtitatis (*sic*): pone pro minori quantitate rem, et pro maiori 3 res; et adde unicuique ad eorum radicem suam; et multiplica unum per alium, hoc est rem, et radicem rei in 3 res, et radicem 3 rerum, et uenient 3 census, et radix trium censuum, et radix 9 cuborum, et radix 3 cuborum; quia ex multiplicatione rei in 3 res ueniunt 3 census, et radicem rei in radicem 3 rerum prouenit radix 3 censuum; et ex re in radicem trium rerum prouenit radix 3 cuborum; et multiplicatione trium rerum in radicem rei prouenit radix 9 cuborum; et hec omnia equantur decuplo maioris quantitatis, hoc est 30 rebus: tolle itaque ab utraque parte 3 census, et radicem 3 censuum, remanebunt 30 res, diminutis 3 censibus, et diminuta radice 3 censuum, equales radici 9 cuborum, et radici 3 cuborum: multiplica quidem 30 res, diminutis 3 censibus, et diminuta radice 3 censuum in se, et prouenient 903 census; et cum census
f. 207 verso census, et radix 108 | censuum census census, diminutis 180 cubis, et diminuta radice 10800 censuum census, que equantur multiplicationi radicum 9 cuborum, et 3 cuborum in se: nam ex multiplicatione radicis 9 cuborum in se ueniunt 9 cubi; et ex ducta radice 3 cuborum in se ueniunt 3 cubi; et sic habentur 12 cubi; et ex duplo multiplicationis radicis 9 cuborum in radicem 3 cuborum prouenit radix 108 cuborum cubi, que radix est, sicut radix 108 censuum census census. Tolle ergo ab utraque parte radicem 108 censuum census census; et adde utrique parti 180 cubos, uenient 192, et cubi, qui equantur 9 censibus census, et 903 censibus, diminuta radice 10800 censuum census: diuide hec omnia per censum, et erunt 9 census, et 903 dragme, diminuta radice 10800 dragmarum, que equantur rebus 192; quia cum diuiditur cubus per censum, prouenit res: diuide ergo hec omnia per 9, ut reducas ea ad unum censum, et erit census, et dragme $\frac{1}{3}$ 100, diminuta radice dragmarum $\frac{1}{3}$ 133, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 21. Age secundum alzebra in hoc; et est, ut multiplices medietatem radicum in se, et erunt $\frac{7}{9}$ 113; de quibus abice $\frac{1}{3}$ 100, diminuta radice $\frac{1}{3}$ 133, remanebunt $\frac{4}{9}$ 13, et radix dragmarum $\frac{1}{3}$ 133; quorum radicem abice de $\frac{2}{3}$ 10, remanebunt $\frac{2}{3}$ 10, diminuta radice dragmarum $\frac{4}{9}$ 13, et radicis $\frac{1}{3}$ 133 pro quantitate rei, scilicet minoris quatitatis (*sic*).

De quodam auere accepi radicem, et radicem radicis eius, et radicem 2, et radicum eius, et radicem quincupli eius; et hec omnia fuerunt 10 dragme : pone pro ipso auere censum, et accipe radicem eius, et radicem radicis eius, et radicem 2 radicum eius, et radicem 5pli (*sic*) eius, et erunt res, et radix rei , et radix 2 rerum, et radix 5 censuum, equales 10 dragmis: proice ab utraque parte rem, et radicem 5 censuum; et erunt 10, diminuta re, et diminuta radice 5 censuum, equales radici rei, et radici 2 rerum : multiplica ergo 10, minus re, et diminuta radice 5 censuum in se, et erunt 100, et 6 census, et radix 20 censuum census, diminutis 20 rebus, et diminuta radice 2000 censuum, equales radici rei, et radici 2 rerum ductis in se, que sunt 3 res, et radix 8 censuum. Adde ergo utrique parti 20 res, et radicem, et 2000 censuum , et erunt

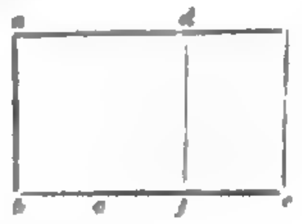
Digitized by Google

100 dragme, et 6 census, et radix 20 censuum census, equales 23 rebus, et radici 8 censuum, et radici 2000 censuum. Reduc ergo totum quod habes ad censum, et est quod ducas ipsum in $\frac{3}{8}$ dragme, diminuta radice $\frac{5}{8}$ octaue dragme: et duc 6 census, et radicem 20 censuum census in $\frac{3}{8}$, diminuta radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ dragme, et prouenit census: et duc 100 dragmas in $\frac{3}{8}$, diminuta radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ dragme, et prouenit $\frac{1}{2}$ 37, diminuta radice $\frac{1}{4}$ 781 dragmarum: et duc 23 res in $\frac{3}{8}$, diminuta radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$, et prouenient 8 res, $\frac{5}{8}$ rei, diminuta radice censum $\frac{52}{88}$ 41: et ducamus radicem 2000 censuum in $\frac{3}{8}$, diminuta radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$, et prouenit radix censuum $\frac{1}{4}$ 281, diminutis rebus $\frac{1}{2}$ 12: deinde duc radicem 8 censuum in $\frac{3}{8}$, diminuta radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$, et prouenit radix census $\frac{1}{8}$ 1, diminuta radice $\frac{5}{8}$ census: erunt igitur post hec omnia census, et dragme $\frac{1}{2}$ 37, diminuta radice $\frac{1}{4}$ 781, equales radici censuum $\frac{1}{4}$ 281, et radici census $\frac{1}{8}$ 1, diminutis rebus $\frac{7}{8}$ 3, et diminuta radice censuum $\frac{52}{88}$ 41, et diminuta radice $\frac{5}{8}$ unius census: deinde fac ut dictum est superius, et inuenies quesitum.

Trium quantitatum inequalium, si multiplicetur minor per maiorem, erit sicut media in se; et si multiplicetur maior in se, uenit sicut minor in se, et sicut media in se insimul iunctis; et ex ductu minoris in | mediam proueniunt 10. Pone pro minori quantitate rem, et pro media 10 diuisa per rem; et multiplica 10 diuisa per rem in se, et uenient 100 diuisa per censum; que diuide per rem, uenient 100 diuisa per cubum; hec erit maior quantitas: deinde multiplica minorem quantitatem, scilicet rem, in se, et uenient census; et multiplica mediam in se, scilicet 10 diuisa per rem, uenient 100 diuisa per censum; que adde cum censu, erunt census, et 100 diuisa per censum. que equantur multiplicationi maioris quantitatis, scilicet de 100 diuisa per cubum in se; ex qua multiplicatione proueniunt 10000 diuisa per cubum cubi. Multiplica ergo omnia que habes per cubum cubi; et est multiplicare per cubum cubi, sicut multiplicare per censum census census: ergo si multiplicamus 10000 diuisa per cubum cubi, hoc est per censum censum census, uenient 10000: et si multiplicauimus censum, sed (*sic*) quadratum minoris quantitatis per censum census census, habebimus inde censum census census census: et si quadratum medie quantitatis, scilicet 100 diuisa per censum, multiplicamus per censum censum census, ueniet 100 census census; ergo census census census census, et 100 census census equantur 10000 dragmis. Ponamus itaque quadratum *.a.c.* censum census census census, et erit unum quodque latus ipsius census census; quia cum multiplicatur censum census in se, prouenit census census census census: et aiungamus eidem quadrato superficiem *.d.e.*, que sit 100 census census; et quia *.d.c.* est census census, erit *.c.e.* 100, cum superficie *.d.e.*, que est 100 census census, sit ex *.d.c.* in *.c.e.*: et quia, ut dictum est, quod census census census census, et 100 census census equantur 10000; ergo tota superficies *.a.e.* erit 10000: quare ex ductu *.a.b.* in *.b.e.*, hoc est ex *.b.c.* in *.b.c.* proueniunt 10000; quibus si addimus quadratum medietatis *.c.e.*, que sit *.c.f.*, habebantur pro quadrato numeri *.b.f.* 12500: quare *.b.f.* est radix de 12500; de qua si auferatur *.c.f.*, que est 50, remanebit pro quantitate *.b.c.* radix 12500, diminutis 50 dragmis: sed *.b.c.* est census census; et quia res est radix radicis census census; et nos possuimus rem pro minori quantitate, erit utique ipsa minor quantitas radix radicis ex radice 12500 dragmarum, diminutis inde 50: et quia media quantitas fuit 10 diuisa per rem; et eius quadratus fuit 100 diuisa per censum quadrati quadrati

fol. 208 recto.

« census census .... .a.b. in .b.e. » (fol. 208 recto, lin. 13-17, pag. 447, lin. 33-36).



Digitized by Google

ipsius, erit 10000 diuisa per censum census: est enim superficies *.a.e.* 10000; et colligitur ex *.a.b.* in *.b.e.*; et *.a.b.* est census census, hoc est quadratus quadrati: si diuidamus 10000 per censum census, ueniet quantitas *.b.e.* pro quadrato quadrati mediane quantitatis quesite: sed *.b.e.* est quantum *.b.f.* et *.f.e.*: sed *.b.f.* ex (*sic*) radix 12500, et *.f.e.* est 50; ergo mediana quantitas est radix radicis, et radice (*sic*) de 12500, et ex 50 dragmis : maior uero quantitas erit radix amborum quadratorum, qui fiunt a minori, et a media quantitate; et hec est radix radicis radicis 12500, minus 50 dragmis, et radicis radix 12500, et 50 dragmarum.

Et si dicatur: diuisi 10 in 3 partes; et fuit multiplicatio minoris per maiorem sicut multiplicatio medie partis in se; et multiplicationes minoris in se, et medie partis in se sunt sicut multiplicatio maioris partis in se: pone primum pro minori parte dragmam, et pro media rem, et pro maiori censum; et hoc facies, quia multiplica (*sic*) dragma, que est minor pars, in censum, qui est maior pars, est sicut multiplicatio medie partis, scilicet rei in se: deinde multiplica dragmam in se, et uenit dragma; et multiplica rem in se, ueniet census; et multiplica censum, hoc est maiorem partem in se, et prouenit census census, qui equatur censui, qui prouenit ex re ducta in se, et dragma, que
fol. 208 verso prouenit ex dragma ducta in se: sed quando census census equatur censui, | et dragme est sicut quando equatur census rei, et dragme. Verbi gratia: pro censu census esto quadratus *.a.g.*, cuius latus est *.b.g.*; et accipiatur in *.b.g.* recta *.b.e.*, que sit 1 ; et per punctum *.e.* protrahatur linea *.e.c.*, erit ita superficies *.a.e.* census, cum prouenit ex ducta *.a.b.*, que est census, in *.b.e.*, que est 1; remanebit ergo superficies *.c.g.* 1, et prouenit ex *.g.e.* in *.e.c.*, hoc est ex *.g.e.* in *.b.g.* Nunc diuidamus *.b.e.* in duo equa ad punctum *.f.* , et erit multiplicatio *.e.g.* in *.b.g.* cum *.e.f.* in se , sicut multiplicatio *.g.f.* in se : sed ex multiplicatione *.e.g.* in *.b.g.* prouenit 1 ; et ex multiplicatione *.e.f.*, que est medietas dragme, prouenit $\frac{1}{4}$; et sic pro quadrato numeri *.g.f.* habetur $\frac{1}{4}$ 1 : ergo *.g.f.* est radix de $\frac{1}{4}$ 1 ; cui si addatur *.f.b.*, que est $\frac{1}{2}$ dragme, habebitur pro tota *.b.g.* radix de $\frac{1}{4}$ 1 dragme; et est *.b.g.* census, cum totus quadratus *.a.g.* sit census census: et quia pro maiori parte posuisti censum, erit itaque ipsa maior pars radix $\frac{1}{4}$ 1, et $\frac{1}{2}$ dragme, quorum radix est media pars; et minor pars est 1, scilicet dragma: et cum hec tres partes coniuncte non equentur 10 dragmis; et nos uelimus 10 in suprascripta conditione diuidere, erit sicut coniunctum ex his tribus partibus inuentis ad 10, ita dragma ad id, quod prouenit ex 10 minori parti: quare ponamus, ut ex ipsis 10 ueniant minori parti re (*sic*); erit sicut coniunctum ex predictis tribus partibus inuentis ad 10, ita dragme ad rem: quare multiplicatio rei in predictas tres partes inuentas erit equalis multiplicationi dragme in 10 : quare multiplicemus rem ipsas (*sic*) tres partes; et ex multiplicatione rei in dragmam ueniet res; et ex multiplicatione rei in radicem radicis $\frac{1}{4}$ 1 , et medietatis dragme prouenit radix census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis census; et multiplicatione rei in radicem $\frac{1}{4}$ 1, et in medietatem dragme prouenit radix census $\frac{1}{4}$ 1 , et medietas rei ; que omnia equantur 10. Tolle ergo ab utraque parte rem, et medietatem rei , et radicem census $\frac{1}{4}$ 1 , remanebunt 10, diminuta re $\frac{1}{2}$ 1, et diminuta radice census $\frac{1}{4}$ 1, equales radici radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis census : multiplica ergo 10 minus re $\frac{1}{2}$ 1 , et minus radice census $\frac{1}{4}$ 1 in se, et uenient 100, et census $\frac{1}{2}$ 3, et radix censuum census $\frac{1}{4}$ 11, dimi-

Digitized by Google

nutis 30 rebus, et diminuta radice 500 censuum, qui equantur multiplicationi radicis radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis census; que multiplicatio est radix census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas census: tolle ab utraque parte medietatem census, et adde utrique parti 30 res, et radicem 500 censuum, et erunt 100, et tres census, et radix censuum census $\frac{1}{4}$ 11, equales 30 rebus, et radici 500 censuum, et radici census census $\frac{1}{4}$ 1: tolle iterum ab utraque parte radicem census census $\frac{1}{4}$ 1; et hoc est, ut de radice censuum census $\frac{1}{4}$ 11 extrahas radicem census census $\frac{1}{4}$ 1; et hoc est de radice $\frac{1}{4}$ 11 extrahere radicem $\frac{1}{4}$ 1: est enim radix de $\frac{1}{4}$ 11 sicut 3 radices de $\frac{1}{4}$ 1. Vnde si ex ipsis tribus radicibus auferamus unam radicem de $\frac{1}{4}$ 1, remanebunt 2 radices de $\frac{1}{4}$ 1, que sunt una radix 5 dragmarum: propter quod cum de radice censuum census $\frac{1}{4}$ 11 tollatur radix census census $\frac{1}{4}$ 1, remanet inde radix 5 censuum census; et sic 100, et tres census, et radix 5 censuum census equantur 30 rebus, et radici 500 censuum: et reduc ergo 3 census, et radicem 5 censuum census ad censum, et est ut multiplices illud per quartam partem numeri sui recisi: nam recisus ipsius binomii est 3, minus radice de 5; in quo reciso si multiplices 3 census, et radicem 5 censuum census, uenient inde 4 census: quare multiplices 3 census, et radicem 5 censuum census per quartam ipsius recisi, scilicet per $\frac{3}{4}$, | diminuta radice $\frac{5}{16}$ dragme, ueniet census; et ideo multiplica 100 per $\frac{3}{4}$, minus radice $\frac{5}{16}$, uenient 757, diminuta radice 3125, que sunt cum censu; et multiplica iterum 30 res, et radicem 500 censuum per $\frac{3}{4}$, diminuta radice $\frac{5}{16}$, uenient 10 res tantum; quia ex $\frac{3}{4}$ in 30 res ueniunt res $\frac{1}{2}$ 22 addite; et ex radice $\frac{5}{16}$ diminuta in radicem 500 censuum ueniunt res $\frac{1}{2}$ 12 diminute; quibus extractis de radicibus $\frac{1}{2}$ 22, remanet 10 res, ut diximus. Relinquimus quidem multiplicationem de $\frac{3}{4}$ in radicem 500 censuum aditam, cum sit equalis diminute multiplicationi radicis $\frac{5}{16}$ in 30 res: ipsis his itaque intellectis, extrahe 75, diminuta radice 3125, de quadrato medietatis radicum, scilicet de 25, rem debit radix de 3125, minus 5 dragmis; quorum radicem accipe, et extrahe eam ex medietate radicum, scilicet de 5, remanebunt 5, diminuta radice radicis 3125, minus 50 dragmis; et hec sunt minor pars. Et si uolumus maiorem partem inuenire, pones pro ipsa dragmam, et pro media radicem rei, et pro minori parte rem; et hoc facias, ut sit multiplicatio rei in dragmam, sicut multiplicatio radicis radicis rei in se: et quia propositum est, ut multiplicatio minoris partis in se, et media in se sunt sicut multiplicatio maioris in se; multiplica ergo minorem in se, scilicet rem, ueniet census; et multiplica mediam in se, scilicet radicem rei, et ueniet res; et sic habes censum et rem, que equantur multiplicationi dragme, scilicet maioris partis in se; que multiplicatio est 1: diuide ergo hoc secundum algebra; et est, ut diuidas numerum rei in duo equa, ueniet $\frac{1}{2}$; cuius quadratum adde dragme, erit dragma $\frac{1}{4}$ 1; de cuius radice abice $\frac{1}{2}$, et remanebit pro quantitate rei radix de $\frac{1}{4}$ 1, subtracta inde medietate dragme; et hoc est pro minori parte, cuius radix est pro media parte, et est radix radicis de $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ dragme; pro maiori uero parte posita est dragma: et quia hee tres partes posite insimul iuncte non sunt 10, sit sicut 1 est ad summam ipsarum trium parcium, ita res aliqua sit ad 10; et erit multiplicatio ipsius rei in summam ipsarum trium partium sicut multiplicatio de 1 in 10: quare multiplica dragmam per rem, et uenit res; et multiplica 10 in radicem radicis de $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$, ueniet radix radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ census; et

fol. 209 recto

multiplica rem in radicem de $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$, uenit radix census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ rei; et sic habes rem, et radicem radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ census, et radicem census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ rei, que equatur 10 dragmis : proice itaque ab utraque rem, minus medietate rei , et radicem census $\frac{1}{4}$ 1 , que equantur radici radicis census census $\frac{1}{4}$ 1 , minus medietate census. Multiplica ergo utramque partem in se, et multiplicatione (*sic*) 10, minus $\frac{1}{2}$ rei, et minus radice census $\frac{1}{4}$ 1, habebuntur 100, et census $\frac{1}{2}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1, diminutis 10 rebus, et diminuta radice 500 censuum, que equantur multiplicationi radicis radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census $\frac{1}{4}$ 1; que multiplicatio est radix census census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ census: adde ergo utrique parti $\frac{1}{2}$ census, et 10 res, et radicem 500 censuum; et tolle ab utraque parte radicem census census $\frac{1}{4}$ 1, et erunt duo census, et 100 dragme equales 10 rebus, et radicem 500 censuum. Dimidia ergo omnia que habes, ut reducas ea ad censum unum , et uenient census 50 equales 5 rebus, et radici 125 : dimidia ergo radices et radicem 125 censuum, que sunt $\frac{1}{2}$ 2, et radix $\frac{1}{4}$ 31; et multiplica eas in se, uenient $\frac{1}{2}$ 37, et radix $\frac{1}{4}$ 781; de quibus abice 50, que sunt cum censu, remanebit radix $\frac{1}{4}$ 781, diminutis dragmis $\frac{1}{2}$ 12; quorum radicem abice ex medietate radicum, scilicet de $\frac{1}{2}$ 2, et radice $\frac{1}{4}$ 31, remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, fol. 209 *verso.* et radix | $\frac{1}{4}$ 31, diminuta radice differentie, que est inter $\frac{1}{2}$ 12, et radicem $\frac{1}{4}$ 781; et hec sunt maior pars. Minorem uero partem inuenimus esse 5, diminuta radice differentie, que est inter 50, et radicem 3125 dragmarum. Vnde si has duas inuentas extraxeris de 10, remanebunt pro media parte $\frac{1}{2}$ 2, et radix differentie, que est inter 50, et radicem de 3125; et radix differentie, que est inter $\frac{1}{2}$ 12, et radicem $\frac{1}{4}$ 781, diminuta ex his omnibus radice $\frac{1}{4}$ 31. Et nota, quod cum diximus superius radicem radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census, tunc intelleximus radicem acceptam ex radice census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census. Vnde, cum multiplicatur in se illa radix radicis, prouenit radix census census $\frac{1}{4}$ 1, sublata inde medietate census.

Possumus enim ad inuentionem medie partis ex tribus partibus, que fiunt de 10, per hanc aliam uiam peruenire: uidelicet, ut ponamus pro ipsa media parte duas dragmas, et pro prima radicem rei; et multiplicemus radicem rei in se, et ueniet res; et multiplicemus duas dragmas in se, uenient 4 dragme. Agrega ea, et habebis re (*sic*), et 4 dragmas, que equantur multiplicationi maioris partis in se; quare maior pars erit radix rei, et 4 dragmarum: et quia proponitur, quod multiplicata minori parte in maiorem partem est sicut media in se, multiplicemus radicem rei, scilicet minorem partem in radicem rei, et 4 dragmarum, ueniet radix census, et radix 4 rerum, que equantur 4 dragmis, scilicet multiplicationi duarum dragmarum in se: multiplica iterum hec in se, et erit census, et 4 res equales 16 dragmis: dimidia itaque res, erunt 2; et que multiplica in se, et adde cum dragmis 16, erunt 20; de quorum radice abice medietatem radicum, remanebit radix 20, minus 2 dragmis, pro quantitate rei; quorum radix est minor pars, quia possuimus eam radicem rei: pars uero maior, que est radix rei et 4 dragmarum, erit radix radicis 20, et 2 dragmarum; et media pars est 2 dragme: et quia hec tres partes inuente non sunt 10, erit proportio cumiuncti ipsarum ad 10 sicut proportio 2 dragmarum ad id quod prouenit mediane parti , quod ponamus esse rem; et ideo multiplicatio rei in ipsas tres partes erit sicut multiplicatio 2 in 10: ergo multiplicemus rem in radicem 20, minus 2 dragmis, radice eorum inde accepta,

Digitized by Google

ueniet radix 20 censuum census, minus 2 censibus, radice inde accepta: et multiplicemus rem in 2, uenient 2 res: et multiplicemus iterum rem in radicem 20, et duarum dragmarum, ueniet radix radicis 20 censuum census, et duorum censuum; que omnia equantur 20 dragmis: abice ergo ab utraque parte 2 et res, erunt 20, minus 2 rebus, equales radici radicis 20 censuum census, minus 2 censibus, et radici radicis 20 censuum census 2 censuum: multiplica igitur 20, minus 2 rebus, in se, uenient 400, et 4 census, minus 80 rebus; et multiplica radicem 20 censuum census, minus 2, et censibus, accepta inde radice; et radicem 20 censuum census, et 2 censuum, accepta similiter inde radice, in se, et erunt 8 census, et radix 80 census, que equantur 400 dragmis, et 4 censibus, diminutis 80 rebus: adde ergo utrique parti 80 res, et tolle ab utraque parte 4 census, remanebunt 80 res, et radix 80 censuum census, et 4 census equales 400 dragmis: redige ergo radicem 80 censuum census, et 4 census ad censum; et est, ut multiplices ea per radicem $\frac{5}{256}$, minus $\frac{1}{16}$ dragme: quare multiplica 80 res in radice $\frac{5}{256}$, minus $\frac{1}{16}$, ueniet radix 125 censuum, minus 5 rebus, que sunt cum censu; et multiplica 400 per radice (*sic*) $\frac{5}{256}$, minus $\frac{1}{16}$, ueniet radix 3125, minus 25 dragmis, que equantur censui, et radici 125 censuum, | sublatis inde 5 rebus: dimidia ergo radicem
fol. 210 recto.
125 censuum, minus 5 rebus, ueniet radix $\frac{1}{4}$ 31, minus $\frac{1}{2}$ 2: multiplica ea in se, uenient $\frac{1}{2}$ 37, minus radice $\frac{1}{4}$ 781; super que adde radicem 3125, minus 25: et scias quia radix de 3125 est duplum radicis $\frac{1}{4}$ 781, uenient $\frac{1}{2}$ 12, et radix $\frac{1}{4}$ 781; de quorum radice abice radicem $\frac{1}{4}$ 31, minus $\frac{1}{2}$ 2, remanebunt dragme $\frac{1}{2}$ 2, et radix dragmarum $\frac{1}{2}$ 12, et radicis $\frac{1}{4}$ 781, minus radice $\frac{1}{4}$ 31, pro quantitate rei; et hec sunt pars media. Volo demonstrare quomodo accepta radix radicis 20 censuum census, minus 2 censibus, et accepta radix radicis 20 censuum census, et 2 censuum multiplicentur in se. Sit itaque linea *.a.b.* radix accepta radicis 20 censuum census, minus 2 censibus; et *.b.g.* sit radix accepta de radice 20 censuum census, et 2 censuum; et uolumus scire quamtum (*sic*) ueniat ex *.a.g.* quantitate ducta in se. Iam scis, quod quadrata quantitatum *.a.b.* et *.b.g.* cum duplo *a.b.* in *.b.g.* equantur quadrato quantitatis *.a.g.*: ergo multiplicemus *.a.b.* in se, et uenit radix 20 censuum census, minus 2 censibus; et ducamus *.b.g.* in se, ueniet radix 20 censuum census, et 2 census: agrega hec insimul, uenient 2 radices 20 censuum census, que sunt una radix 80 censuum census: et multiplica quadratum quantitatis *.a. b.* in quadratum quantitatis *.b.g.*, et habebis quadratum multiplicationis ex *.a.b.* in *.b.g.*: sed multiplicatio quadrati *.a.b.* in quadratum *.b.g.* ueniunt 16 census census hoc modo: cum multiplicatur radix 20 censuum census per radicem 20 censuum census, ueniunt 20 census census; et cum multiplicantur 20 census additi in duos census diminutos, ueniunt 4 census census diminuti; quibus extractis ex 20 censibus census, remanent 16 census census; quorum radix, scilicet 4 census, est id quod prouenit ex *.a.b.* in *.b.g.*; quorum duplum, si addamus super radicem 80 censuum census, habebuntur utique 8 census, et radix 80 censuum census pro multiplicatione quantitatis *.a.g.* in se; et hoc uolui demonstrare.

Et si dicemus: diuisi 10 in duas partes, et de maiori parte extraxi duas radices eius; et super minorem addidi duas radices eius; et que prouenerunt fuerunt equalia. [P]one pro minori parte 5, minus re, et pro maiori 5, et rem; et accipe 2 radices de 5, et re, que sunt radix 20, et 4 rerum; et abice eamdem 5 et re, remanebunt 5 et

res, diminuta radice 20 dragmarum, et 4 rerum: deinde adde super 5, minus re, 2 radices eius, que sunt una radix de 20, minus 4 rebus, et erunt 5, minus re, et radix de 20, minus 4 rebus, que equantur 5, et rei, minus radice 20 dragmarum, et 4 rerum. Tolle ab utramque partem (*sic*) 5, et adde utrique parti rem, et radicem 20 dragmarum, et 4 rerum, et erunt radix 20, minus 4 rebus, et radix 20, et 4 rerum, equales 2 rebus. Multiplica quidem utramque partem in se, et uenient ex multiplicatione 2 rerum in se 4 census; et ex multiplicatione radicis 20, minus 4 rebus, et radicis 20, et 4 rerum in se, ueniunt 40, et radix 1600 dragmarum, minus 64 censibus; que multiplicatio sic fit: ducitur primum radix 20, minus 4 rebus, in se, ueniunt 20, minus 4 rebus; et ducitur radix 20, et 4 rerum in se, et ueniunt 20, et 4 res: congrega ea, et erunt 40 dragme; et multiplica radicem 20, minus 4 rebus, in radicem 20, et 4 rerum, et ueniet una radix 400 dragmarum, minus 16 censibus: duplica eam, et erunt 2 radices 400 dragmarum, minus 16 censibus, que sunt una radix 1600 dragmarum, minus 64 censibus; et sic pro quesita multiplica-
fol. 210 recto tione,| ut dictum est, habentur 40 dragme, et radix 1600, minus 64 censibus, que equantur 4 censibus: tolle ergo ab utraque parte 40, et erunt 4 census, minus 40 dragmis, que equantur radici 1600 dragmarum, minus 64 censibus : multiplica ergo radicem 1600, minus 64 censibus, in se, uenient 1600 dragme, minus 64 censibus: et multiplica 4 census, minus 40, in se, et uenient 16 census census, et 1600 dragme, minus 320 censibus, que equantur dragmis 1600, minus 64 censibus. Adde ergo utrique parti 320 census, et tolle ab utraque parte 1600 dragmas, remanebunt 16 census census equales 256 censibus: diuide hec omnia per censum, et uenient 16 census equales 256 dragmis: diuide ergo 256 per 16, et exibunt 16 pro quantitate census; quorum radix, que est 4, est res: quare si addantur 4 super 5, et tollantur 4 de 5, habebuntur 9 pro maiori parte, et 1 pro minori.

Aliter tolle de 5, et re duas radices eius; et adde super 5, minus re, 2 radices eius, erunt 5 et res, diminutis 2 radicibus 5 et rei, equales dragmis 5, minus re, et duabus radicibus dragmarum 5, minus re: tolle ergo ab utrumque (*sic*) parte 5, et adde utrique parti rem, et duas radices dragmarum 5 et rei, et erunt 2 res equales duabus radicibus 5 et rei, et duabus radicibus 5, minus re: dimidia ergo hec omnia, et erunt radix 5, et rei, et radix 5, minus re, equales rei. Vnde si multiplicauerimus rem in se, ueniet census equales multiplicationi radicis 5 et rei, et radicis 5, minus re, in se; ex qua multiplicatione proueniunt 10, et radix 100 dragmarum, diminutis 4 censibus: tolle ergo ab utraque parte 10, remanebit census, diminutis 10 dragmis, equales radici de 100 dragmarum, minus 4 censibus: multiplica ergo census, minus 10, in se, et uenient census census, et 100 dragme, minus 20 censibus: et multiplica radicem 100, minus 4 censibus, in se, uenient 100, minus 4 censibus, que equantur censui census, et 100 dragmis, diminutis 20 censibus. Tolle ergo ab utraque parte 100, et adde utrique parti 20 census, remanebit census census equalis 16 censibus; quare census est 16, et radix eius est 4, ut superius inuenimus.

Et scias, quod cum superius inuenimus, radicem 5, minus re, cum radice 5 et rei equari uni rei, potuimus aliter quam processibus (*sic*) procedere; uidelicet, ut tollatur radix 5 rei ab utraque parte, et erit tunc res, minus radice 5, et erit equalis radici 5, minus re: tunc si multiplicauerimus utraque (*sic*) partem in se, que prouenerint erunt equalia. Vnde multiplicemus rem, minus radice 5 et rei, uenient census, et 5 dragme,

Digitized by Google

et res, minus radice 20 censuum 4 cuborum. Verbi gratia : duc rem in se, prouenit census ; et duc radicem 5 et rei in se, ueniunt dragme 5 et res ; et sic habemus censum, et 5 dragmas, et rem : deinde duc duplum rei in diminutam radicem de 5, et rei; et hoc est multiplicare radicem 4 censuum per radicem 5, et rei; de qua multuplicatione prouenit radix 20 censuum 4 cuborum, diminuta (*sic*) census, et res, et dragme 5, diminuta radice 20 censuum, et 4 cuborum, equatur multiplicationi radicis 5, minus re, ducta in se, scilicet dragmis 5, minus re. Addamus ergo utrique parti rem, et radicem 20 censuum 4 cuborum; et tollamus ab utraque parte 5, remanebit census, et 2 res equales radici 20 censuum, et 4 cuborum: multiplicemus etiam utraque (*sic*) partem in se, et uenient census census 4 cubi, 4 census equales 20 censibus 4 cuborum. Age ergo in eis secundum algebra, et inuenies, census census equari 16 censibus: quare census est 16, et radix eius est 4, ut dictum est.

Est enim alius modus, quem demostrare nequiuimus donec intelligatur, quod quando duo numeri sunt, et tollatur ab uno eorum una uel plures radices eius; et super alium addatur equalis multitudo radicum ipsius, et que prouenerint fuerint equalia; tunc equabuntur in numero ueniente | ex multiplicatione radicis unius eorum in radicem alterius, fol. 211 recto. sicut modo euenit de 1, et de 9; quia extractis 2 radicibus de 9, remanserunt 3; quibus 3 equatur 1 cum duabus suis radicibus; et hec tria ueniunt ex multiplicatione radicis de 1, que est 1 in radicem de 9, que est 3: et ego ostendam hec in figura: ponam tetragonum *.a.g.* pro maiori numero, et attabo super lineam *.g.d.* quadratum aliud *.d.e.*, quod erit equale quadrato *.a.g.*, cum ambo sint super unum latus; et anguli, qui ad *.g.* sint recti; et tollam ex quadrato *.a.g.* quantaslibet radices eius, ut dicamus 2; et sint superficies *.a.c.*: quare si superficies *.a.c.* est 2 radices quadrati *.a.g.*, erit recta *.e d.* 2 ex numeris; et accipiam in recta *.g.e.* rectam *.e.h.* equalem recte *.c.d.*; et per punctum *.h.* pertraham (*sic*) rectam *.b.i.* equidistantem utrique rectarum *.d.g.* et *.e.f.*; et protraham lineam *.k.c.* in punctum *.l.*: et quoniam equalis est recta *.g.e.* recte *.g.d.*, et est equalis recta *.c.d.* recte *.e.h.*, erunt et *.g.c.*, et *.g.h.* sibi inuicem equales. Equilaterum est ergo quadrilaterum *.c.h.* et *.e.* (*sic*) etiam recti angulum, cum anguli *.g.h.* sint recti; et recta *.h.m.* equidistet recte *.g.c.*; quare quadratum est quadrilaterum *.c.h.*; et ponam illum pro minori numero; et quia equalis est recta *.e.h.* recte *.d.c.*, quot unitates sunt in numero *.c.d.*, tot unitates sunt in numero *.e.h.*; quare quot radices in superficies *.a.c.*, et ex quadrato *.a.g.*, tot radices sunt in superficie *.e.m.* quadrato *.c.h.*: et quia *.b.g.* equalis est ex *.g.e.*, equalis erit superficies *.k.g.* superficiei *.c.e.*: sed superficies *.k.g.* est id quod remanet ex quadrato *.a.g.*, extractis ab eo radicibus, que sunt in superficie *.a.c.*; et superficies *.c.e.* est id quod prouenit ex coniuncto quadrati *.c.h.*, et radicum ipsius, que sunt in superficie *.m.e.*; ergo cum ex *.a.g.* quadrato tolluntur tot radices eius, quot sunt unitates in numero *.d.e.*; et super quadratum *.c.h.* adduntur tot radices eius, quot unitates sunt in numero *.c.h.*; et numerus *.e.h.* equalis est numero *.c.d.*, concordant sibi inuicem in superficie *.k.g.* , uel in superficie *.c.e.*, cum ambe ipse sibi inuicem superficies sint equales: et quia superficies *.k.g.* prouenit ex ductu *.g.c.* in *.b.g.*; et *.g.c.* est radix quadrati *.c.h.*, et *.b.g.* est radix quadrati *.a.g.*; numerus *.a.g.*, diminutis ab eo radicibus , que sunt in superficie *.a.c.* , equatur cum numero *.c.h.*, cum adduntur ei radices eius, que sunt in numero *.e.m.* In numero

Digitized by Google

ueniente ex multiplicatione radicis unius in radicem alterius; et hoc uolui demonstrare.

Et postquam hec demonstrata sunt, diuidam 10 in duas partes; et ponam minorem partem censum; maiorem uero 10, minus censu; et addam super minorem partem 2 radices eius, et erit census, et 2 res, que equantur multiplicationi radicis minoris partis in radicem maioris, hoc est in multiplicationi (*sic*) radicis census in radicem 10, minus censu; que multiplicatio est radix 10 censuum, diminuto censu census; et hec est radix differentie, que est inter censum census, et 10 census: deinde multiplicemus censum, et 2 res in se, uenient census census, 4 cubi, et 4 census; et multiplicemus radicem 10 censuum, minus censu census, in se, uenient inde 10 census, minus censu census, qui equantur censui census, et 4 cubis et 4 censibus. Age itaque in eis secundum algebra, et erunt 2 census census, et 4 cubi equales 6 censibus: dimidia hec omnia, et erit census census, et 2 cubi equales 3 censibus: diuide hec omnia per censum, exibit census, 2 res equales 3 dragmis. Age ergo in his secundum algebra, et inuenies, rem esse 1; quod multiplica in se, ueniet 1 pro quantitate census: et quia nos possumus (*sic*) minorem partem censum, et census est 1; ergo minor pars est 1: reliquum quod est usque in 10, scilicet 9, est maior pars. Et si uolumus uti figura suprascripta, possumus alio modo procedere; et est ut ponas quadratum *.a.*g. maiorem partem, et quadratum *.c.h.* minorem:
fol. 211 verso abscidatur a maiori *.a.g.* 2 | et radices eius, que sunt superficies *.a.c.*; quare *.d.c.* erit 2: et quia *.h.e.* equalis est *.c.d.*, erit similiter *.h.e.* 2; quare superficies *.e.m.* continet 2 radices quadrati *.c.h.*: ergo cum adduntur super quadratum *.c.h.* 2 radices eius, scilicet superficies *.m.e.*, prouenit inde superficies *.c.e.*; et cum tolluntur ex quadrato *.a.g.* 2 radices eius, scilicet superficies *.a.c.*, remanet superficies *.k.g.*, que est equalis superficiei *.c.e.*: sunt enim super equas bases, et in eisdem equidistantibus: hiis itaque intellectis, faciam quadratum *.c.h.* censum, et quadratum *.a.g.* 10, minus censum (*sic*); et adam (*sic*) super censum *.c.h.* superficies *.d.m.* et *.m.e.*, que sunt 4 radices eius, cum unaqueque linearum *.d.c.* et *.e.h.* sit 2; super que omnia addam quadratum *.f.l.*, quod est 4 dragme, cum una queque linearum *.f.m.* et *.m.l.* sit 2: est enim *.f.m.* equalis *.d.c.*, et *.m.l.* recte *.h.e.*: et sic totum quadratum *.d.e.* constat ex censu *.c.h.*, et ex 4 radicibus eius, et ex 4 dragmis; et est quadratum *.d.e.* equalis quadrato *.a.g.*, scilicet 10 dragmis, minus censu: ergo census, et 4 res, et 4 dragme equantur 10 dragmis, minus censu. Adde ergo utrique parti censum, et tolle ab utrumque (*sic*) parte 4 dragmas, erunt 2 census, et 4 res equales 6 dragmis; quare dimidium eorum, scilicet census 2 radices equantur 3 dragmis: est enim superficies *.c.e.* census 2 radices eius; ergo superficies *.c.e.* est 3 dragme, et prouenit ex *.c.g.* in *.g.e.*, hoc ex *.g.h.* in *.g.e.*; ergo ex *.g.h.* in *.g.e.* ueniunt 3; quibus si addatur quadratum numeri *.h.n.*, quod est 1, habebuntur 4 pro quadrato numeri *.g.n.*; ergo *.g.n.* est 2: de quibus si tollatur *.h.n.*, remanebit *.g.h.*1.; quo in se multiplicato, reddit 1 pro censu *.c.h.*, hoc est pro minori parte; quo extracto de 10, remanent 9 pro maiori parte.

Item diuisi 10 in duas partes, et diuisi 10 per unamquamque ipsarum partium, et multiplicaui unum exeuntium in alium, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6: notandum est primum, quod quando ex aliquo numero fiunt 2 partes; et per unam quamque ipsarum partium diuiditur ille numerus, erit multiplicatio unius exeuntium in alium, sicut aggregatio

Digitized by Google

earundem: ad quod demonstrandum, diuidatur aliquis numerus *.a.* in duas partes, que sint *.b.g.*; et diuidatur *.a.* per *.b.*, et ueniet *.e.*; et *.a.* per *.g.* , ueniet *.d.* : dico quod multiplicatio *.d.* in *.e.* est sicut agregatio *.d.* cum *.e.*; quod sic probatur: cum diuiditur *.a.* per *.b.*, prouenit *.e.*; ergo cum multiplicatur *.b.* per *.e.*, prouenit *.a.*: similiter, cum diuiditur *.a.* per *.g.*, prouenit *.d.*; ergo cum multiplicatur *.g.* per *.d.*, prouenit *.a.* : multiplicatio quidem ex *.b.* in *.e.* est sicut multiplicatio *.g.* in *.d.* : quare est sicut *.b.* ad *.g.*, ita *.d.* ad *.e.*; coniunctim ergo sicut *.b.* et *.g.* ad *.g.*, ita *.d.* et *e.* ad *.e.*: permutatim ergo sicut *.d.* et *.e.* ad *.b.* et *.g.*, ita *.e.* ad *.g.*: sunt enim numeri *.b.g.* equales numero *.a.*; ergo est sicut *.d.* et *.e.* ad *.a.*, ita *.e.* ad *.g.*; sed sicut *.e.* ad *.g.*, ita ductum ex *.d.* in *.e.* ad ductum ex *.d.* in *.g.*: sed ex ducto *.d.* in *.g.* prouenit *.a.*; ergo est sicut *.e.* ad *.g.*, ita productum ex *.d.* in *.e.* est ad *.a.*: fuit etiam sicut *.e.* ad *.g.*, ita coniunctum ex *.d.* et *.e.* ad *.a.*; ergo coniunctum ex *.d.e.* ad *.a.* est sicut ductum ex *.d.* in *.e.* ad *.a.* Quare equalis est multiplicatio *.d.* in *.e.* coniunctum eorumdem; et hoc uolui demonstrare. Possunt enim hec aliter inuestigari, si immemor non fueris de hiis, que superius demostrata sunt, uidelicet, cum omnium duorum numerorum unusquisque diuidatur per alium, et multiplicetur unum exeuntibus in alium , quod inde semper prouenit 1 : etiam et quando aliquis numerus fuerit diuisus in duas partes, et diuidatur ipse numerus per unam illarum duarum partium, quod id quod prouenit ex diuissione addit semper 1 super id quod prouenit ex diuisione alterius partis in ipsam partem: et quia hec ita sunt. Ponamus aliquem numerum *.a.* diuisum in partes *.b.c.*; et diuidatur *.c.* per *.b.*, et ueniet res; et diuidatur *.a.* per *.b.*, et ueniet 1 plus, idest res et dragma; et diuidatur *.b.* per *.c.*, et ueniet denarius; et *.a.* per *.c.*, et ueniet 1 | plus, idest dragma, et denarius 1: ergo cum fol. 212 recto.
diuiditur *.a.* per *.b.*, prouenit res, et dragma; et cum diuiditur *.a.* per *.c.*, prouenit dragma, et 1: dico quod multiplicatio rei, et dragme per denarium, et dragmam est equalis congregationi eorumdem. Verbi gratia : ex agregatione quidem eorum proueniunt 2, et res, et denarius; que etiam proueniunt ex multiplicatione unius ipsarum partium in aliam; quia cum ducitur dragma in dragmam, prouenit 1; et ex re in dinarium (*sic*), prouenit 1; et sic habes 2: et ex ducto 1, quod est cum dinario, in rem, prouenit res; similiter ex ducto 1, quod est cum re, in denarium, prouenit denarius; et sic habes 2, et rem, et dinarium pro multiplicatione rei et dragme in dinarium, et dragmam, sicuti habuisti pro agregatione eorum: et postquam hec manifesta sunt et aperta, dicemus: diuisi 10 in duas partes, et per unam quamque ipsarum diuisi 10, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age in hiis secundum quod in consimili questione superius dicta sunt, et inuenies : uel pone pro una partium 2 , minus re , et pro alia 8 , et rem ; et multiplica unam ipsarum in alia , et illud totum per $\frac{1}{4}$ 6; et quod prouenerit, oppone cum 100, que proueniunt ex ducto 10 in se; et age secundum algebra, et inuenies, rem esse nichil; quare una ipsarum duarum parcium erit 2, et alias (*sic*) 8: et posuerimus unam illarum duarum partium 2 et rem, alia 8, minus re ; et multiplicabimus 2 et rem, in 8, minus re; et illud totum ducemus per $\frac{1}{4}$ 6, quod prouenerit, erit equale 100 dragmis. Vnde cum agimus secundum algebra in hiis inueniemus , rem esse 6; quibus additis cum 2, et extractis de 8, uenient 2 pro una partium, et 8 pro alia.

Digitized by Google

Et si dicemus: feci duas partes de 10, et per unam quamque ipsarum diuisi 20, et prouenerunt $\frac{1}{2}$ 12; quia 10 sunt $\frac{1}{2}$ de 20, accipe $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ 12, erunt $\frac{1}{4}$ 6; quia in qua proportione sunt 10 ad 20, in eadem est numerus, qui prouenit, quando diuiduntur 10 in duas partes, et diuiduntur 10 per unam quamque ipsarum duarum partium ad numerum, qui prouenit ex diuisione 20 in easdem partes, ut inferius demonstrabo; quare dic: diuisi 10 in duas partes, et diuisi 10 per unam quamque ipsarum, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age in hiis, ut supradictum est, et inuenies, unam partem de 10 esse 2, et aliam 8: et ut demostremus que promisi in hac questione. Sint duo numeri *.a.b.*; et diuidatur *.a.* in duas partes, que sint *.c.d.*; et diuidatur *.a.* per *.c.*, ueniet *.e.*; et diuidatur *.a.* per *.d.*, ueniet *.f.*; et diuidatur *.b.* per *.c.*, ueniat *.g.*; et diuidatur *.b.* per *.d.*, ueniat *.h.*: dico quod est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.f.* ad numeros *.g.h.*; quod sic probatur: quia cum diuiditur *.a.* per *.c.*, prouenit *.e.*; ergo ex *.c.* in *.e.* prouenit *.a.* Similiter, cum diuiditur *.b.* per *.c.*, prouenit *.g.*; ergo ex *.c.* in *.g.* prouenit *.b.* Sed ex *.c.* in *.e.* prouenit *.a.*; quare est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.* ad *.g.*: similiter, quia cum numeri *.f.h.* multiplicantur per *.d.*, faciunt numeros *.a.b.*; quare est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.f.* ad *.h.*: fuit enim sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.* ad *.g.*; ergo est sicut *.a.* ad *.b.*, ita numeri *.e.f.* ad numeros *.g.h.* Vnde si *.a.* ponamus 10, et *.b.* 20; et diuidantur 10 in duas partes, et in unamquamque ipsarum diuidantur 10, et ueniant numeri *.e.f.*; et diuidantur 20 per easdem partes de 10, et ueniant numeri *.g.h.*, qui sint $\frac{1}{2}$ 12, ut propositum fuit: erit itaque, ut demostratum est, sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.f.* ad *.g.h.*, scilicet ad $\frac{1}{2}$ 12. Sed *.a.* ex *.b.* est medietas; quare numeri *.e.f.* ex numeris *.g.h.*, scilicet ex $\frac{1}{2}$ 12, sunt $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{4}$ 6, ut predixi: et si numerus *.b.* esset plus, uel minus de 10, semper in qua proportione essent 10 ad ipsum numerum, in eadem essent numeri *.e.f.* ad numeros *.g.h.* Vnde potes, secundum hunc modum, in omnibus similibus questionibus procedere. Sed si uis sine inuentione numerorum *.e.f.*,
fol. 212 recto. in inuentione duarum partium de 10, aliter | procedere; ponamus iterum numeros *.a.b.*; et ex *.a.* fiant 2 ex (*sic*) partes, que sint *.g.d.*; in quibus diuidamus numeros *.a.b.*, et uenient numeri *.e.f.* et *.g.h.*, ut supra dicto (*sic*), quod multiplicatio *.g.* in *.d.* producta in summa numerum *.g.h.* est sicut multiplicatio *.a.* in *.b.*; quod sic probatur: quia, ut dictum est, cum multiplicatur *.c.* in *.g.*, prouenit *.b.*; si addiderimus numerum *.d.* in multiplicatione, erit multiplicatio *.c.* in *.g.*, scilicet (*sic*) hoc est *.c.* in *.d.* ducta in *.g.* ducta in *.d.*, sicut multiplicatio *.d.* in *.b.* Item, quia cum diuiditur *.b.* per *.d.*, prouenit *.h.*; ergo si multiplicetur *.d.* per *.h.*, prouenit *.b.* Vnde, si in comune addiderimus numerum *.c.*, erit multiplicatio *.d.* in *.h.* ducta in *.c.*, hoc est multiplicatio *.c.* in *.d.* ducta in *.h.*, sicut multiplicatio *.c.* in *.b.*; fuerit etiam multiplicatio *.c.* in *.d.* ducta in *.g.*, sicut *.d.* in *.b.*: ergo multiplicatio *.c.* in *.b.* ducta in cumiunctum ex numeris *.g.h.* est sicut id quod prouenit ex *.c.* in *.b.*, et ex *.d.* in *.b.*: sed numeri *.c.d.* sunt sicut *.a.*; ergo multiplicatio *.c.* in *.d.* ducta in summa numerorum *.g.h.* est sicut *.a.* in *.b.*; et hoc uolui demonstrare. Vnde ponamus *.a.* 10, et *.b.* 20; et diuidantur 10 in duas partes, que sint *.c.d.*; in quibus, cum diuiduntur 20, proueniunt $\frac{1}{2}$ 12, qui sint numeri *.g.h.*: et ponamus numerum *.c.* rem; quare numerus *.d.* erit 10, diminuta re; et multiplicemus *.c.* per *.d.*, scilicet rem in 10, minus re, uenient 10 res, diminuto censu; quibus ductis in $\frac{1}{2}$ 12, scilicet in numeros *.g.h.*, erit

Digitized by Google

illud quod prouenerit equale 200 dragmis, scilicet multiplicationi numeri .*a*. in numerum .*b*., hoc est .*d*. (*sic*) 10 in 20: oppone ergo in his, restaura secundum algebra, et inuenies, unam partem esse 2, et aliam 8. Vel pone unam partem de 10 quinque et rem, et aliam 5, minus re; et multiplica unam earum in aliam, erunt 25, minus censu; que duc in $\frac{1}{2}$ 12, et habebis similiter equale 200 dragmis.

Et si dicemus: de 10 feci duas partes; et per unam quamque partium diuisi 20; et multiplicaui unum exeuntium numerorum in alium, et proueniunt 25. Pone iterum numeros .*a.b*.; et ex .*a*. fiant 2 partes, que sint .*c.d*.; et per unam quamque ipsarum diuidatur .*a*. et .*b*., et prouenient numeri .*e.f*. et .*g.h*. Iam scis per ea que dicta sunt, que est sicut .*b*. ad .*a*., Ita numeri .*g*. *h*. ad numeros .*e*. *f*. : vnde si .*b*. duplus est ex .*a*., dupli sunt .*g.h*. ex .*e.f*.; et est etiam sicut .*a*. ad .*b*., ita .*e*. ad .*g*., et .*f*. ad .*h*.; vnde si dupli sunt .*g.h*. ex .*e.f*., duplus est .*g*. ex .*e*., et .*h*. ex .*f*.: multiplicatio ergo .*g*. in .*h*. erit quadrupla multiplicationis .*e*. in .*f*. Et si tripli sunt numeri .*g.h*. ex .*f*., erit multiplicatio .*g*. in .*h*. nonupla multiplicationis .*e*. in .*f*.: et si numeri .*g.h*. medietas fuerint numerorum .*e.f*., erit multiplicatio .*g*. in .*h*. quarta pars multiplicationis .*e*. in .*f*.; et sic intelligas in quolibet casu: vnde si ponamus .*b*. 20, et .*a*. 10, erunt numeri .*g.h*. dupli numerorum .*e.f*.; quare ex .*g*. in .*h*. prouenit quadruplum numeri uenientis ex .*e*. in .*f*.: sed ex .*g*. in .*h*. propositum est uenire 25; quare quarta eorum pars, scilicet $\frac{1}{4}$ 6, ueniet ex .*e*. in .*f*.: demonstratum est enim, quod multiplicatio .*e*. in .*f.e*. est sicut agregatio .*e*. cum .*f*.; ergo numeri .*e.f*. sunt $\frac{1}{4}$ 6. Vnde reuertere ad questionem, et dic: ex 10 feci 2 partes; et per unam quamque diuisi 10, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age post hec secundum quod dictum est superius, et inuenies. Aliter: adiaceant numeri prescripti ordine eodem; et multiplicetur .*c*. in .*d*., et ueniat .*k*.; ex .*g*. in .*h*. ueniat .*b*.: dico quod multiplicatio .*k*. in .*l*. est sicut multiplicatio .*b*. in se; et erit .*b*. medius in portione (*sic*) inter .*k*. et .*l*.; quod sic probatur: quia cum .*b*. diuiditur per .*c*., prouenit .*g*.; et si multiplicatur .*c*. in .*g*., prouenit .*b*.: comuniter addatur numerus .*d*., erit multiplicatio .*c*. in .*g*. ducta in .*d*., sicut | .*d*. in .*b*.; sed multiplicatio .*c*. in .*g*. ducta in .*d*. est sicut multiplicatio .*c*. fol. 218 recto
in .*d*. ducta in .*g*.: sed ex .*c*. in .*d*. prouenit .*k*.; ergo multiplicatio .*c*. in .*d*. ducta in .*d*. est sicut .*k*. in .*g*.; quare multiplicatio .*k*. in .*g*. est sicu' multiplicatio .*d*. in .*b*.: comuniter addatur in multiplicatione numerus .*h*.; et erit multiplicatio .*b*. in .*d*. ducta in .*h*., sicut multiplicatio .*k*. in .*g*. ducta in .*h*.: sed ex .*g*. in .*h*. prouenit .*l*.; ergo ex .*h*. in .*l*. prouenit sicut .*b*. in .*d*. ducta in .*h*.: sed ex .*d*. in .*h*. prouenit .*b*.; quia cum diuiditur .*b*. per .*d*. prouenit .*h*.; ergo ex ductu .*b*. in .*d*., et productu in .*h*. est sicut .*b*. in se; ergo ex .*k*. in .*l*. prouenit sicut ex .*b*. in se; et hoc uolui demostrare. Nunc reuertamur ad questionem, et dic: diuisi 10 in duas partes, que sint .*c*. et .*b*.; et in ipsis diuisi numerum .*b*., qui sit 20, et prouenerunt numeri .*g.h*.; et multiplicaui .*g*. in .*h*., et prouenit qui (*sic*) .*l*. est 25: deinde pone .*c*. rem; quare .*d*. erit 10, minus re; et multiplica rem in 10, minus re; et illud totum duces in .*l*., scilicet in 25; et quod prouenit erit equale 400 dragmis, scilicet multiplicationi .*d*. in se. Vel pone .*c*. 5, minus re; et .*d*. erit 5 et res; et multiplica 5, minus re, in 5, et rem; et illud totum per 25, et habebis similiter equale 400 dragmis. Vel aliter: quia multiplicatio .*k*. in .*l*. est sicut .*b*. in se,

Digitized by Google

numeri *.k.b.l.* in continua proportione sunt: est enim sicut *.l.* ad *.b.*, ita *.b.* ad *.k.* Vnde si multiplicauerimus *.b.* in se; et summam, que est 400, diuiserimus per *.l.*, per 25, uenient 16 pro numero *.k.*: sed numerus *.k.* prouenit ex *.c.* in *.d.*; et numeri *.c.d.* sunt 10; ergo dic: diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum per aliam, et prouenerunt 16. Age in his secundum algebra, et inuenies, unam illarum partium esse 2, et aliam 8.

Rursus diuisi 10 in duas partes, et per unam illarum diuisi 40, et per aliam 50; et multiplicaui unum exeuntium numerorum in alium, et prouenerunt 125; quia 40 quadrupla sunt de 10, 50 sunt quincupla: multiplica 4 per 5, uenient 20; de quibus diuide 125, uenient $\frac{1}{4}$ 6, qui sunt id quod prouenit quando ex 10 fiunt due partes; et diuidantur 10 per unam quamque ipsarum. Age deinceps, ut dictum est: uel pro una duarum partium de 10 pone 5 et rem, pro alia 5, minus re; multiplica unam earum in aliam, uenient 25, diminuto censu; que multiplica per 125, et quod prouenerit erit equale 2000 dragmis, scilicet multiplicationi de 40, et de 50; et sic studeas operari in similibus.

Et si dicemus tibi: de 10 feci duas partes, et per unamquamque earum diuisi 10; et quod e utraque diuisione prouenit, duxi in se, prouenit $\frac{1}{4}$ 20: accipe radicem de $\frac{1}{4}$ 20, que est $\frac{1}{2}$ 4; et erit illud quod prouenit ex ipsis duabus diuisionibus suprascriptis; operare deinceps ut supra. Et si dixerit (*sic*): diuisio (*sic*) 10 in duas partes; et per unam quamque diuisi 10; et quod prouenit multiplicaui in se, et prouenerunt 30 dragme: pone pro una duarum partium 5 rem (*sic*), et pro alia 5, minus re; et dic (*sic*) unam earum in alia, et erunt 25. diminuto censu; que multiplica in se, erunt 625, et census census, diminutis 50 censibus; que multiplica per 30, erunt 18750, et 30 census census, diminutis 1500 censibus, que equantur 10000 dragmis, que proueniunt ex quadrato de 10 multiplicato in se: adde ergo utrique parti 1500 census, et tolle ab utraque parte 1000, remanebunt 30 census census 8750 dragme equales 1500 censibus: reduc ergo hec omnia ad censum census; et est ut diuidas ea per 30, et erit census, et dragme $\frac{2}{3}$ 291 equales 50 censibus: dimidia ergo census, et medietatem eorum multiplica in se, uenient 625; de quibus abice $\frac{2}{3}$ 291, remanebunt $\frac{1}{3}$ 333; quorum radicem abice de 25, remanebunt 25, diminuta radice $\frac{1}{3}$ 333 pro quantitate census, quorum radix erit res; quam rem adde cum 5, et tolle ea de 5, et habebis quesitum.|

fol. 213 verso. Item diuisi 10 in duas partes, et per unamquamque diuisi 40; et quod prouenit multiplicaui in se, et prouenerunt 625: pone pro una parte 5 et rem, et pro alia 5, minus re; et duc unam earum in aliam, et illud totum per 25, scilicet per radicem de 625; et quod prouenit, equabitur 40 dragmis, scilicet multiplicationi de 10 in 40. Age deinceps ut supra, et inuenies unam ipsarum partium 2, aliam 8.

Diuisi 10 in duas partes, et per unam illarum diuisi 10; et quod prouenit multiplicaui per aliam partem, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 20. Pone unam illarum duarum partium, et rem, et aliam 10, diminuta re; et diuide 10 per rem, exibunt 10 diuisa per rem; que multiplica per 10, minus re, ueniet 100, minus 10 rebus, diuisa per rem, que equantur $\frac{1}{4}$ 20: multiplica ergo hoc totum per rem, uenient 100, minus 10 rebus, que equantur rebus $\frac{1}{4}$ 20. Adde ergo utrique parti 10 res, erunt res $\frac{1}{4}$ 30 equales 100 dragmis: diuide ergo 100 per $\frac{1}{4}$ 30, uenient $\frac{4}{11}\frac{3}{11}$ 3 pro quantitate rei. Residuum quod est usque in 10, scilicet $\frac{7}{11}\frac{7}{11}$ 6, est alia pars.

Digitized by Google

Et si dicemus tibi: $\frac{1}{30}$am cuiusdam census multiplicaui per 30, et quod prouenit fuit equale aditioni 30 dragmarum, et $\frac{1}{30}$li eiusdem census: pone pro ipso censu rem, et multiplica 30 res per 30, uenient 900 res, que equantur 30 rebus, et 30 dragmis: tolle ab utraque parte 30 res, remanebunt 870 res equales 30 dragmis: diuide ergo 30 per 870, ueniet $\frac{1}{29}$ dragme pro quantitate rei.

Digitized by Google

300332

IMPRIMATUR

Fr. Th. M. Larco Ord. Praed. S. P. A. Mag. Soc.

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi-Bussi Min. Conv. Archiep. Icon. Vicesg.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google